Conocimiento

Representación del Conocimiento

Juan Carlos González Moreno

Curso 2012-13

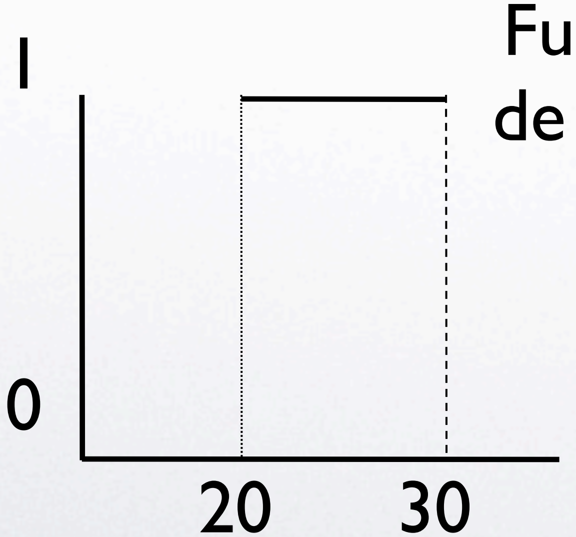
Lógica difusa

El modelo posibilista

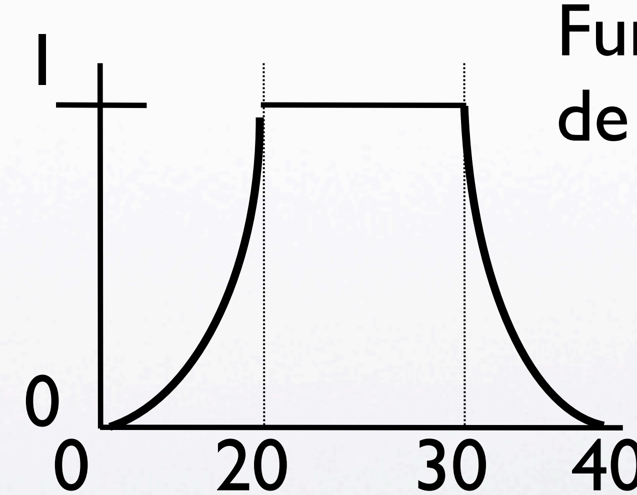
- El modelo posibilista (o teoría de la posibilidad) está basado en los conjuntos difusos de Zadeh (1965).
- El objetivo es modelar los grados de veracidad, la imprecisión o la vaguedad contenidas en proposiciones como:
  - La temperatura es **alta**.
  - Hay que girar **un poco** a la derecha.
  - Es **muy seguro** que tenga hepatitis.
  - La hipótesis H1 es **muy poco posible**.

Conjuntos difusos

- Un conjunto difuso es una generalización de la noción de conjunto, donde la **función característica** es una función continua del **dominio U** a [0,1].



Función característica de un conjunto clásico



Función característica de un conjunto difuso

U

$$\mu(u) : U \rightarrow [0, 1]$$

Función característica

- La **función característica** (π_A) indica la **posibilidad** de que un valor u, u∈U, compatible con la variable X, sea A, sabiendo que [X es A] corresponde al grado de pertenencia en el conjunto difuso representado por la etiqueta A.

Posibilidad y grado de veracidad

- Cada variable tiene un dominio (U).
- Se usan etiquetas lingüísticas para representar una **distribución de posibilidad** sobre estos valores.
- Dependiendo de la distribución de posibilidad, cada valor de la variable es, respecto a la etiqueta:
  - **cierto**
  - **imposible** (falso)
  - **posible hasta cierto punto**

Posibilidad y grado de veracidad

- Los hechos difusos se representan siguiendo el esquema:

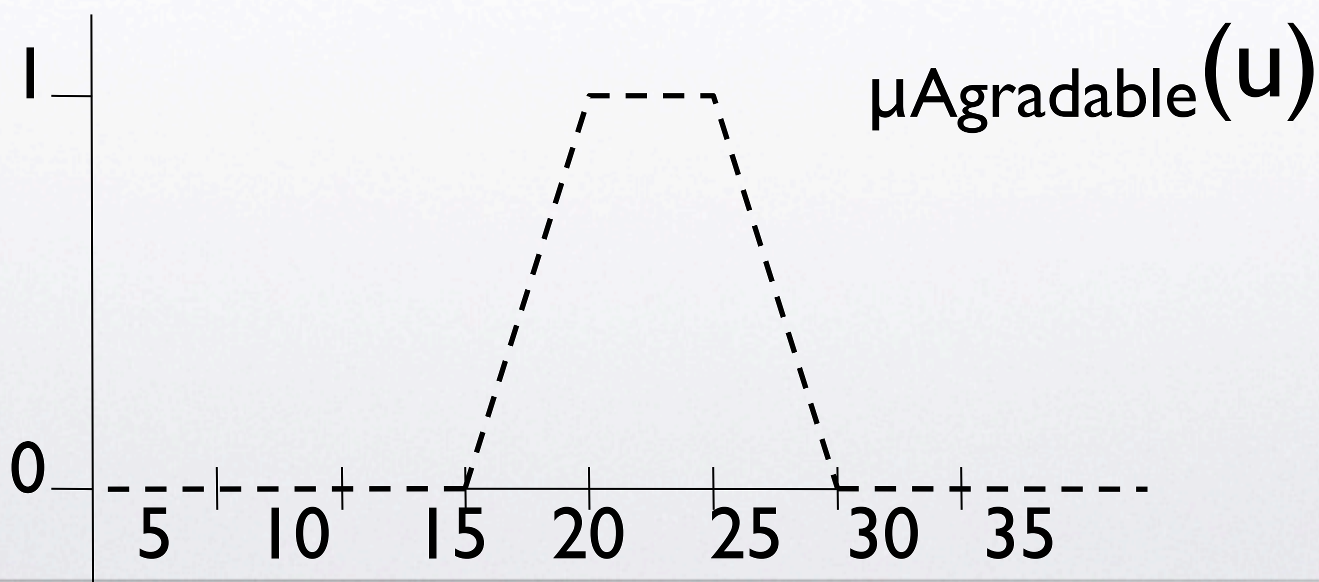
[X es A]

que define un **conjunto difuso** sobre U donde:

- –X es una **variable** sobre el dominio U.
- –A es un **término lingüístico** aplicable a X que restringe sus valores.

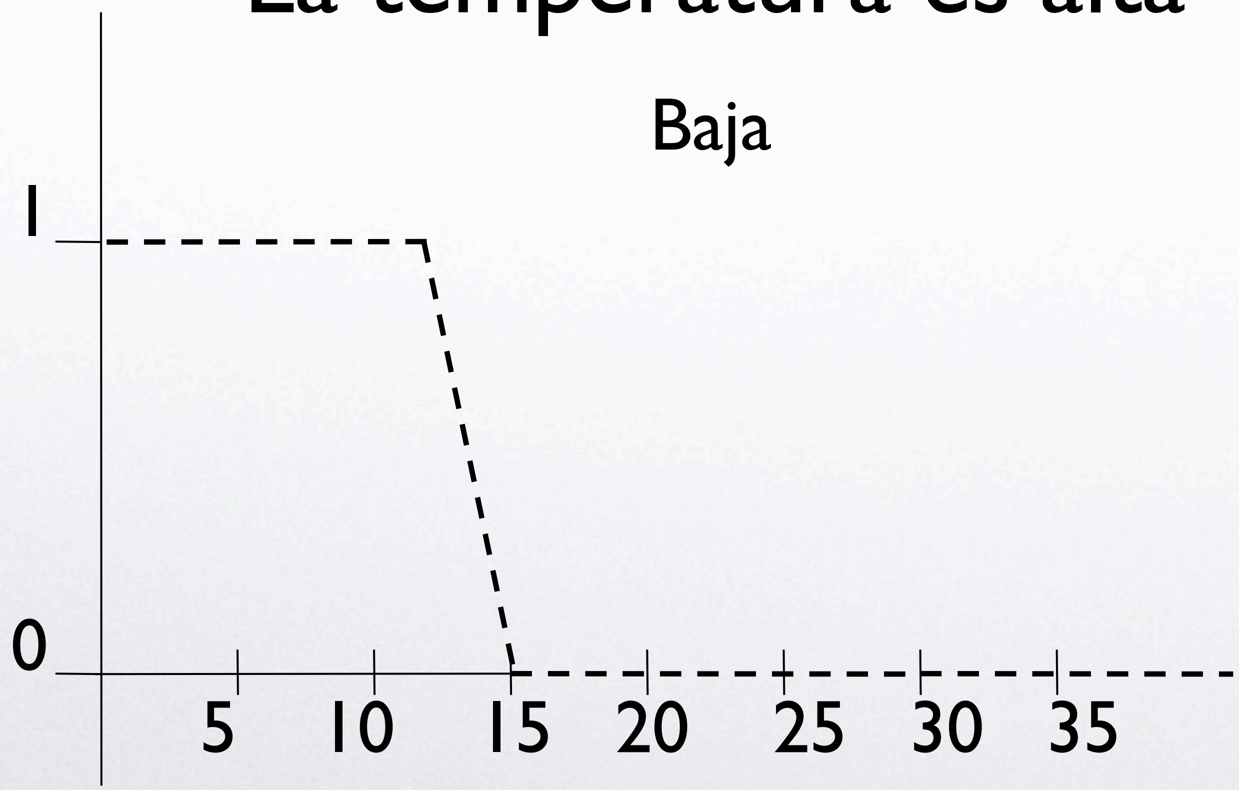
Posibilidad y grado de veracidad

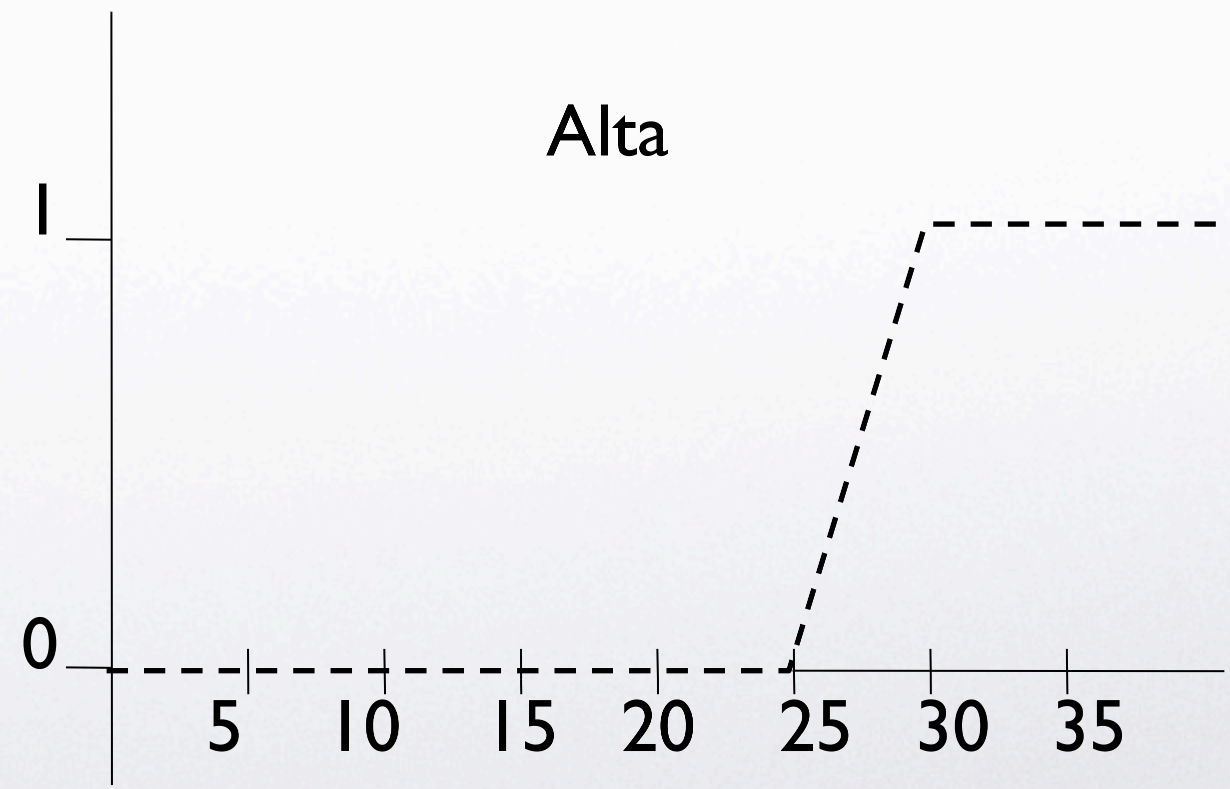
- Ejemplo:
  - La temperatura es **agradable**
    - Variable: temperatura
    - Dominio (o universo de valores): recta real
    - La etiqueta **agradable** es la distribución



Posibilidad y grado de veracidad

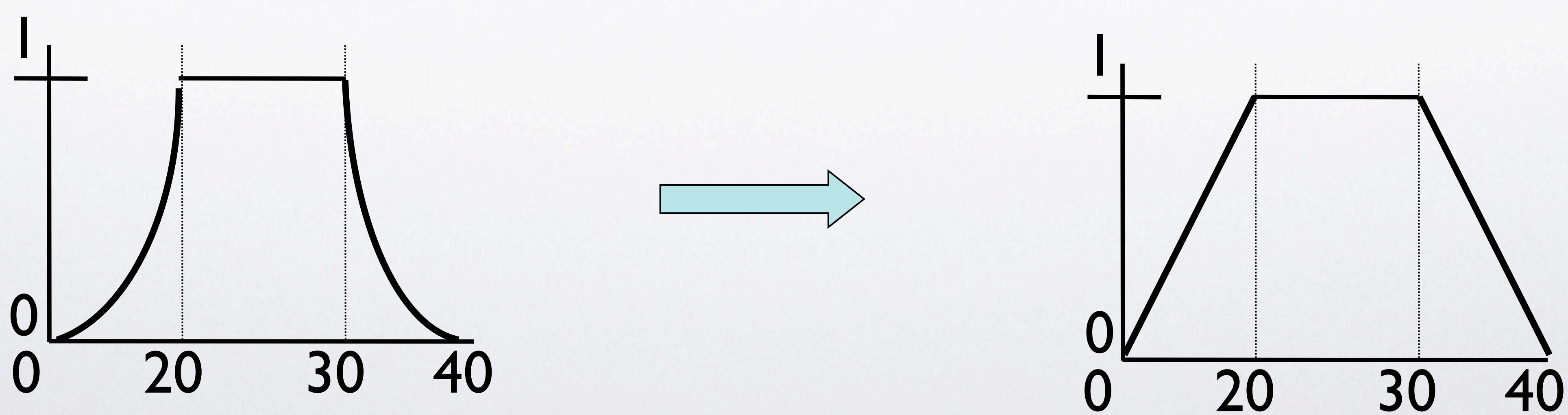
- Ejemplos:
  - La temperatura es baja
  - La temperatura es alta





Representación de conjuntos difusos

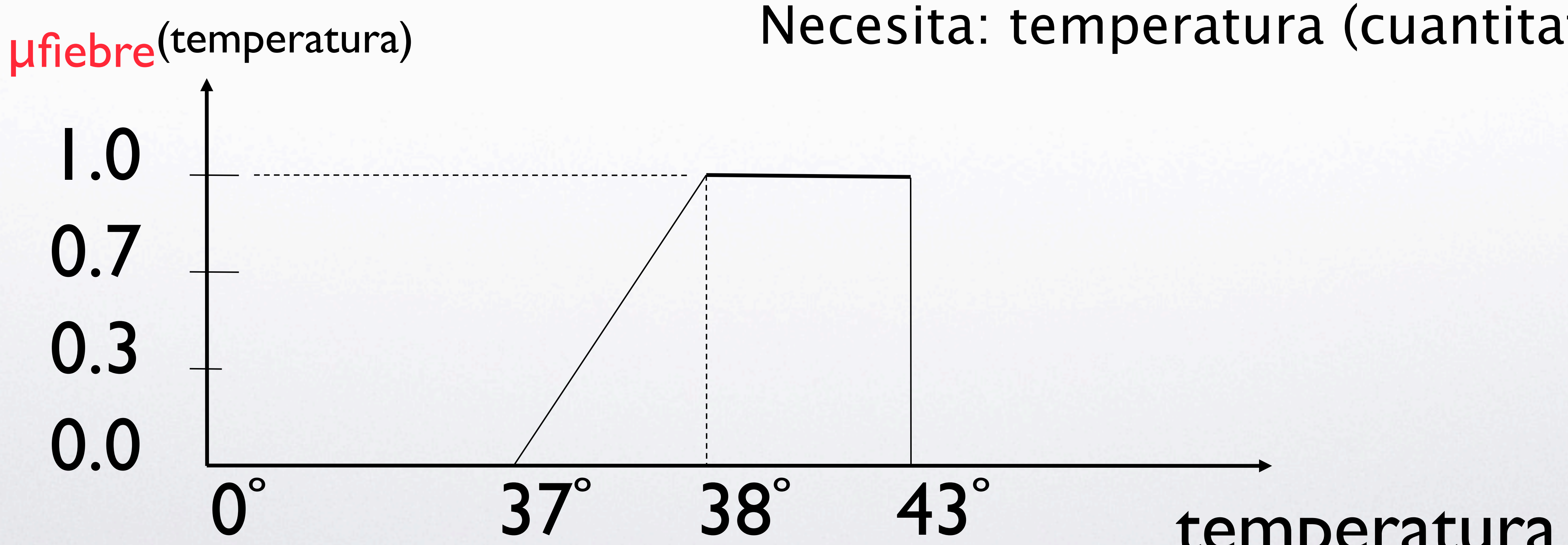
- A menudo la **función característica** se aproxima con una función *con forma trapezoidal* (*o triangular*) que se puede caracterizar con las abscisas de los 4 (o 3) vértices.



Representación de conjuntos difusos

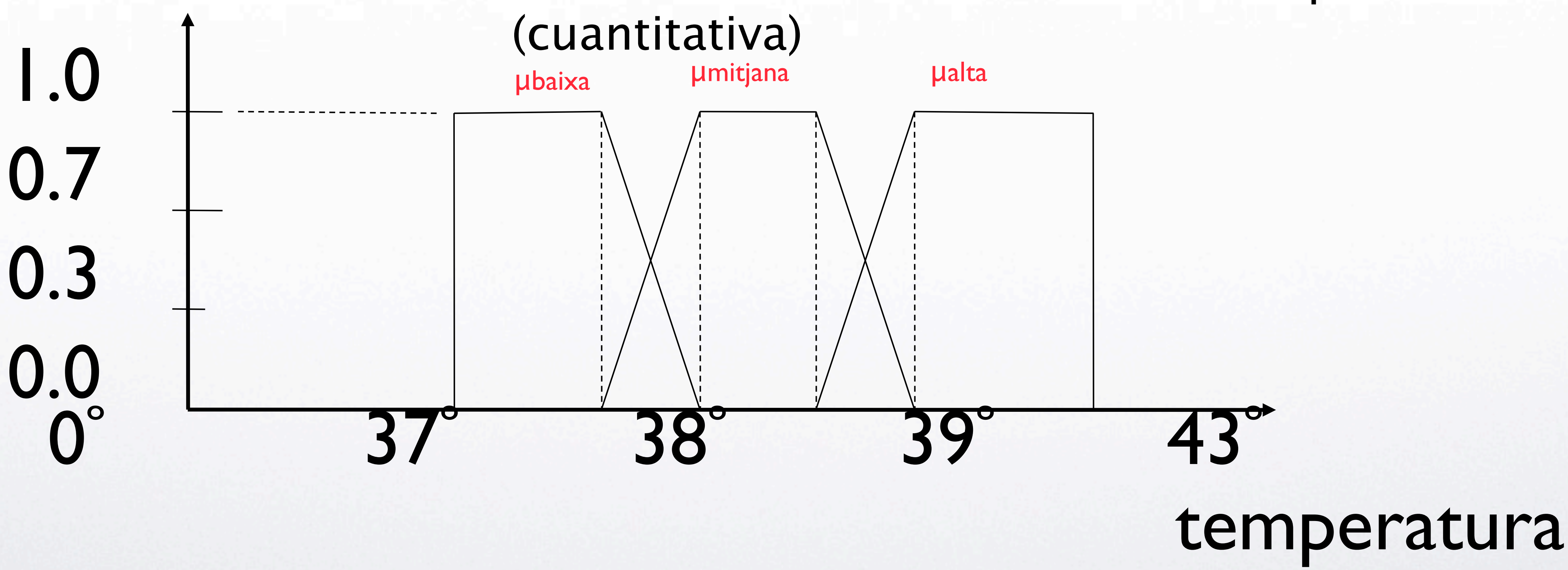
- Conjunto difuso que representa el concepto *fiebre:*

Fiebre = Tipo: difuso (37,38,43,43)
Necesita: temperatura (cuantitativa)



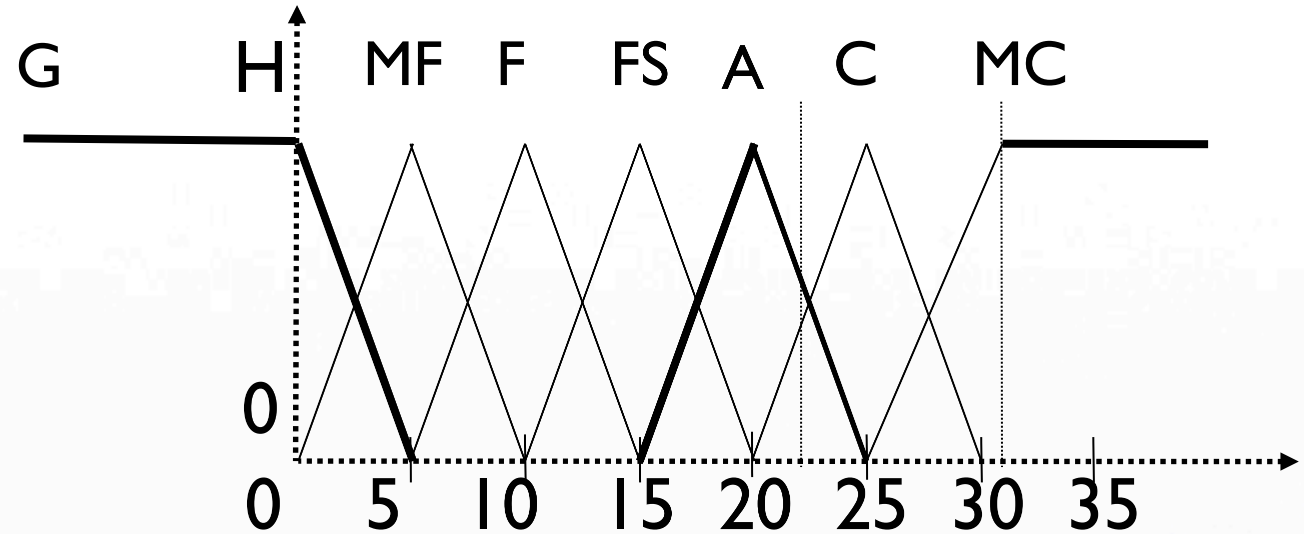
Representación práctica

Grado de fiebre = (b "baja" (37,37,37.6,38),
m "media" (37.6,38, 38.5,39),
a "alta" (38.5,39,43,43))
Necesidad: temperatura
(cuantitativa)

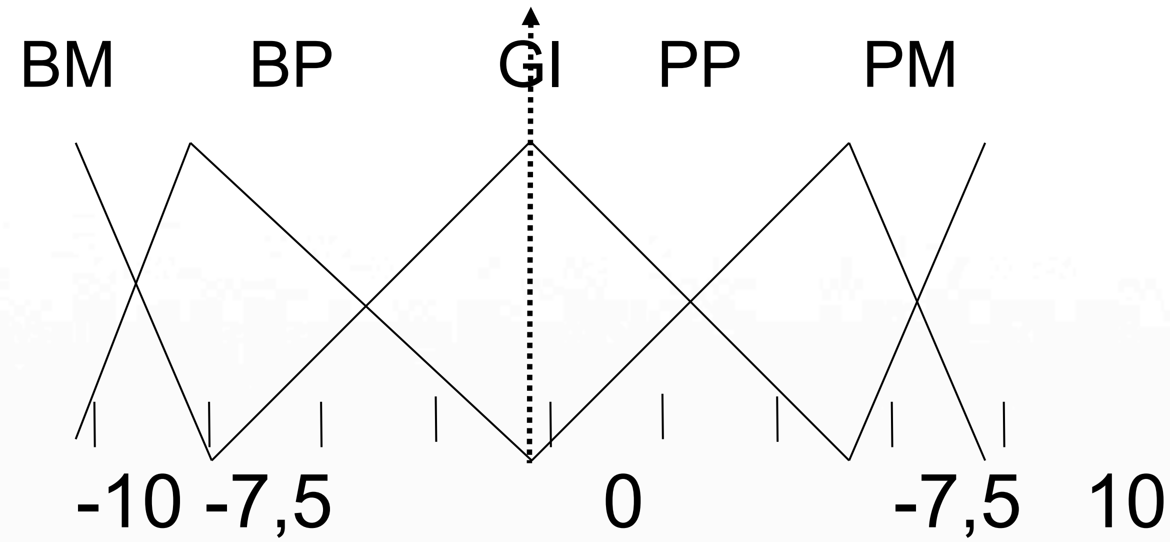


Representación práctica

- [Temperatura es *Helada*]
- [Temperatura es *Muy Fría*]
- [Temperatura es *Fría*]
- [Temperatura es *Fresca*]
- [Temperatura es *Agradable*]
- [Temperatura es *Calurosa*]
- [Temperatura es *Muy Calurosa*]

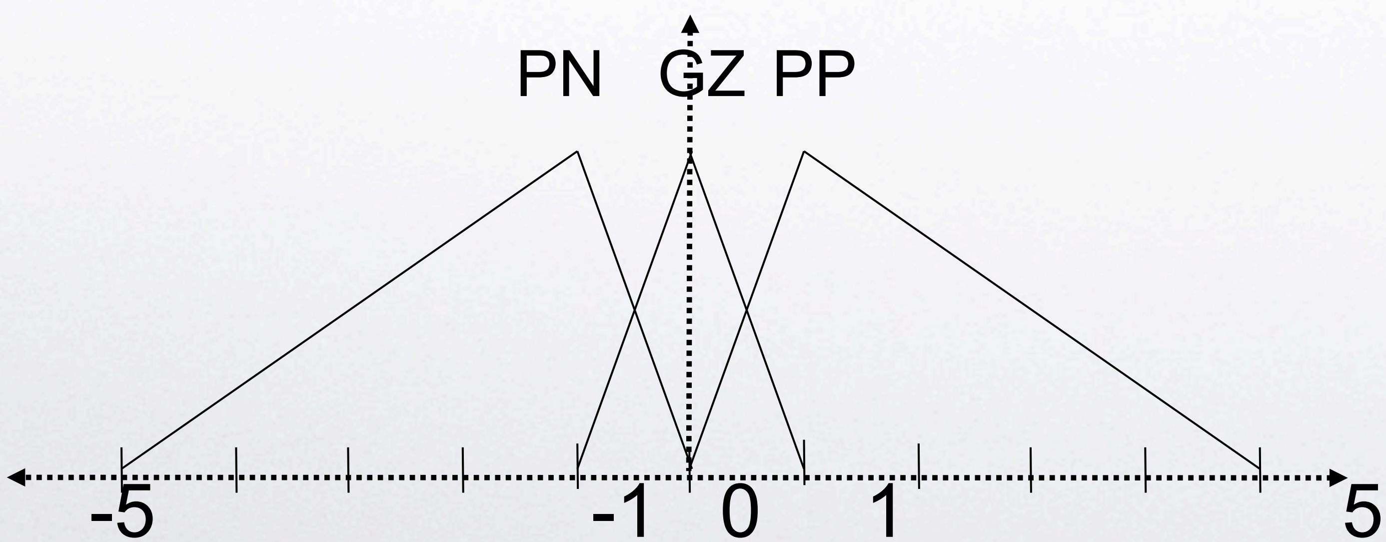


Representación práctica



Variación de la temperatura

n[ΔT = Sube Moito]
n[ΔT = Sube Poco]
n[ΔT = Aprox. Igual]
n[ΔT = Baixa Poco]
n[ΔT = Baixa Moito]



Variable de control

n[VC = Poc Positiva]
n[VC = Gairebé Zero]
n[VC = Poc Negativa]

Lógica difusa

Teoría de conjuntos ≡ Lógica de predicados

Extensión continua

Extensión continua por isomorfismo

↓ ↓

Teoría de los conjuntos difusos ≡ Lógica difusa

↓

Graduación de los valores de veracidad clásicos: falso ... cierto,
en el intervalo continuo [0,1] 0 1

Lógica difusa: conectivas

- Las *conectivas lógicas difusas* (operaciones con conjuntos difusos) se definen como funciones continuas en el intervalo [0, 1] que generalizan las conectivas clásicas:
  - Intersección de conjuntos ≡ $P \wedge Q$ ≡ T-norma (P,Q)
  - Unión de conjuntos ≡ $P \vee Q$ ≡ T-conorma (P,Q)
  - Complemento de un conjunto ≡ $\neg P$ ≡ Función de negación (P)

Negación difusa / Complemento

“Funciones de negación (fuerte)” N : [0,1] → [0,1]

Propiedades:

N(0) = 1 i N(1) = 0		condiciones de contorno
N(p) ≥ N(q)	si p ≤ q	monotonía
N(N(p)) = p		involución

Ejemplos:

N(x) = 1-x		
Nw(x) = (1-xw)1/w	∀ w > 0	Familia Yager
Nt(x) = (1-x) / (1+t*x)	∀ t > -1	Familia Sugeno

Conjunción difusa / Intersección

"T-Normas" $\quad T : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$

Propiedades:

$T(p,q) = T(q,p)$		conmutabilidad
$T(p,T(q,r)) = T(T(p,q),r)$		asociatividad
$T(p,q) \leq T(r,s)$	si $p \leq r \wedge q \leq s$	monotonía
$T(0,p) = T(p,0) = 0$		elemento absorbente
$T(1,p) = T(p,1) = p$		elemento neutro

Ejemplos:

$T(x,y) = \text{mín}\ (x,y)$	mínimo
$T(x,y) = x*y$	producto algebraico
$T(x,y) = \text{màx}\ (0, x+y-1)$	diferencia acotada

Disyunción difusa / Unión

“T-Conormas” $\quad$ **$S : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$**

Propiedades:

S(p,q)	=	*S(q,p)*	*conmutabilidad*
S(p,S(q,r))	=	*S(S(p,q),r)*	*asociatividad*
S(p,q)	≤	S(r,s) si p ≤ r ∧ q ≤ s	monotonía
S(0,p)	=	S(p,0) = p	elemento neutro
S(1,p)	=	S(p,1) = 1	elemento absorbente

Ejemplos:

S(x,y)	= max (x,y)	máximo
S(x,y)	= *x+y-x*y*	*suma algebraica*
S(x,y)	= *min (x+y,1)*	*suma acotada*