LAB. 3. Tworzenie modeli systemów dynamicznych.
Wpływ wybranych metod numerycznych oraz kroku całkowania na wyniki modelowania.

Systemem/układem dynamicznym nazywamy model matematyczny rzeczywistego zjawiska, którego „ewolucja" jest wyznaczana jednoznacznie przez stan początkowy. System taki jest najczęściej opisany pewnym równaniem bądź układem równań różniczkowych.

Sposób rozwiązywania równań różniczkowych w Simulinku można zapisać w postaci listy kroków przedstawionej poniżej.

1. Przekształcenie równania różniczkowego do takiej postaci, aby najwyższa pochodna znajdowała się po jednej ze stron równania, cała reszta po stronie przeciwnej.
2. Ustalenie liczby bloków całkujących potrzebnych do rozwiązania danego róznania różniczkowego, wstawienie ich do medelu i połączenie ich szeregowo.
3. Wstawienie do bloków całkujących odpowiednich warunków początkowych.
4. Wstawienie bloku sumującego, ustalenie liczby wejść oraz znaków, podłączenie wyjścia sumatora do wejśćia bloku całkującego najwyższą pochodną zmiennej.
5. Kolejno podłączanie wejść sumatora.
6. Podłączenie wykresu w taki sposób, aby wyświetlane były na nim wartości zmiennej w czasie.
7. Ustawienie czasu symulacji.
8. Ustawienie kroku całkowania.
9. Uruchomienie symulacji.

Przykład 1.
Rozwiąż poniższe równanie różniczkowe przy warunkach początkowych: $x(0) = 0$ i $\dot{x}(0) = 2$ oraz czasie symulacji równym 10.

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + \sin 3x - 0.1 = 0$$

Rozwiązanie równanie różniczkowego przedstaw na wykresie.

Przykład 2.
Rozwiąż poniższy układ równań różniczkowych przy warunkach początkowych: $x(0) = 70$ i $y(0) = 1$ oraz czasie symulacji 20.

$$\dot{x} = \cos \pi x - y$$

$$\dot{y} = x + \sin y$$

Rozwiązanie układu równań różniczkowych przedstaw na wykresie. Przyjmij zakresy zmiennej x oraz y na $< -80, 80 >$.

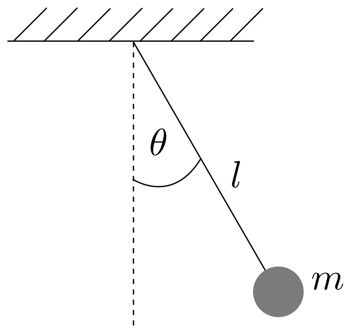
Zadanie 1 (4 punkty)
Rozwiąż poniższe równanie różniczkowe przy warunkach początkowych: $x(0) = 6$, $\dot{x}(0) = 0$ i $\ddot{x}(0) = 1$, czasie symulacji równym 12. Pamiętaj o ustawieniu kroku całkowania.

$$\dddot{x} - \sqrt{|0.1\ddot{x}|} + 10 \tan \dot{x} + 6.1(x + 0.5) - 1.2 = 0$$

Rozwiązanie równanie różniczkowego przedstaw na wykresie.

Zadanie 2 (4 punkty)
Zbuduj model reprezentujący wahadło na podstawie poniższego równania różniczkowego:

$$\ddot{\phi} + \frac{k}{m}\dot{\phi} + \frac{g}{l}\sin(\phi) = 0$$



gdzie:
m – masa wahadła $\Rightarrow$ 10,
l – długość wahadła $\Rightarrow$ 3,
k – wsp. tłumienia $\Rightarrow$ 1,
g – przyśpieszenie ziemskie $\Rightarrow$ 10,
ϕ – kąt wychylenia wahadła.

Przyjmij:
Czas symulacji = 100,
Początkowy kąt wychylenia wahadła $(\phi_0) = 90°$.

Uwaga! Funkcja sinus wymaga zamiany kąta na radiany.

$$\phi_{rad} = \frac{\phi_0 \cdot \pi}{180}$$

Zadanie 3 (2 punkty)
Zbadaj wpływ doboru kroku oraz doboru metody na działanie modelu.
Porównaj wpływ wielkości kroku na działanie modelu, dla metody Eulera:

- Ode1 (Euler), fixed-step size = 0.1
- Ode1 (Euler), fixed-step size = 0.01

Przyjmij początkowy kąt wychylenia wahadła $(\phi_0) = 180°$.

Porównaj wpływ metody na działanie modelu:

- Ode1 (Euler), fixed-step size = 0.01
- Ode4 (Runge-Kutta), fixed-step size = 0.01

Przyjmij początkowy kąt wychylenia wahadła $(\phi_0) = 90°$.