La Magnétosphère –

Introduction à la physique des plasmas

Laboratoire de Physique des Plasmas

IMAOC6 2024 (14-25/Oct.) – Conakry, Guinée

Olivier Le Contel (compléments)
Cours préparé par M. Berthomier (IMAO 2019)
Laboratoire de Physique des Plasmas
CNRS, École Polytechnique et Sorbonne Université, Paris

Courriel: olivier.lecontel@lpp.polytechnique.fr

Objectif et plan du cours

L'objectif de ce cours introductif est de présenter quelques notions de physique des plasmas nécessaires à la compréhension de la description de la magnétosphère terrestre qui suivra.

1. Qu'est-ce qu'un plasma ?

1. Comment décrire les plasmas ?

1. La dynamique des particules chargées ♏♦ les courants associés

1. Qu'est-ce qu'un plasma ?

- Un gaz constitué d'électrons et d'ions « quasi-neutre »

  à l'échelle macroscopique : $$\sum_i (q_i n_i) - en = 0$$

- Dominance de la force de Coulomb sur les collisions binaires

\- Coulomb : interaction à longue portée en $1/r^2$ 🖫✇ effets collectifs

\- Ecrantage des ions par les électrons : longueur de Debye λ_{De}

$$V_{q_i}(r) = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r}\exp\left(-\frac{r}{\lambda_{De}}\right); \qquad \lambda_{De} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}$$

k_B= 1.38 10^{-23} J/K : constante de Boltzmann

T_e : température électronique

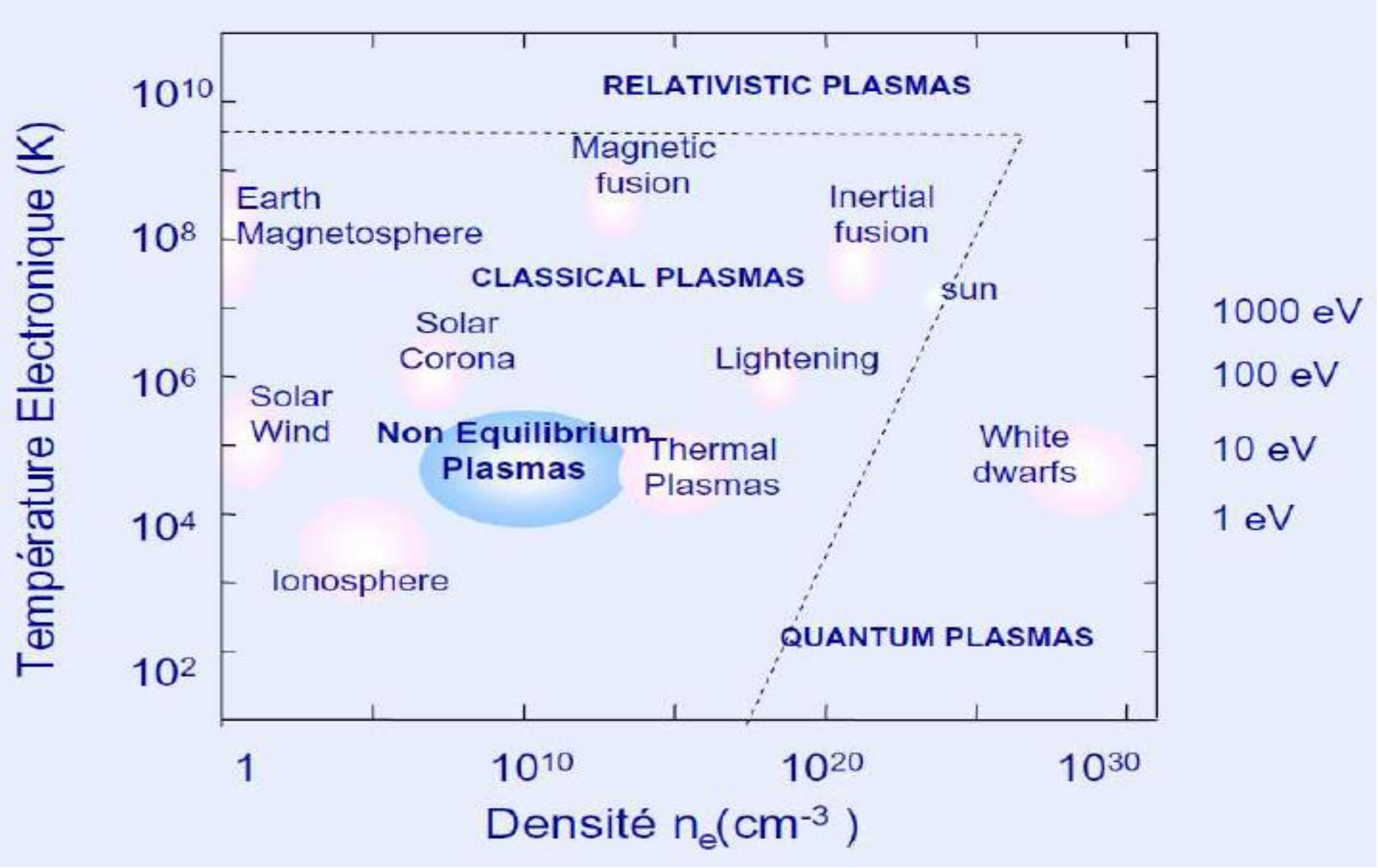
= compétition entre force coulombienne et agitation thermique

- Oscillations naturelles du plasma et fluctuations électromagnétiques

  Exemple des oscillations à la fréquence plasma

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_{eo}e^2}{m_e\varepsilon_o}}$$

La diversité des plasmas



99% de la matière visible de l'Univers est à l'état de Plasma !

2. Comment décrire les plasmas ?

- Les effets collectifs sont dominants, on doit décrire le comportement moyen des particules chargées via leur densité de charge et de courant

$$\rho_q = \sum_i n_i q_i \text{, densité de charge}$$
$$\vec{j} = \sum n_i q_i \vec{v}_i \text{, densité de courant}$$

- Les équations de Maxwell décrivent l'évolution de ces quantités soumises au champ électromagnétique moyen produit par leur mouvement collectif

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho_q}{\varepsilon_0} \qquad \text{(équation de Poisson)}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{(loi de Faraday)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \text{(équation d' Ampère)}$$

L’approche cinétique des plasmas

- Seul le comportement moyen des particules chargées est pertinent

- Chaque espèce de particules a une certaine probabilité d’avoir une vitesse donnée et de se trouver en point donné de l’espace

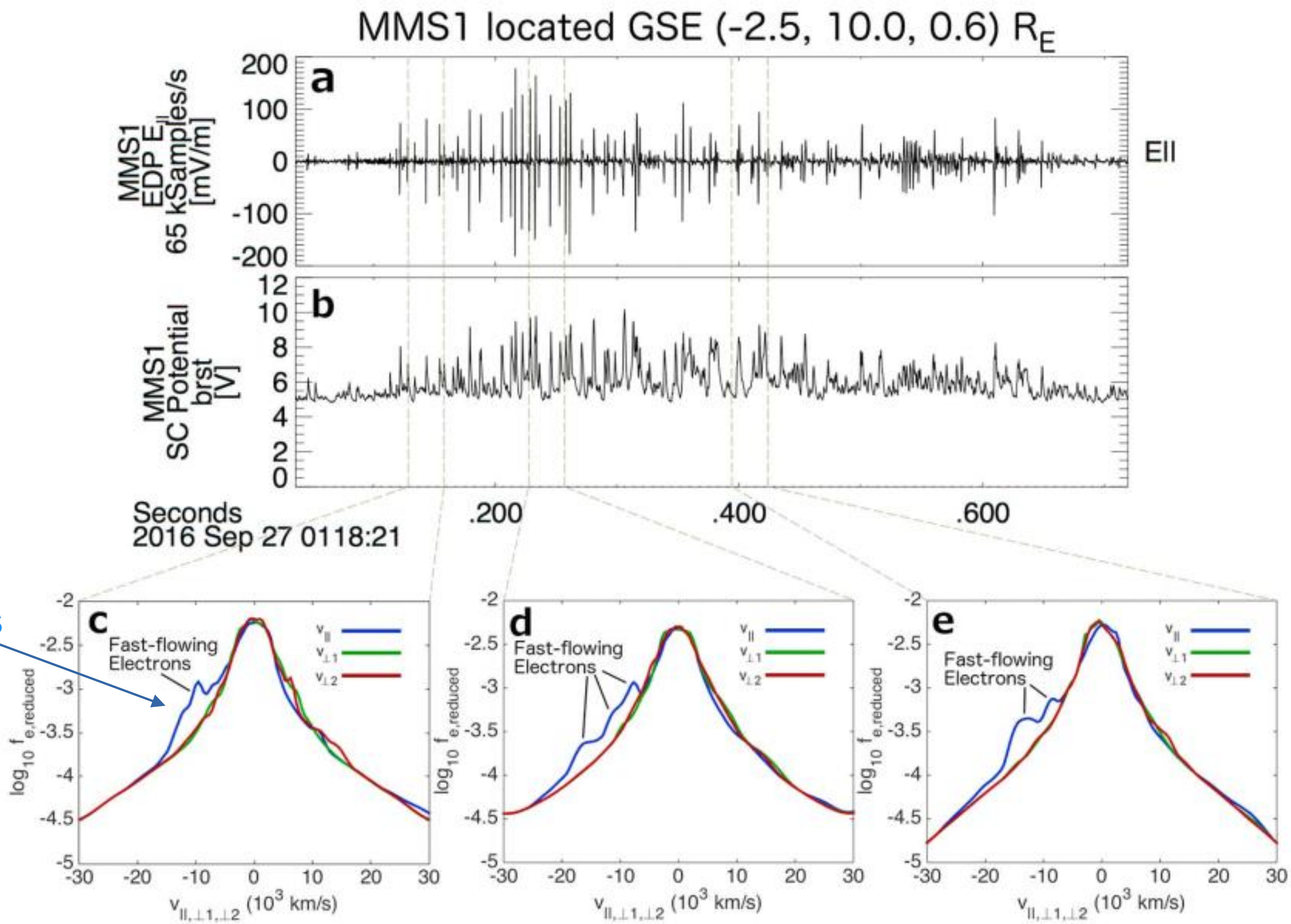
- Cette probabilité est proportionnelle à une grandeur appelée « fonction de distribution » f de l’espèce « s » qui évolue selon l’équation

de Vlasov
$$\boxed{\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_s + \frac{q_s}{m_s}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = 0}$$

dans le cas d’un plasma **non-collisionnel** soumis à un champ EM.

=> Couplage non-linéaire entre l’évolution de la fonction de distribution décrit par Vlasov et l’évolution du champ EM décrit par Maxwell

Mesures spatiales *in situ*



Faisceaux d'électrons

Exemple de fonctions de distribution des électrons mesurée par la mission MMS, Holmes et al., JGR, 2018

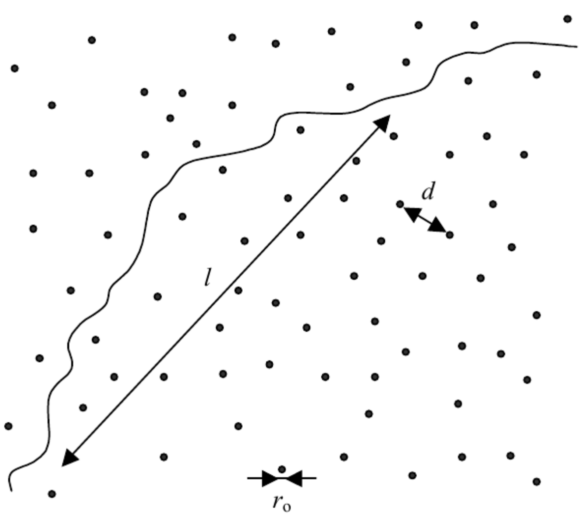
Collisionnel ou non collisionnel ?

- Il n'est pas nécessaire que les collisions soient totalement
- absentes pour qu'un plasma puisse être dit non-collisionnel :

- Il peut suffire que l'échelle spatiale du phénomène soit plus petite que le libre parcours moyen (qui est la distance moyenne entre deux collisions successives $\lambda=1/n\sigma$, σ section efficace) : $\lambda/L \gg 1$

- λ est donnée par la diffusion de Rutherford
- pour un plasma (force coulombienne en $1/r^2$)

$$\lambda = \frac{4\pi\varepsilon_o^2 (kT)^2}{ne^4 \ln\Lambda}$$



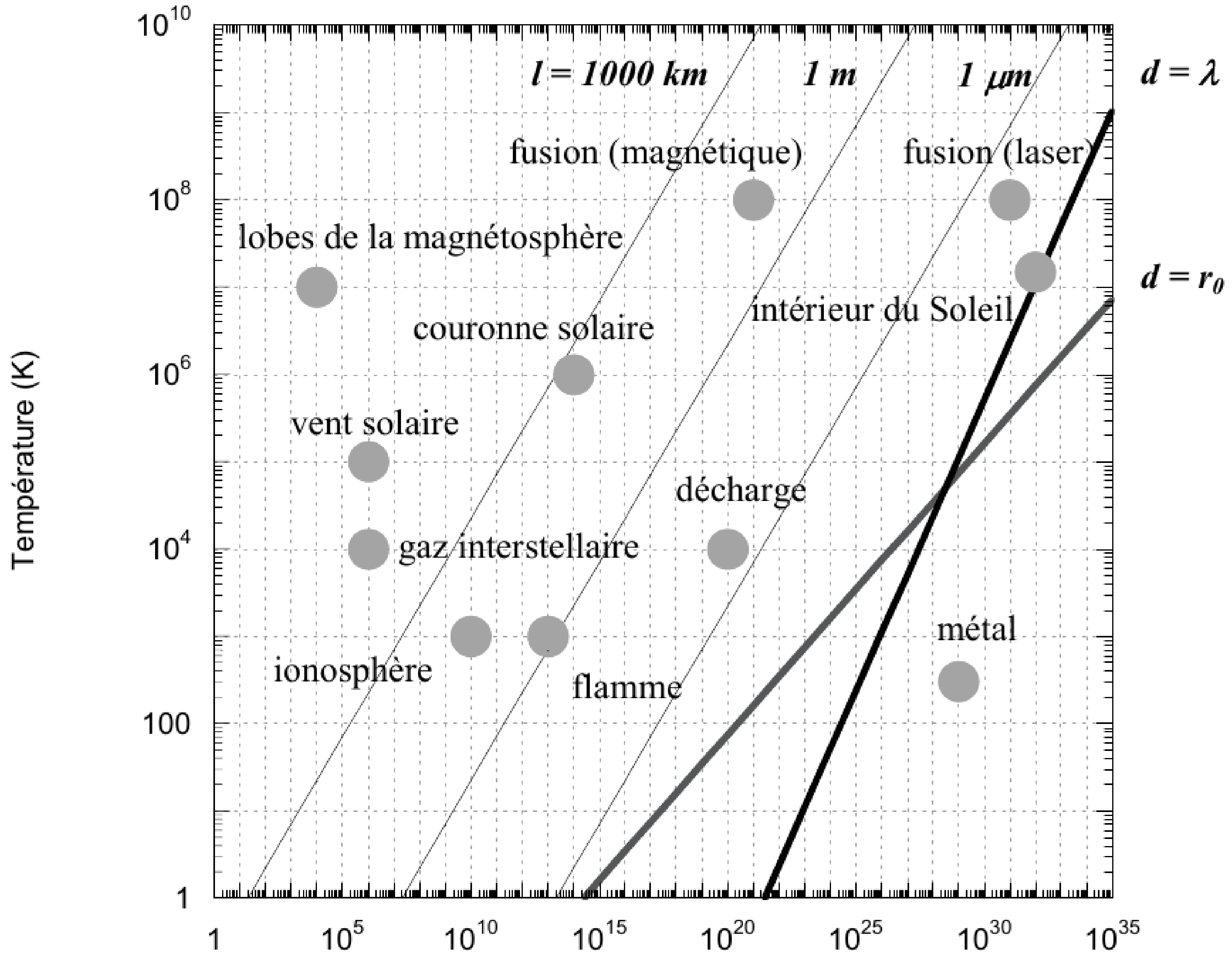
$$r_o = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o kT}$$

T température, e charge

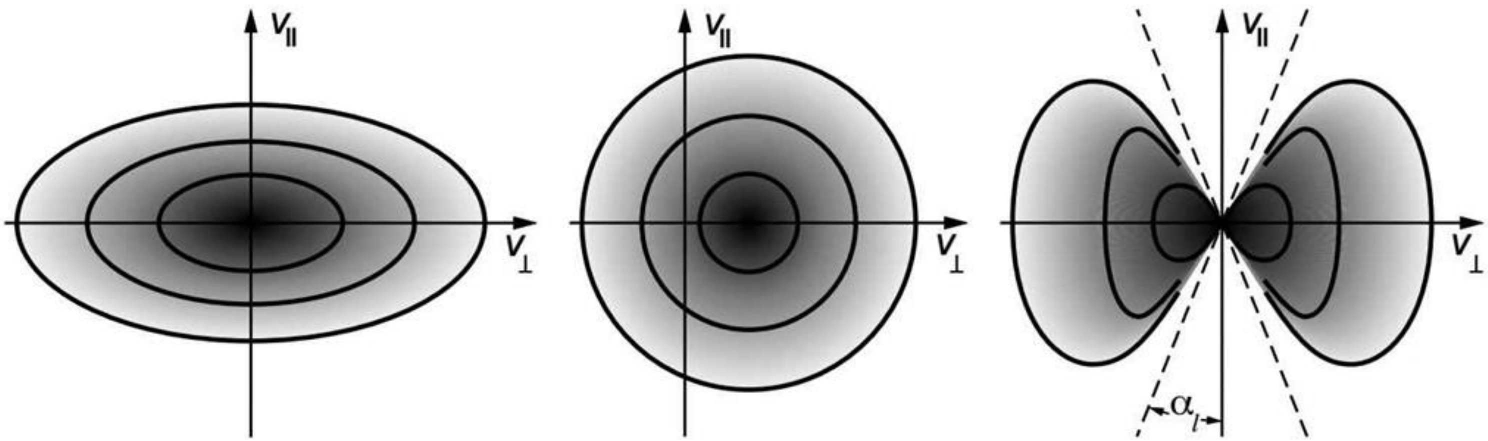
$d \sim n^{-1/3}$

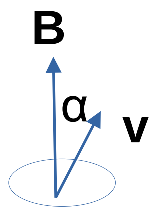
L. Rezeau, G. Belmont, introduction aux

La plupart des plasmas sont dilués et la probabilité de collisions est très faible



Quelques fonctions de distribution





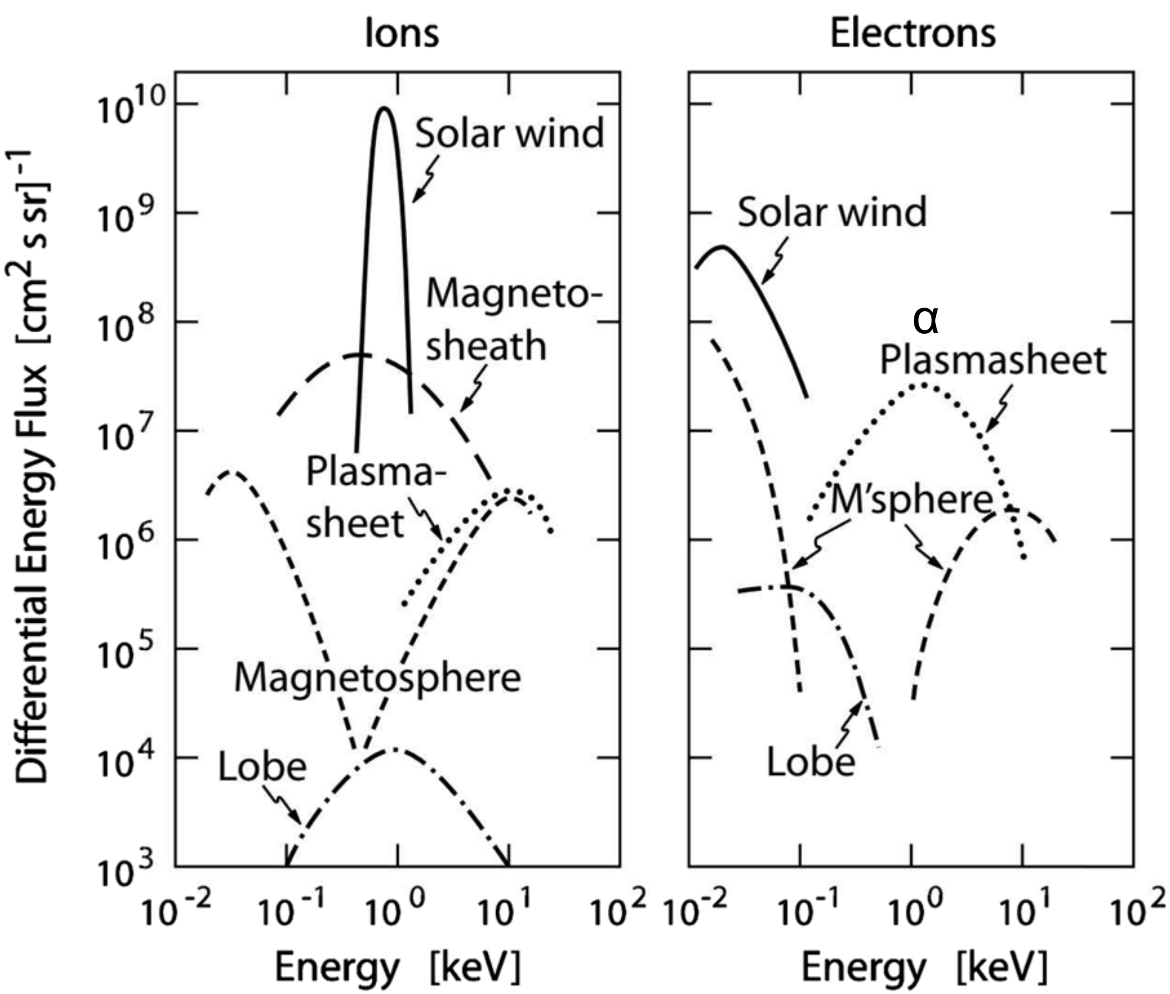
Anisotrope

Dérivante

En cône de perte

$$f(v_\perp, v_\parallel) = \frac{n}{T_\perp T_\parallel^{1/2}} \left(\frac{m}{2\pi k_B}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m v_\perp^2}{2k_B T_\perp} - \frac{m v_\parallel^2}{2k_B T_\parallel}\right)$$

Les flux de particules mesurés

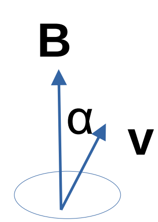


$$J(W, \alpha, \mathbf{x}) = \frac{v^2}{m} f(v_\parallel, v_\perp, \mathbf{x})$$

Flux différentiel en énergie : grandeur mesurée par les spectromètres plasma

W : énergie

α : angle d'attaque



Les moments de la fonction de distribution

- Dans certaines conditions, on peut simplifier la description du plasma :

- si les échelles spatiales des variations du champ EM sont grandes devant les échelles liées au mouvement des particules (ex: rayon de Larmor)

- si le temps caractéristique d'évolution du champ EM est grand devant les échelles de temps liées au mouvement des particules (ex: giropériode)

- On définit des grandeurs moyennées par intégration de la fonction de distribution sur les vitesses possibles des particules, les moments de f :

densité : $$n_i(\vec{x},t) = \int f_i(\vec{x},\vec{v},t)\, d\vec{v}$$

vitesse moyenne : $$\langle \vec{v}_{oi} \rangle (\vec{x},t) = \frac{1}{n_i} \int \vec{v}\, f_i(\vec{x},\vec{v},t)\, d\vec{v}$$

température : $$\frac{3}{2} k T_i(\vec{x},t) = \frac{1}{n_i} \int \frac{1}{2} m_i \left(\vec{v} - \langle \vec{v}_{oi} \rangle\right)^2 f_i(\vec{x},\vec{v},t)\, d\vec{v}$$

L'approche multi-fluides

- L'intégration de l'équation de Vlasov sur l'espace des vitesses relie le moment d'ordre n au moment d'ordre n+1 de f pour l'espèce i :

1. Equation de continuité :

$$\boxed{\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla}.(n_i \vec{v}_i) = 0}$$

2. Equation de mouvement :

avec un terme de pression :

$$\boxed{n_i m_i \left(\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i.\vec{\nabla})\vec{v}_i \right) = n_i q_i \left(\vec{E} + \vec{v}_i \times \vec{B} \right) - \vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{P_i}}}$$

P_i, pression partielle de l'espèce i

- Le tenseur de pression est relié au moment d'ordre 3, etc…

→ nécessité de « fermer » ce système d'équations

→ Ex: loi des gaz parfaits ou loi polytropique

L'approche Magnéto-HydroDynamique (MHD)

- Lorsque l'évolution du champ EM se fait si lentement et à si grande échelle que les électrons et les ions se comportent comme un seul fluide

On définit:

$$m = \sum_i m_i, \qquad n = \frac{\sum_i m_i n_i}{\sum_i m_i}, \qquad \vec{v} = \frac{\sum_i m_i n_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i n_i}$$

On somme sur toutes les espèces:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}.(n\vec{v}) = 0$$

$$nm\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v}.\vec{\nabla}\right)\vec{v}\right) = -\vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{P}} + \rho_q \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} + \ldots$$

....

- Maxwell et une relation de fermeture de type polytropique $Pn^{-\gamma}$ = cte (e. g., γ = 1 isotherme, γ = 5/3 adiabatique) complètent l'approche MHD

Lois d'Ohm

Loi d'Ohm MHD idéale (champ gelé)
On néglige les effets d'inertie et le gradient de pression (ou la divergence du tenseur de pression dans un cas non isotrope et non girotrope)
=> $\mathbf{E} + \mathbf{v_i} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$

Loi d'Ohm avec effet Hall (découplage des ions)
$\mathbf{E} + \mathbf{v_i} \times \mathbf{B} = \ = \mathbf{J} \times \mathbf{B}/(ne)$

Loi d'Ohm avec effect Hall et gradient de pression électronique

$\mathbf{E} + \mathbf{v_i} \times \mathbf{B} = \ = \mathbf{J} \times \mathbf{B}/(ne) - \nabla \mathbf{P_e}/(ne)$

$\mathbf{E} + \mathbf{v_e} \times \mathbf{B} = \ = \ - \nabla \mathbf{P_e}/(ne)$

=> ions et électrons découplés

Loi d'Ohm avec les effets d'inertie

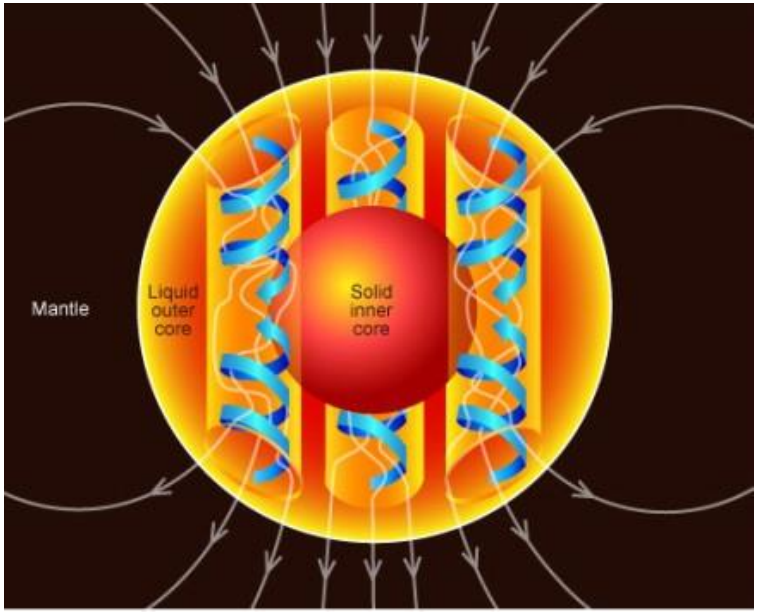
$\mathbf{E} + \mathbf{v_i} \times \mathbf{B} \ = \mathbf{J} \times \mathbf{B}/(ne) - \nabla \mathbf{P_e}/(ne) + m_e(d\mathbf{v_e}/dt)/e$

Tous les termes de droite peuvent contribuer au découplage des ions

3. La dynamique des particules chargées

- Les plasmas naturels et de laboratoire sont soumis à des champs EM « externes », i.e. créés par des sources externes au plasma étudié

Ex: Le champ magnétique terrestre, créé par la « dynamo » planétaire



Ce champ externe…
…est un champ interne !

- Comprendre/classifier le mouvement des particules individuelles dans un champ EM externe guide l'analyse de la dynamique propre du plasma

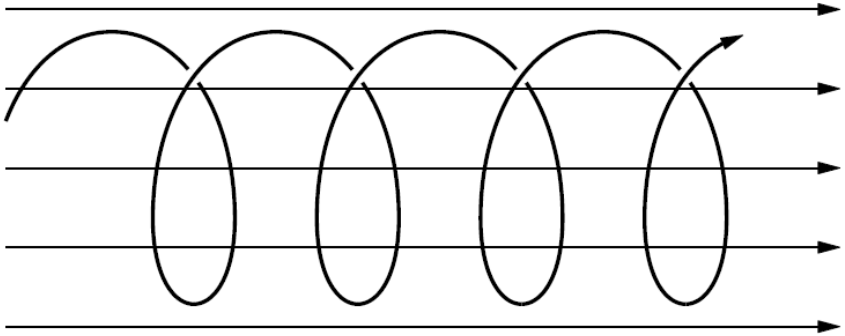
Mouvement dans un champ E ou B uniforme

- Dans un plasma non-collisionel, non-relativiste et sans gravitation, la dynamique des particules chargées obéit à la loi de la dynamique

$$m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = q\overrightarrow{E} + q(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B})$$

- En champ **B** nul, une particule subit une accélération constante, dirigée le long du champ **E**, induisant une séparation de charge locale

- En champ **E** nul et **B** constant, les particules suivent un mouvement de giration périodique autour du champ **B**

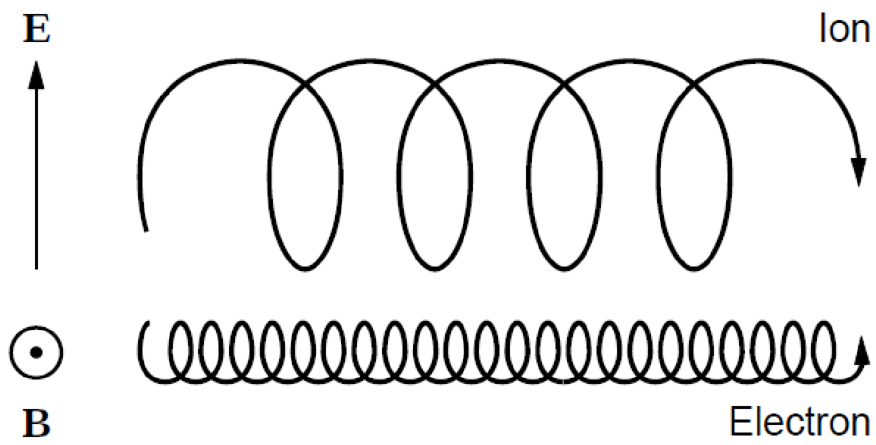


$$r_g = \frac{v_\perp}{|\omega_g|} = \frac{m v_\perp}{|q|B}$$ rayon de Larmor

$$\omega_g = \frac{qB}{m}$$ pulsation cyclotron

Mouvement dans un champ E et B uniformes

- Il y a souvent une échelle de temps et d'espace pour laquelle les champs E et B peuvent être considérés uniformes pour certaines particules dont le rayon de Larmor est petit et dont la période de giration est courte



- On peut mettre en évidence, en moyennant sur la période cyclotron, une vitesse de dérive du « centre guide » de la trajectoire de ces particules

Elle ne dépend ni de la charge
ni de l'énergie des particules chargées

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}$$

Dérive dans un champ B inhomogène

- Plus généralement, toute force F s'exerçant sur une particule chargée de manière transverse par rapport au champ **B** moyen, provoquera une dérive perpendiculaire à la force et au champ **B**

$$\mathbf{v}_F = \frac{1}{\omega_g}\left(\frac{\mathbf{F}}{m} \times \frac{\mathbf{B}}{B}\right)$$

- Parmi ces dérives, celles liées à l'inhomogénéité du champ **B** sont de première importance pour la physique magnétosphérique

dérive de gradient de

$$\mathbf{v}_\nabla = \frac{m v_\perp^2}{2q B^3} (\mathbf{B} \times \nabla B)$$

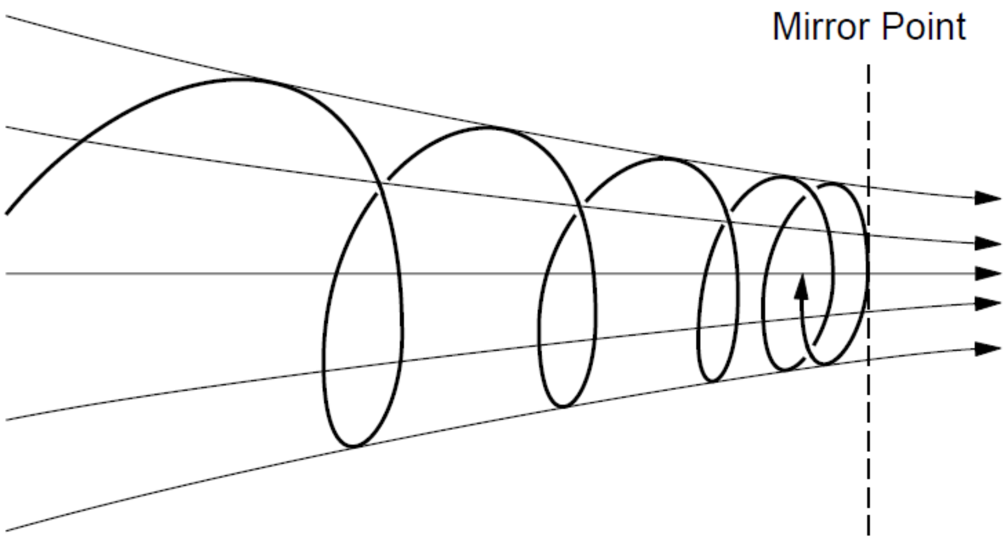
dérive de courbure de B

$$\mathbf{v}_R = \frac{m v_\parallel^2}{q} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{R_c^2 B^2}$$

Effet de miroir magnétique

$\sin\alpha_{eq} / B_{eq} = 1/B_m$

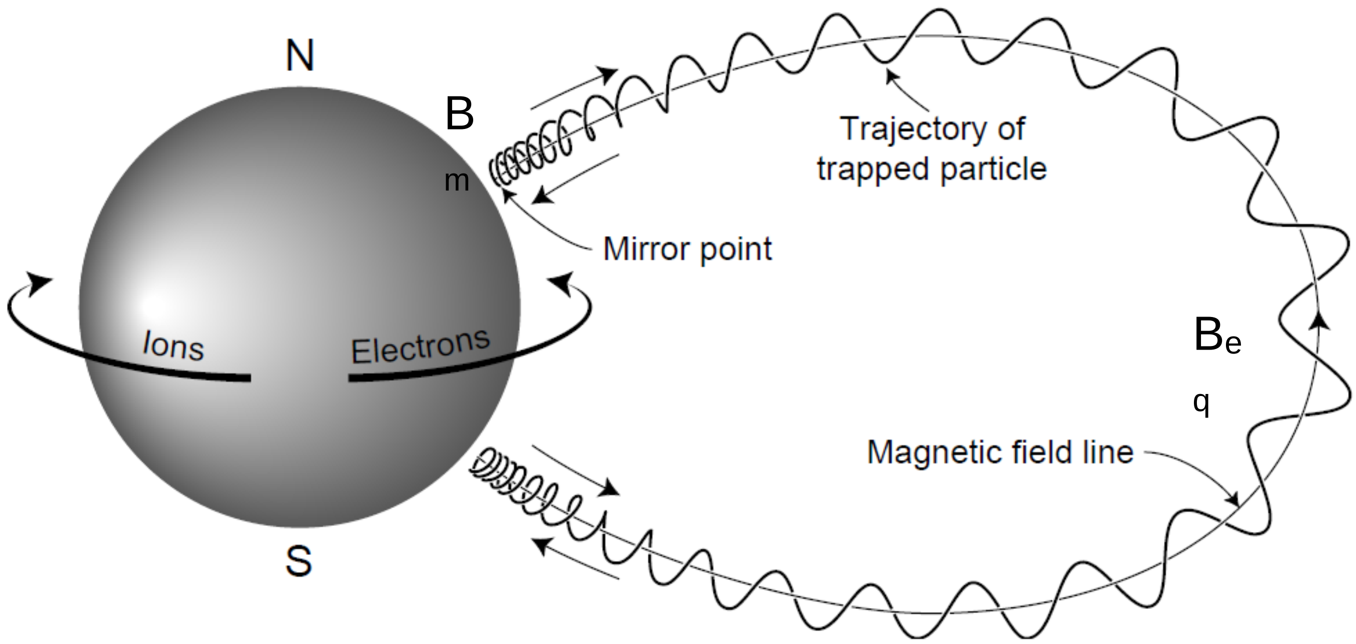
- Dans le cas d'un champ **B** convergent (ex: quand on se rapproche de la Terre)



- Une particule chargée voit un champ **B** qui augmente, ce qui augmente sa vitesse transverse car son moment magnétique $\mu = mv^2_{\perp}/2B$ se conserve

- Son énergie totale étant constante, sa vitesse parallèle diminue, dans certains cas jusqu'à un point miroir où elle rebrousse chemin

Application au cas du champ B terrestre



$\mu = mv^2_{\perp}/2B = cte$

$\sin\alpha_{eq} / B_{eq} = 1/B_m$

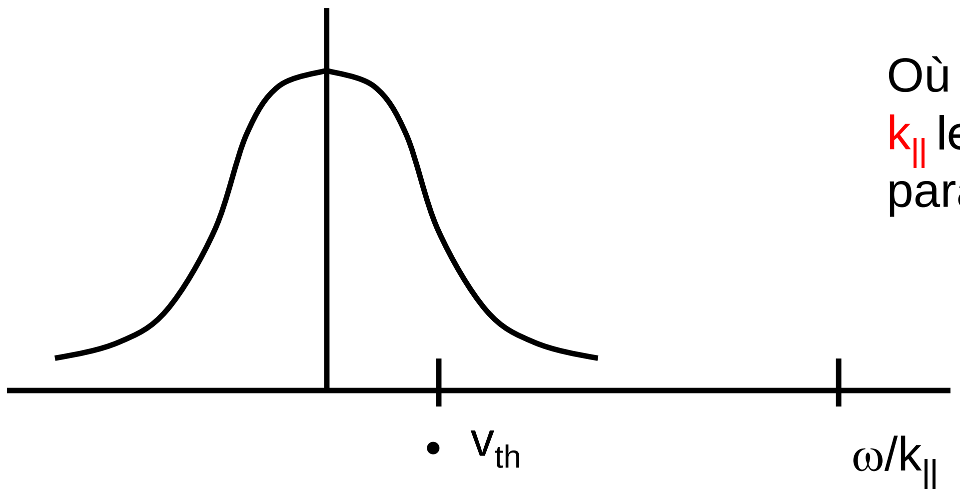
- Le champ B terrestre induit un triple mouvement périodique :

- mouvement cyclotron rapide (< 1 sec pour les protons)
- mouvement de rebond inter-hémisphérique le long de B (<1 min)
- mouvement de dérive en longitude lié au gradient/courbure de B (~jours)

- Les champs **E** dus au couplage avec le vent solaire induisent un transport du plasma à grande échelle par dérive en **E**x**B**

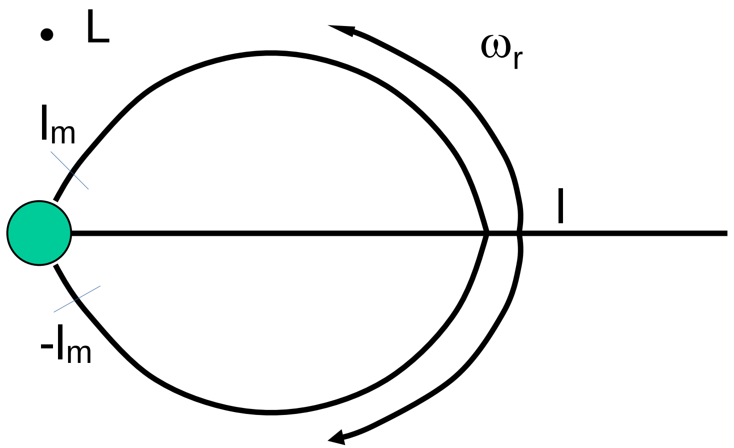
Hypothèse des descriptions fluides

- Régime « adiabatique » en milieu homogène : $\omega \gg k_{||}v_{th}$



Où ω est la fréquence de la perturbation, $k_{||}$ le vecteur d'onde dans la direction parallèle à B et v_{th} la vitesse thermique

- En milieu inhomogène : $\omega \gg k_{||}v_{th} \sim v_{th}/L \sim \omega_r = \int dl/v_{||}$



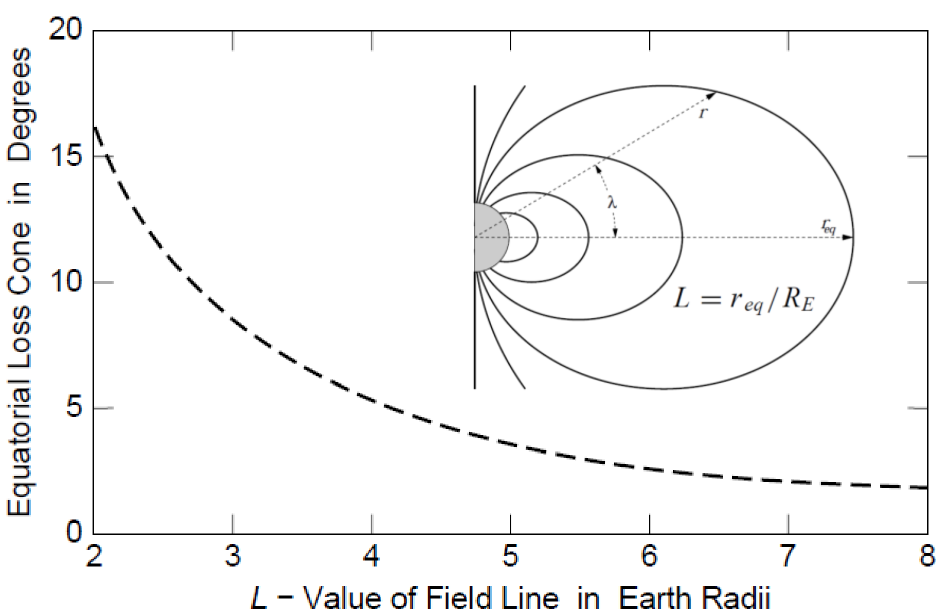
ω_r est la fréquence de rebonds

Piégeage des particules

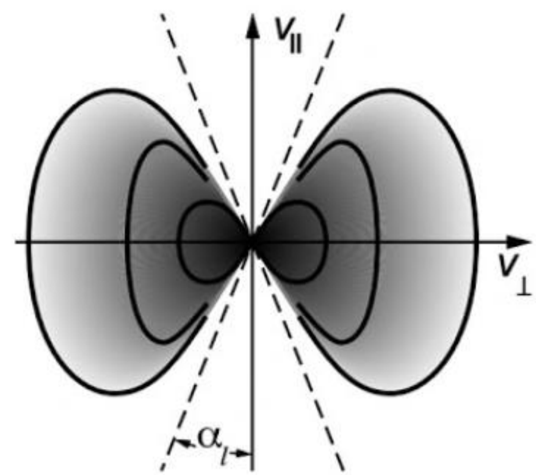
- Les particules situées sur les lignes dipolaires du champ **B** peuvent être piégées sur ces lignes de force

  formation des ceintures de radiation

- Cône de perte dans la fonction de distribution des particules piégées: particules dont la vitesse parallèle initiale est trop forte pour ne pas précipiter vers l'ionosphère ou la haute atmosphère



$\sin\alpha_{eq} / B_{eq} = 1/B_m$



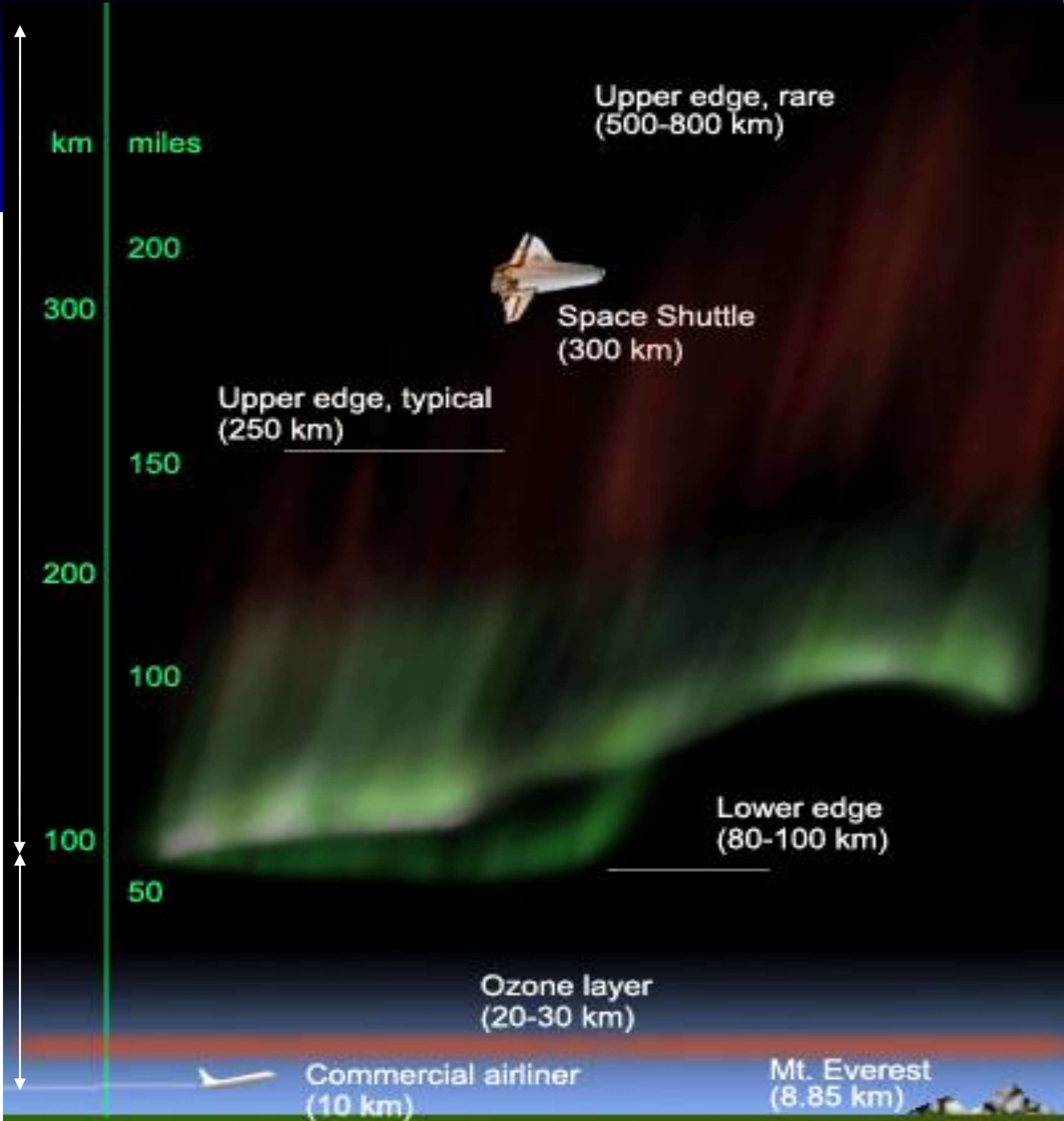
Distribution en cône de perte

Quelques notions sur les aurores

Atmosphère ionisée
(ionosphère)

Une aurore n'est pas un phénomène météorologique

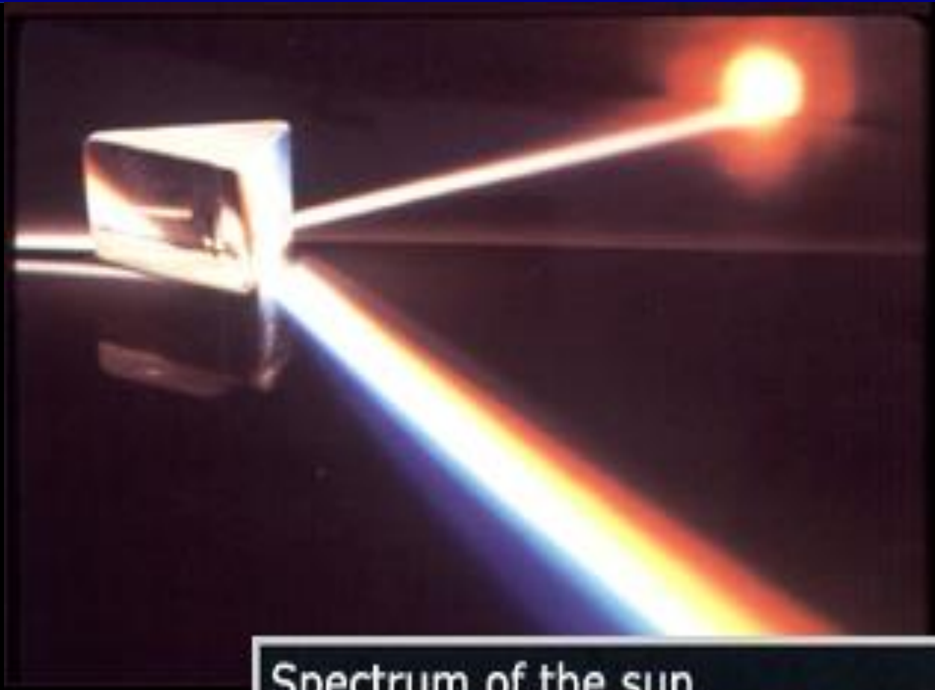
Atmosphère neutre

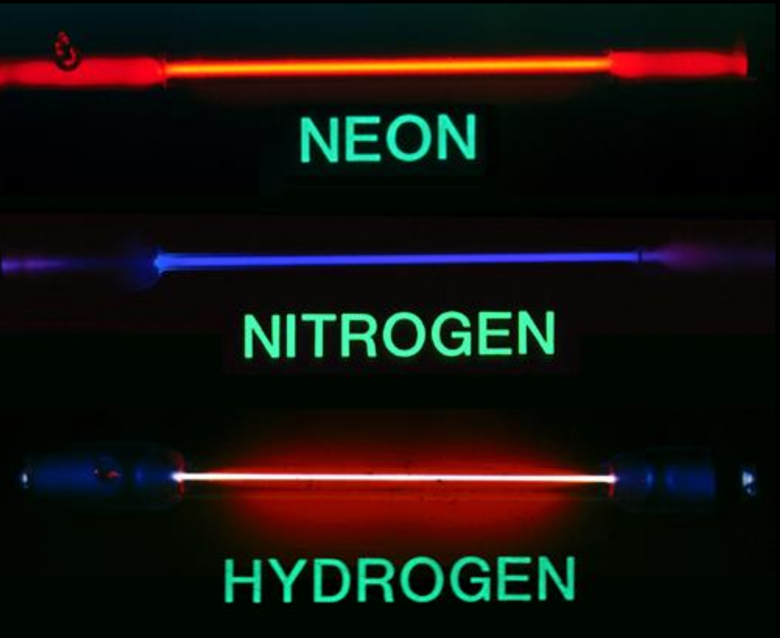


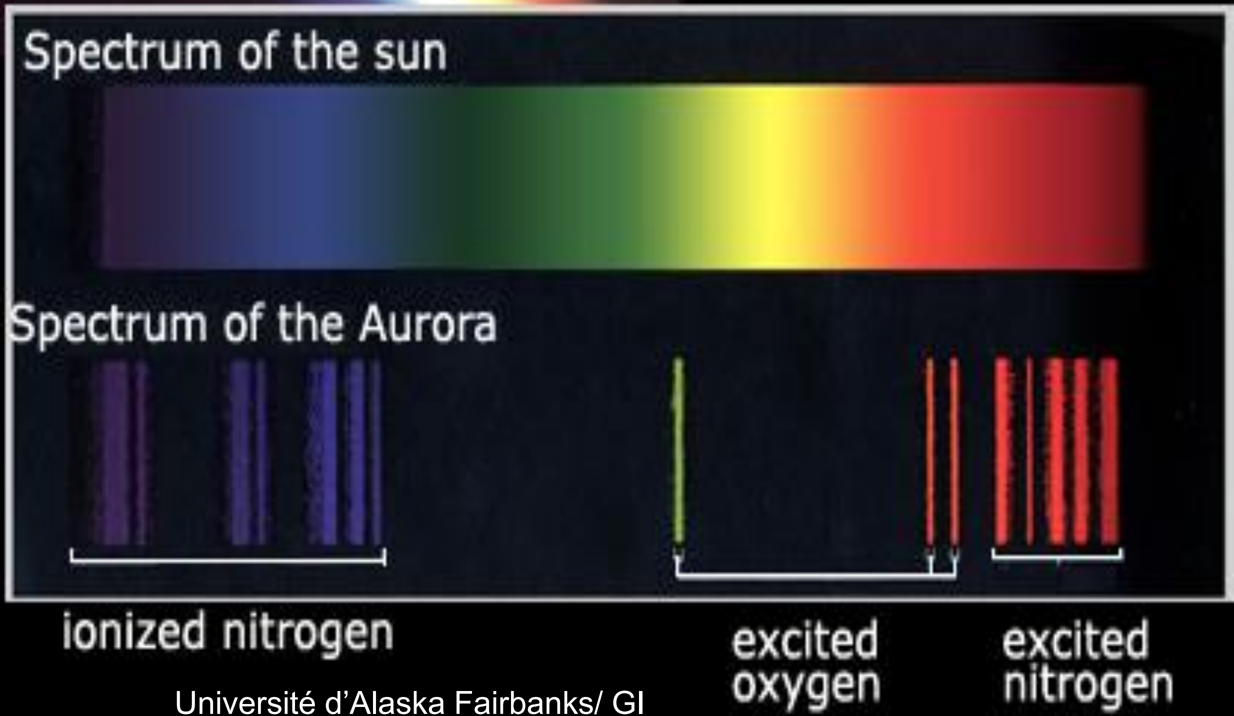
Graphique :K.Akasofu

Les couleurs des aurores (I)

Anders J. Angström
1814-1874

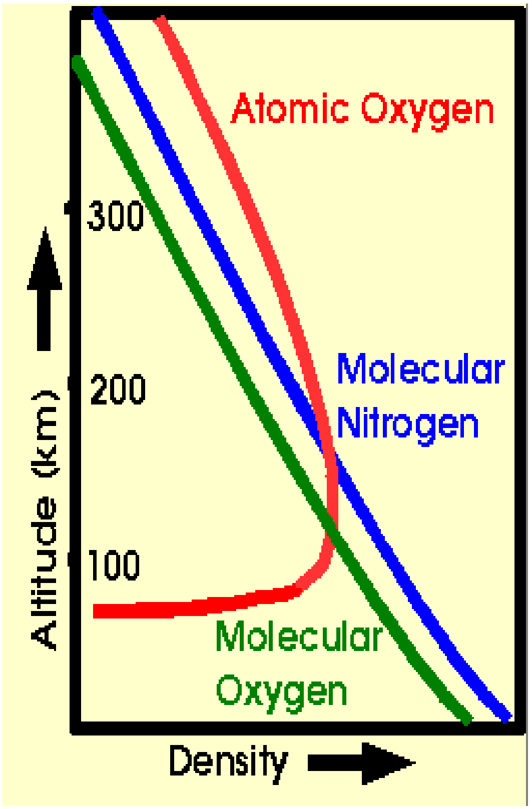


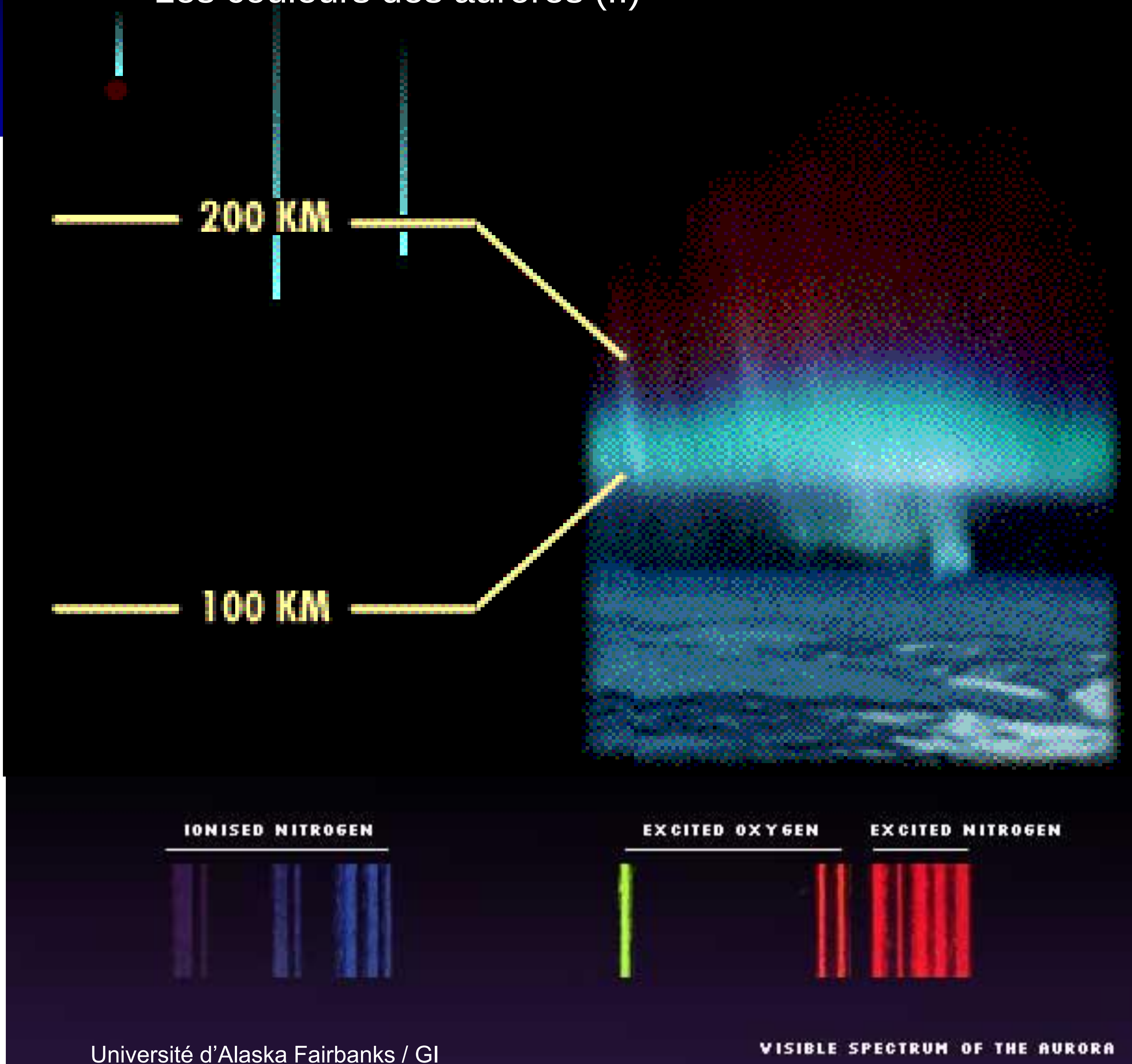




Université d'Alaska Fairbanks/ GI

Les couleurs des aurores (II)



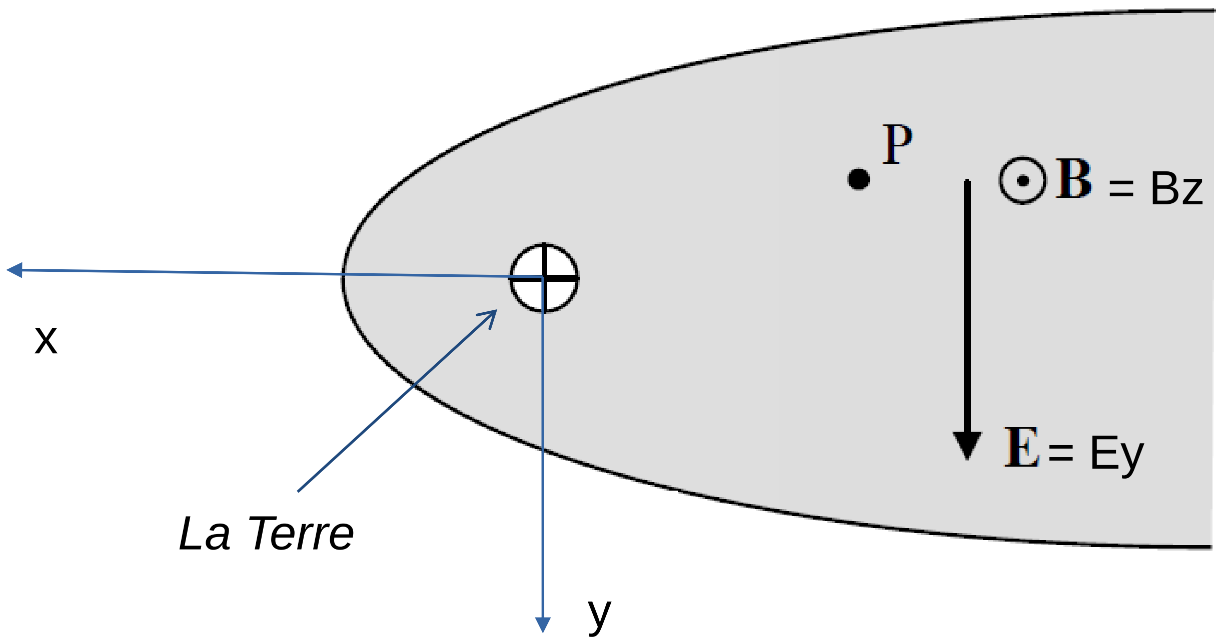


Université d’Alaska Fairbanks / GI

Travaux Pratiques 1

Dynamique des particules chargées dans la magnétosphère

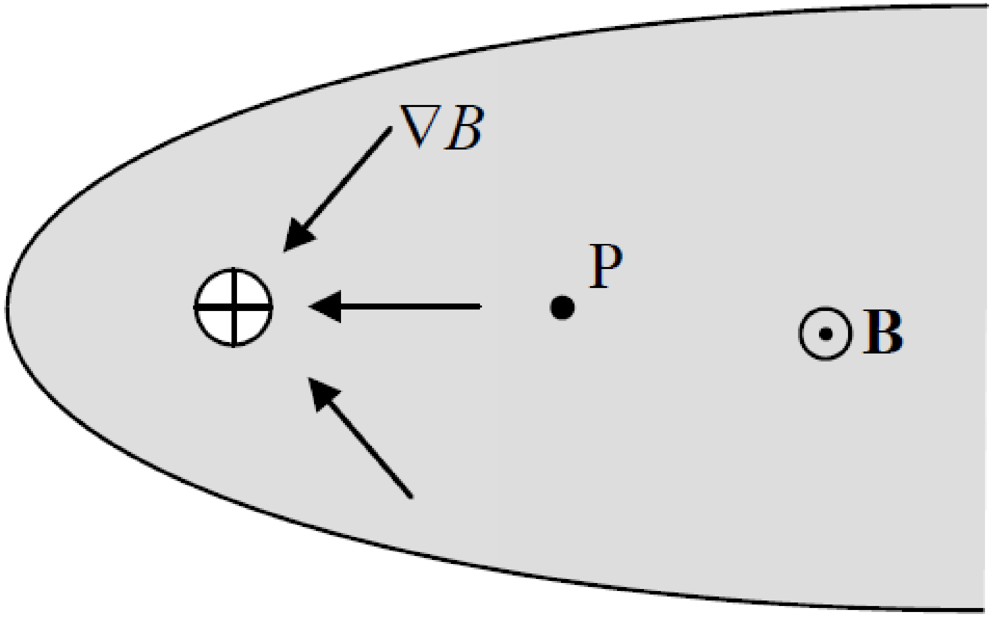
Dans quelle direction les électrons/ions en P dérivent-ils ?



Vue de dessus de la magnétosphère, dans le plan équatorial

Calculez leur vitesse de dérive si E=2 mV/m et B=100 nT

Dans quelle direction les électrons/ions en P dérivent-ils ?



Vue de dessus de la magnétosphère, dans le plan équatorial

Dans la couche de plasma au centre de la queue géomagnétique l'énergie moyenne des ions est de 10 keV celle des électrons de 5keV
Estimez la période de rebonds de chacune des espèces en prenant pour ordre de grandeur de la ligne de champ la distance Terre-Soleil de 10 RT ?
Quelle échelle de temps cela donne t-il pour les échanges ionosphère/magnétosphère ?