

Задача 1. Значение X хранится где-то в памяти EREW PRAM. Покажите, как скопировать X в каждую ячейку массива длины p в EREW PRAM с p процессами. Определите, за сколько можно сделать тоже самое в CREW и CRCW PRAM.

Solution.

1) EREW PRAM.

Как я поняла условие, X хранится где-то внутри массива A , который нужно заполнить X , получается, что в остальных ячейках A нули.

Тогда пусть i -ый процесс читает i -ую ячейку (очевидно чтение exclusive), и если там X , то будем его копировать в ячейку $(i + \log(n) + k) \% n$, где k - номер итерации (запись тоже exclusive по этой функции).

Таким образом, после каждой итерации кол-во записанных X увеличивается в 2 раза. Получаем $\text{Time} = \log(n)$ (по основанию 2).

```

i
k = 0 // number of times when X was written by cur thread
for j := 0 to lg(n) {
    myCell = global_read A[i]
    if myCell != null { // there is X
        indexToWrite = (i + lg(n) + k) % n
        k++
        global write myCell into A[indexToWrite]
    } else {
        skip(3)
    }
}

```

В моделях CREW и CRCW копирование будет за $\text{Time} = O(1)$. На первой итерации прочитаем X из какого-то i и положим его в 0-ую ячейку. На второй итерации прочитаем оттуда всеми p потоками (т.к чтение concurrent) и запишем в i -ый индекс (тут concurrency of write ничего не меняет).

Задача 2. Докажите, что level-by-level шедулер из теоремы Брента работает не хуже, чем в 2 раза от оптимального.

Solution.

По теореме Брента: $T \leq \frac{W}{P} + S$

Заметим, что 1) время (Time) исполнения в PRAM не может быть меньше, чем кол-во операций (Work) делённое на кол-во процессов: $T \geq \frac{W}{P}$, 2) оно не может быть меньше, чем кол-во шагов (уровней - S) алгоритма: $T \geq S$.

\Rightarrow

$$T \geq \max\left(\frac{W}{P}, S\right),$$

$$\max\left(\frac{W}{P}, S\right) \leq T \leq \frac{W}{P} + S, [1]$$

а) если $\frac{W}{P} > S$, то правая часть неравенства [1] явно меньше, чем в 2 раза, больше чем левая (очевидно, что при $S < \frac{W}{P}$ получается $\frac{W}{P} + S < 2 * \frac{W}{P}$)

б) если $\frac{W}{P} > S$, аналогично

в) если $\frac{W}{P} == S$, то получается $\frac{W}{P} \leq T \leq 2 * \frac{W}{P}$, то есть левая часть максимум в 2 раза больше, чем правая

Таким образом, level-by-level scheduler работает максимум в 2 раза хуже, чем абстрактный оптимальный