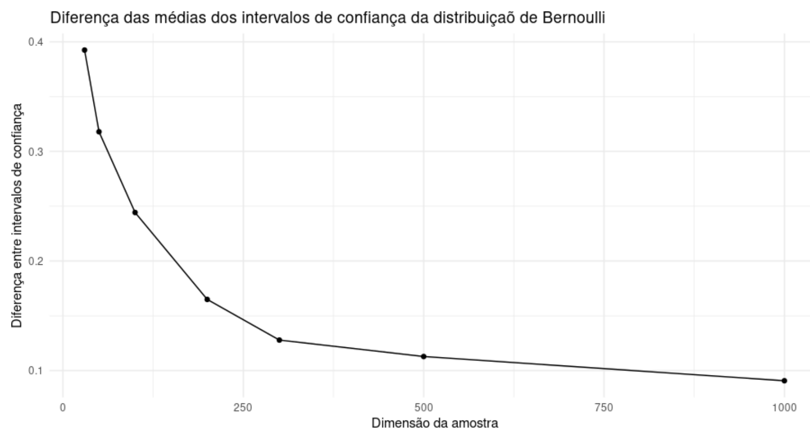
Exercício 9 - Projeto Computacional PE 2022/2023

Consideremos como premissas que foram fixadas uma semente em 301 e um conjunto de tamanhos de amostras 30, 50, 100, 200, 300, 500 e 1000 respetivamente. O objetivo deste exercício passa por gerar 2500 amostras dos tamanhos respetivos com distribuição de Bernoulli e um parâmetro $p = 0.3$. De seguida, para cada amostra, calcular a diferença de tamanhos dos intervalos de confiança construidos por dois métodos: um usando equações de segundo grau onde se usa a média amostral das amostras e um valor esperado $\frac{1}{\phi} = \frac{1+\gamma}{2}$ para cada tamanho supra-mencionado *e* um método usando a variável fulcral. Ambos os métodos tem que ser construidos com um nível de confiança aproximado de $\gamma = 0.98$. Com isto feito, calcula-se a média das 2500 diferenças de intervalo de confiança geradas. Para tal, recorreu-se ao seguinte trecho de código `R` (utilizando as biblioteca `ggplot2`):




```r
set.seed(1532)

n_values <- c(30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000)
k <- 2500
gamma <- 0.98
prob <- 0.3

calculate_ci_length_method1 <- function(n, z) {
  a <- 1
  b <- -2 * prob
  c <- prob^2 - z^2 * (prob * (1 - prob)) / n
  discriminant <- b^2 - 4 * a * c
  p1 <- (-b + sqrt(discriminant)) / (2 * a)
  p2 <- (-b - sqrt(discriminant)) / (2 * a)
  ci_length <- abs(p1 - p2)
  return(ci_length)
}

calculate_ci_length_method2 <- function(x_bar, n) {
  ci_length <- (x_bar - prob) / sqrt((x_bar * (1 - x_bar)) / n)
  return(ci_length)
}

diff_means <- sapply(n_values, function(n) {
  z <- qnorm((1 + gamma)/2)
  samples <- matrix(rbinom(k * n, size = 1, prob = prob), nrow = k)
  x_bars <- colMeans(samples)
  ci_lengths_method1 <- calculate_ci_length_method1(n, z)
  ci_lengths_method2 <- calculate_ci_length_method2(x_bars, n)
  mean_diff <- mean(ci_lengths_method1 - ci_lengths_method2)
  return(mean_diff)
})

data <- data.frame(n = n_values, diff_means = diff_means)

ggplot(data, aes(x = n, y = diff_means)) +
  geom_line() +
  geom_point() +
  labs(x = "Dimensão da amostra", y = "Diferença entre intervalos de confiança") +
  ggtitle("Diferença das médias dos intervalos de confiança da distribuição de Bernoulli") +
  theme_minimal()
```

Note-se que à medida que o tamanho da amostra aumenta, a diferença entre as medias dos intervalos de confiança torna-se rapidamente mais pequena à medida que nos aproximamos de 1000. Podemos, portanto, retirar deste gráfico que quanto maior o tamanho da população, mais podemos **confiar** na utilização de ambos os metodos de descobrir o intervalo de confiança já que a diferença entre eles reduz.