Exercício 9 - Projeto Computacional PE 2022/2023

Consideremos como premissas que foram fixadas uma semente em 301 e um conjunto de tamanhos de amostras 30, 50, 100, 200, 300, 500 e 1000 respetivamente. O objetivo deste exercício passa por gerar 2500 amostras dos tamanhos respetivos com distribuição de Bernoulli e um parâmetro p = 0.3. De seguida, para cada amostra, calcular a diferença de tamanhos dos intervalos de confiança construidos por dois métodos: um usando equações de segundo grau onde se usa a média amostral das amostras e um valor esperado $\frac{1}{\phi} = \frac{1+\gamma}{2}$ para cada tamanho supra-mencionado e um método usando a variável fulcral. Ambos os métodos tem que ser construidos com um nível de confiança aproximado de $\gamma = 0.98$. Com isto feito, calcula-se a média das 2500 diferenças de intervalo de confiança geradas. Para tal, recorreu-se ao seguinte trecho de código R (utilizando as biblioteca ggplot2):

```
Diferenca das médias dos intervalos de confiança da distribuição de Bernoulli
1
       set.seed (1532)
2
3
       n_{values} \leftarrow c(30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000)
4
       k <- 2500
       gamma <- 0.98
       prob <- 0.3
6
       calculate_ci_length_method1 <- function(n, z) {</pre>
8
9
            <- -2 * prob
10
          c \leftarrow prob^2 - z^2 * (prob * (1 - prob)) / n
11
          discriminant \leftarrow b^2 - 4 * a * c
13
          p1 \leftarrow (-b + sqrt(discriminant)) / (2 * a)
14
          p2 <- (-b - sqrt(discriminant)) / (2 * a)
15
          ci_length <- abs(p1 - p2)
          return(ci_length)
16
                                                                                                  Dimensão da amostra
17
18
19
       calculate_ci_length_method2 <- function(x_bar, n) {</pre>
20
          ci_length <- (x_bar - prob) / sqrt((x_bar * (1 - x_bar)) / n)
21
          return(ci_length)
22
23
24
       diff_means <- sapply(n_values, function(n) {
25
          z \leftarrow qnorm((1 + gamma)/2)
26
          samples <- matrix(rbinom(k * n, size = 1, prob = prob), nrow = k)</pre>
27
          x_bars <- colMeans(samples)</pre>
28
          \verb|ci_lengths_method1| <- \verb|calculate_ci_length_method1| (n, z)
29
          ci_lengths_method2 <- calculate_ci_length_method2(x_bars, n)</pre>
30
          mean_diff <- mean(ci_lengths_method1 - ci_lengths_method2)</pre>
31
          return(mean_diff)
32
33
34
       data <- data.frame(n = n_values, diff_means = diff_means)</pre>
35
36
       ggplot(data, aes(x = n, y = diff_means)) +
37
          geom_line() +
38
          geom_point() +
          \bar{l}abs(x = "Dimensão da amostra", y = "Diferença entre intervalos de confiança") +
39
          ggtitle("Diferença das médias dos intervalos de confiança da distribuição de Bernoulli") +
40
```

Note-se que à medida que o tamanho da amostra aumenta, a diferença entre as medias dos intervalos de confiança torna-se rapidamente mais pequena à medida que nos aproximamos de 1000. Podemos, portanto, retirar deste gráfico que quanto maior o tamanho da população, mais podemos **confiar** na utilização de ambos os metodos de descobrir o intervalo de confiança já que a diferença entre eles reduz.

41

theme_minimal()