

Burridge-Knopoff model (1967)

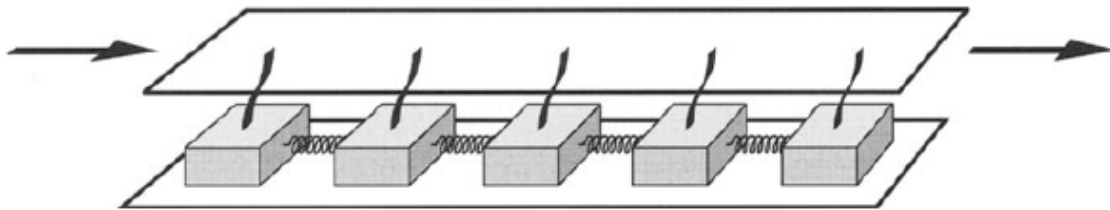


Fig. 7.3. One-dimensional Burridge-Knopoff model.

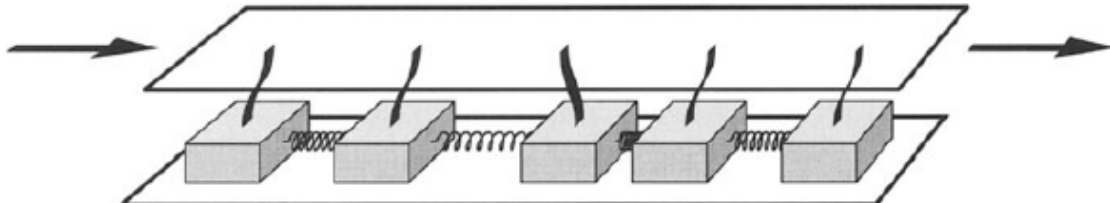


Fig. 7.4. Example of a displaced block in the BK model.

$$F_i(t) = \underbrace{k(vt - u_i(t))}_{\text{leaf spring}} + \underbrace{\kappa(u_{i-1}(t) - u_i(t))}_{\text{left-hand spring}} + \underbrace{\kappa(u_{i+1}(t) - u_i(t))}_{\text{right-hand spring}}. \quad (7.6)$$

v – stała prędkość górnej płyty

κ – stała sprężystości dla poziomych sprężyn

k – stała sprężystości dla „pionowych” sprężyn

u – przemieszczenie od początkowej pozycji

Blok przemieszcza się, gdy całkowita siła działająca na niego przekroczy pewną maksymalną siłę tarcia F .

Zamiana zmiennych na bezwymiarowe:

$$t \doteq \frac{kv}{F} t, \quad u_i(t) \doteq \frac{\kappa}{F} u_i(t), \quad F_i(t) \doteq \frac{1}{F} F_i(t)$$

$$k \doteq \frac{1}{\kappa} k, \quad m \doteq \frac{k^2 v^2}{\kappa F^2} m.$$

Wtedy:

$$F_i(t) = t + u_{i-1}(t) - (2+k)u_i(t) + u_{i+1}(t).$$

The block i becomes unstable if $F_i(t) \geq 1$; its motion is defined by

$$m \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i(t) = F_i(t) = t + u_{i-1}(t) - (2+k)u_i(t) + u_{i+1}(t). \quad (7.8)$$

Automat komórkowy (ale z czasem ciągłym → continuously driven automaton) realizujący model BK (Nakanishi 1990):

Przepis na relaksację danego bloku:

$$u_i(t) \coloneqq \frac{t + u_{i-1}(t) + u_{i+1}(t)}{2 + k} = u_i(t) + \frac{F_i(t)}{2 + k}.$$

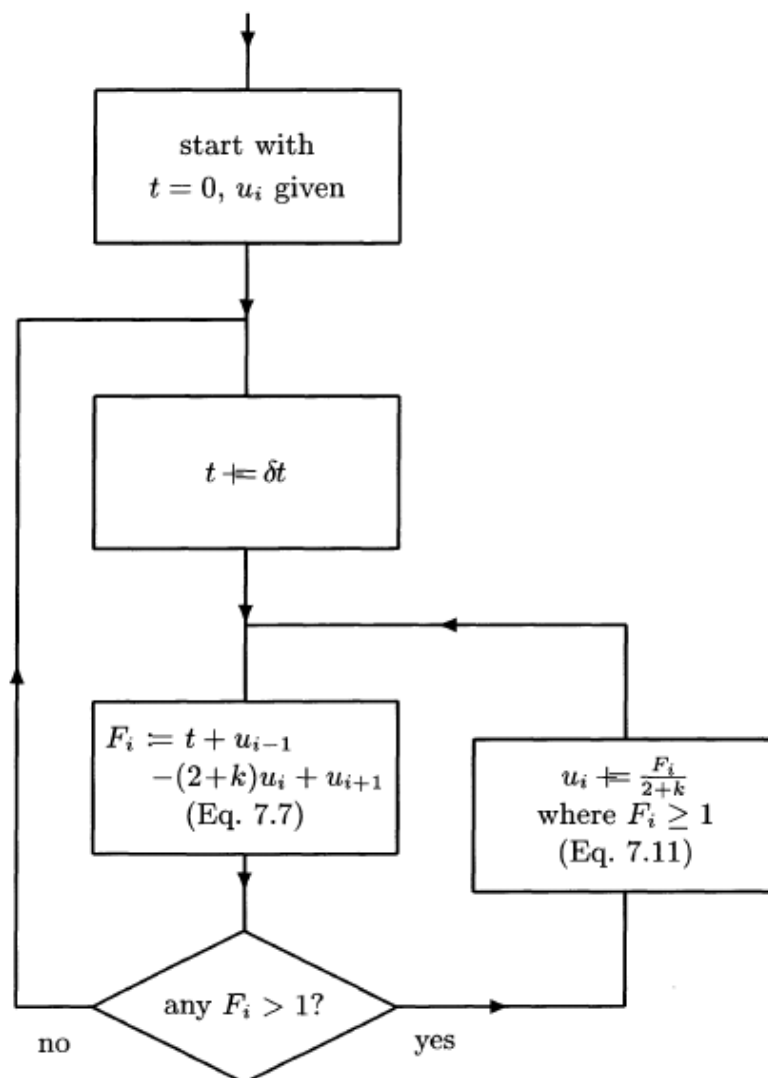


Fig. 7.5. Flow chart of a cellular automaton based on the BK model.

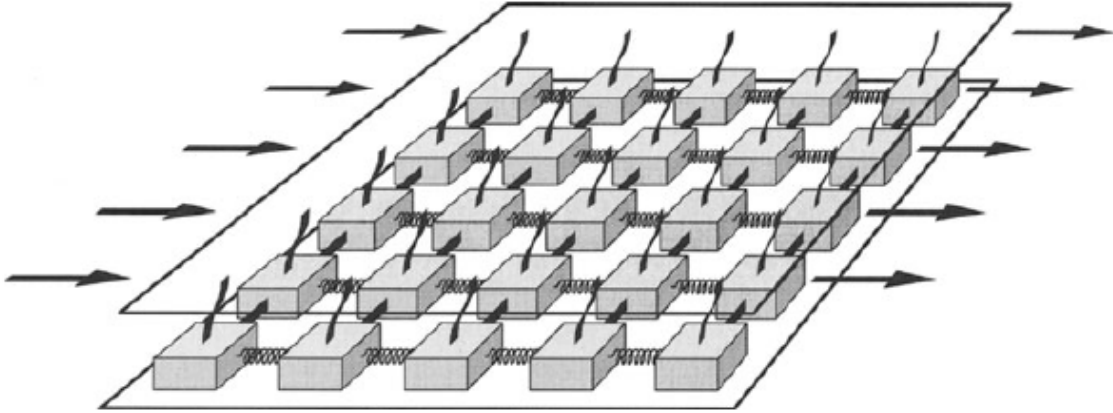


Fig. 7.6. Setup of a two-dimensional spring-block model.

Jak w oryginalnym modelu BK, ale sprężyny będące poprzecznie do ruchu górnej płyty są inne niż te wzdłuż (uwzględnienie zatem ścinania i ściskania).

Jeśli jednak wziąć je takie same, to:

$$F_{i,j}(t) = t + u_{i-1,j}(t) + u_{i+1,j}(t) + u_{i,j-1}(t) + u_{i,j+1}(t) - (4+k) u_{i,j}(t). \quad (7.12)$$

Przepis na relaksację danego bloku:

$$\begin{aligned} u_{i,j}(t) &:= \frac{t + u_{i-1,j}(t) + u_{i+1,j}(t) + u_{i,j-1}(t) + u_{i,j+1}(t)}{4+k} \\ &= u_{i,j}(t) + \frac{F_{i,j}(t)}{4+k}. \end{aligned} \quad (7.13)$$

– zastąpiony przez przepis na siły:

siła działająca na dany blok zeruje się, wzrastają siły działające na sąsiednie bloki, tzn.:

$$F_{i\pm 1,j}(t) \mp \alpha F_{i,j}(t), \quad F_{i,j\pm 1}(t) \mp \alpha F_{i,j}(t), \quad \text{and} \quad F_{i,j}(t) := 0, \quad (7.16)$$

where

$$\alpha = \frac{1}{4+k}.$$

Optymalna długość kroku czasowego pomiędzy lawinami:

$$\delta t = 1 - \max_{i,j} \{F_{i,j}(t)\}.$$

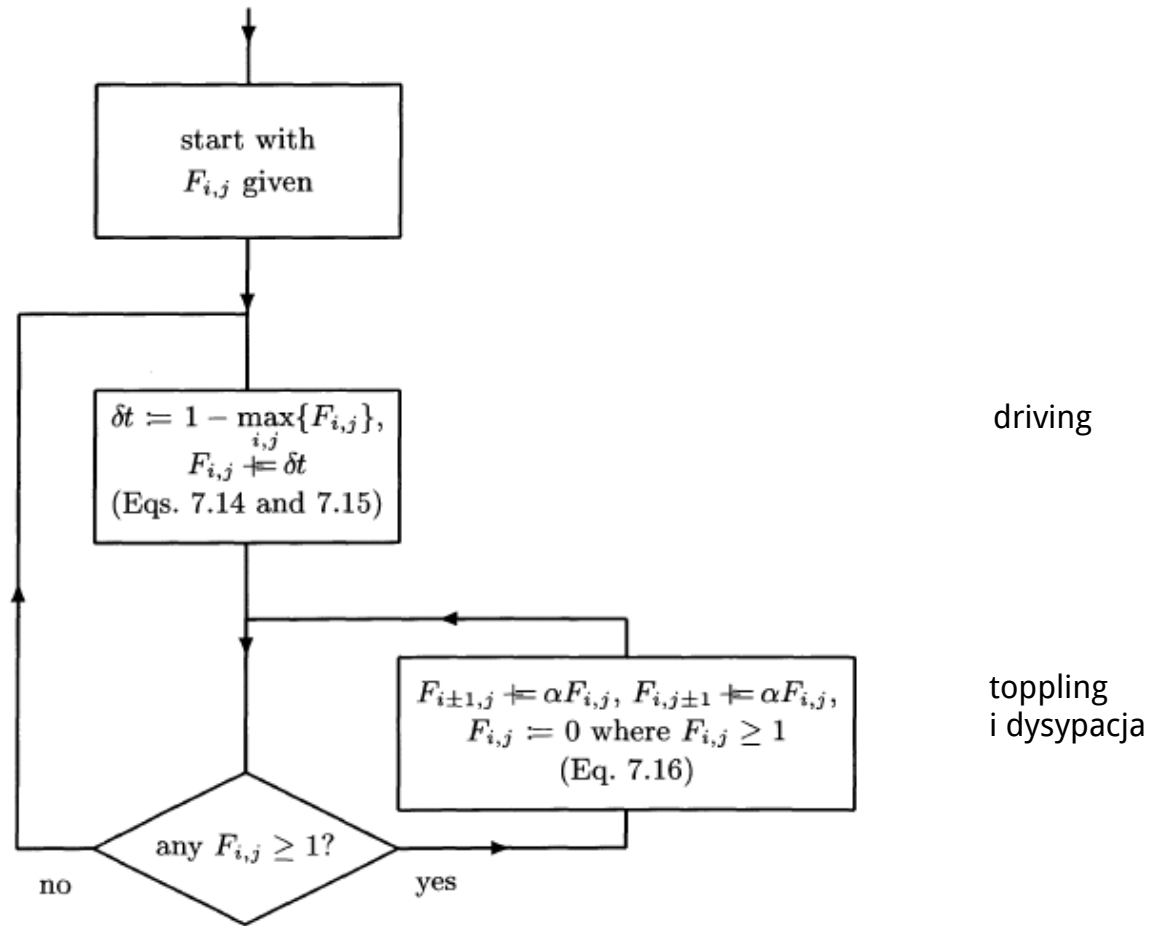


Fig. 7.7. Flow chart of the OFC model.

Przykład modyfikacji uwzględniającej warunek brzegowy ze swobodnymi zewnętrznymi blokami:

$$\alpha_{i,j} = \frac{1}{n_{i,j} + k}.$$

gdzie n_{ij} – liczba sąsiadów

| BTW | OFC |
|---|---|
| wartości w komórkach dyskretne | F_{ij} są ciągłe |
| suma wartości ze wszystkich komórek pozostaje stała | część siły (proporcjonalna do α) przechodzi do sąsiednich komórek, reszta znika; chyba że bierzemy $\alpha == 1$ |
| abelowy | nieabelowy (ważna kolejność!) |
| jest randomowość (przy dodawaniu ziarenka) | deterministyczny (F_{ij} rośnie dla wszystkich komórek tak samo) |

źródło:

Olami Z., Feder H., Christensen K.,

Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes, Phys. Rev. Lett. 68, 1992

Oryginalnie:

Olami et al., 1992:

In this paper we restrict ourselves to the isotropic case, $K_1 = K_2$ ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$). The boundary condition of the model is rigid, implying that $F=0$ on the boundary. The time interval between earthquakes is much larger than the actual duration of an earthquake. Thus, the mapping of the spring-block model into a continuous, *nonconservative* cellular automaton modeling earthquakes is described by the following algorithm.

(1) Initialize all sites to a random value between 0 and F_{th} .

(2) If any $F_{i,j} \geq F_{th}$ then redistribute the force on $F_{i,j}$ to its neighbors according to the rule

$$\begin{aligned} F_{n,n} &\rightarrow F_{n,n} + \alpha F_{i,j}, \\ F_{i,j} &\rightarrow 0, \end{aligned} \tag{7}$$

where $F_{n,n}$ are the strains for the four-nearest neighbors. An earthquake is evolving.

(3) Repeat step 2 until the earthquake is fully evolved.

(4) Locate the block with the largest strain, F_{max} . Add $F_{th} - F_{max}$ to all sites (global perturbation) and return to step 2.

We measure the probability distribution of the size (the total number of relaxations) of the earthquakes, which is proportional to the energy released during an earthquake.