A-3) 仲間グループに権力者ができるのはなぜか？

社会システム科学（10/25）

人間関係の不均衡

［仮定］

・ 各メンバー間のそれぞれの関係以外はすべて同じである

［問い］

・ このような場合にもメンバーの影響力に違いは生まれるのか？

・ それはなぜか？

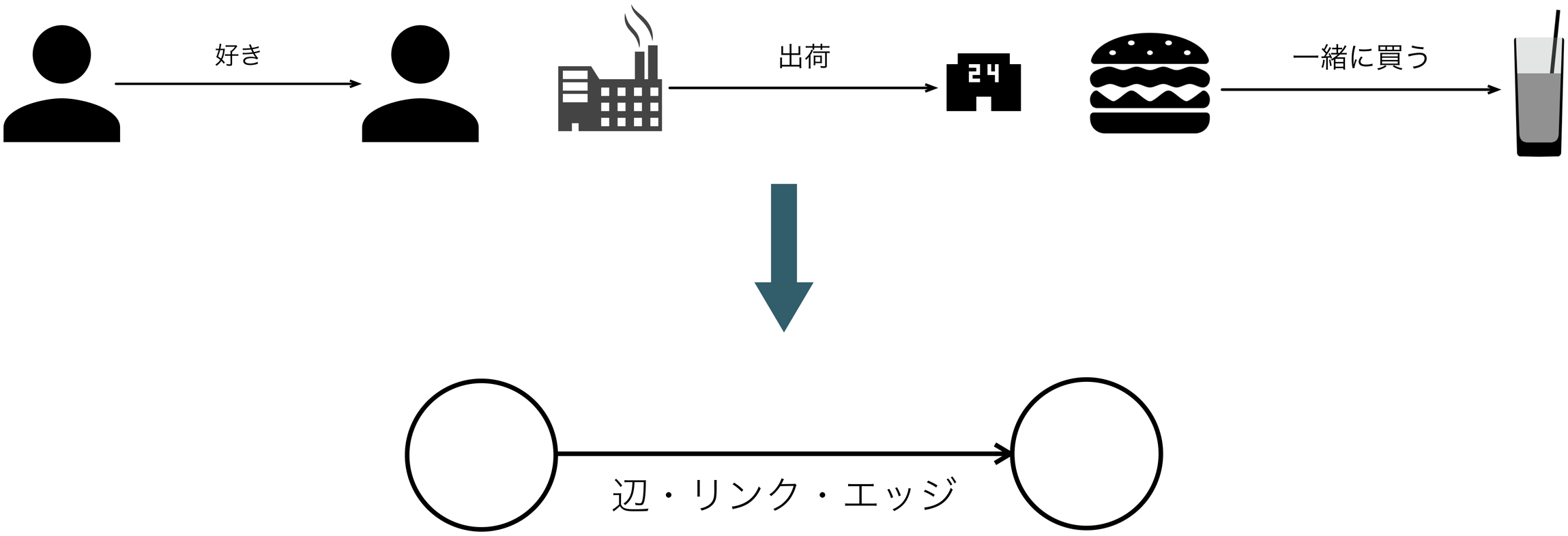
社会ネットワーク分析

社会ネットワーク分析

- 集団における要素間の関係（ネットワーク）のグラフによる分析

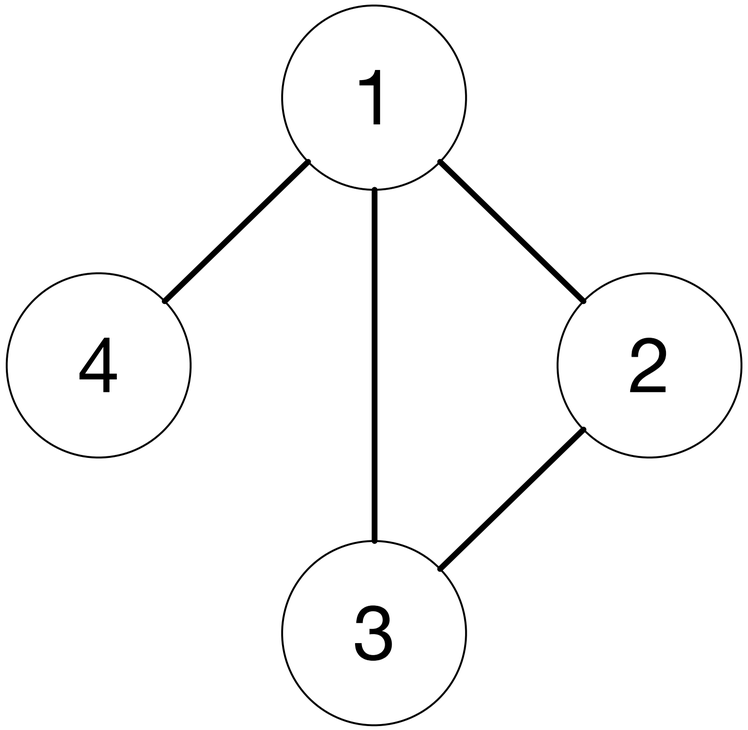
ネットワークとグラフ

- ネットワーク（関係性）⇒ グラフ（数学モデル）



グラフの表現

- 4ノードの無向グラフ



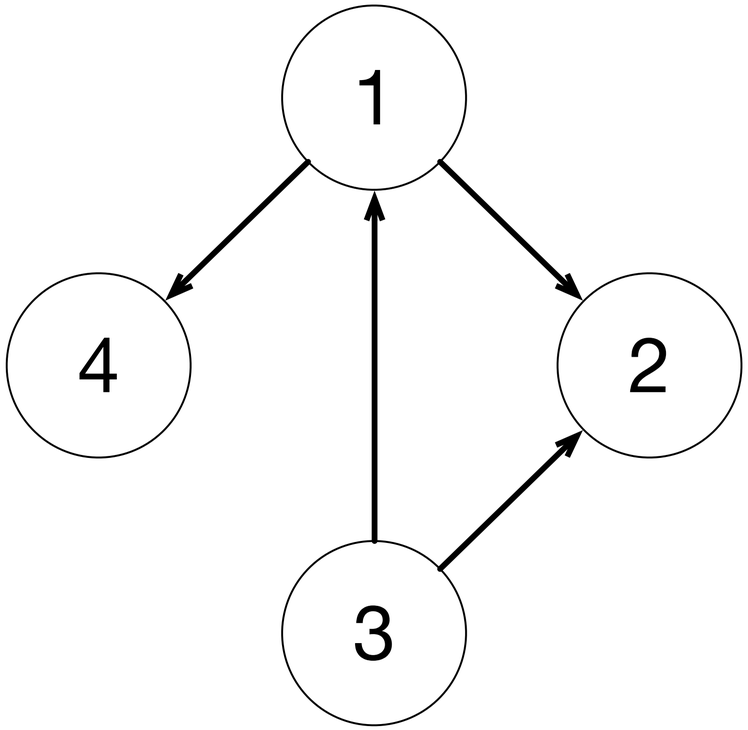
ネットワーク図
（network diagram）

	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	1	0	1	0
3	1	1	0	0
4	1	0	0	0

隣接行列
（adjacency matrix）

グラフの表現

- 4ノードの有向グラフ



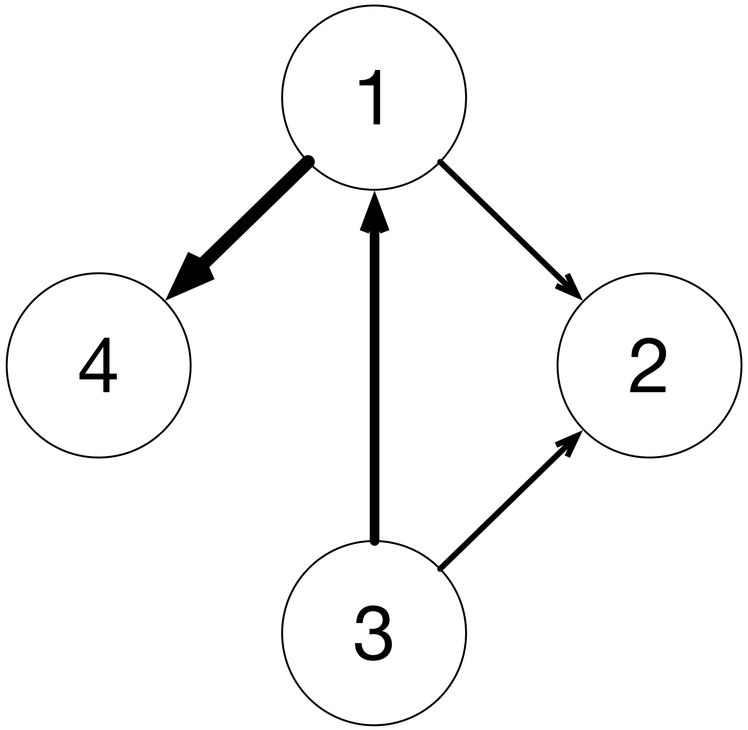
ネットワーク図
（network diagram）

	1	2	3	4
1	0	1	0	1
2	0	0	0	0
3	1	1	0	0
4	0	0	0	0

隣接行列
（adjacency matrix）

グラフの表現

- 4ノードの重み付き有向グラフ



ネットワーク図
（network diagram）

	1	2	3	4
1	0	1	0	5
2	0	0	0	0
3	3	1	0	0
4	0	0	0	0

隣接行列
（adjacency matrix）

グラフの指標

- 次数：頂点に接続する辺の数（入次数 ↔ 出次数）
- 長さ：2頂点間を経由する辺の数
- 距離：長さのうち最小のもの
- グラフの直径：グラフの最大頂点間距離

中心性：頂点の重要性（1/2）

- 次数中心性：頂点の次数（有向グラフの場合は入次数）
- 固有ベクトル中心性
  - 頂点 i の中心性 x_i

Aは隣接行列（A_{ij}は頂点iと頂点jの辺の重み）

$$x_i(n+1) = \sum_j A_{ij} x_j(n)$$

  - このままだと発散するので正規化（合計を1にする）

$$x_i(n) = \frac{x_i(n)}{\sum_j x_j(n)}$$

  - $n \to \infty$ の極限（x_iが変化しなくなる状態）における x_i

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \lambda \boldsymbol{x}$$

中心性（2/2）

- カッツの中心性
  - 次数が 0 のノードにも微小な中心性を与える

$$x_i(n+1) = \alpha \sum_j A_{ij} x_j(n) + \beta$$

- ボナチッチの中心性
  - 各頂点の中心性をその時点の最大中心性で規格化する（最大を1とする）

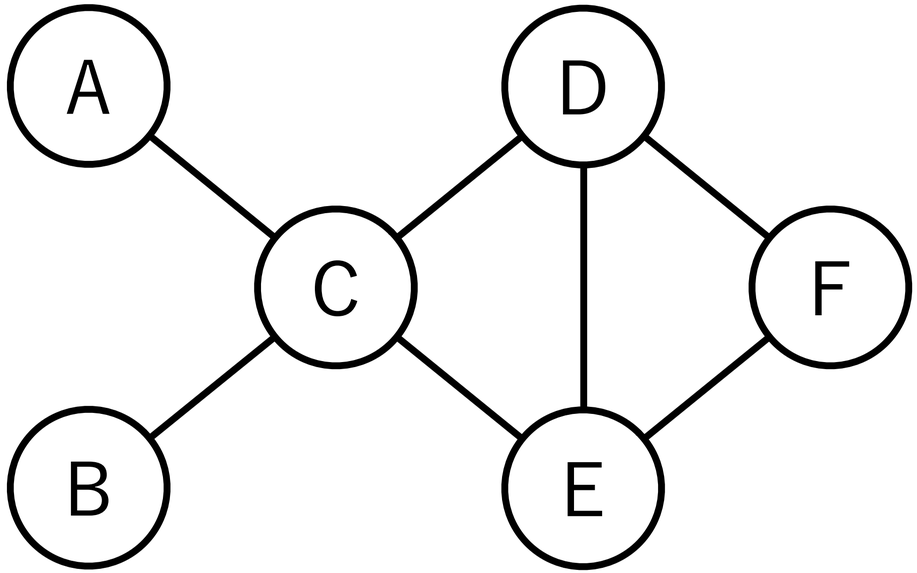
$$x_i(n+1) = \frac{1}{\max_i x_i(n)} \sum_j A_{ij} x_j(n)$$

- PageRank
  - 中心性を出次数で規格化する → 出次数の多い頂点の重みを軽く

$$x_i(n+1) = \sum_j A_{ij} \frac{x_j(n)}{k_j}$$

Jupyterによる中心性の計算

次のネットワークの固有ベクトル中心性を調べる



ネットワーク図

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	0	1	1	0
D	0	0	1	0	1	1
E	0	0	1	1	0	1
F	0	0	0	1	1	0

隣接行列

1. 準備

- 必要なパッケージの読み込み

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

2. ネットワークの設定

- 隣接行列を設定

```
A = np.matrix([
    [0,0,1,0,0,0],
    [0,0,1,0,0,0],
    [1,1,0,1,1,0],
    [0,0,1,0,1,1],
    [0,0,1,1,0,1],
    [0,0,0,1,1,0]
])
```

3. シミュレーションの初期設定

```
N = 10
x = [0] * (N+1)
x[0] = np.matrix([1,1,1,1,1,1]).T
```

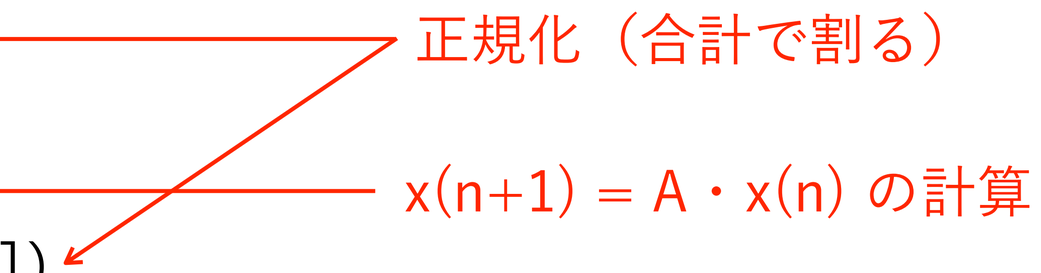
何回繰り返すか（回数が多いと収束していく）

データの保存場所

中心性の初期値（みんな1）

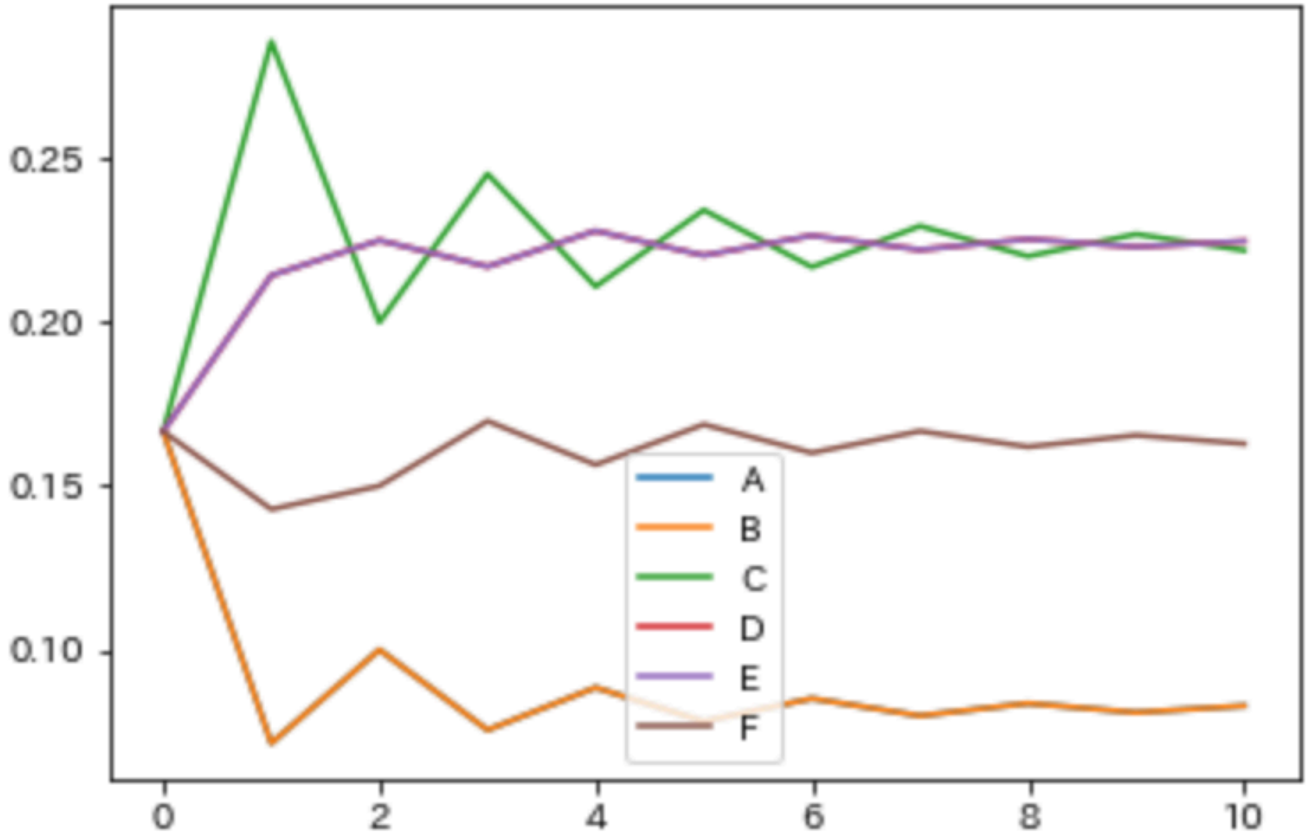
4. 実験

```
x[0] = x[0] / np.sum(x[0])
for n in range(N):
    x[n+1] = A * x[n]
    x[n+1] = x[n+1] / np.sum(x[n+1])
```



5. プロット

```
x = np.array(x)
plt.plot(x.reshape(N+1,6))
plt.legend(['A','B','C','D','E','F'])
```



6. 1人分の中心性の推移のプロット

```
plt.plot(x[:,3])
```
←――― 何人目（0から開始）をプロットするか（この例では4人目）