1

Marks: 2

Dada a seguinte equação diferencial :

$$\frac{dy}{dt} - \frac{y}{t-a} = 0$$

Calcule dois passos de integração numérica, pelos métodos de **Euler** e de **Runge-Kutta de 4ª Ordem**

Use a seguinte configuração:

a	h	t_0	y_0
1	0.25	2	2

Calcule usando o **Método de Euler:**

n	t	y
0		
1		
2		

Calcule usando o **Método de Runge-Kutta de 4ª ordem:**

n	t	y	dy1	dy2	dy3	dy4
0						
1						
2						

Incorrect

Marks for this submission: 0/2.

Close this window

2

Marks: 2

Descreva sucintamente uma estratégia que permita variar o parâmetro LAMBDA da optimização pelo método do gradiente, optimizando o desempenho do próprio método.

Answer:

Uma propriedade fundamental do método do gradiente (e que deve ser comum a todos os bons métodos de optimização) é, portanto, a de ser autocorrector: mesmo que se cometa um erro no cálculo de um passo (e mesmo que esse erro implique a passagem para um ponto em que a função tem um valor mais alto que no anterior), os passos seguintes, desde que isentos de erro, corrigi-lo-ão, embora eventualmente à custa do atraso da convergência.
O método do gradiente tem um ponto fraco de, nas vizinhanças do minimo, df/dx ser muito pequenoe, devido aos erros de cálculo, apontar só vagamente para o mínimo. No entanto o valor desta fraqueza não deve ser exagerado: se todas as inclinações são já muito pequenas, pouco haverá a ganhar com requintes na localização do mínimo em termos de diminuição da função, nomeadamente quando se tem em conta que a modelagem da função objectivo não passa, na realidade, de uma aproximação.
Se a próxima iteração for menor que a anterior deve aumentar o lambda para o dobro. Se a próxima iteração for maior que a anterior será metade do lambda.

Partially correct

Marks for this submission: 0.2/2.

3

Marks: 1

Pretende-se calcular numericamente o mínimo da função w(x,y), usando o método do gradiente.

$$w(x,y) = -1.7xy + 12y + 7x^2 - 8x$$

Usando os seguintes valores para os parâmetros

x0	y0	LAMBDA
2.4	4.3	0.1

Qual o valor da função ao fim de uma iteração de gradiente?

Answer: 26.2 ✗

Incorrect
Correct answer: 36.405
Marks for this submission: 0/1.

4

Marks: 2

A expressão
$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$
é inadequada para calcular valores de $f(x)$ quando x é próximo de zero.
Proponha uma expressão alternativa que resolva esta dificuldade.
Mostre a diferença de resultados entre as duas expressões.
Justifique **sucintamente a sua resposta .**

(se precisar de escrever expressões matemáticas use o botão de DragMath π no editor, ou notação LATEX ou notação C)

Acompanhe a resposta com código e resultados, se achar necessário.

Answer: Uma expressão alternativa poderá será elevar a função ao quadrado . Ficando a nova função : x^2 + 1 -x^2. Como cortam, ficará apenas 1. G(x) = 1. A nova função é então uma função mais estável do que a inicial, em que os valores de x próximos de 0 têm todos a mesma ordenada, que neste caso é 1.

Comment: Errado

Incorrect
Marks for this submission: 0/2.

5

Marks: 2

Considere o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x^2 - y - a & = 0 \\ -x + y^2 - b & = 0 \end{cases}$$

Usando os seguintes valores para os parâmetros

a	b
2	2

Calcule duas iterações pelo método de Newton, partindo do ponto dado.

x_n	y_n
1.50000	0.80000
1.6733 ✗	1.8708 ✗
1.9674 ✗	1.9166

Correct Answer Close

Correct answer: 2.24073

Os resultados são numéricos, com 4 casas decimais, e com o . (**ponto**) como separador decimal.

Incorrect

Marks for this submission: 0/2.

Close this window

6

Marks: 1

Um analista numérico identificou os seguintes intervalos como contendo cada um uma raíz de uma dada função $y = f(x)$.

Propõe-se agora aplicar o método de Picard Peano, usando a expressão recursiva

$$x_{n+1} \leftarrow \cot(x_n)\, sin(3\, x_n) - 4.8$$

Qual ou quais dos intervalos identificados adoptaria como sendo o melhor para o estabelecimento de um guess para arranque do processo iterativo?

Choose at least one answer.

- [ ] 1. [5.3 , 5.7] ✗
- [ ] 2. [6.6 , 7.0] ✗
- [ ] 3. [2.5 , 2.9] ✗
- [ ] 4. Nenhum dos intervalos apresentados ✗
- [ ] 5. Não sei, não respondo. ✗
- [x] 6. [4.6 , 5.0] ✓
- [ ] 7. [3.7 , 4.0] ✗

Basta verificar em que intervalos as condições de convergência do método se verificam: $|g'(x)| < 1$

Correct

Marks for this submission: 1/1.

Close this window

7

Marks: 2

Pretendemos testar a validade do erro relativo obtido a partir do cálculo do quociente de convergência. Para isso vamos calcular o integral

$$\int_a^b e^{cx} dx$$

a) numericamente usando a regra de Simpson, com as seguinte valores dos parâmetros

a	b	c	h inicial
2.5	3	1.5	0.125

Preencha a tabela:

h	valor do integral
0.125 ✓	1.46000 ✗
0.0625 ✓	

Assim o valor do Quociente de convergência é QC = 2.36966 ✗

e o erro relativo pode ser estimado em err.rel. = 1.32555 ✗

b) analiticamente sendo o valor calculado do integral I = 1.69855 ✗

c) Assim o erro relativo cometido no melhor cálculo numérico é 1.29998 ✗

d) De quantas ordens de grandeza difere o erro relativo estimado do erro relativo calculado a partir do valor exacto ? 2 ✓

Correct Answer Close

Correct answer: 2

ATENÇÃO: Todas as respostas são numéricas e apresentadas em vírgula fixa e devem ser rigorosas até à quinta casa da representação em vírgula flutuante normalizada.

Partially correct

Marks for this submission: 0.3/2.

Close this window