Pergunta 1

Respondida Pontuou 0,840 de 1,000 Destacar pergunta

Pretendemos minimizar uma função

`y = f(x, a) = (x-a)^2+x^4`

em que `x` é uma variável independente e `a` um parâmetro experimental.

Discuta quais as técnicas que pode usar para resolver o problema.
Resolva-o com a sua melhor técnica, usando o último dígito do seu número de estudante como valor de `a`.
Apresente justificações, cálculos e resultados.

- Responda escrevendo ou copiando a sua resposta na zona de texto, e faça aí os comentários que entender necessários;
- Também pode submeter (*drag and drop*) na zona de entrega de ficheiros, um ficheiro com a resposta, indicando na zona de texto "a resposta está no ficheiro xxxxx.xxx".
  o nome do ficheiro deve ser <NomeDoAluno>P<NumeroDaPergunta>.***
  (não inclua os < e >)
  Exemplo: AntonioSilvaP6.m

Escreva sempre algo na zona de texto!

A resposta (em código) está no ficheiro PedroFernandesP1.cpp

Há várias técnicas para encontrar o mínimo de uma função, como o método dos terços, da secção áurea, da interpolação quadrática, da quádrica, de levenberg-marquardt.

Nesta resolução irei usar o método da secção áurea, ao procurar em gráfico o intervalo que contém o mínimo da função, (1 - 3) ,e iterando até ao módulo da diferença de um dos intervalos (x1- x4 ou x2-x3) for menor que uma dada precisão - 0.001.

Pergunta 2

Correto | Pontuou 1,000 de 1,000 | Destacar pergunta

O comprimento *L* do arco de uma curva de equação

$y = f(x)$

entre as abcissas $x=a$ e $x=b$, é dado por:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2}\, dx$$

Pretende-se determinar o comprimento da curva

$$y = e^{kx}$$

entre $x=a$ e $x=b$, recorrendo aos métodos numéricos de **Simpson** e dos **Trapézios**.

Partindo dos seguintes dados:

k	a	b	Passo de integração h
2.5	0	1	0.125

Preencha a tabela com os valores correctos:

	Regra Trapézios	Regra Simpson
h	0.125	0.125
h'	0,06250	0,06250
h''	0,03125	0,03125
Comprimento do arco L_1=l	11,34629	11,25550
Comprimento do arco L_2=l'	11,27778	11,25495
Comprimento do arco L_3=l''	11,26063	11,25491
Quociente de convergência QC	3,99394	15,85798
Erro estimado ε''	-0,00572	-0,00000

As respostas são números em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Pergunta 3

Respondida Pontuou 0,960 de 1,000 Destacar pergunta

Pretende-se resolver numericamente a equação

$$e^x - x - 5 = 0$$

Para a resolução pelo método de **Picard-Peano**, vão ser consideradas as seguintes fórmulas de recorrência:

1)	$x_{n+1} = e^{x_n} - 5$
2)	$x_{n+1} = \ln(5 + x_n)$

1. Isole as raízes da equação.
2. Para cada uma das fórmulas de recorrência propostas, divida o domínio em regiões de convergência para cada raiz isolada na alínea anterior.
3. Pretende-se calcular a maior das raízes;
   Escolha um outro método não intervalar para avaliar o seu desempenho em comparação com as fórmulas de Picard-Peano propostas;
   Refira fórmulas de recorrência, convergência, condições iniciais e paragem.

Responda na área de texto.
Para todas as respostas, apresente razões e cálculos que as justifiquem.
Para apresentar fórmulas, recorra ao editor de equações ou use notação de programação ou escreva uma leitura da fórmula.
Se quiser entregar um ficheiro complementar **APENAS para esta resposta**, faça-o na área de entrega abaixo.

1. Analisando o gráfico da equação observa-se que esta tem 2 raízes: uma no intervalo [1,3] e outra no intervalo [-4,-6]

A fórmula 1 converge para a raíz negativa visto que nesse intervalo o módulo da sua derivada é inferior a 1. Já a fórmula 2, pelo mesmo motivo, converge para raíz positiva.

Outro método intervalar é o método de newton. Para comparar os dois métodos, escolhe-se um mesmo número de iterações a efetuar (10), e um mesmo guess inicial (3.0), depois, verifica-se os valores de x a cada iteração (ver código).

Conclui-se, analisando os resultados, que ambos os métodos convergem para um determinado valor (no caso de picardpeano, como esperado com a fórmula de recorrencia 2), e que o método de newton estabiliza mais rapidamente que o primeiro (iteração 4 vs iteração 6), portanto, nesta situação, o método de newton afigura-se preferível.

Pergunta 4

Correto

Pontuou 1,000 de 1,000

Destacar pergunta

O comportamento de um dado reactor químico é modelado pelas equações diferenciais:

$$\frac{dC}{dt} = -e^{\left(\frac{-\mathbf{b}}{T+273}\right)} \times C$$

$$\frac{dT}{dt} = \mathbf{a} \times e^{\left(\frac{-\mathbf{b}}{T+273}\right)} \times C - \mathbf{b} \times (T - 20)$$

Usando os seguintes valores

t	C	T	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$
tempo	concentração	temperatura	parâmetro operatório	parâmetro operatório
0	2.50000	25.00000	30.00000	0.50000

a) Calcule duas iterações da integração do modelo usando o **método de Euler**

iteração	t	C	T
0	0	2,50000	25,00000
1	0,25000	1,87605	43,09357
2	0.5	1,40778	54,25499

b) Calcule duas iterações da integração do modelo usando o **método de Runge-Kutta de 4ª ordem**

iteração	t	C	T
0	0	2,50000	25,00000
1	0,25000	1,94782	39,94349
2	0.5	1,51757	49,70136

c) Calcule o quociente de convergência e o erro absoluto estimado para a concentração *(C)*, usando como primeiros valores os obtidos com o **método de Euler**

h'	0,12500	$T_{h'}$	51,77067
h''	0,06250	$T_{h''}$	50,69205
		Quociente de convergência	2,30325
		Erro absoluto estimado	-1,07861

As respostas são números em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Pergunta 5

Correto

Pontuou 1,000 de 1,000

Destacar pergunta

Pretende-se calcular numericamente o mínimo da função **w(x,y)**, usando o **método do Gradiente.**

$$w(x,y) = -1,1xy + 12y + 7x^2 - 8x$$

Usando os seguintes valores para os parâmetros:

x0	y0	LAMBDA
3	1	0.1

Qual o valor da função ao fim de uma iteração de gradiente?

A resposta é um número em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Resposta: 4,51017