

Mémoire présenté le :
pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires

Par : Margot SCHMUTZ

Titre : Super Mémoire de Margot !

Confidentialité : ☒ NON ☐ (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membres présents du jury de Signature
l'Institut des Actuaires*

Entreprise :

Nom :

Signature :

*Directeur de mémoire en entre-
prise :*

Nom :

Signature :

*Membres présents du jury de
l'ISFA*

Invité :

Nom :

Signature :

***Autorisation de publication et
de mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actua-
riels (après expiration de l'éventuel
délai de confidentialité)***

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Table des matières

Résumé	iii
Abstract	iv
Remerciements	v
Synthèse	vi
Synthesis	vii
Introduction	1
1 Contexte réglementaire et modélisation en assurance vie	3
1.1 Les spécificités des produits d'assurance vie épargne	4
1.1.1 Principes fondamentaux du contrat d'assurance vie	4
1.1.2 Les principaux supports d'investissement	5
1.2 Le cadre prudentiel Solvabilité II	6
1.2.1 Le Pilier 1 : Exigences quantitatives et Bilan Prudentiel	7
1.2.2 Le Pilier 2 : Exigences qualitatives et gouvernance	10
1.3 Les Générateurs de Scénarios Économiques (GSE)	10
1.3.1 L'univers Risque Neutre (\mathbb{Q}) : un cadre pour la valorisation	11
1.3.2 L'univers Monde Réel (\mathbb{P}) : un outil de pilotage stratégique	13
1.3.3 Synthèse des deux univers	14
1.4 La représentation du passif : le concept de <i>Model Point</i>	14
1.4.1 La nécessité de l'agrégation	15
1.4.2 Les impacts de l'agrégation en MP sur les indicateurs S2	15
2 Super chapitre 2 de Margot !	16
3 Super chapitre 3 de Margot !	17
4 Super chapitre 4 de Margot !	18
5 Super chapitre 5 de Margot !	19

6 Conclusion	20
Annexes	21
Bibliographie	22

Résumé

Petit résumé en français de mon mémoire ?

Abstract

It's a brief sum up in english !

Remerciements

Pour la réalisation de ce mémoire, je tiens à adresser mes remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à son élaboration. Que ce soit au travail avec Lionel Aldeberd qui m'a appris énormément, Lucas Blancheton qui a toujours été là pour m'aiguiller dans mes choix. Merci à Luc pour les relectures et à tous mes collègues stagiaires et alternants, Antoine, Cindy, Eleonore, Lucile, Malak, Manon, Nicolas, Tanguy et Titouan pour leur bonne humeur ! J'ai vraiment passé des très chouettes moments à vos côtés !

Synthèse

Un long résumé en français de mon mémoire

Synthesis

Un long résumé en anglais de mon mémoire

Introduction

Placement privilégié des épargnants français, l'assurance vie a atteint un encours record de 1 989 milliards d'euros à fin 2024 (France Assureurs) [?], confirmant son rôle prépondérant dans le patrimoine financier national. Cette performance est portée par une collecte nette annuelle de +29,4 milliards d'euros, une hausse de 28,2 milliards par rapport à 2023, ce qui témoigne d'une forte attractivité du produit dans un contexte économique incertain. La dynamique de l'année 2024 est marquée par une hausse globale des cotisations de +14 %, bénéficiant tant aux supports en euros (+17 %) qu'aux unités de compte (+8 %). Simultanément, les prestations versées aux assurés sont en recul de 5 %. Cette combinaison d'une collecte dynamique et de prestations maîtrisées place la gestion actif-passif (ALM) au cœur des enjeux stratégiques pour les assureurs, qui doivent piloter cet afflux de capitaux tout en maintenant l'équilibre entre sécurité et rendement pour les épargnants.

Le secteur de l'assurance vie en France est ainsi confronté à un besoin important de pilotage via la gestion actif-passif (ALM). Pour cela, les assureurs s'appuient sur l'utilisation de modèles ALM. Ces modèles simulent l'impact de différentes stratégies ce qui nécessite cependant un grand nombre de projections stochastiques, cela engendre une contrainte opérationnelle majeure : le temps de calcul. Cette contrainte limite non seulement la capacité à explorer en profondeur l'ensemble des risques et des opportunités, mais freine également l'agilité stratégique et la réactivité des prises de décision. C'est de la rencontre entre ces exigences et des contraintes opérationnelles qu'ont les assureurs qu'est née la problématique de ce mémoire : comment concilier la nécessité de rapidité des calculs avec l'impératif de fidélité des indicateurs de risque ? Ce mémoire se propose d'investiguer cette problématique en étudiant l'impact des techniques d'agrégation du passif, notamment par la création de *model points*, c'est-à-dire une manière simplifiée de représenter les contrats d'assurance. L'enjeu est de déterminer si cette modélisation simplifiée des portefeuilles de contrats peut constituer une approximation fiable pour le pilotage stratégique, et d'évaluer sous quelles conditions une telle simplification est valide sans masquer des dynamiques de risque essentielles au pilotage de l'entreprise.

Pour répondre à cette problématique, ce mémoire adoptera une double approche. Premièrement, il s'agira de développer un générateur de portefeuilles de passif puis le reste de l'analyse portera sur les effets de l'agrégation sur un portefeuille représentatif du marché français. L'objectif est de comprendre comment les risques évoluent à travers une agrégation. Ce mémoire ne se contentera pas d'analyser l'impact d'une seule méthode d'agrégation ; au contraire, plusieurs méthodes et approches seront testées. Le critère de sélection de la méthode la plus pertinente reposera sur un triple objectif : minimiser l'écart des indicateurs clés de Solvabilité II (notamment le Best Estimate et le SCR), optimiser la rapidité des calculs

et atteindre le plus haut niveau d'agrégation possible qui garderait une significativité économique pour l'assureur suffisante. L'axe principal de ce mémoire consistera donc à mener une analyse de sensibilités approfondie sur ces portefeuilles, qu'ils soient granulaires ou agrégés. Notre étude s'appuiera sur des indicateurs quantitatifs clés issus de la norme Solvabilité II, en évaluant notamment l'impact des chocs économiques sur le Best Estimate, le Solvency Capital Requirement (SCR) et la Present Value of Future Profits (PVFP). Ces métriques permettront de mesurer rigoureusement comment l'agrégation modifie la perception du risque et la valeur économique du portefeuille.

Ce mémoire s'articulera en un parcours logique et progressif en cinq temps. La première partie posera le cadre conceptuel de l'étude en explorant le contexte réglementaire de Solvabilité II, les produits d'épargne en assurance vie et les fondements des Générateurs de Scénarios Économiques (GSE). Après l'explication du socle théorique, la deuxième partie abordera les principes de la Gestion Actif-Passif (ALM), en détaillant l'architecture du modèle de projection qui servira de base aux travaux de ce mémoire. La troisième partie permettra de poser les bases de l'analyse, avec l'élaboration d'un générateur de portefeuilles de passifs réalistes destiné à produire les données synthétiques cohérentes. Le cœur méthodologique sera présenté en quatrième partie, à travers un protocole d'analyse comparant diverses méthodes d'agrégation afin de choisir celle qui sera utilisée. Enfin, la cinquième partie sera consacrée à l'interprétation des résultats d'agrégations sur des chocs économiques où, par le biais d'analyses de sensibilité approfondies, l'impact de la méthode d'agrégation retenue sur la mesure du risque sera quantifié, validant ainsi la pertinence de l'approche.

Chapitre 1

Contexte réglementaire et modélisation en assurance vie

1.1 Les spécificités des produits d'assurance vie épargne

1.1.1 Principes fondamentaux du contrat d'assurance vie

L'assurance vie est une convention par laquelle un assureur, en contrepartie du versement de primes, s'engage à verser un capital ou une rente à la survenance d'un événement incertain lié à la durée de la vie humaine. Cet événement, qui constitue l'aléa au cœur du contrat, peut être le décès de l'assuré avant une date donnée ou, à l'inverse, sa survie jusqu'à cette date. Ce mécanisme repose sur un cycle de production inversé : l'assureur perçoit les primes bien avant de devoir potentiellement régler les prestations, ce qui l'amène à investir ces sommes sur des horizons de temps longs pour honorer ses engagements futurs.



FIGURE 1.1 – Cycle de production inversé en assurance vie (**graphique temporelle**)

La nature de ces engagements répond à des objectifs variés. Les contrats en cas de vie prévoient le versement d'un capital ou d'une rente à une échéance prévue si l'assuré est en vie ; ils sont typiquement utilisés pour se constituer un complément de retraite ou une épargne de précaution. À l'opposé, les contrats en cas de décès garantissent le versement d'un capital ou d'une rente au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) au décès de l'assuré, souvent pour protéger des proches ou anticiper des droits de succession. Il existe également des contrats mixtes qui combinent ces deux garanties.

Le fonctionnement de ces contrats repose sur la capitalisation : les primes versées sont investies pour financer la propre couverture future de l'assuré. De par leur nature, ces engagements s'étendent sur de très longues périodes. Une caractéristique fondamentale de l'assurance vie française est sa liquidité. L'assuré dispose de la possibilité de récupérer son épargne à tout moment via un rachat, qui peut être partiel ou total. Cette faculté de rachat constitue une option dont la valeur et le risque doivent être finement gérés par l'assureur, car son exercice a un impact direct sur les besoins de liquidité du portefeuille. La fiscalité joue un rôle incitatif majeur car les plus-values sont imposées plus lourdement si le rachat intervient

avant la huitième année du contrat. Ceci encourage alors l'épargne de long terme.

La gestion de ces engagements de long terme amène l'assureur à proposer différentes modalités d'investissement. Celles-ci permettent de répartir le risque financier entre l'assuré et l'assureur, définissant ainsi le profil de rendement potentiel du contrat. Un contrat plus sûr aura des possibilités de rendements plus faible qu'un contrat risqué. L'épargne des assurés peut ainsi être investie sur deux principaux types de supports aux profils de risque distincts, qui peuvent être combinés au sein de différents types de contrats.

1.1.2 Les principaux supports d'investissement

L'épargne des assurés peut être investie sur deux principaux types de supports aux profils de risque distincts, qui peuvent être combinés au sein de différents types de contrats.

Le **fonds en euros** est le support historique et sécuritaire de l'assurance vie française. Le risque financier y est intégralement porté par l'assureur, qui s'appuie sur une politique d'investissement prudente, majoritairement orientée vers des actifs obligataires. La sécurité de ce support repose sur un ensemble de garanties contractuelles et réglementaires :

- **La garantie du capital** : C'est la garantie la plus fondamentale. L'assureur garantit à tout moment le capital net investi par l'épargnant. Quelle que soit l'évolution des marchés financiers, la somme initialement versée (nette de frais) ne peut pas diminuer.
- **Le taux technique** : Il s'agit d'un taux de revalorisation minimal garanti sur toute la durée du contrat. Fixé à la souscription, il est aujourd'hui très faible, voire nul, en raison des contraintes réglementaires.
- **Le Taux Minimum Garanti (TMG)** : Plus courant aujourd'hui que le taux technique, le TMG est un taux de rendement minimal que l'assureur s'engage à verser pour l'année à venir. Il est fixé annuellement et permet à l'assureur d'ajuster sa politique de rendement.
- **L'effet cliquet** : Ce mécanisme assure que les intérêts générés chaque année sont définitivement acquis. Une fois distribués, ils s'ajoutent au capital garanti et produisent à leur tour des intérêts les années suivantes. Il est impossible de revenir sur les revalorisations passées.
- **La Participation aux Bénéfices (PB)** : L'assureur a l'obligation légale de redistribuer aux assurés au minimum 85% de ses bénéfices financiers et 90% de ses bénéfices techniques. Cette participation constitue la majeure partie du rendement annuel, au-delà du TMG. Pour lisser les performances, une partie de cette PB peut être mise en réserve dans une *Provision pour Participation aux Bénéfices* (PPB) que nous appellerons *Provision pour Participations aux Excedents* (PPE) dans la suite de ce mémoire. La PPE doit être reversée aux assurés dans un délai de huit ans au maximum.

Les **unités de compte (UC)** offrent une exposition directe aux marchés financiers. Contrairement au fonds en euros, le risque d'investissement est entièrement porté par l'assuré. L'assureur ne garantit pas la valeur du capital, mais un nombre de parts d'actifs (OPCVM, actions, SCPI, etc.). La valeur de

l'épargne fluctue ainsi au gré des marchés, offrant un potentiel de rendement supérieur à long terme, mais exposant également à un risque de perte en capital. Pour l'assureur, ce support est plus simple à gérer car il n'implique pas de garanties financières particulières.

Ces supports sont proposés via deux grandes familles de contrats. Les contrats monosupports permettent d'investir sur un seul type de fonds (soit en euros, soit en UC). Les contrats multisupports sont les plus répandus, quant à eux, combinent au moins un fonds en euros et plusieurs supports en unités de compte, permettant à l'épargnant de répartir son investissement selon son profil de risque. Dans le cadre de cette étude, le portefeuille analysé se compose de contrats multisupports avec une répartition représentative du marché français, soit approximativement 60% en fonds euros et 40% en unités de compte.

	Ensemble		Euros		Unités de compte ²	
	En Md€	Var.	En Md€	Var.	En Md€	Var.
Cotisations	174,9	+14,7 %	108,6	+19,2 %	66,3	+8,1 %
Prestations	146,4	-3,1 %	113,3	-5,5 %	33,1	+6,4 %
Collecte nette	+28,5	+27,1 Md€	-4,7	+24,1 Md€	+33,2	+3,0 Md€
Encours	+1 985,8	+3,9 %	+1 398,6	+1,4 %	+587,1	+10,3 %
dont provisions mathématiques	+1932,2	+4,4 %	+1345,0	+2,0 %	+587,1	+10,3 %
dont provision pour participation aux bénéfices	+53,6	-11,1 %	+53,6	-11,1 %	n.a.	n.a.

FIGURE 1.2 – Le marché de l'assurance vie en France en 2024 (graphique temporel)

Ces contrats sont soumis à un ensemble de réglementations prudentielles visant à garantir la solvabilité des assureurs et la protection des assurés. La directive Solvabilité II encadre ces exigences à l'échelle européenne. La partie suivante détaille le cadre réglementaire de Solvabilité II, ses implications pour les assureurs vie, ainsi que les outils de modélisation stochastique utilisés pour répondre à ces exigences.

1.2 Le cadre prudentiel Solvabilité II

Entrée en vigueur le 1er janvier 2016, la directive Solvabilité II régit le cadre prudentielle pour la quasi-totalité des assureurs et réassureurs de l'Union Européenne. Son principal objectif est d'harmoniser les pratiques du secteur, d'assurer une protection optimale des assurés et de garantir que les compagnies puissent honorer leurs engagements en toutes circonstances. Pour ce faire, elle instaure une approche économique et prospective, fondée sur une évaluation fine des risques et structurée en trois piliers inter-dépendants. Seuls les deux premiers piliers seront présentés car ils sont plus pertinents dans le cadre de ce mémoire.

1.2.1 Le Pilier 1 : Exigences quantitatives et Bilan Prudentiel

Le Pilier 1 définit les exigences quantitatives, au cœur desquelles se trouve le Bilan Prudentiel. Il s'agit d'une vision économique du bilan comptable où les actifs et les passifs sont évalués de manière cohérente avec leur valeur de marché (*market-consistent*). La structure de cette section suivra l'équation fondamentale du bilan prudentiel :

$$\text{Actifs} = \text{Provisions Techniques} + \text{Fonds Propres} \quad (1.1)$$

Chaque terme de cette équation sera détaillé successivement.

BILAN ECONOMIQUE SOUS SOLVABILITE II		
Actifs	Fonds propres	Capital excédentaire
		SCR
		MCR
	Provisions techniques	Risk Margin
		Best Estimate

FIGURE 1.3 – Bilan économique sous Solvabilité II (graphique temporaire)

1.2.1.1 L'évaluation des Actifs à la Valeur de Marché

Le premier terme du bilan, Actifs, sont comptabilisés à leur Valeur de Marché (VM). Cette approche vise à refléter la valeur la plus juste et actuelle des ressources dont dispose l'assureur pour couvrir ses engagements.

1.2.1.2 Les Provisions Techniques : Cœur de l'évaluation du passif

Les Provisions Techniques (PT) représentent la valeur des engagements de l'assureur envers ses assurés. Elles se décomposent en deux parties : le *Best Estimate* (BE) et la Marge de Risque (*Risk Margin* - RM).

$$PT = \text{Best Estimate (BE)} + \text{Marge de Risque (RM)} \quad (1.2)$$

La valorisation des provisions techniques, au cœur du bilan prudentiel, ne peut se contenter d'une vision unique et figée du futur. La présence d'options et de garanties dans les contrats d'épargne impose de distinguer deux approches complémentaires :

- **L'approche déterministe** est un outil de pilotage. Elle repose sur une projection unique des variables économiques. Bien qu'insuffisante pour la valorisation prudentielle, elle demeure un outil fondamental pour l'élaboration du *business plan* et la communication d'un scénario central. Sa limite principale est son incapacité à valoriser les risques asymétriques.
- **L'approche stochastique** est un outil de valorisation. Elle explore un grand nombre de futurs possibles à l'aide d'un **Générateur de Scénarios Économiques (GSE)**. Cet outil produit des milliers de simulations cohérentes des marchés financiers. La valeur d'un indicateur est alors obtenue en calculant la moyenne des résultats sur l'ensemble de ces scénarios (méthode de Monte-Carlo). Cette exploration est indispensable pour quantifier le coût réel des garanties optionnelles (Taux Minimum Garanti, etc.).

La différence de valeur entre ces deux approches est capturée par le concept de **TVOG (*Time Value of Options and Guarantees*)**. En imposant une approche stochastique, Solvabilité II assure une valorisation *market-consistent* des engagements.

Le **Best Estimate (BE)**, ou *Best Estimate Liability (BEL)*, représente la meilleure estimation de la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs liés aux engagements d'assurance. Son calcul est réalisé sur un horizon long (40-60 ans) en *run-off* (portefeuille en extinction, pas de nouvelles souscriptions). Il est obtenu par la moyenne des flux actualisés sur un grand nombre de simulations économiques stochastiques en univers risque neutre :

$$BEL = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{j=1}^T CF(j) \cdot e^{-\int_0^j r(s)ds} \right] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^T \frac{CF_i(j)}{(1 + r_{i,j})^j} \quad (1.3)$$

Où N est le nombre de simulations, T l'horizon de projection, $CF_i(j)$ le flux de trésorerie net de l'année j pour la simulation i , et $r_{i,j}$ le taux d'actualisation sans risque pertinent.

La **Marge de Risque (RM)** complète le Best Estimate. Elle correspond à la rémunération du capital réglementaire qui doit être immobilisé pour couvrir les risques non-financiers (longévité, rachat, etc.) jusqu'à l'extinction du portefeuille. Son calcul repose sur une approche dite de "Coût du Capital" (*Cost*

of Capital - CoC), qui consiste à actualiser le coût futur de détention de ce capital :

$$RM = CoC_{rate} \times \sum_{j=0}^T \frac{SCR_{non-fi}(j)}{(1 + r_{j+1})^{j+1}} \quad (1.4)$$

Où CoC_{rate} est le coût du capital (fixé à 6%), et $SCR_{non-fi}(j)$ est la part du SCR couvrant les risques non-financiers à l'année j .

1.2.1.3 Les Fonds Propres et les Exigences de Capital

Les **Fonds Propres Prudentiels**, aussi appelés **NAV (Net Asset Value)**, constituent la richesse de l'assureur. Ils sont définis par la différence entre la valeur des actifs et celle des engagements :

$$NAV = VM_{Actifs} - (BE + RM) \quad (1.5)$$

Ce sont ces fonds propres qui doivent permettre à l'assureur d'absorber des pertes inattendues. Solvabilité II définit donc deux niveaux d'exigence de capital portant sur la NAV.

Le **Solvency Capital Requirement (SCR)** est le montant de fonds propres nécessaire pour absorber des pertes exceptionnelles. Il est calibré pour correspondre à la **Value-at-Risk (VaR) à 99,5%** de la NAV sur un horizon d'un an. Autrement dit, il s'agit du capital qui doit permettre à l'assureur de faire face à ses engagements sur l'année à venir avec une probabilité de 99,5%. En cas de non-respect, l'assureur fait l'objet d'un suivi renforcé par le régulateur.

Le calcul du SCR peut se faire via un modèle interne (spécifique à l'assureur) ou, plus communément, via la **Formule Standard** définie par la réglementation. Cette dernière est une approche modulaire qui décompose le risque total en plusieurs modules et sous-modules (risque de marché, de souscription, de contrepartie, etc.).

Pour chaque risque élémentaire x , le capital requis est calculé comme la perte de NAV consécutive à un choc instantané et calibré sur ce risque :

$$SCR_x = \Delta NAV = NAV_{central} - NAV_{choc\ x} \quad (1.6)$$

Les SCR des différents modules sont ensuite agrégés en prenant compte des corrélations prédéfinies entre les risques. L'agrégation de deux modules de risque i et j se fait via la formule :

$$SCR_{i,j} = \sqrt{SCR_i^2 + SCR_j^2 + 2 \times Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} \quad (1.7)$$

où $Corr_{i,j}$ est le coefficient de corrélation entre les risques i et j fourni par la réglementation. Cette agrégation est appliquée de manière hiérarchique pour obtenir le SCR total, appelé **Basic Solvency Capital Requirement (BSCR)** :

$$SCR_{total} = \sqrt{\sum_i \sum_j SCR_i \times SCR_j \times Corr_{i,j}} \quad (1.8)$$

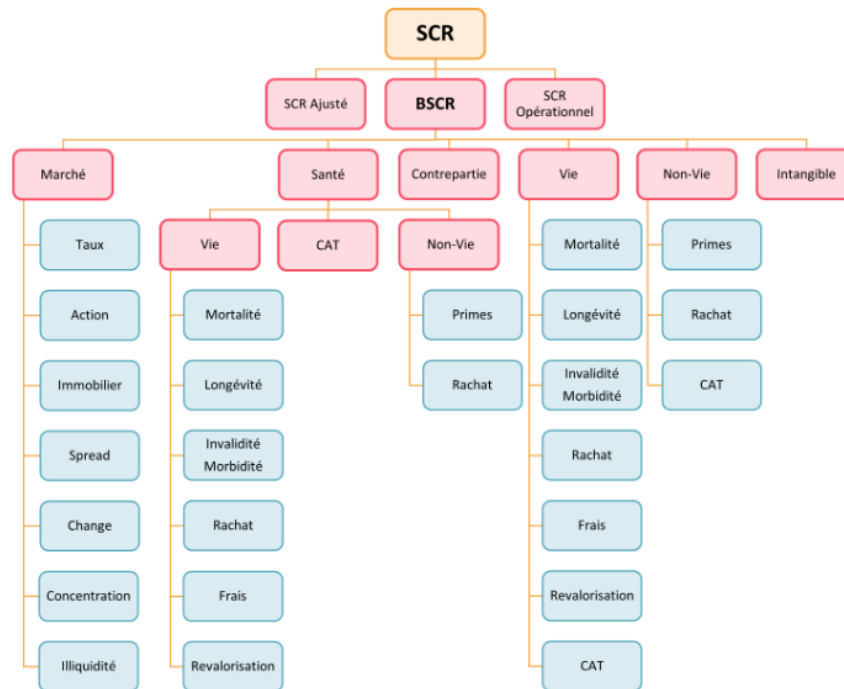


FIGURE 1.4 – Schéma des modules et sous-modules du SCR en Formule Standard

1.2.2 Le Pilier 2 : Exigences qualitatives et gouvernance

Ce pilier se concentre sur la supervision, la gestion des risques et la gouvernance interne. Il impose aux assureurs de mettre en place un système de gouvernance sain, prudent et proportionné. Cela inclut une structure organisationnelle transparente, des politiques écrites claires, et un système de contrôle interne robuste. La direction doit être assurée par au moins deux dirigeants effectifs (principe des 4 yeux) qui doivent répondre à des exigences de compétence et d'honorabilité (*fit and proper*).

Ce système s'articule autour de quatre fonctions clés indépendantes : la fonction actuarielle, la gestion des risques, l'audit interne et la conformité.

L'élément central du Pilier 2 est l'**ORSA** (*Own Risk and Solvency Assessment*). Il s'agit d'un processus interne par lequel l'assureur évalue, sur un horizon de 3 à 5 ans, l'adéquation entre son profil de risque spécifique, ses limites de tolérance et ses besoins globaux en solvabilité. C'est un outil de pilotage stratégique qui permet d'aller au-delà des hypothèses standards pour refléter la stratégie propre de l'entreprise.

1.3 Les Générateurs de Scénarios Économiques (GSE)

Le Générateur de Scénarios Économiques (GSE) est un outil mathématique central dans la modélisation stochastique. Il a pour fonction de simuler de multiples trajectoires futures pour les principales variables financières (taux d'intérêt, performance des actions, inflation, etc.). La qualité des projections ALM dépendant directement de la robustesse du GSE, il est nécessaire de distinguer deux cadres de modélisation qui coexistent.

Bien que ces deux univers soient complémentaires, la réglementation Solvabilité II assigne à chacun un rôle très précis pour le calcul des différents indicateurs prudentiels. Le tableau suivant synthétise cette répartition des tâches.

TABLE 1.1 – Répartition des calculs Solvabilité II par univers de projection

Univers Risque Neutre (Q)	Univers Monde Réel (P)
Indicateurs du Pilier 1 : <ul style="list-style-type: none"> — Best Estimate Liability (BEL) — Marge de Risque (RM) — Solvency Capital Requirement (SCR) — Bilan Prudentiel et NAV 	Exercices du Pilier 2 : <ul style="list-style-type: none"> — ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) — Business Plan et planification stratégique — Test de la pérennité du modèle
Exercices du Pilier 2 : <ul style="list-style-type: none"> — ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) 	
Finalité : Valorisation <i>Market-Consistent</i> à un instant t.	Finalité : Pilotage stratégique et prospectif.

La distinction entre ces deux approches est donc fondamentale : l'une sert à valoriser, l'autre à piloter. Les sections suivantes détaillent les modèles mathématiques sous-jacents à chaque univers.

1.3.1 L'univers Risque Neutre (Q) : un cadre pour la valorisation

L'univers **Risque Neutre (Q)** est un cadre de valorisation théorique, requis par Solvabilité II pour les calculs *market-consistent*. Son objectif n'est pas de prédire l'évolution réelle des marchés, mais de calculer la valeur risque neutralisée d'un actif ou d'un passif à la date de calcul, en se fondant sur les prix de marché observés. Dans cet univers, on postule que tous les investisseurs sont indifférents au risque, ce qui implique que le rendement espéré de n'importe quel actif est égal au taux d'intérêt sans risque. Cette construction, fondée sur l'absence d'opportunité d'arbitrage, est indispensable pour valoriser de manière cohérente les options et garanties complexes des contrats d'assurance. La valeur V_0 d'un flux de trésorerie futur CF_T est alors son espérance mathématique sous cette probabilité risque neutre, actualisée au taux sans risque $r(s)$:

$$V_0 = \mathbb{E}^Q \left[CF_T \cdot e^{-\int_0^T r(s) ds} \right] \quad (1.9)$$

Cet univers constitue le fondement du Pilier 1 de Solvabilité II, utilisé pour le calcul du Best Estimate Liability (BEL) et du Solvency Capital Requirement (SCR).

1.3.1.1 Modélisation des taux d'intérêt : le modèle de Hull & White

Pour les taux d'intérêt, le modèle de **Hull & White à un facteur** est une référence dans le cadre réglementaire. Son principal avantage est sa capacité à se calibrer parfaitement à la courbe des taux sans risque initiale, telle que fournie par l'EIOPA.

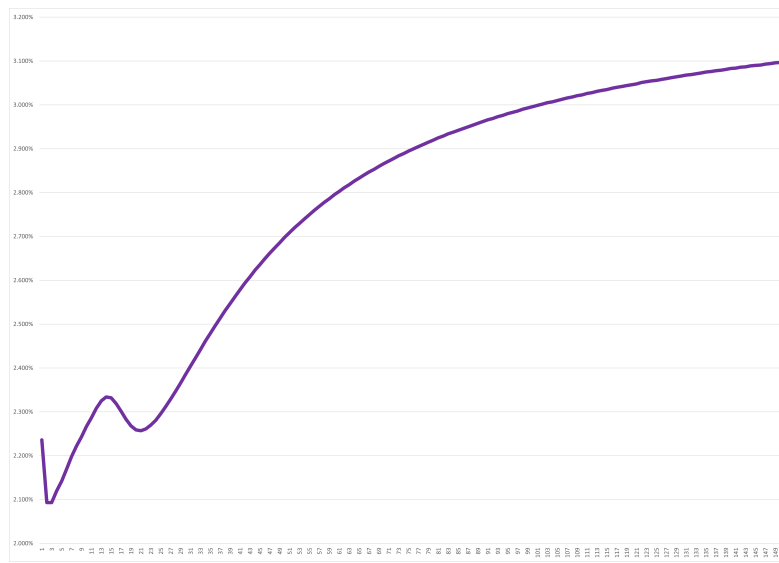


FIGURE 1.5 – Courbe des taux sans risque sans *Volatility Adjustment* au 31/12/2024 publiée par l'EIOPA

Cette flexibilité est obtenue grâce à un paramètre de retour à la moyenne $\theta(t)$ qui dépend du temps. Son équation différentielle stochastique (EDS) s'écrit :

$$dr_t = (\theta(t) - ar_t)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{Q}} \quad (1.10)$$

où r_t est le taux d'intérêt court, a la vitesse de retour à la moyenne, σ la volatilité et $W_t^{\mathbb{Q}}$ un mouvement brownien sous la mesure risque neutre. Pour des raisons de calcul, nous utilisons la solution discrète de cette EDS :

$$r_{t+h} = r_t e^{-ah} + \theta(t+h) - \theta(t)e^{-ah} + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2ah}}{2a}} Z \quad (1.11)$$

1.3.1.2 Modélisation des actions et de l'immobilier : le modèle de Black & Scholes

Pour les actifs risqués comme les actions ou l'immobilier, le modèle de **Black & Scholes** est couramment utilisé. Conformément à la logique risque neutre, le rendement espéré (la dérive du processus) est le taux sans risque r_t . L'EDS du prix de l'actif S_t est :

$$dS_t = r_t S_t dt + \sigma S_t dW_t^{\mathbb{Q}} \quad (1.12)$$

où S_t est le prix de l'actif, r_t le taux sans risque et σ la volatilité de l'actif. La solution de cette EDS est donnée par :

$$S_t = S_0 \exp \left(\int_0^t \left(r_s - \frac{\sigma^2}{2} \right) ds + \int_0^t \sigma dW_s^{\mathbb{Q}} \right) \quad (1.13)$$

En pratique, on utilise sa solution discrétisée pour simuler les trajectoires de prix sur un pas de temps h :

$$S_{t+h} = S_t \exp \left(\left(r_t - \frac{\sigma^2}{2} \right) h + \sigma \sqrt{h} Z \right) \quad (1.14)$$

où Z est une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$.

1.3.2 L'univers Monde Réel (\mathbb{P}) : un outil de pilotage stratégique

À l'inverse, l'**univers Monde Réel** (\mathbb{P}) vise à générer des scénarios réalistes pour refléter une évolution plausible des marchés. Son objectif est la projection et la planification stratégique, notamment pour l'exercice ORSA (Pilier 2) ou l'optimisation de l'allocation d'actifs. La différence fondamentale avec l'univers risque neutre réside dans l'introduction d'une prime de risque pour rémunérer la volatilité supportée par les investisseurs. Le rendement espéré d'un actif risqué est donc supérieur au taux sans risque :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\text{Rendement de l'actif}] = \text{Taux sans risque} + \text{Prime de risque} \quad (1.15)$$

Cette prime est calibrée à partir d'analyses prospectives, de données historiques et de d'avis d'expert sur le marché.

1.3.2.1 Modélisation des taux d'intérêt : le modèle de Vasicek

Dans l'univers monde réel, le modèle de **Vasicek** est souvent préféré pour sa parcimonie et son interprétation économique. Il modélise un retour des taux courts r_t vers une moyenne de long terme constante b , ce qui correspond à une vision économique plus stable. Son EDS est :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{P}} \quad (1.16)$$

où a est la vitesse de retour à la moyenne, b la moyenne de long terme du taux, σ sa volatilité et $W_t^{\mathbb{P}}$ un mouvement brownien sous la mesure monde réel. La solution de cette EDS est :

$$r_t = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma \int_0^t e^{-a(t-s)} dW_s^{\mathbb{P}} \quad (1.17)$$

Pour calibrer ces modèles, les données choisies en entrée sont typiquement des séries temporelles historiques : Euribor 3 mois pour les taux courts, l'indice des OAT 10 ans pour les taux longs, les cotations de l'IEIF pour l'immobilier et l'EuroStoxx pour les actions.

1.3.2.2 Modélisation des actions et de l'immobilier : le modèle de Black & Scholes avec prime de risque

Le modèle de Black & Scholes est également utilisé, mais sa dérive est modifiée pour inclure la prime de risque. Le rendement espéré μ est désormais une constante supérieure au taux sans risque moyen : $\mu > r$. L'EDS devient :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t^{\mathbb{P}} \quad (1.18)$$

La solution de cette EDS est le fameux mouvement brownien géométrique :

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t^{\mathbb{P}} \right) \quad (1.19)$$

1.3.3 Synthèse des deux univers

Le tableau suivant résume les caractéristiques et les usages des deux univers de projection. Si l'univers risque neutre \mathbb{Q} répond à la question « *Combien vaut cet engagement aujourd'hui ?* », l'univers monde réel \mathbb{P} répond à « *Quelle sera ma situation financière demain ?* ».

TABLE 1.2 – Synthèse comparative des univers de projection

Critère	Univers Risque Neutre (\mathbb{Q})	Univers Monde Réel (\mathbb{P})
Objectif	Valorisation <i>Market-Consistent</i> (Pilier 1 : BEL, SCR). Calculer une valeur juste à $t = 0$.	Projection stratégique (Pilier 2 : ORSA, Business Plan). Simuler des futurs plausibles.
Rendement Espéré (Actifs risqués)	Taux sans risque (r_t). Aucune prime de risque.	Taux sans risque + Prime de risque ($\mu = r + \text{prime}$).
Modèle de Taux Typique	Hull & White . Flexible, calibré à la courbe des taux initiale.	Vasicek . Économique, retour à une moyenne de long terme.
Calibration	Calibré sur les prix des instruments financiers actuels (courbe des taux, volatilités implicites).	Calibré sur des données historiques et des anticipations d'experts (primes de risque).

Pour la suite de ce mémoire, je vais me concentrer sur l'univers risque neutre \mathbb{Q} , car il est le plus pertinent pour les calculs prudentiels et la gestion Actif-Passif dans le cadre de Solvabilité II.

1.4 La représentation du passif : le concept de *Model Point*

1.4.1 La nécessité de l'agrégation

Les portefeuilles d'assurance vie comptent souvent des centaines de milliers, voire des millions de polices. Une modélisation "police à police" est techniquement possible mais informatiquement irréalisable pour des calculs stochastiques complexes comme ceux requis par les modèles ALM. La charge de calcul deviendrait prohibitive. La simplification du portefeuille de passif n'est donc pas un choix, mais une contrainte opérationnelle fondamentale.

La réponse standard à cette contrainte est la création de *Model Points* (MP). Un MP est un contrat synthétique représentant un agrégat de polices partageant des caractéristiques homogènes. L'objectif est de réduire drastiquement le volume de données à traiter tout en préservant les propriétés actuarielles et financières essentielles du portefeuille complet. La qualité de la représentation dépend directement de la pertinence des critères de regroupement (caractéristiques du produit, de l'assuré, du contrat), souvent optimisés par des techniques de classification statistique (*clustering*).

1.4.2 Les impacts de l'agrégation en MP sur les indicateurs S2

L'utilisation des *Model Points* constitue la méthode standard pour agréger le passif et rendre les modèles ALM opérationnels. Cependant, la manière dont ces groupes de contrats sont formés à partir des polices individuelles a un impact direct et significatif sur la valorisation des indicateurs réglementaires et leur sensibilité aux chocs.

La problématique centrale de ce mémoire est donc d'optimiser cette étape fondamentale de l'agrégation. En partant du portefeuille granulaire "police à police", nous cherchons à définir, comparer et tester différentes méthodes de regroupement pour créer des *Model Points*. L'objectif est de construire une méthodologie de simplification optimale, c'est-à-dire celle qui minimise l'erreur d'agrégation tout en garantissant la plus grande stabilité des indicateurs Solvabilité II (SCR, Marge de Risque, NAV) lors du calcul des différentes sensibilités. Cette section introductive pose donc les fondations de notre analyse : la simplification étant une nécessité, comment s'assurer que la méthode de regroupement choisie est la plus fidèle et la plus robuste possible ?

Chapitre 2

Super chapitre 2 de Margot !

Chapitre 3

Super chapitre 3 de Margot !

Chapitre 4

Super chapitre 4 de Margot !

Chapitre 5

Super chapitre 5 de Margot !

Chapitre 6

Conclusion

Annexes

Bibliographie