

Proyecto 1 - Modelado, Simulación y Optimización

Hernández Pérez, Luisa Gabriela
Ojeda Romero, Juan Sebastian
Rozo Cepeda, Adriana Sofía

Marzo 2025

Punto 1

1.1 Análisis del Contexto Nacional y Necesidades Logísticas de LogistiCo

La empresa LogistiCo, a través de su división **National Logistics**, opera en el transporte de carga a nivel nacional, conectando **puertos marítimos clave del Caribe colombiano** – tales como Barranquilla, Cartagena y Santa Marta – con **centros de consumo** ubicados en ciudades del interior, como Bogotá, Medellín, Cali, Ibagué y Buenaventura.

La operación nacional presenta necesidades logísticas específicas que incluyen:

- **Planificación eficiente de rutas:** Optimizar los trayectos para minimizar tanto los costos operativos como los tiempos de transporte.
- **Disponibilidad estratégica de estaciones de servicio:** Dada la autonomía limitada de los vehículos, es fundamental ubicar puntos de recarga que permitan la continuidad de la operación, considerando costos y tiempos de recarga.
- **Cumplimiento de restricciones de peso:** Cada municipio impone regulaciones viales que limitan el peso máximo permitido, lo que debe considerarse al planificar las rutas.
- **Gestión de peajes:** Incluir en la formulación los costos fijos o proporcionales al peso para cada tramo recorrido.
- **Red de nodos compleja:** La red incluye múltiples tipos de nodos: origen (puertos), destinos (centros de consumo), estaciones de servicio y municipios intermedios.
- **Otros aspectos operativos:** Se deben tener en cuenta variables como el consumo de combustible, la capacidad de carga de los vehículos, los volúmenes de mercancía a transportar y posibles restricciones de tiempo de entrega.

1.2 Identificación de Elementos Críticos

A continuación, se describen los elementos críticos que deben ser considerados en la formulación del problema:

Table 1: Identificación de Elementos Críticos

Elemento	Descripción
Nodos	Puntos de la red que incluyen el puerto de origen, destinos (centros de consumo), estaciones de servicio y municipios intermedios.

Continúa en la siguiente página

Table 1 – (continuación)

Elemento	Descripción
Vehículos	Camiones con capacidades de carga y autonomía limitadas, que determinan la cantidad de mercancía transportable y el alcance entre recargas.
Rutas	Conexiones (arcos) entre nodos, cada una con un costo asociado (en tiempo, distancia y/o costo económico).
Estaciones de Servicio	Ubicaciones estratégicas para la recarga de combustible, con precios y capacidades variables, así como tiempos de recarga específicos.
Restricciones de Peso	Límites máximos de peso que se pueden ingresar a ciertos municipios, establecidos por normativas de seguridad vial.
Peajes	Costos asociados a determinados tramos, que pueden ser fijos o proporcionales al peso transportado.
Datos Operativos Adicionales	Volúmenes de carga, consumo de combustible por kilómetro, tiempos de viaje y costos operativos, que afectan la eficiencia de la operación.

Punto 2

2.1 Definición de Conjuntos Relevantes

En esta sección se definen los conjuntos que representan los diferentes elementos de la red y los recursos disponibles para el problema. Estos conjuntos permiten modelar de manera estructurada los puntos de acceso, destinos, municipios, estaciones de recarga, vehículos y las conexiones factibles entre ellos. Cabe resaltar que los destinos (D) son un subconjunto de los municipios (M), ya que éstos últimos engloban tanto los destinos finales como los municipios intermedios que pueden formar parte de una ruta. Además, para cada conjunto se asociarán parámetros específicos (por ejemplo, distancias, costos, capacidades, etc.) que serán utilizados en la formulación matemática del modelo.

Table 2: Definición de Conjuntos Relevantes

Conjunto	Notación	Descripción
Puntos de acceso	P	Conjunto de puertos de entrada al país (por ejemplo, Barranquilla, Cartagena y Santa Marta). Estos nodos son el punto de inicio para la llegada de la carga.
Destinos	$D \subseteq M$	Conjunto de municipios destino o centros de consumo (por ejemplo, Bogotá, Medellín, Cali, Ibagué y Buenaventura). Representan los puntos finales en la red de distribución y están incluidos dentro del conjunto de municipios.
Municipios	M	Conjunto de todos los municipios relevantes, incluyendo tanto los destinos (D) como los municipios intermedios que pueden formar parte de una ruta.
Estaciones	$S \subseteq M$	Subconjunto de municipios que cuentan con estaciones de recarga de combustible. Cada estación se asocia a parámetros específicos como costo, capacidad y tiempo de recarga.
Vehículos	V	Conjunto de vehículos disponibles (camiones), caracterizados por su capacidad máxima de carga, consumo de combustible, autonomía limitada y otros parámetros operativos relevantes.
Arcos posibles	$A \subseteq M \times M$	Conjunto de pares ordenados de municipios que cuentan con una conexión vial factible. Cada arco se asocia a parámetros tales como distancia, tiempo de viaje, costo de peaje (fijo o variable) y restricciones de peso.

2.2 Restricciones Operativas y Normativas

El modelo debe contemplar una serie de restricciones que se dividen en dos categorías: operativas y normativas. Además, se deberán definir parámetros adicionales que vinculen, por ejemplo, el consumo de combustible con la distancia recorrida y los tiempos de recarga en cada estación.

Restricciones Operativas:

- **Autonomía limitada:** Cada vehículo tiene un rango limitado debido a la capacidad finita de su tanque de combustible, lo que obliga a planificar paradas estratégicas en las estaciones de recarga del conjunto S . Se debe definir un parámetro que relacione el consumo de combustible con la distancia recorrida.
- **Capacidad máxima de carga:** Los vehículos tienen un límite en la cantidad de carga que pueden transportar, lo que afecta directamente la cantidad de mercancía movilizable en cada ruta.
- **Red vial realista:** No todos los municipios están conectados directamente; solo se consideran los arcos en el conjunto A , que representan las rutas viables. Cada conexión puede incluir costos asociados de tiempo, distancia y peajes.
- **Tiempos de viaje y recarga (opcional):** Se pueden incorporar los tiempos de desplazamiento en cada arco y los tiempos de recarga en las estaciones (en S), influyendo en la planificación y optimización total.

Restricciones Normativas:

- **Restricción de peso por municipio:** Cada municipio impone límites de peso máximo para el ingreso de vehículos, considerando tanto el peso del camión como el de la carga, conforme a la normativa de seguridad vial. A cada municipio $m \in M$ se le asignará un parámetro que denote este límite.
- **Peajes fijos o variables:** Los costos asociados a peajes pueden ser valores fijos o depender del peso transportado. Estos se modelarán mediante funciones que pueden incluir un costo base y un incremento por tonelada, lo cual debe ser integrado en el modelo para optimizar costos.
- **Precios variables del combustible:** El costo del combustible varía según la estación de recarga. A cada estación $s \in S$ se le asignará un parámetro de precio c_s , haciendo que la selección del punto de recarga sea estratégica para minimizar costos.

Punto 3: Formulación del Modelo

3.1 Conjuntos

(Ya definidos en la sección anterior.)

3.2 Parámetros

A continuación se listan los parámetros y constantes necesarios para la formulación del modelo. Para cada conjunto se asociarán parámetros específicos (por ejemplo, distancias, costos, capacidades, etc.) que se utilizarán en la formulación matemática.

Table 3: Parámetros del Modelo

Parámetro	Notación	Descripción
Distancia entre nodos	d_{ij}	Distancia (km) entre nodos i y j , para $(i, j) \in A$.

Table 3 – (continuación)

Parámetro	Notación	Descripción
Capacidad del vehículo	cap_v	Capacidad máxima (toneladas) que puede transportar el vehículo $v \in V$.
Autonomía del vehículo	a_v	Distancia máxima (km) que puede recorrer el vehículo $v \in V$ sin recargar. Se asume que el nivel de combustible se expresa en unidades equivalentes a km, de forma que la autonomía representa el límite superior del nivel de combustible.
Precio del combustible	f_i	Costo del combustible en nodo $i \in S$ (por unidad de combustible).
Costo de mantenimiento	m	Costo (monetario) por km recorrido.
Tarifa de flete	ft	Costo de flete por km recorrido.
Peaje fijo	p_{ij}	Costo fijo de peaje entre nodos i y j .
Peaje variable	δ_{ij}	Costo adicional por tonelada transportada entre i y j .
Peso permitido	w_m	Límite máximo de peso (toneladas) permitido en el municipio $m \in M$.
Consumo de combustible	c	Consumo (unidades de combustible por km recorrido) que se utiliza para calcular la disminución del nivel de combustible.
Factor de emisión	γ	Emisiones generadas (por ejemplo, en kg CO ₂ /tonelada-km).
Límite de emisiones	E_{\max}	Emisión máxima permitida para la operación, ya sea por vehículo o a nivel global.
Demanda	r_m	Demanda de insumos de cada municipio $m \in M$.
Sobrepeso	S_v	Mide el exceso de carga de cada vehículo $v \in V$.

3.3 Variables de Decisión

Se definen las siguientes variables de decisión para capturar la asignación de rutas, la selección de estaciones de recarga y el cumplimiento de las restricciones operativas y normativas:

Table 4: Variables de Decisión

Variable	Notación	Tipo	Descripción
Ruta tomada	x_{ijv}	Binaria	1 si el vehículo $v \in V$ recorre el arco $(i, j) \in A$; 0 en caso contrario.
Carga transportada	q_v	Continua	Cantidad de carga (en toneladas) asignada al vehículo v .
Recarga	y_{iv}	Continua	Cantidad de combustible recargado en el nodo $i \in S$ por el vehículo v (en unidades de combustible).
Ingreso a municipio	z_{mv}	Binaria	1 si el vehículo v ingresa al municipio $m \in M$; 0 en caso contrario.
Nivel de combustible	f_{iv}	Continua	Nivel de combustible (expresado en unidades equivalentes a km) del vehículo v al llegar al nodo $i \in M$.

3.4 Restricciones

A continuación se presentan las principales restricciones del modelo que aseguran la viabilidad de las rutas, la gestión de recargas y el cumplimiento de las normativas:

1. Conservación de flujo: Para cada vehículo $v \in V$ y para cada nodo intermedio (excluyendo el punto de partida y los destinos), se debe garantizar que el flujo entrante sea igual al flujo saliente:

$$\sum_{j \in M: (i,j) \in A} x_{ijv} - \sum_{j \in M: (j,i) \in A} x_{jiv} = 0, \quad \forall i \in M \setminus (P \cup D), \forall v \in V.$$

2. Autonomía y consumo de combustible: El nivel de combustible se actualiza en cada desplazamiento, considerando el consumo proporcional a la distancia recorrida y la recarga en nodos de estación. Se modela de la siguiente forma:

$$f_{jv} = f_{iv} + y_{iv} - c \cdot d_{ij} \cdot x_{ijv}, \quad \forall (i,j) \in A, \forall v \in V.$$

Además, se impone la restricción de que el nivel de combustible no supere la autonomía del vehículo:

$$f_{iv} \leq a_v, \quad \forall i \in M, \forall v \in V.$$

3. Recarga únicamente en estaciones: La variable de recarga debe ser cero en nodos que no cuenten con estación:

$$y_{iv} = 0, \quad \forall i \in M \setminus S, \forall v \in V.$$

4. Capacidad del vehículo: La carga asignada a cada vehículo no puede superar su capacidad:

$$q_v \leq cap_v, \quad \forall v \in V.$$

5. Restricción de peso en municipios: Si un vehículo ingresa a un municipio, la carga transportada (considerada aquí como q_v ; se puede incluir además el peso base del vehículo si se dispone de dicho parámetro) no debe exceder el límite permitido:

$$q_v \cdot z_{mv} \leq w_m, \quad \forall m \in M, \forall v \in V.$$

6. Restricción de demanda en municipios: Si un vehículo ingresa a un municipio, la demanda del municipio (considerada aquí como r_m ; debe ser menor o igual a la capacidad total del vehículo:

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ijv} \cdot r_m \leq cap_v$$

7. Garantía de entrega: Cada destino debe ser atendido por al menos un vehículo. Para cada destino $d \in D$, se garantiza que al menos un vehículo llegue a dicho destino:

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in M: (i,d) \in A} x_{idv} \geq 1, \quad \forall d \in D.$$

8. Límite de emisiones: Las emisiones generadas por cada vehículo, calculadas en función de la distancia recorrida y la carga transportada, deben mantenerse por debajo de un umbral máximo:

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ijv} \cdot d_{ij} \cdot q_v \cdot \gamma \leq E_{\max}, \quad \forall v \in V.$$

Punto 4: Preprocesamiento de Datos

A continuación, se muestra el preprocesamiento que debe realizarse a los parametros a los que se requiera para asegurarnos que reflejen las condiciones operativas reales.

4.1 Distancia entre nodos d_{ij}

Para encontrar la distancia entre dos municipios, utilizaremos `osmnx`, una librería de python que calcula las distancias entre dos puntos. El motivo de esta elección es que es una herramienta gratuita que permite calcular la distancia entre dos coordenadas en base a su latitud y longitud, lo cual también nos podría servir a la hora de calcular distancias con respecto a las estaciones de servicio (las cuales tienen su ubicación en latitud y longitud). Asimismo, este método permite calcular la distancia real teniendo en cuenta los datos de OpenStreetMap, a diferencia de la fórmula de Haversine la cual calcula distancias directas y poco aplicables a casos reales.

4.2 Autonomía del Vehículo

En la realidad, la autonomía de un vehículo depende de la carga que este tenga. Esto sucede puesto que al vehículo le cuesta más esfuerzo, y por lo tanto consumirá más gasolina para llegar a un destino. Entonces, esta transformarse para que corresponda a la realidad. Se plantea una autonomía ajustada a'_v que cumple la siguiente fórmula:

$$a'_v = a_v \cdot \left(1 - 0.1 \cdot \frac{q_v}{\text{cap}_v}\right) \quad (1)$$

donde:

- a_v es la autonomía base del vehículo v (en km, con tanque lleno y sin carga).
- q_v es la carga transportada (en toneladas).
- cap_v es la capacidad máxima de carga del vehículo v (en toneladas).

4.3 Factor de emisión

Para encontrar un factor de emisión adecuado utilizamos datos estadísticos de una organización que encontró el rango de consumo de gramos de CO₂ por tonelada-km (Transport Geography, 2019), el cual establece que es entre 60g y 150g de CO₂/ton-km. Por efectos del ejercicio, tomaremos un valor de 100g de CO₂, es decir que: $\gamma = 0.1 \text{ kgCO}_2/\text{ton-km}$

4.4 Límite de emisiones

Para calcularlo, primero estableceremos un límite de conducción de 10 mil km, y lo multiplicaremos por lo que consume generalmente un carro, que son $\gamma = 0.1 \text{ kg CO}_2/\text{ton-km}$, y luego su capacidad, lo que nos daría el límite que este soporte, por lo que tenemos esta fórmula para el límite de emisión:

$$E_{\max} = \gamma \times \text{cap}_v \times 10\,000$$

Punto 5: Función Objetivo

a. Función objetivo para minimizar el costo total de transporte

El objetivo principal del modelo es minimizar el costo total incurrido por LogistiCo al transportar carga desde los puntos de acceso (puertos) hasta los destinos finales. Este costo total incluye:

- **Costo de recorrido:** Representado por la tarifa de flete ft y el costo de mantenimiento m por kilómetro.
- **Costo de peajes:** Compuesto por un peaje fijo p_{ij} y un peaje variable δ_{ij} que depende de la carga transportada.

- **Costo de combustible:** Calculado en función del combustible recargado en las estaciones, donde el precio es f_i en el nodo $i \in S$.
- **Penalizaciones ambientales y por restricciones de peso:** Se incorporan penalizaciones por exceder los límites de peso en municipios (con factor α) y por emisiones excesivas (con factor β).

La función objetivo se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \underbrace{\sum_{v \in V} \sum_{(i,j) \in A} x_{ijv} \cdot (ft \cdot d_{ij} + m \cdot d_{ij} + p_{ij} + \delta_{ij} \cdot q_v)}_{\text{Costos de recorrido y peajes}} \\
& + \underbrace{\sum_{v \in V} \sum_{i \in S} y_{iv} \cdot f_i}_{\text{Costo de combustible}} \\
& + \underbrace{\sum_{v \in V} \sum_{m \in M} \alpha \cdot s_{vm}}_{\text{Penalización por exceso de peso}} \\
& + \underbrace{\sum_{v \in V} \sum_{(i,j) \in A} x_{ijv} \cdot d_{ij} \cdot q_v \cdot \gamma \cdot \beta}_{\text{Penalización por emisiones}}
\end{aligned}$$

b. Penalizaciones adicionales y restricción de emisiones

b.1 Penalización por exceso de peso: Esta penalización se aplica en cada municipio $m \in M$ para cada vehículo $v \in V$ que ingresa al municipio, en caso de que la carga transportada q_v exceda el límite permitido w_m :

$$\sum_{v \in V} \sum_{m \in M} \alpha \cdot s_{vm}$$

Sujeto a:

$$s_{vm} \geq q_v - w_m$$

$$s_{vm} \geq 0$$

b.2 Penalización por emisiones:

Se penalizan las emisiones generadas por cada vehículo, calculadas como el producto de la distancia recorrida, la carga transportada y un factor de emisión γ , ponderado por β :

$$\sum_{v \in V} \sum_{(i,j) \in A} x_{ijv} \cdot d_{ij} \cdot q_v \cdot \gamma \cdot \beta$$

b.3 Restricción de emisiones: Adicionalmente, se impone que las emisiones totales generadas por cada vehículo no superen un umbral máximo E_{\max} :

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ijv} \cdot d_{ij} \cdot q_v \cdot \gamma \leq E_{\max}, \quad \forall v \in V.$$

Con esta formulación integramos todos los componentes de costo (recorrido, combustible, mantenimiento, peajes) junto con penalizaciones por incumplimientos en restricciones de peso y emisiones, de modo que se minimice el costo total de transporte en nuestro proyecto.

Punto 6: Validación y Análisis

En este punto se presenta un caso de prueba para validar el modelo de optimización de rutas y estrategia de recarga de LogistiCo. El objetivo es verificar la factibilidad de la ruta, el cumplimiento de restricciones operativas y normativas, y la correcta asignación de recargas, costos de recorrido, peajes y penalizaciones.

1 Definición de Nodos y Conjuntos

1.1 Puntos de Acceso

- **P1 – Puerto de Barranquilla**
Coordenadas: (10.9639, -74.7964)
(No se permite recarga en este nodo).

1.2 Municipios y Destinos

- **D1 – Bogotá:**
Funciona como destino y, además, se considerará una estación de servicio. No se impone restricción de peso (o se asume un límite alto).
- **D2 – Guasca:**
Límite de peso: 18 toneladas. Se utiliza también como estación de servicio.
- **D3 – Cogua:**
Límite de peso: 25 toneladas.

1.3 Estaciones de Servicio

Los nodos que permiten recarga son:

- S1 = D1 (Bogotá)
- S2 = D2 (Guasca)

Además, se introduce un nodo intermedio exclusivo para recarga:

- **S0 – Estación Intermedia:**
Ubicado entre P1 y S1, con función exclusiva de recarga.

2 Arcos y Parámetros Asociados

Se definen los siguientes arcos factibles, junto con sus distancias y peajes:

Origen	Destino	Distancia (km)	Peaje Fijo (COP)	Peaje Variable (COP/ton)
P1	S0	80	10,000	N/A
S0	S1 (Bogotá)	40	5,000	N/A
S1 (Bogotá)	D2 (Guasca)	80	10,000	500
D2 (Guasca)	D3 (Cogua)	60	0	N/A

2.1 Otros Parámetros

- Tarifa de flete, ft : 5,000 COP/km.
- Costo de mantenimiento, m : 700 COP/km.
- Consumo de combustible, c : 1 unidad/km.
- Precio del combustible: 12 COP/unidad (en S0, S1 y S2).
- Nivel inicial de combustible, f^0 : 100 unidades.
- Factor de emisión, γ : 0.1 kg CO₂/ton-km.
- Límite de emisiones, E_{\max} : 500 kg CO₂.
- Penalización por exceso de peso, α : 1,000 COP/tonelada excedida.
- Penalización por emisiones, β : 1 (factor multiplicador).

3 Datos del Vehículo

Utilizaremos el vehículo V1 con las siguientes características:

- Capacidad máxima, cap_{V1} : 30 toneladas.
- Autonomía base, a_{V1} : 800 km.
- Carga asignada, q_{V1} : 16 toneladas.

La autonomía ajustada se calcula mediante la fórmula:

$$a'_{V1} = a_{V1} \cdot \left(1 - 0.1 \cdot \frac{q_{V1}}{cap_{V1}}\right)$$

Para $q_{V1} = 16$ y $cap_{V1} = 30$, se obtiene:

$$a'_{V1} \approx 800 \cdot \left(1 - 0.1 \cdot \frac{16}{30}\right) \approx 757 \text{ km.}$$

4 Simulación del Recorrido y Gestión del Combustible

Se plantea la siguiente ruta y estrategia de recarga:

1. Trayecto P1 → S0:

- Distancia: 80 km.
- Consumo: 80 unidades. Con un nivel inicial de 100 unidades, queda un remanente de 20 unidades.

2. **Recarga en S0:** Se recargan, por ejemplo, 30 unidades, de forma que al salir de S0 el combustible total es $20 + 30 = 50$ unidades.

3. Trayecto S0 → S1 (Bogotá):

- Distancia: 40 km.
- Consumo: 40 unidades. Quedando 10 unidades al llegar a S1.

4. **Recarga en S1:** Se recargan, por ejemplo, 70 unidades, obteniéndose 80 unidades para continuar (10 existentes + 70 recargadas).

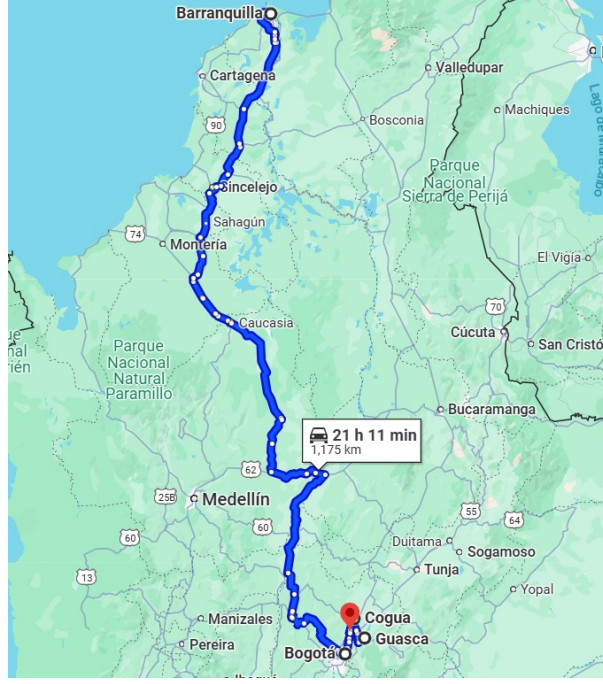


Figure 1: Recorrido de Barranquilla, Bogotá, Guasca y Cogua

5. **Trayecto S1 → D2 (Guasca):**

- Distancia: 80 km.
- Consumo: 80 unidades (se agota el combustible).

6. **Recarga en D2 (si fuera necesario) y Trayecto D2 → D3 (Cogua):**

- Distancia: 60 km.
- Se efectúa una recarga previa en D2 para asegurar el combustible suficiente.

5 Verificación de Restricciones y Cálculo de Costos

5.1 Restricciones a Verificar

- **Autonomía y Recarga:** Se verifica que el combustible disponible en cada tramo es suficiente para la distancia a recorrer, sin exceder la autonomía ajustada a'_{V1} .
- **Capacidad y Restricción de Peso:** La carga de 16 toneladas es inferior a la capacidad del vehículo (30 toneladas) y está por debajo del límite de peso en Guasca (18 toneladas). (Nota: En escenarios alternativos se podría evaluar la aplicación de penalizaciones por sobrepeso.)
- **Conservación de Flujo:** En cada nodo intermedio, se debe garantizar que el flujo (entrada y salida del vehículo) se conserva. Por ejemplo, en S0 y S1 el vehículo que llega también debe salir.
- **Peajes y Costos de Recorrido:** Se calculan utilizando la fórmula:

$$\text{Costo de tramo} = (ft + m) \times \text{distancia} + \text{peaje fijo} + (\text{peaje variable} \times q_{V1}) \quad (\text{si aplica})$$

- **Emisiones:** Se verifica que las emisiones totales generadas en cada tramo no excedan el límite E_{\max} . Las emisiones se calculan como:

$$\text{Emisiones por tramo} = \text{distancia} \times q_{V1} \times \gamma$$

Costos de Recorrido:

- **P1 → S0:**

$$\text{Costo} = (5,000 + 700) \times 80 + 10,000 \text{ COP.}$$

- **S0 → S1:**

$$\text{Costo} = (5,000 + 700) \times 40 + 5,000 \text{ COP.}$$

- **S1 → D2:**

$$\text{Costo} = (5,000 + 700) \times 80 + 10,000 + (500 \times 16) \text{ COP.}$$

- **D2 → D3:**

$$\text{Costo} = (5,000 + 700) \times 60.$$

- **Costo de Combustible:** Se calcula en función de la cantidad total recargada en cada estación, a 12 COP por unidad.

Cálculo de Emisiones:

Utilizando el valor actualizado de $\gamma = 0.1 \text{ kg CO}_2/\text{ton-km}$, se tiene:

- **P1 → S0:**

$$\text{Emisiones} = 80 \times 16 \times 0.1 = 128 \text{ kg CO}_2$$

- **S0 → S1:**

$$\text{Emisiones} = 40 \times 16 \times 0.1 = 64 \text{ kg CO}_2$$

- **S1 → D2:**

$$\text{Emisiones} = 80 \times 16 \times 0.1 = 128 \text{ kg CO}_2$$

- **D2 → D3:**

$$\text{Emisiones} = 60 \times 16 \times 0.1 = 96 \text{ kg CO}_2$$

$$\text{Emisiones totales} = 128 + 64 + 128 + 96 = 416 \text{ kg CO}_2$$

Dado que $416 \text{ kg CO}_2 < E_{\max} (500 \text{ kg CO}_2)$, la restricción de emisiones se cumple.

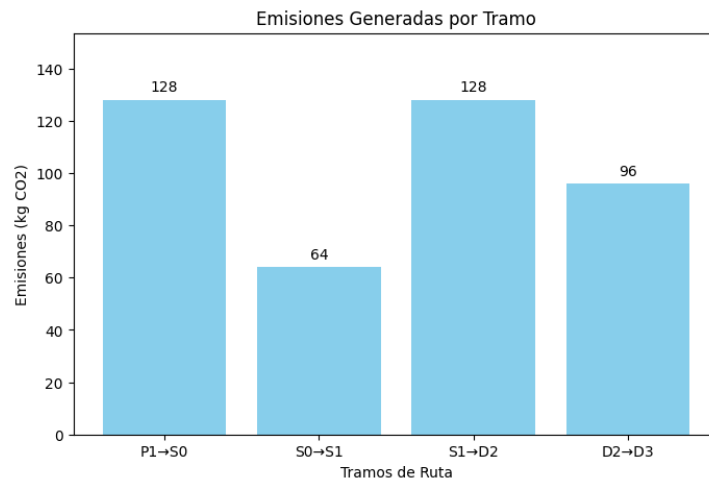


Figure 2: Distribución de emisiones por tramo

Conservación de Flujo:

En cada nodo intermedio (S0, S1 y D2) se verifica que:

$$\text{Flujo de entrada} = \text{Flujo de salida}$$

Por ejemplo:

- En **S0**: El vehículo llega desde P1 y sale hacia S1.
- En **S1**: El vehículo llega desde S0 y sale hacia D2.

6 Resumen y Conclusión

En resumen, el caso de prueba propuesto contempla la definición de los nodos P1 (Puerto de Barranquilla), S0 (Estación Intermedia), S1 (Bogotá, que también funciona como estación de servicio), D2 (Guasca, que actúa como estación y destino) y D3 (Cogua, destino). Además, definimos los arcos que conectan estos nodos, incluyendo sus respectivas distancias y peajes, y se han establecido los parámetros operativos del modelo, tales como la tarifa de flete, el costo de mantenimiento, el consumo de combustible, el precio del mismo, el nivel inicial, el factor de emisión ($\gamma = 0.1 \text{ kg CO}_2/\text{ton-km}$), el límite de emisiones y las penalizaciones por exceso de peso y emisiones.

Al utilizar el vehículo V1, que posee una capacidad máxima de 30 toneladas, una autonomía base de 800 km y una carga asignada de 16 toneladas, con una autonomía ajustada calculada en 757 km. La ruta factible propuesta es $P1 \rightarrow S0 \rightarrow S1 \rightarrow D2 \rightarrow D3$, implementando recargas planificadas para garantizar que el vehículo cumpla con su autonomía.

En este escenario verificamos la factibilidad de la ruta y la correcta gestión del combustible, se aseguran el cumplimiento de las restricciones de capacidad, peso, conservación de flujo y emisiones, y se evalúa el costo total del transporte (incluyendo recorrido, peajes y combustible) considerando, de ser necesario, la aplicación de penalizaciones.

7 Consideración de Escenarios Alternativos

Aunque en este caso de prueba la carga (16 toneladas) está por debajo del límite de peso en Guasca (18 toneladas), se evaluará un escenario alternativo en el que la carga supere dicho límite para verificar la correcta aplicación de la penalización por exceso de peso (α).

7.1 Puntos de Acceso

- **P1 – Puerto de Barranquilla**
Coordenadas: (10.9639, -74.7964)
(No se permite recarga en este nodo).

7.2 Municipios y Destinos

- **D1 – Montería:**
Límite de peso: 18 Toneladas
- **D2 – Bogotá:**
Funciona como destino y, además, se considerará una estación de servicio. No se impone restricción de peso (o se asume un límite alto).

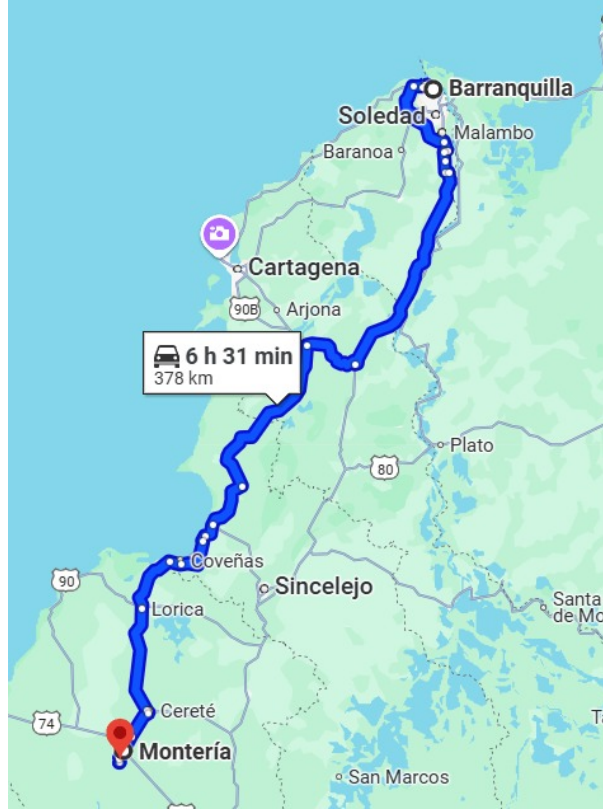


Figure 3: Recorrido de Barranquilla, Montería y Bogotá

7.3 Datos del Vehículo

Utilizaremos el vehículo V1 con las siguientes características:

- Capacidad máxima, cap_{V1} : 30 toneladas.
- Autonomía base, a_{V1} : 800 km.
- Carga asignada, q_{V1} : 20 toneladas.

7.4 Restricciones a Verificar

- **Autonomía y Recarga:** Se verifica que el combustible disponible en cada tramo es suficiente para la distancia a recorrer, sin exceder la autonomía ajustada a'_{V1} .
- **Capacidad y Restricción de Peso:** La carga de 20 toneladas es inferior a la capacidad del vehículo (30 toneladas). Sin embargo, está por debajo del límite de peso en Montería (18 toneladas).
- **Conservación de Flujo:** En cada nodo intermedio, se debe garantizar que el flujo (entrada y salida del vehículo) se conserva. Por ejemplo, en S0 y S1 el vehículo que llega también debe salir.
- **Peajes y Costos de Recorrido:** Se calculan utilizando la fórmula:

$$\text{Costo de tramo} = (ft + m) \times \text{distancia} + \text{peaje fijo} + (\text{peaje variable} \times q_{V1}) \quad (\text{si aplica})$$

- **Emisiones:** Se verifica que las emisiones totales generadas en cada tramo no excedan el límite E_{\max} . Las emisiones se calculan como:

$$\text{Emisiones por tramo} = \text{distancia} \times q_{V1} \times \gamma$$

En estos casos particulares donde la carga asignada del vehículo excede el límite del peso de un municipio, se debe tener en cuenta la penalización por exceso de peso. En estas, se aumenta el costo en base a lo que cobra el municipio por tonelada excedida. Entonces, aplicando la fórmula de penalización:

$$\sum_{v \in V} \sum_{m \in M} \alpha \cdot s_{vm}$$

donde α es lo que cobra el municipio (en este caso, supondremos que es 100 mil COP/ton), por lo que nos queda que el costo adicional por excederse el límite es: $4 \text{ ton} \times 100\,000 \text{ COP/ton} = 400\,000 \text{ COP}$