МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)

Институт Компьютерных технологий и защиты информации
(наименование института)
Кафедра Прикладной математики и информатики
(наименование кафедры)

ДОМАШНЯЯ РАБОТА
по дисциплине
«Теория формальных языков и методы трансляции»
Вариант 2.14

Выполнил студент группы 4312
Д.Д.Наумихин
(ФИО)

Казань 2025

Contents

1 Определение типа языка L **3**

2 Регулярный язык **3**

2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду 3

2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества . . . 4

2.3 Получение регулярной грамматики 4

2.3.1 Построение леволинейной и праволинейной грамматик 4

2.3.2 Приведение грамматики 5

Вариант 2.14

$$L = \left\{((a,b)^2)^k \cdot ((b,c)^2)^m \colon \forall k > 0, m \geq 0,\ k,m \in \mathbb{Z}\right\} \tag{1}$$
$$\tag{2}$$

1 Определение типа языка L

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

1. Множества $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ являются регулярными по определению;
2. Множества
$$\{a\} \cup \{b\} = \{a,b\} \tag{3}$$
$$\{b\} \cup \{c\} = \{b,c\} \tag{4}$$
регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество
3. Множества
$$S_1 = \{a,b\}\{a,b\} \tag{5}$$
$$S_2 = \{b,c\}\{b,c\} \tag{6}$$
регулярны , поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество
4. Множества
$$S_1^+ = S_1 S_1^* \tag{7}$$
$$S_2^* \tag{8}$$
регулярны, посколько итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество
5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:
$$S_3 = S_1^+ \cdot S_2^* \tag{9}$$
есть регулярное множество.

2 Регулярный язык

2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$\{a,b\} \cdot \{a,b\}^* \cdot \{b,c\}^* \tag{10}$$

2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества

$$p = ((a+b)(a+b))^{+}((b+c)(b+c))^{*} \tag{11}$$

2.3 Получение регулярной грамматики

2.3.1 Построение леволинейной и праволинейной грамматик

$$p = \underbrace{\underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{a}_{1}+\underbrace{b}_{2}}_{9}\right)\cdot\left(\underbrace{\underbrace{a}_{3}+\underbrace{b}_{4}}_{10}\right)}_{13}\right)^{+}}_{15}\cdot\underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{b}_{5}+\underbrace{c}_{6}}_{11}\right)\cdot\left(\underbrace{\underbrace{b}_{7}+\underbrace{c}_{8}}_{12}\right)}_{14}\right)^{*}}_{16}}_{17} \tag{12}$$

$$G_1 = \left(\begin{array}{l}\{S_1\}, \Sigma, \\ \{\ S_1 \to a\ \}, S_1\end{array}\right), G_2 = \left(\begin{array}{l}\{S_2\}, \Sigma, \\ \{\ S_2 \to b\ \}, S_2\end{array}\right)$$

$$G_3 = \left(\begin{array}{l}\{S_3\}, \Sigma, \\ \{\ S_3 \to a\ \}, S_3\end{array}\right), G_4 = \left(\begin{array}{l}\{S_4\}, \Sigma, \\ \{\ S_4 \to b\ \}, S_4\end{array}\right)$$

$$G_5 = \left(\begin{array}{l}\{S_5\}, \Sigma, \\ \{\ S_5 \to b\ \}, S_5\end{array}\right), G_6 = \left(\begin{array}{l}\{S_6\}, \Sigma, \\ \{\ S_6 \to c\ \}, S_6\end{array}\right)$$

$$G_7 = \left(\begin{array}{l}\{S_7\}, \Sigma, \\ \{\ S_7 \to b\ \}, S_7\end{array}\right), G_8 = \left(\begin{array}{l}\{S_8\}, \Sigma, \\ \{\ S_8 \to c\ \}, S_8\end{array}\right)$$

$$G_9 = \left(\begin{array}{l}\{S_9, S_1, S_2\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_9 \to S_1|S_2 \\ S_1 \to a \\ S_2 \to b \end{array}\right\}, S_9\end{array}\right), G_{10} = \left(\begin{array}{l}\{S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_{10} \to S_3|S_4 \\ S_3 \to a \\ S_4 \to b \end{array}\right\}, S_{10}\end{array}\right)$$

$$G_{11} = \left(\begin{array}{l}\{S_{11}, S_5, S_6\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_{11} \to S_5|S_6 \\ S_5 \to b \\ S_6 \to c \end{array}\right\}, S_{11}\end{array}\right), G_{12} = \left(\begin{array}{l}\{S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_{12} \to S_7|S_8 \\ S_7 \to b \\ S_8 \to c \end{array}\right\}, S_{12}\end{array}\right)$$

$$G'_{13} = \left(\begin{array}{l}\{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_9 \to S_1|S_2 \\ S_1 \to a, S_2 \to b \\ S_{10} \to S_3|S_4 \\ S_3 \to S_9 a \\ S_4 \to S_9 b \end{array}\right\}, S_{10}\end{array}\right) G''_{13} = \left(\begin{array}{l}\{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_9 \to S_1|S_2 \\ S_1 \to aS_{10} \\ S_2 \to bS_{10} \\ S_{10} \to S_3|S_4 \\ S_3 \to a, S_4 \to b \end{array}\right\}, S_9\end{array}\right)$$

$$G'_{14}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to b, S_6\to c\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to S_{11}b\\ S_8\to S_{11}c\end{array}\right\},S_{12}\end{array}\right), G''_{14}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to bS_{12}\\ S_6\to cS_{12}\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to b, S_8\to c\end{array}\right\},S_{11}\end{array}\right)$$

$$G'_{15}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_9\to S_1|S_2\\ S_1\to S_{15}a|a\\ S_2\to S_{15}b|b\\ S_{10}\to S_3|S_4\\ S_3\to S_9a\\ S_4\to S_9b\\ S_{15}\to S_{10}\end{array}\right\},S_{15}\end{array}\right), G''_{15}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_9\to S_1|S_2\\ S_1\to aS_{10}\\ S_2\to bS_{10}\\ S_{10}\to S_3|S_4\\ S_3\to aS_{15}|a\\ S_4\to bS_{15}|b\\ S_{15}\to S_9\end{array}\right\},S_{15}\end{array}\right)$$

$$G'_{16}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to S_{16}b|b\\ S_6\to S_{16}c|c\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to S_{11}b\\ S_8\to S_{11}c\\ S_{16}\to S_{12}|\varepsilon\end{array}\right\},S_{16}\end{array}\right) G''_{16}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to bS_{12}\\ S_6\to cS_{12}\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to bS_{16}|b\\ S_8\to cS_{16}|c\\ S_{16}\to S_{11}|\varepsilon\end{array}\right\},S_{16}\end{array}\right)$$

$$G'_{17}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15},S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{ll}S_9\to S_1|S_2 & S_{11}\to S_5|S_6\\ S_1\to S_{15}a|a & S_5\to S_{16}b|S_{15}b\\ S_2\to S_{15}b|b & S_6\to S_{16}c|S_{15}c\\ S_{10}\to S_3|S_4 & S_{12}\to S_7|S_8\\ S_3\to S_9a & S_7\to S_{11}b\\ S_4\to S_9b & S_8\to S_{11}c\\ S_{15}\to S_{10} & S_{16}\to S_{12}|\varepsilon\end{array}\right\},S_{16}\end{array}\right)$$

$$G''_{17}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15},S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{ll}S_9\to S_1|S_2 & S_{11}\to S_5|S_6\\ S_1\to aS_{10} & S_5\to bS_{12}\\ S_2\to bS_{10} & S_6\to cS_{12}\\ S_{10}\to S_3|S_4 & S_{12}\to S_7|S_8\\ S_3\to aS_{15}|aS_{16} & S_7\to bS_{16}|b\\ S_4\to bS_{15}|bS_{16} & S_8\to cS_{16}|c\\ S_{15}\to S_9 & S_{16}\to S_{11}|\varepsilon\end{array}\right\},S_{15}\end{array}\right)$$

2.3.2 Приведение грамматики

1. Проверка пустоты

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$
\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing\\
&C_1 = \{S_{16}, S_1, S_2\} \cup C_0 = \{S_{16}, S_1, S_2\}\\
&C_2 = \{S_9, S_5, S_6\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{16}\}\\
&C_3 = \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\}\\
&C_4 = \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}, S_{10}, S_7, S_8\} \cup C_3 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{16}\}\\
&C_5 = \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}, S_{10}, S_7, S_8, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = C_5\\
&C_6 = \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}, S_{10}, S_7, S_8, S_{12}, S_{15}\} \cup C_5 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = C_5 = \aleph
\end{aligned}
$$

Так как

$$S = S_{16} \in C_5 \Longrightarrow L(G'_{17}) \neq \varnothing \tag{13}$$

- Для праолинейной грамматики G''_{17}