

# Содержание

<b>1</b>	<b>Определение типа языка L</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Регулярный язык</b>	<b>2</b>
2.1	Приведите искомого множества к регулярному виду . . . . .	2
2.2	Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества . . .	2
2.3	Получение регулярной грамматики . . . . .	3
2.3.1	Построение левостолбчатой и правостолбчатой грамматики . . . . .	3
2.3.2	Приведение грамматики . . . . .	5
2.3.2.1	Проверка пустоты . . . . .	5
2.3.2.2	Удаление бесполезных символов . . . . .	6
2.3.2.3	Удаление недостижимых символов . . . . .	7
2.3.2.4	Удаление пустых правил . . . . .	9
2.3.2.5	Удаление цепных правил . . . . .	10
2.3.2.6	Удаление бесполезных символов грамматики $G'_{18}$ и $G''_{19}$ . . . . .	14
2.3.2.7	Удаление недостижимых символов грамматики $G'_{18}$ и $G''_{19}$ . . . . .	15
2.3.3	Построение конечного автомата для приведенной грамматики . . . . .	16
2.3.3.1	Приведение к автоматному виду . . . . .	16
2.3.3.2	Построение конечных автоматов $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для автоматных грамматики $G'_{19}$ и $G''_{20}$ . . . . .	17
2.3.3.3	Построение диаграммы состояний автомата $M$ . . . . .	18
2.4	Построение КА по регулярному выражению . . . . .	19
2.4.1	Построение КА $M_3$ . . . . .	19

$$L = \{((a, b)^2)^k \cdot ((b, c)^2)^m : \forall k \geq 0, m > 0, k, m \in \mathbb{Z}\} \quad (1)$$

## 1 Определение типа языка L

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

1. Множества  $\{a\}, \{b\}, \{c\}$  являются регулярными по определению;
2. Множества

$$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \quad (2)$$

$$\{b\} \cup \{c\} = \{b, c\} \quad (3)$$

регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество

3. Множества

$$S_1 = \{a, b\}\{a, b\} \quad (4)$$

$$S_2 = \{b, c\}\{b, c\} \quad (5)$$

регулярны, поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

4. Множества

$$S_1^* \quad (6)$$

$$S_2^+ = S_2 \cdot S_2^* \quad (7)$$

регулярны, поскольку итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:

$$S_3 = S_1^* \cdot S_2^+ \quad (8)$$

есть регулярное множество.

## 2 Регулярный язык

### 2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$(\{a, b\} \cdot \{a, b\})^* \cdot (\{b, c\} \cdot \{b, c\})^+ \quad (9)$$

### 2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества

$$p = ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+ \quad (10)$$

## 2.3 Получение регулярной грамматики

### 2.3.1 Построение левостолбчатой и правостолбчатой грамматик

$$p = \underbrace{\left( \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{a}_1 + \underbrace{b}_2 \right)}_9 \cdot \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{a}_3 + \underbrace{b}_4 \right)}_{10} \right)}_{13} \right)_{15}}_{17}^* \cdot \underbrace{\left( \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{b}_5 + \underbrace{c}_6 \right)}_{11} \cdot \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{b}_7 + \underbrace{c}_8 \right)}_{12} \right)}_{14} \right)_{16}}_{17}^+ \quad (11)$$

$$G_1 = \left( \begin{array}{l} \{S_1\}, \Sigma, \\ \{S_1 \rightarrow a\}, S_1 \end{array} \right), G_2 = \left( \begin{array}{l} \{S_2\}, \Sigma, \\ \{S_2 \rightarrow b\}, S_2 \end{array} \right)$$

$$G_3 = \left( \begin{array}{l} \{S_3\}, \Sigma, \\ \{S_3 \rightarrow a\}, S_3 \end{array} \right), G_4 = \left( \begin{array}{l} \{S_4\}, \Sigma, \\ \{S_4 \rightarrow b\}, S_4 \end{array} \right)$$

$$G_5 = \left( \begin{array}{l} \{S_5\}, \Sigma, \\ \{S_5 \rightarrow b\}, S_5 \end{array} \right), G_6 = \left( \begin{array}{l} \{S_6\}, \Sigma, \\ \{S_6 \rightarrow c\}, S_6 \end{array} \right)$$

$$G_7 = \left( \begin{array}{l} \{S_7\}, \Sigma, \\ \{S_7 \rightarrow b\}, S_7 \end{array} \right), G_8 = \left( \begin{array}{l} \{S_8\}, \Sigma, \\ \{S_8 \rightarrow c\}, S_8 \end{array} \right)$$

$$G_9 = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a \\ S_2 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_9 \end{array} \right), G_{10} = \left( \begin{array}{l} \{S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a \\ S_4 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_{10} \end{array} \right)$$

$$G_{11} = \left( \begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b \\ S_6 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{11} \end{array} \right), G_{12} = \left( \begin{array}{l} \{S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b \\ S_8 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{12} \end{array} \right)$$

$$G'_{13} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a, S_2 \rightarrow b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \end{array} \right\}, S_{10} \end{array} \right) G''_{13} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a, S_4 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_9 \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned}
G'_{14} &= \left( \left\{ \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b, S_6 \rightarrow c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \end{array} \right\}, S_{12} \right), G''_{14} = \left( \left\{ \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b, S_8 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{11} \right) \\
G'_{15} &= \left( \left\{ \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \\ S_{15} \rightarrow S_{10}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \right), G''_{15} = \left( \left\{ \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|a \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|b \\ S_{15} \rightarrow S_9|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \right) \\
G'_{16} &= \left( \left\{ \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow S_{16}b|b \\ S_6 \rightarrow S_{16}c|c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{16} \rightarrow S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \right), G''_{16} = \left( \left\{ \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{16} \rightarrow S_{11} \end{array} \right\}, S_{16} \right) \\
G'_{17} &= \left( \left\{ \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_{10}|\varepsilon & S_{16} \rightarrow S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \right) \\
G''_{17} &= \left( \left\{ \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16} & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16} & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow S_9 & S_{16} \rightarrow S_{11}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \right)
\end{aligned}$$

## 2.3.2 Приведение грамматики

### 2.3.2.1 Проверка пустоты

- Для левостолбчатой грамматики  $G'_{17}$

$$\begin{aligned}C_0 &= \emptyset \\C_2 &= \{S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_9\} \\C_3 &= \{S_3, S_4, S_9\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9\} \\C_4 &= \{S_3, S_4, S_9, S_{10}\} \cup C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}\} \\C_5 &= \{S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}\} \cup C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}\} \\C_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{15}\} \cup C_5 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{15}\} \\C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \cup C_6 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \cup C_7 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_8 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\end{aligned}$$

Так как

$$S = S_{16} \in C_{11} \implies L(G'_{17}) \neq \emptyset \quad (12)$$

- Для правостолбчатой грамматики  $G''_{17}$

$$\begin{aligned}C_0 &= \emptyset \\C_1 &= \{S_7, S_8, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_7, S_8, S_{16}\} \\C_2 &= \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \\C_3 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_2 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{16}\} \\C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_3 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\end{aligned}$$

Так как

$$S = S_{15} \in C_6 \implies L(G''_{17}) \neq \emptyset \quad (13)$$

### 2.3.2.2 Удаление бесполезных символов

- Для левوليнейной грамматики  $G'_{17}$

$$\begin{aligned}
C_0 &= \emptyset \\
C_2 &= \{S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_9\} \\
C_3 &= \{S_3, S_4, S_9\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9\} \\
C_4 &= \{S_3, S_4, S_9, S_{10}\} \cup C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}\} \\
C_5 &= \{S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}\} \cup C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}\} \\
C_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{15}\} \cup C_5 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{15}\} \\
C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \cup C_6 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \cup C_7 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_8 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{17}$  не изменилась.

- Для праволинейной грамматики  $G''_{17}$

$$\begin{aligned}
C_0 &= \emptyset \\
C_1 &= \{S_7, S_8, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_7, S_8, S_{16}\} \\
C_2 &= \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \\
C_3 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_2 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_3 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = C_6 = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G''_{17}$  не изменилась.

### 2.3.2.3 Удаление недостижимых символов

- Для левوليнейной грамматики  $G'_{17}$

$$\begin{aligned}C_0 &= \{S_{16}\} \\C_1 &= \{S_{12}, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_{12}, S_{16}\} \\C_2 &= \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \\C_3 &= \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_2 = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_4 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_5 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_4 \\&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\C_6 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_5 \\&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_6 \\&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\C_8 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 \\&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_8 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9 \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph\end{aligned}$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{17}$  не изменилась.

- Для праволинейной грамматики  $G''_{17}$

$$C_0 = \{S_{15}\}$$

$$C_1 = \{S_9\} \cup C_0 = \{S_9, S_{15}\}$$

$$C_2 = \{S_1, S_2, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_9, S_{15}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_9, S_{10}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_9, S_{10}, S_{15}\}$$

$$C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}\} \cup C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}\}$$

$$C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_4$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_6 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_5$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_7 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_6$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_8 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_7$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_9 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_8$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_{10} = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}$$

$$C_{11} = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10}$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика  $G''_{17}$  не изменилась.



### 2.3.2.4 Удаление пустых правил

- Для левостроной грамматики  $G'_{17}$

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \emptyset \cup C_0 = \emptyset = C_0$$

Пустых правил нет, следовательно, грамматика  $G'_{17}$  не поменялась.

- Для правостроной грамматики  $G''_{17}$

$$C_0 = \{S_{16}\}$$

$$C_1 = \emptyset \cup C_0 = \{S_{16}\}$$

Итоговая грамматика  $G''_{18}$  без пустых правил и после добавления новых примет вид

$$G''_{18} = \left( \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16}|b & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow S_9 & S_{16} \rightarrow S_{11} \end{array} \right\}, S_{15} \right)$$

### 2.3.2.5 Удаление цепных правил

- Строим последовательность множеств  $\aleph_i^X$  для левостолбчатой грамматики  $G'_{17}$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_0} = \{S_0\} \\ \aleph_1^{S_0} = \{S_0\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_0} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_1} = \{S_1\} \\ \aleph_1^{S_1} = \{S_1\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_1} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_2} = \{S_2\} \\ \aleph_1^{S_2} = \{S_2\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_2} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_3} = \{S_3\} \\ \aleph_1^{S_3} = \{S_3\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_3} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_4} = \{S_4\} \\ \aleph_1^{S_4} = \{S_4\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_4} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_5} = \{S_5\} \\ \aleph_1^{S_5} = \{S_5\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_5} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_6} = \{S_6\} \\ \aleph_1^{S_6} = \{S_6\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_6} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_7} = \{S_7\} \\ \aleph_1^{S_7} = \{S_7\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_7} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_8} = \{S_8\} \\ \aleph_1^{S_8} = \{S_8\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_8} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_9} = \{S_9\} \\ \aleph_1^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \\ \aleph_2^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_9} = \{S_1, S_2\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_1^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\ \aleph_2^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{10}} = \{S_3, S_4\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{11}} = \{S_{11}\} \\ \aleph_1^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \\ \aleph_2^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{11}} = \{S_5, S_6\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{12}} = \{S_{12}\} \\ \aleph_1^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\ \aleph_2^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{12}} = \{S_7, S_8\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{15}} = \{S_{15}\} \\ \aleph_1^{S_{15}} = \{S_{10}, S_{15}\} \\ \aleph_2^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\} \\ \aleph_3^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{16}} = \{S_{16}\} \\ \aleph_1^{S_{16}} = \{S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_2^{S_{16}} = \{S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_3^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_4^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}\}
\end{aligned}$$

Множество правил  $P'_{18}$  содержит все правила грамматики  $G'_{17}$  кроме цепных:

$$P'_{18} = \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \end{array} \right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P'_{18} = P'_{18} \cup \{ (B \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P, A \in \aleph^B \},$$

то есть

$$P'_{18} = P'_{18} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \rightarrow S_9a|S_9b \\ S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c & S_{12} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G'_{18}$  примет следующий вид

$$G'_{18} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \rightarrow S_9a|S_9b \\ S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c & S_{12} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Строим последовательность множеств  $\aleph_i^X$  для праволинейной грамматики  $G''_{18}$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_0} = \{S_0\} \\ \aleph_1^{S_0} = \{S_0\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_0} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_1} = \{S_1\} \\ \aleph_1^{S_1} = \{S_1\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_1} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_2} = \{S_2\} \\ \aleph_1^{S_2} = \{S_2\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_2} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_3} = \{S_3\} \\ \aleph_1^{S_3} = \{S_3\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_3} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_4} = \{S_4\} \\ \aleph_1^{S_4} = \{S_4\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_4} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_5} = \{S_5\} \\ \aleph_1^{S_5} = \{S_5\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_5} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_6} = \{S_6\} \\ \aleph_1^{S_6} = \{S_6\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_6} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_7} = \{S_7\} \\ \aleph_1^{S_7} = \{S_7\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_7} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_8} = \{S_8\} \\ \aleph_1^{S_8} = \{S_8\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_8} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_9} = \{S_9\} \\ \aleph_1^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \\ \aleph_2^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_9} = \{S_1, S_2\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_1^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\ \aleph_2^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{10}} = \{S_3, S_4\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{11}} = \{S_{11}\} \\ \aleph_1^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \\ \aleph_2^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{11}} = \{S_5, S_6\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{12}} = \{S_{12}\} \\ \aleph_1^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\ \aleph_2^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{12}} = \{S_7, S_8\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{15}} = \{S_{15}\} \\ \aleph_1^{S_{15}} = \{S_9, S_{15}\} \\ \aleph_2^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_9, S_{15}\} \\ \aleph_3^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_9, S_{15}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_9\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{16}} = \{S_{16}\} \\ \aleph_1^{S_{16}} = \{S_{11}, S_{16}\} \\ \aleph_2^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{16}\} \\ \aleph_3^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{16}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}\}
\end{aligned}$$

Множество правил  $P''_{19}$  содержит все правила грамматики  $G''_{18}$  кроме цепных:

$$P''_{19} = \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16}|b & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \end{array} \right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P''_{19} = P''_{19} \cup \{(B \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P, A \in \aleph^B\},$$

то есть

$$P''_{19} = P''_{19} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b \\ S_{11} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G'_{18}$  примет следующий вид

$$G''_{19} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16}|b & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_9 \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b \\ S_{11} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

Так как при удалении пустых правил и цепных правил лево- и праволинейной грамматик произошло их изменение, то необходимо повторить удаление бесполезных и недостижимых символов.

### 2.3.2.6 Удаление бесполезных символов грамматик $G'_{18}$ и $G''_{19}$

- Для левостроительной грамматики  $G'_{18}$

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \{S_1, S_2, S_9\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_9\}$$

$$C_2 = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_3 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_4 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{18}$  не изменилась.

- Для правостроительной грамматики  $G''_{19}$

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}\} \cup C_0 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}\}$$

$$C_2 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G''_{19}$  не изменилась.

### 2.3.2.7 Удаление недостижимых символов грамматик $G'_{18}$ и $G'_{19}$

- Для левوليнейной грамматики  $G'_{18}$

$$\begin{aligned} C_0 &= \{S_{16}\} \\ C_1 &= \{S_9, S_{11}, a, b, c\} \cup C_0 = \{S_9, S_{11}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_2 &= \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_1 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_3 &= \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику  $G'_{19}$  без недостижимых символов

$$\begin{aligned} \aleph'_{19} &= \aleph'_{18} \cap C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\ \Sigma'_{19} &= \Sigma'_{18} \cap C_3 = \{a, b, c\} \\ P'_{19} &= \{(A \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P'_{18}, A \in \aleph'_{19}, \alpha \in (\Sigma'_{19} \cup \aleph'_{19})^*\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\} \\ S'_{19} &\equiv S_{16} \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G'_{19}$  примет вид

$$G'_{19} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Для праволинейной грамматики  $G''_{19}$

$$\begin{aligned} C_0 &= \{S_{15}\} \\ C_1 &= \{S_{10}, b\} \cup C_0 = \{S_{10}, S_{15}, b\} \\ C_2 &= \{S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_1 = \{S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \\ C_3 &= \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_4 &= \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_3 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику  $G''_{20}$  без недостижимых символов

$$\begin{aligned} \aleph''_{20} &= \aleph''_{19} \cap C_4 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \Sigma''_{20} &= \Sigma''_{19} \cap C_4 = \{a, b, c\} \\ P''_{20} &= \{(A \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P''_{19}, A \in \aleph''_{20}, \alpha \in (\Sigma''_{20} \cup \aleph''_{20})^*\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\} \\ S''_{20} &\equiv S_{15} \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G''_{20}$  примет вид

$$G''_{20} = \left( \begin{array}{l} \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

## 2.3.3 Построение конечного автомата для приведенной грамматики

### 2.3.3.1 Приведение к автоматному виду

Все правила в заданной грамматике имеют вид

$$P'_{19} \subset \{A \rightarrow Bx \mid x: A, B \in \mathbb{N}, x \in \Sigma\}$$

для левوليнейной грамматики, а для праволинейной

$$P''_{20} \subset \{A \rightarrow xB \mid x: A, B \in \mathbb{N}, x \in \Sigma\}$$

А это в свою очередь значит, по построению, что правила данных грамматик  $G'_{19}$  и  $G''_{20}$  удовлетворяют определению автоматной грамматики, а, значит, изменение данных грамматик не производится.



**2.3.3.2 Построение конечных автоматов  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  и  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  для автоматных грамматик  $G'_{19}$  и  $G''_{20}$ .**

- Построение автомата  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  для левوليнейной грамматики производится следующим образом:
  - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
  - Добавляется новое состояние — начальное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_1 = \aleph'_{19} \cup \{H\} = \{H, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние:

$$q_1 \equiv H$$

Множество заключительных состояний содержит целевой символ исходной грамматики

$$F = \{S_{16}\}$$

Множество переходов:

$$\begin{array}{lll} \delta_1(S_{15}, a) = \{S_9\} & \delta_1(S_{15}, b) = \{S_9, S_{11}\} & \delta_1(S_{15}, c) = \{S_{11}\} \\ \delta_1(S_{16}, b) = \{S_{11}\} & \delta_1(S_{16}, c) = \{S_{11}\} & \\ \delta_1(S_9, a) = \{S_{15}, S_{16}\} & \delta_1(S_9, b) = \{S_{15}, S_{16}\} & \\ \delta_1(S_{11}, b) = \{S_{16}\} & \delta_1(S_{11}, c) = \{S_{16}\} & \\ \delta_1(H, a) = \{S_9\} & \delta_1(H, b) = \{S_9\} & \end{array}$$

- Построение автомата  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  для левوليнейной грамматики производится следующим образом:
  - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
  - Добавляется новое состояние — заключительное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_2 = \aleph''_{20} \cup \{F\} = \{F, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние — состояние, соответствующее целевому символу исходной грамматики:

$$q_2 \equiv S_{15}$$

Множество заключительных состояний будет содержать новое состояние

$$F_2 = \{F\}$$

Множество переходов:

$$\begin{array}{ll} \delta_2(S_{16}, b) = \{S_{12}\} & \delta_2(S_{16}, c) = \{S_{12}\} \\ \delta_2(S_{12}, b) = \{S_{16}, F\} & \delta_2(S_{12}, c) = \{S_{16}, F\} \\ \delta_2(S_{10}, a) = \{S_{15}, S_{16}, F\} & \delta_2(S_{10}, b) = \{S_{15}, S_{16}, F\} \\ \delta_2(S_{15}, a) = \{S_{10}\} & \delta_2(S_{15}, b) = \{S_{10}\} \end{array}$$

На этом построение конечных автоматов по автоматным грамматикам заканчивается

### 2.3.3.3 Построение диаграммы состояний автомата $M$

Диаграмма состояний конечного автомата — неупорядоченный ориентированный помеченный граф, вершины которого помечены именами состояний автомата и в котором есть дуга из вершины  $A$  к вершине  $B$  и если есть такой символ  $t \in \Sigma$ , для которого существует функция перехода вида  $\delta(A, t) = B$  во множестве  $\delta$  конечного автомата  $M$ . Кроме того, эта дуга помечается списком, состоящих из всех  $t \in \Sigma$ , для которых есть функция перехода  $\delta(A, t) = B$ . Построим диаграммы состояний для КА  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  и  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ .

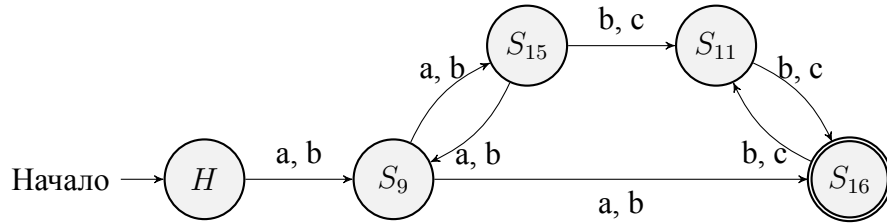


Рис. 1: Диаграмма состояний недетерминированного конечного автомата  $M_1$

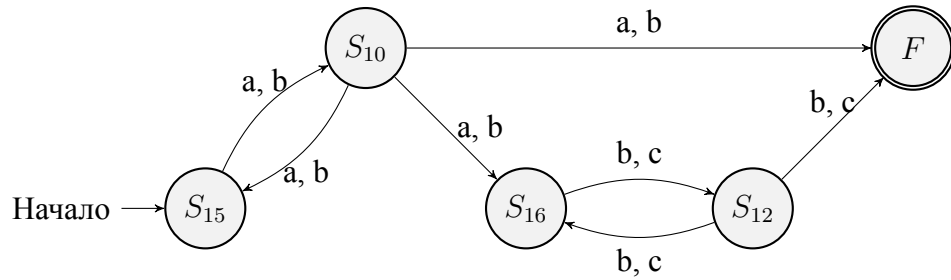


Рис. 2: Диаграмма состояний недетерминированного конечного автомата  $M_2$

На этих диаграммах и далее выделенные состояния являются заключительными.

## 2.4 Построение КА по регулярному выражению

### 2.4.1 Построение КА $M_3$

Выполним построение конечных автоматов для выражения ф-л. (10). Очередность построения конечных автоматов будет определяться таки же образом, как и в случае построения грамматик по регулярному выражению ф-л. (11).

Воспользуемся рекурсивным определением регулярного выражения для построения последовательно конечных автоматов для каждого элементарного регулярного выражения, входящих в состав выражения ф-л. (11). Собственно последний КА и будет являться искомым.

Построим КА для указанных выражений. Каждый КА будем нумеровать по номеру выражения, для которого строится данный КА. Кроме того нумерация состояний КА будет определяться следующим образом: номер каждого состояния будет начинаться с номера конечного автомата.

Для выражения  $a$  конечный автомат примет вид

$$M_1 = (\{q_{10}, q_{11}\}, \Sigma, \delta_1, q_{10}, \{q_{11}\}),$$

где множество переходов  $\delta_1$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_1(q_{10}, a) = \{q_{11}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_1$  примет вид

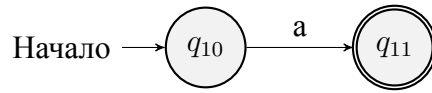


Рис. 3: Диаграмма состояний НКА  $M_1$

Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_2 = (\{q_{20}, q_{21}\}, \Sigma, \delta_2, q_{20}, \{q_{21}\}),$$

где множество переходов  $\delta_2$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_2(q_{20}, b) = \{q_{21}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_2$  примет вид

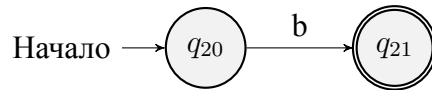


Рис. 4: Диаграмма состояний НКА  $M_2$

Для выражения  $a$  конечный автомат примет вид

$$M_3 = (\{q_{30}, q_{31}\}, \Sigma, \delta_3, q_{30}, \{q_{31}\}),$$

где множество переходов  $\delta_3$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_3(q_{30}, a) = \{q_{31}\}$$

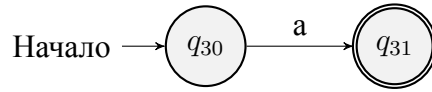


Рис. 5: Диаграмма состояний НКА  $M_3$

Граф переходов построенного КА  $M_3$  примет вид  
 Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_4 = (\{q_{40}, q_{41}\}, \Sigma, \delta_4, q_{40}, \{q_{41}\}),$$

где множество переходов  $\delta_4$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_4(q_{40}, b) = \{q_{41}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_4$  примет вид

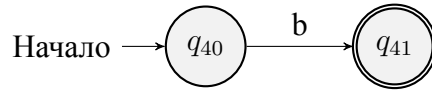


Рис. 6: Диаграмма состояний НКА  $M_4$

Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_5 = (\{q_{50}, q_{51}\}, \Sigma, \delta_5, q_{50}, \{q_{51}\}),$$

где множество переходов  $\delta_5$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_5(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_5$  примет вид

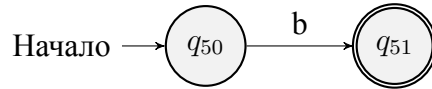


Рис. 7: Диаграмма состояний НКА  $M_5$

Для выражения  $c$  конечный автомат примет вид

$$M_6 = (\{q_{60}, q_{61}\}, \Sigma, \delta_6, q_{60}, \{q_{61}\}),$$

где множество переходов  $\delta_5$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_6(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_6$  примет вид

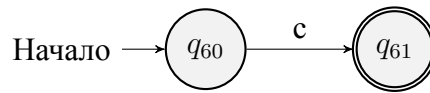


Рис. 8: Диаграмма состояний НКА  $M_6$

Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_7 = (\{q_{70}, q_{71}\}, \Sigma, \delta_7, q_{70}, \{q_{71}\}),$$

где множество переходов  $\delta_7$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_7(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_7$  примет вид

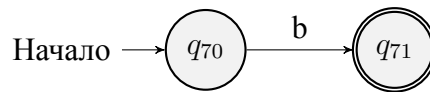


Рис. 9: Диаграмма состояний НКА  $M_7$

Для выражения  $c$  конечный автомат примет вид

$$M_8 = (\{q_{80}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_8, q_{80}, \{q_{81}\}),$$

где множество переходов  $\delta_8$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_8(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_8$  примет вид

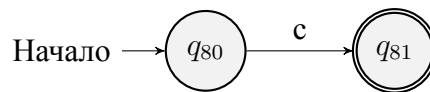


Рис. 10: Диаграмма состояний НКА  $M_8$

Для выражения  $a + b$  строим КА  $M_9 = (Q_9, \Sigma, \delta_9, q_{90}, F_9)$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_9$  получается путем объединения множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{90}$

$$Q_9 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{90}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}\}$$

2.  $q_{90}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_1$  и  $M_2$

$$F_9 = F_1 \cup F_2 = \{q_{11}, q_{21}\}$$

4. Множество переходов  $\delta_9$  строится:

$$\begin{aligned}\delta_9(q_{90}, a) &= \{q_{11}\} & \delta_9(q_{90}, b) &= \{q_{21}\} \\ \delta_9(q_{10}, a) &= \{q_{11}\} \\ \delta_9(q_{20}, b) &= \{q_{21}\}\end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_9$  примет вид

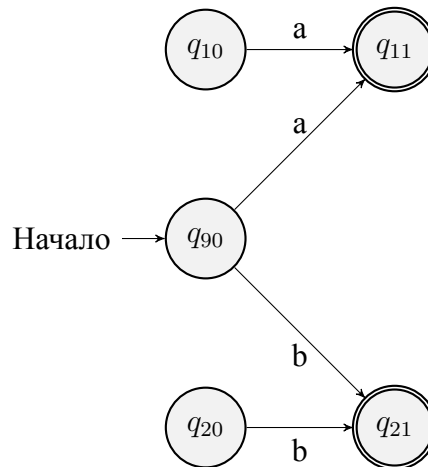


Рис. 11: Диаграмма состояний НКА  $M_9$

Для выражения  $a + b$  строим КА  $M_{10} = (Q_{10}, \Sigma, \delta_{10}, q_{100}, F_{10})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{10}$  получается путем объединений множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{100}$

$$Q_{10} = Q_3 \cup Q_4 \cup \{q_{100}\} = \{q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\}$$

2.  $q_{100}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_3$  и  $M_4$

$$F_{10} = F_3 \cup F_4 = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\begin{aligned} \delta_{10}(q_{100}, a) &= \{q_{31}\} & \delta_{10}(q_{100}, b) &= \{q_{41}\} \\ \delta_{10}(q_{30}, a) &= \{q_{31}\} \\ \delta_{10}(q_{40}, b) &= \{q_{41}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{10}$  примет вид

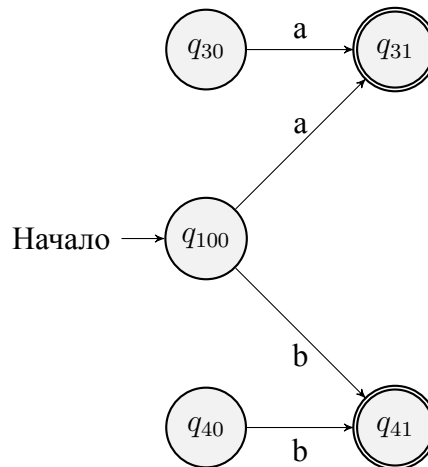


Рис. 12: Диаграмма состояний НКА  $M_{10}$

Для выражения  $b + c$  строим КА  $M_{11} = (Q_{11}, \Sigma, \delta_{11}, q_{110}, F_{11})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{11}$  получается путем объединения множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{110}$

$$Q_{11} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{110}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}\}$$

2.  $q_{110}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_5$  и  $M_6$

$$F_{11} = F_5 \cup F_6 = \{q_{51}, q_{61}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

$$\delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

$$\delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{11}$  примет вид

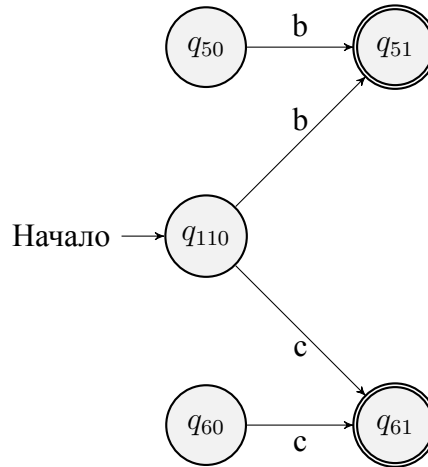


Рис. 13: Диаграмма состояний НКА  $M_{11}$



Для выражения  $b + c$  строим КА  $M_{12} = (Q_{12}, \Sigma, \delta_{12}, q_{120}, F_{12})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{12}$  получается путем объединения множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{120}$

$$Q_{12} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{120}\} = \{q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\}$$

2.  $q_{120}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_7$  и  $M_8$

$$F_{12} = F_7 \cup F_8 = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} \quad \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\}$$

$$\delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

$$\delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{12}$  примет вид

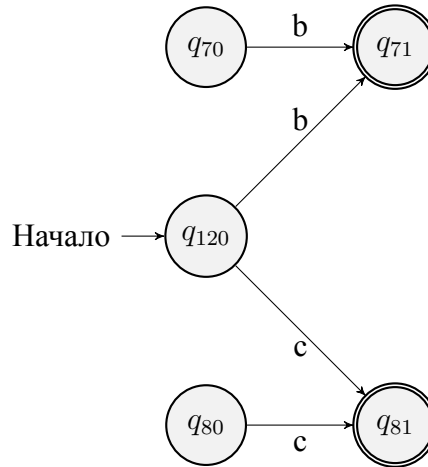


Рис. 14: Диаграмма состояний НКА  $M_{12}$

Для выражения  $(a + b)(a + b)$  строим КА  $M_{13} = (Q_{13}, \Sigma, \delta_{13}, q_{130}, F_{13})$ :

1. множество состояний автомата  $M_{13}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{13} = Q_9 \cup Q_{10} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{13}$  будет начальное состояние автомата  $M_9$

$$q_{130} \equiv q_{90};$$

3. множество заключительных состояний  $F_{13}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{10}$

$$F_{13} = F_{10} = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. множество переходов  $\delta_{13}$  автомата  $M_{13}$  будет содержать переходы автомата  $M_9$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{90}, a) &= \delta_9(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{90}, b) &= \delta_9(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{13}(q_{10}, a) &= \delta_9(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{20}, b) &= \delta_9(q_{20}, b) = \{q_{21}\}, \end{aligned}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{11}, a) &= \emptyset \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{11}, b) &= \emptyset \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{21}, a) &= \emptyset \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{21}, b) &= \emptyset \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\}. \end{aligned}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{10}$

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{100}, a) &= \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{100}, b) &= \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{30}, a) &= \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{40}, b) &= \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{13}$  примет вид:

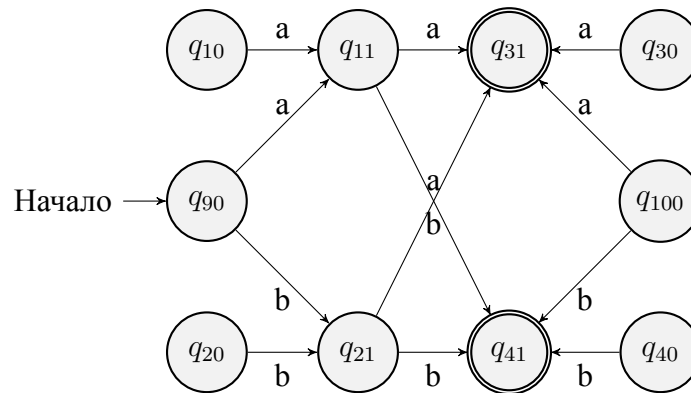


Рис. 15: Диаграмма состояний НКА  $M_{13}$

Для выражения  $(b + c)(b + c)$  строим КА  $M_{14} = (Q_{14}, \Sigma, \delta_{14}, q_{140}, F_{14})$ :

1. множество состояний автомата  $M_{14}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{14} = Q_{11} \cup Q_{12} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{14}$  будет начальное состояние автомата  $M_{11}$

$$q_{140} \equiv q_{110};$$

3. множество заключительных состояний  $F_{14}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{12}$

$$F_{14} = F_{12} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов  $\delta_{14}$  автомата  $M_{14}$  будет содержать переходы автомата  $M_{11}$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{110}, b) &= \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{110}, c) &= \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{14}(q_{50}, b) &= \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{60}, c) &= \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \end{aligned}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{51}, b) &= \emptyset \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{51}, c) &= \emptyset \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{61}, b) &= \emptyset \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{61}, c) &= \emptyset \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\}. \end{aligned}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{12}$

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{120}, b) &= \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{120}, c) &= \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{70}, b) &= \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{80}, c) &= \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{14}$  примет вид:

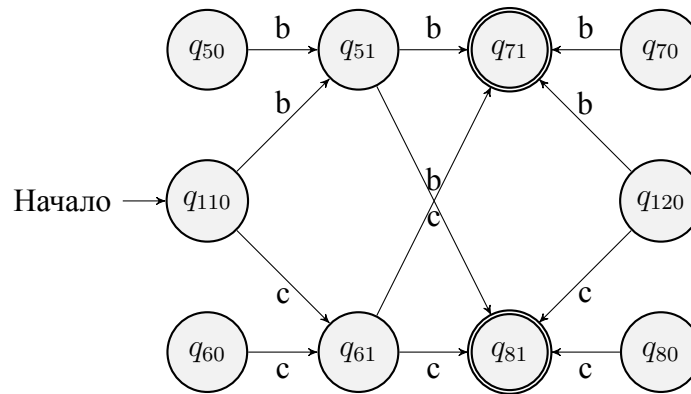


Рис. 16: Диаграмма состояний НКА  $M_{14}$

Для выражения  $((a + b)(a + b))^+$  строим КА  $M_{15} = (Q_{15}, \Sigma, \delta_{15}, q_{150}, F_{15})$ :

1. множество состояний конечного автомата  $M_{13}$  переносится с добавлением нового состояния  $q_{150}$ , состояние  $q_{150}$  — начальное

$$Q_{15} = Q_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}\}.$$

2. множество результирующих состояний автомата переносится без изменений

$$F_{15} = F_{13} = \{q_{31}, q_{41}\}$$

3. множество переходов  $\delta_{15}$  сохраняет все те переходы из незаключительных состояний, что и в автомате  $M_{13}$

$$\begin{aligned} \delta_{15}(q_{90}, a) &= \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{90}, b) &= \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{10}, a) &= \delta_{13}(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{20}, b) &= \delta_{13}(q_{20}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{100}, a) &= \delta_{13}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{100}, b) &= \delta_{13}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{30}, a) &= \delta_{13}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{40}, b) &= \delta_{13}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{11}, a) &= \delta_{13}(q_{11}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{11}, b) &= \delta_{13}(q_{11}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{21}, a) &= \delta_{13}(q_{21}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{21}, b) &= \delta_{13}(q_{21}, b) = \{q_{41}\}, \end{aligned}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{aligned} \delta_{15}(q_{31}, a) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{31}, b) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{41}, a) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{41}, b) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\}, \end{aligned}$$

для нового начального состояния  $q_{150}$  переносятся все переходы из старого начального состояния  $q_{90}$

$$\delta_{15}(q_{150}, a) = \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} \quad \delta_{15}(q_{150}, b) = \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\}.$$

Граф переходов построенного КА  $M_{15}$  примет вид:

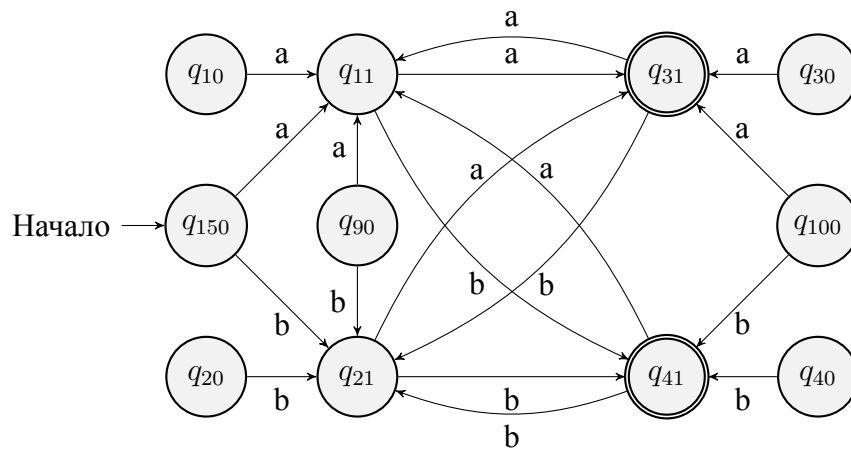


Рис. 17: Диаграмма состояний НКА  $M_{15}$

Для выражения  $((b + c)(b + c))^*$  строим КА  $M_{16} = (Q_{16}, \Sigma, \delta_{16}, q_{160}, F_{16})$ :

1. множество состояний конечного автомата  $M_{14}$  переносится с добавлением нового состояния  $q_{160}$ , состояние  $q_{160}$  — начальное

$$Q_{16} = Q_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160}\}.$$

2. множество результирующих состояний переносится с добавлением нового состояния  $q_{160}$

$$F_{16} = F_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{71}, q_{81}, q_{160}\}$$

3. множество переходов  $\delta_{16}$  сохраняет все переходы из незаключительных состояний, что и в автомате  $M_{14}$

$$\begin{aligned} \delta_{16}(q_{110}, b) &= \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{110}, c) &= \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{50}, b) &= \delta_{14}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{60}, c) &= \delta_{14}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{51}, b) &= \delta_{14}(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{51}, c) &= \delta_{14}(q_{51}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{61}, b) &= \delta_{14}(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{61}, c) &= \delta_{14}(q_{61}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{120}, b) &= \delta_{14}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{120}, c) &= \delta_{14}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{70}, b) &= \delta_{14}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{80}, c) &= \delta_{14}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}, \end{aligned}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{aligned} \delta_{16}(q_{71}, b) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{71}, c) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{81}, b) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{81}, c) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}, \end{aligned}$$

для нового начального состояния  $q_{160}$  переносятся все переходы из старого начального состояния  $q_{110}$

$$\delta_{16}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{16}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{16}$  примет вид:

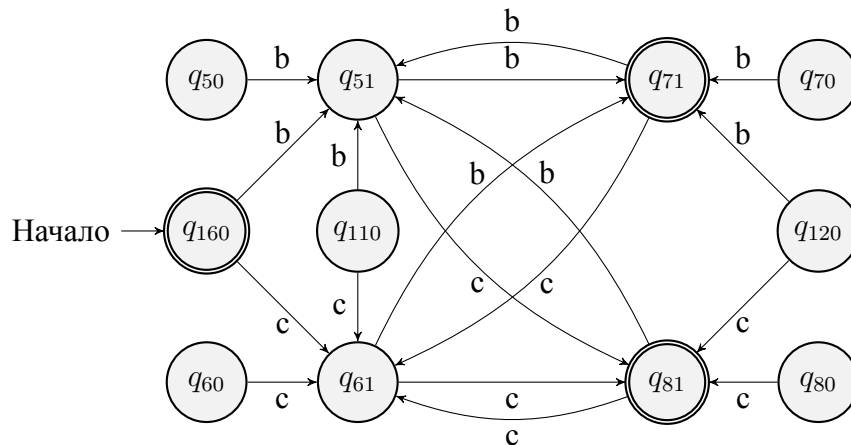


Рис. 18: Диаграмма состояний НКА  $M_{16}$

Для выражения  $((a + b)(a + b))^+((b + c)(b + c))^*$  строим КА  $M_{17} = (Q_{17}, \Sigma, \delta_{17}, q_{170}, F_{17})$ :

1. Множество состояний автомата  $M_{17}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{17} = Q_{15} \cup Q_{16} = \left\{ \begin{array}{l} q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}, \\ q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160} \end{array} \right\}$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{17}$  будет начальное состояние автомата