Содержание

Вариант 2.14

$$L = \left\{((a,b)^2)^k \cdot ((b,c)^2)^m \colon \forall k \geq 0, m > 0,\ k, m \in \mathbb{Z}\right\} \tag{1}$$

1 Определение типа языка L

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

1. Множества $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ являются регулярными по определению;
2. Множества

$$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \tag{2}$$
$$\{b\} \cup \{c\} = \{b, c\} \tag{3}$$

   регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество

3. Множества

$$S_1 = \{a, b\}\{a, b\} \tag{4}$$
$$S_2 = \{b, c\}\{b, c\} \tag{5}$$

   регулярны , поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

4. Множества

$$S_1^* \tag{6}$$
$$S_2^+ = S_2 \cdot S_2^* \tag{7}$$

   регулярны, посколько итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:

$$S_3 = S_1^* \cdot S_2^+ \tag{8}$$

   есть регулярное множество.

2 Регулярный язык

2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$(\{a, b\} \cdot \{a, b\})^* \cdot (\{b, c\} \cdot \{b, c\})^+ \tag{9}$$

2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества

$$p = ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+ \tag{10}$$

2.3 Получение регулярной грамматики

2.3.1 Построение леволинейной и праволинейной грамматик

$$p = \underbrace{\underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{a}_{1} + \underbrace{b}_{2}}_{9}\right) \cdot \left(\underbrace{\underbrace{a}_{3} + \underbrace{b}_{4}}_{10}\right)}_{13}\right)^{*}}_{15} \cdot \underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{b}_{5} + \underbrace{c}_{6}}_{11}\right) \cdot \left(\underbrace{\underbrace{b}_{7} + \underbrace{c}_{8}}_{12}\right)}_{14}\right)^{+}}_{16}}_{17} \tag{11}$$

$$G_1 = \left(\begin{array}{l}\{S_1\}, \Sigma, \\ \{\ S_1 \to a\ \}, S_1\end{array}\right), G_2 = \left(\begin{array}{l}\{S_2\}, \Sigma, \\ \{\ S_2 \to b\ \}, S_2\end{array}\right)$$

$$G_3 = \left(\begin{array}{l}\{S_3\}, \Sigma, \\ \{\ S_3 \to a\ \}, S_3\end{array}\right), G_4 = \left(\begin{array}{l}\{S_4\}, \Sigma, \\ \{\ S_4 \to b\ \}, S_4\end{array}\right)$$

$$G_5 = \left(\begin{array}{l}\{S_5\}, \Sigma, \\ \{\ S_5 \to b\ \}, S_5\end{array}\right), G_6 = \left(\begin{array}{l}\{S_6\}, \Sigma, \\ \{\ S_6 \to c\ \}, S_6\end{array}\right)$$

$$G_7 = \left(\begin{array}{l}\{S_7\}, \Sigma, \\ \{\ S_7 \to b\ \}, S_7\end{array}\right), G_8 = \left(\begin{array}{l}\{S_8\}, \Sigma, \\ \{\ S_8 \to c\ \}, S_8\end{array}\right)$$

$$G_9 = \left(\begin{array}{l}\{S_9, S_1, S_2\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_9 \to S_1|S_2 \\ S_1 \to a \\ S_2 \to b \end{array}\right\}, S_9\end{array}\right), G_{10} = \left(\begin{array}{l}\{S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_{10} \to S_3|S_4 \\ S_3 \to a \\ S_4 \to b \end{array}\right\}, S_{10}\end{array}\right)$$

$$G_{11} = \left(\begin{array}{l}\{S_{11}, S_5, S_6\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_{11} \to S_5|S_6 \\ S_5 \to b \\ S_6 \to c \end{array}\right\}, S_{11}\end{array}\right), G_{12} = \left(\begin{array}{l}\{S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_{12} \to S_7|S_8 \\ S_7 \to b \\ S_8 \to c \end{array}\right\}, S_{12}\end{array}\right)$$

$$G'_{13} = \left(\begin{array}{l}\{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_9 \to S_1|S_2 \\ S_1 \to a, S_2 \to b \\ S_{10} \to S_3|S_4 \\ S_3 \to S_9 a \\ S_4 \to S_9 b \end{array}\right\}, S_{10}\end{array}\right) G''_{13} = \left(\begin{array}{l}\{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{\begin{array}{l} S_9 \to S_1|S_2 \\ S_1 \to aS_{10} \\ S_2 \to bS_{10} \\ S_{10} \to S_3|S_4 \\ S_3 \to a, S_4 \to b \end{array}\right\}, S_9\end{array}\right)$$

$$G'_{14} = \left(\begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_5 \to b, S_6 \to c \\ S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_7 \to S_{11} b \\ S_8 \to S_{11} c \end{array} \right\}, S_{12} \end{array} \right), G''_{14} = \left(\begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_5 \to b S_{12} \\ S_6 \to c S_{12} \\ S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_7 \to b, S_8 \to c \end{array} \right\}, S_{11} \end{array} \right)$$

$$G'_{15} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \to S_1 | S_2 \\ S_1 \to S_{15} a | a \\ S_2 \to S_{15} b | b \\ S_{10} \to S_3 | S_4 \\ S_3 \to S_9 a \\ S_4 \to S_9 b \\ S_{15} \to S_{10} | \varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right), G''_{15} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \to S_1 | S_2 \\ S_1 \to a S_{10} \\ S_2 \to b S_{10} \\ S_{10} \to S_3 | S_4 \\ S_3 \to a S_{15} | a \\ S_4 \to b S_{15} | b \\ S_{15} \to S_9 | \varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

$$G'_{16} = \left(\begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_5 \to S_{16} b | b \\ S_6 \to S_{16} c | c \\ S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_7 \to S_{11} b \\ S_8 \to S_{11} c \\ S_{16} \to S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right) G''_{16} = \left(\begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_5 \to b S_{12} \\ S_6 \to c S_{12} \\ S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_7 \to b S_{16} | b \\ S_8 \to c S_{16} | c \\ S_{16} \to S_{11} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

$$G'_{17} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_1 | S_2 & S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_1 \to S_{15} a | a & S_5 \to S_{16} b | S_{15} b \\ S_2 \to S_{15} b | b & S_6 \to S_{16} c | S_{15} c \\ S_{10} \to S_3 | S_4 & S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_3 \to S_9 a & S_7 \to S_{11} b \\ S_4 \to S_9 b & S_8 \to S_{11} c \\ S_{15} \to S_{10} | \varepsilon & S_{16} \to S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

$$G''_{17} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_1 | S_2 & S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_1 \to a S_{10} & S_5 \to b S_{12} \\ S_2 \to b S_{10} & S_6 \to c S_{12} \\ S_{10} \to S_3 | S_4 & S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_3 \to a S_{15} | a S_{16} & S_7 \to b S_{16} | b \\ S_4 \to b S_{15} | b S_{16} & S_8 \to c S_{16} | c \\ S_{15} \to S_9 | S_{16} & S_{16} \to S_{11} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

2.3.2 Приведение грамматики

2.3.2.1 Проверка пустоты

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$
\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing \\
&C_1 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\
&C_2 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\
&C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\
&C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
&C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\
&r_6 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
&C_7 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}
\end{aligned}
$$

Так как

$$S = S_{16} \in C_7 \Longrightarrow L(G'_{17}) \neq \varnothing \tag{12}$$

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$
\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing \\
&C_1 = \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\
&C_2 = \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\
&C_3 = \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\
&C_4 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\
&C_5 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\
&\quad = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
&C_6 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&\quad = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
&C_7 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&\quad = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
&C_8 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
&C_9 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
&C_{10} = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
&C_{11} = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}
\end{aligned}
$$

Так как

$$S = S_{15} \in C_{11} \Longrightarrow L(G''_{17}) \neq \varnothing \tag{13}$$

2.3.2.2 Удаление бесполезных символов

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$
\begin{aligned}
C_0 &= \varnothing \\
C_1 &= \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\
r_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}
$$

  Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G'_{17} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$
\begin{aligned}
C_0 &= \varnothing \\
C_1 &= \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\
C_2 &= \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_3 &= \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_6 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}
$$

  Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G''_{17} не изменилась.

2.3.2.3 Удаление недостижимых символов

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned}
C_0 &= \{S_{16}\} \\
C_1 &= \{S_{12}\} \cup C_0 = \{S_{12}, S_{16}\} \\
C_2 &= \{S_7, S_8, S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \\
C_3 &= \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_4 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_6 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_5 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_6 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_8 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_8 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph
\end{aligned}$$

  Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика G'_{17} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\begin{aligned}
C_0 &= \{S_{15}\} \\
C_1 &= \{S_9, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_9, S_{15}, S_{16}\} \\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_9, S_{11}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{16}, a, b\} \cup C_2 = \\
&= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_3 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_4 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\
C_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_5 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph
\end{aligned}$$

  Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика G''_{17} не изменилась.

2.3.2.4 Удаление пустых правил

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \{S_{15}\} \\
&C_1 = \varnothing \cup C_0 = \{S_{15}\} = C_0
\end{aligned}$$

Итоговая грамматика G'_{18} без пустых правил и после добавления новых примет вид

$$G'_{18} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_1|S_2 & S_{11} \to S_5|S_6 \\ S_1 \to S_{15}a|a & S_5 \to S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \to S_{15}b|b & S_6 \to S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_{10} \to S_3|S_4 & S_{12} \to S_7|S_8 \\ S_3 \to S_9a & S_7 \to S_{11}b \\ S_4 \to S_9b & S_8 \to S_{11}c \\ S_{15} \to S_{10} & S_{16} \to S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing \\
&C_1 = \varnothing \cup C_0 = \varnothing = C_0
\end{aligned}$$

Пустых правил нет, следовательно, грамматика G''_{17} не поменялась.

2.3.2.5 Удаление цепных правил

- Строим последовательность множеств $\aleph_i^X$ для леволинейной грамматики G'_{18}

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_0} = \{S_0\}\\ \aleph_1^{S_0} = \{S_0\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_0} = \varnothing \left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_1} = \{S_1\}\\ \aleph_1^{S_1} = \{S_1\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_1} = \varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_2} = \{S_2\}\\ \aleph_1^{S_2} = \{S_2\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_2} = \varnothing \left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_3} = \{S_3\}\\ \aleph_1^{S_3} = \{S_3\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_3} = \varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_4} = \{S_4\}\\ \aleph_1^{S_4} = \{S_4\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_4} = \varnothing \left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_5} = \{S_5\}\\ \aleph_1^{S_5} = \{S_5\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_5} = \varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_6} = \{S_6\}\\ \aleph_1^{S_6} = \{S_6\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_6} = \varnothing \left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_7} = \{S_7\}\\ \aleph_1^{S_7} = \{S_7\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_7} = \varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_8} = \{S_8\}\\ \aleph_1^{S_8} = \{S_8\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_8} = \varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_9} = \{S_9\}\\ \aleph_1^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\}\\ \aleph_2^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_9} = \{S_1, S_2\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{10}} = \{S_{10}\}\\ \aleph_1^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\}\\ \aleph_2^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{10}} = \{S_3, S_4\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{11}} = \{S_{11}\}\\ \aleph_1^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\}\\ \aleph_2^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{11}} = \{S_5, S_6\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{12}} = \{S_{12}\}\\ \aleph_1^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\}\\ \aleph_2^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{12}} = \{S_7, S_8\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{15}} = \{S_{15}\}\\ \aleph_1^{S_{15}} = \{S_{10}, S_{15}\}\\ \aleph_2^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\}\\ \aleph_3^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{16}} = \{S_{16}\}\\ \aleph_1^{S_{16}} = \{S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\ \aleph_2^{S_{16}} = \{S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\ \aleph_3^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\ \aleph_4^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\end{array}\right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}\}$$

Множество правил P'_{19} содержит все правила грамматики G'_{18} кроме цепных:

$$P'_{19} = \left\{\begin{array}{ll} S_1 \to S_{15}a|a & S_5 \to S_{16}b|S_{15}b|b\\ S_2 \to S_{15}b|b & S_6 \to S_{16}c|S_{15}c|c\\ S_3 \to S_9a & S_7 \to S_{11}b\\ S_4 \to S_9b & S_8 \to S_{11}c \end{array}\right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P'_{19} = P'_{19} \cup \left\{(B \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P, A \in \aleph^B\right\},$$

то есть

$$P'_{19} = P'_{19} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \to S_9a|S_9b \\ S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c & S_{12} \to S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b|b|c \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{19} примет следующий вид

$$G'_{19} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \to S_{15}a|a & S_5 \to S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \to S_{15}b|b & S_6 \to S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_3 \to S_9a & S_7 \to S_{11}b \\ S_4 \to S_9b & S_8 \to S_{11}c \\ S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \to S_9a|S_9b \\ S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c & S_{12} \to S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b|b|c \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Строим последовательность множеств $\aleph_i^X$ для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_0}=\{S_0\}\\ \aleph_1^{S_0}=\{S_0\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_0}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_1}=\{S_1\}\\ \aleph_1^{S_1}=\{S_1\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_1}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_2}=\{S_2\}\\ \aleph_1^{S_2}=\{S_2\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_2}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_3}=\{S_3\}\\ \aleph_1^{S_3}=\{S_3\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_3}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_4}=\{S_4\}\\ \aleph_1^{S_4}=\{S_4\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_4}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_5}=\{S_5\}\\ \aleph_1^{S_5}=\{S_5\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_5}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_6}=\{S_6\}\\ \aleph_1^{S_6}=\{S_6\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_6}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_7}=\{S_7\}\\ \aleph_1^{S_7}=\{S_7\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_7}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_8}=\{S_8\}\\ \aleph_1^{S_8}=\{S_8\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_8}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_9}=\{S_9\}\\ \aleph_1^{S_9}=\{S_1,S_2,S_9\}\\ \aleph_2^{S_9}=\{S_1,S_2,S_9\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_9}=\{S_1,S_2\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{10}}=\{S_{10}\}\\ \aleph_1^{S_{10}}=\{S_3,S_4,S_{10}\}\\ \aleph_2^{S_{10}}=\{S_3,S_4,S_{10}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{10}}=\{S_3,S_4\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{11}}=\{S_{11}\}\\ \aleph_1^{S_{11}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}\\ \aleph_2^{S_{11}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{11}}=\{S_5,S_6\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{12}}=\{S_{12}\}\\ \aleph_1^{S_{12}}=\{S_7,S_8,S_{12}\}\\ \aleph_2^{S_{12}}=\{S_7,S_8,S_{12}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{12}}=\{S_7,S_8\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{15}}=\{S_{15}\}\\ \aleph_1^{S_{15}}=\{S_9,S_{15},S_{16}\}\\ \aleph_2^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_9,S_{11},S_{15},S_{16}\}\\ \aleph_3^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_5,S_6,S_9,S_{11},S_{15},S_{16}\}\\ \aleph_4^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_5,S_6,S_9,S_{11},S_{15},S_{16}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_5,S_6,S_9,S_{11},S_{16}\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{16}}=\{S_{16}\}\\ \aleph_1^{S_{16}}=\{S_{11},S_{16}\}\\ \aleph_2^{S_{16}}=\{S_5,S_6,S_{11},S_{16}\}\\ \aleph_3^{S_{16}}=\{S_5,S_6,S_{11},S_{16}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{16}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}$$

Множество правил P''_{18} содержит все правила грамматики G''_{17} кроме цепных:

$$P''_{18}=\left\{\begin{array}{ll}S_1\to aS_{10} & S_5\to bS_{12}\\ S_2\to bS_{10} & S_6\to cS_{12}\\ S_3\to aS_{15}|aS_{16} & S_7\to bS_{16}|b\\ S_4\to bS_{15}|bS_{16} & S_8\to cS_{16}|c\end{array}\right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P''_{18}=P''_{18}\cup\left\{(B\to\alpha)|\forall(A\to\alpha)\in P,A\in\aleph^B\right\},$$

то есть

$$P''_{18} = P''_{18} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} \\ S_{11} \to bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{18} примет следующий вид

$$G''_{18} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \to aS_{10} & S_5 \to bS_{12} \\ S_2 \to bS_{10} & S_6 \to cS_{12} \\ S_3 \to aS_{15}|aS_{16}|a & S_7 \to bS_{16}|b \\ S_4 \to bS_{15}|bS_{16}|b & S_8 \to cS_{16}|c \\ S_9 \to aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b \\ S_{11} \to bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

Так как при удалении пустых правил и цепных правил лево- и праволинейной грамматик произошло их изменение, то необходимо повторить удаление бесполезных и недостижимых символов.

2.3.2.6 Удаление бесполезных символов грамматик G'_{19} и G''_{18}

- Для леволинейной грамматики G'_{19}

$$
\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing\\
&C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\}\\
&C_2 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}
$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G'_{19} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{18}

$$
\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing\\
&C_1 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}\} \cup C_0 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}\}\\
&C_2 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}
$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G''_{18} не изменилась.

2.3.2.7 Удаление недостижимых символов грамматик G'_{18} и G''_{19}

- Для леволинейной грамматики G'_{18}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \{S_{16}\}\\
&C_1 = \{S_9, S_{11}, a, b, c\} \cup C_0 = \{S_9, S_{11}, S_{16}, a, b, c\}\\
&C_2 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_1 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\\
&C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}
\end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику G'_{19} без недостижимых символов

$$\begin{aligned}
&\aleph'_{19} = \aleph'_{18} \cap C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}\\
&\Sigma'_{19} = \Sigma'_{18} \cap C_3 = \{a, b, c\}\\
&P'_{19} = \{(A \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P'_{18}, A \in \aleph'_{19}, \alpha \in (\Sigma'_{19} \cup \aleph'_{19})^*\} =\\
&\qquad = \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}\\
&S'_{19} \equiv S_{16}
\end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{19} примет вид

$$G'_{19} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Для праволинейной грамматики G''_{19}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \{S_{15}\}\\
&C_1 = \{S_{10}, b\} \cup C_0 = \{S_{10}, S_{15}, b\}\\
&C_2 = \{S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_1 = \{S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\}\\
&C_3 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\\
&C_4 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_3 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}
\end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику G''_{20} без недостижимых символов

$$\begin{aligned}
&\aleph''_{20} = \aleph''_{19} \cap C_4 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&\Sigma''_{20} = \Sigma''_{19} \cap C_4 = \{a, b, c\}\\
&P''_{20} = \{(A \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P''_{19}, A \in \aleph''_{20}, \alpha \in (\Sigma''_{20} \cup \aleph''_{20})^*\} =\\
&\qquad = \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}\\
&S''_{20} \equiv S_{15}
\end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика G''_{20} примет вид

$$G''_{20} = \left(\begin{array}{l} \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

2.3.3 Построение конечного автомата для приведенной грамматики

2.3.3.1 Приведение к автоматному виду

Все правила в заданной грамматике имеют вид

$$P'_{19} \subset \{A \to Bx | x \colon A, B \in \aleph, x \in \Sigma\}$$

для леволинейной грамматики, а для праволинейной

$$P''_{20} \subset \{A \to xB | x \colon A, B \in \aleph, x \in \Sigma\}$$

А это в свою очередь значит, по построению, что правила данных грамматик G'_{19} и G''_{20} удовлетворяют определению автоматной грамматики, а, значит, изменение данных грамматик не производится.

2.3.3.2 Построение конечных автоматов $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для автоматных грамматик G'_{19} и G''_{20}.

- Построение автомата $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ для леволинейной грамматики производится следующим образом:
  - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
  - Добавляется новое состояние — начальное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

  Таким образом

  $$Q_1 = \aleph'_{19} \cup \{H\} = \{H, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

  Начальное состояние:

  $$q_1 \equiv H$$

  Множество заключительных состояний содержит целевой символ исходной грамматики

  $$F = \{S_{16}\}$$

  Множество переходов:

  $$\begin{array}{lll} \delta_1(S_{15}, a) = \{S_9\} & \delta_1(S_{15}, b) = \{S_9, S_{11}\} & \delta(S_{15}, c) = \{S_{11}\} \\ \delta_1(S_{16}, b) = \{S_{11}\} & \delta_1(S_{16}, c) = \{S_{11}\} & \\ \delta_1(S_9, a) = \{S_{15}, S_{16}\} & \delta_1(S_9, b) = \{S_{15}, S_{16}\} & \\ \delta_1(S_{11}, b) = \{S_{16}\} & \delta_1(S_{11}, c) = \{S_{16}\} & \\ \delta_1(H, a) = \{S_9\} & \delta_1(H, b) = \{S_9\} & \end{array}$$

- Построение автомата $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для леволинейной грамматики производится следующим образом:
  - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
  - Добавляется новое состояние — заключительное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

  Таким образом

  $$Q_2 = \aleph''_{20} \cup \{F\} = \{F, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

  Начальное состояние — состояние, соответствующее целевому символу исходной грамматики:

  $$q_2 \equiv S_{15}$$

  Множество заключительных состояний будет содержать новое состояние

  $$F_2 = \{F\}$$

  Множество переходов:

  $$\begin{array}{ll} \delta_2(S_{16}, b) = \{S_{12}\} & \delta_2(S_{16}, c) = \{S_{12}\} \\ \delta_2(S_{12}, b) = \{S_{16}, F\} & \delta_2(S_{12}, c) = \{S_{16}, F\} \\ \delta_2(S_{10}, a) = \{S_{15}, S_{16}, F\} & \delta_2(S_{10}, b) = \{S_{15}, S_{16}, F\} \\ \delta_2(S_{15}, a) = \{S_{10}\} & \delta_2(S_{15}, b) = \{S_{10}\} \end{array}$$

На этом построение конечных автоматов по автоматным грамматикам заканчивается

2.3.3.3 Построение диаграммы состояний автомата M

Диаграмма состояний конечного автомата — неупорядоченный ориентированный помеченный граф, вершины которого помечены именами состояний автомата и в котором есть дуга из вершины A к вершине B и если есть такой символ $t \in \Sigma$, для которого существует функция перехода вида $\delta(A, t) = B$ во множестве δ конечного автомата M. Кроме того, эта дуга помечается списком, состоящих из всех $t \in \Sigma$, для которых есть функция перехода $\delta(A, t) = B$. Посторим димграммы состояний для КА $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$.

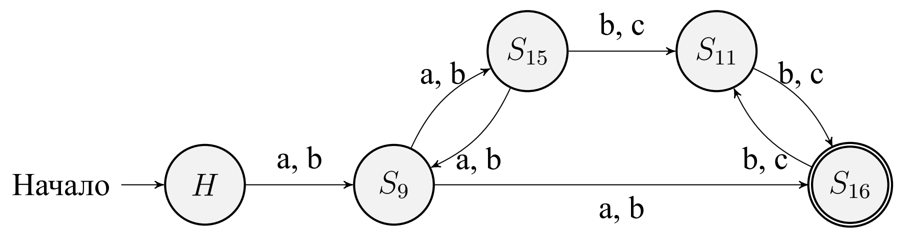

Рис. 1: Диаграмма состояний недетерменированного конечного автомата M_1

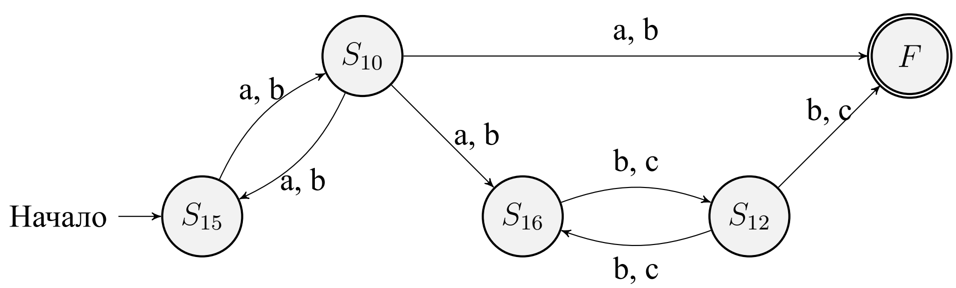

Рис. 2: Диаграмма состояний недетерменированного конечного автомата M_2

На этих диаграммах и далее выделенные состояний являются заключительными.

2.4 Построение КА по регулярному выражению

2.4.1 Построение КА M_3

Выполним построение конечных автоматов для выражения ф-л. (10). Очередность построения конечных автоматов будет определяться таки же образом, как и в случае построения грамматик по регулярному выражению ф-л. (11).

Воспользуемся рекурсивным определением регулярного выражения для построения последовательно конечных автоматов для каждого элементарного регулярного выражения, входящих в состав выражения ф-л. (11). Собственно последний КА и будет являться искомым.

Построим КА для указанных выражений. Каждый КА будем нумеровать по номеру выражения, для которого строится данный КА. Кроме того нумерация состояний КА будет определяться следующим образом: номер каждого состояния будет начинаться с номера конечного автомата.

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_1 = (\{q_{10}, q_{11}\}, \Sigma, \delta_1, q_{10}, \{q_{11}\}),$$

где множество переходов δ_1 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_1(q_{10}, a) = \{q_{11}\}$$

Граф переходов построенного КА M_1 примет вид

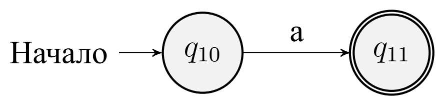

Рис. 3: Диаграмма состояний НКА M_1

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_2 = (\{q_{20}, q_{21}\}, \Sigma, \delta_2, q_{20}, \{q_{21}\}),$$

где множество переходов δ_2 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_2(q_{20}, b) = \{q_{21}\}$$

Граф переходов построенного КА M_2 примет вид

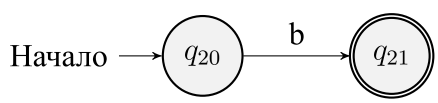

Рис. 4: Диаграмма состояний НКА M_2

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_3 = (\{q_{30}, q_{31}\}, \Sigma, \delta_3, q_{30}, \{q_{31}\}),$$

где множество переходов δ_3 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_3(q_{30}, a) = \{q_{31}\}$$

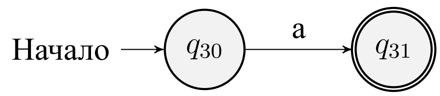

Рис. 5: Диаграмма состояний НКА M_3

Граф переходов построенного КА M_3 примет вид

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_4 = (\{q_{40}, q_{41}\}, \Sigma, \delta_4, q_{40}, \{q_{41}\}),$$

где множество переходов δ_4 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_4(q_{40}, b) = \{q_{41}\}$$

Граф переходов построенного КА M_4 примет вид

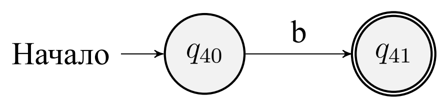

Рис. 6: Диаграмма состояний НКА M_4

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_5 = (\{q_{50}, q_{51}\}, \Sigma, \delta_5, q_{50}, \{q_{51}\}),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_5(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

Граф переходов построенного КА M_5 примет вид

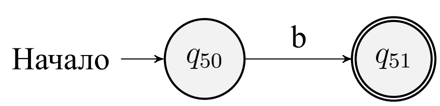

Рис. 7: Диаграмма состояний НКА M_5

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_6 = (\{q_{60}, q_{61}\}, \Sigma, \delta_6, q_{60}, \{q_{61}\}),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_6(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА M_6 примет вид

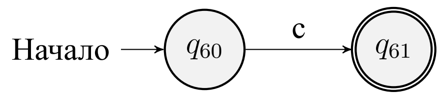

Рис. 8: Диаграмма состояний НКА M_6

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_7 = \left(\{q_{70}, q_{71}\}, \Sigma, \delta_7, q_{70}, \{q_{71}\}\right),$$

где множество переходов δ_7 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_7(q_{70}, b) = \{q_{51}\}$$

Граф переходов построенного КА M_7 примет вид

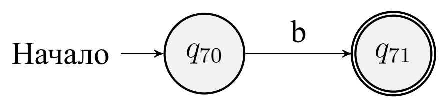

Рис. 9: Диаграмма состояний НКА M_7

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_8 = \left(\{q_{80}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_8, q_{80}, \{q_{81}\}\right),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_8(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА M_8 примет вид

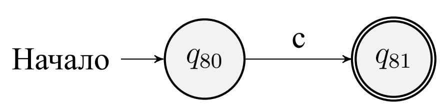

Рис. 10: Диаграмма состояний НКА M_8

Для выражения $a + b$ строим КА $M_9 = (Q_9, \Sigma, \delta_9, q_{90}, F_9)$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_9 получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{90}

$$Q_9 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{90}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}\}$$

2. q_{90} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_1 и M_2

$$F_9 = F_1 \cup F_2 = \{q_{11}, q_{21}\}$$

4. Множество переходов δ_9 строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_9(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_9(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_9(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \\ \delta_9(q_{20}, b) = \{q_{21}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_9 примет вид

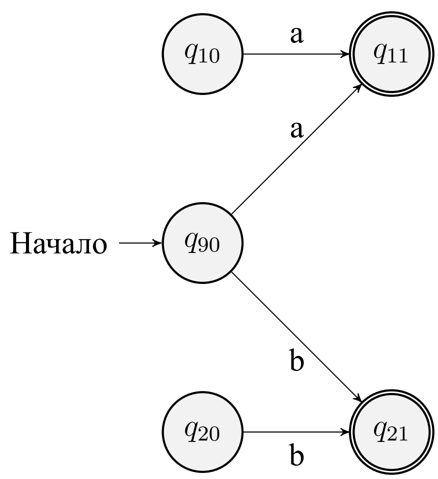

Рис. 11: Диаграмма состояний НКА M_9

Для выражения $a + b$ строим КА $M_{10} = (Q_{10}, \Sigma, \delta_{10}, q_{100}, F_{10})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{10} получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{100}

$$Q_{10} = Q_3 \cup Q_4 \cup \{q_{100}\} = \{q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\}$$

2. q_{100} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_3 и M_4

$$F_{10} = F_3 \cup F_4 = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \\ \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{10} примет вид

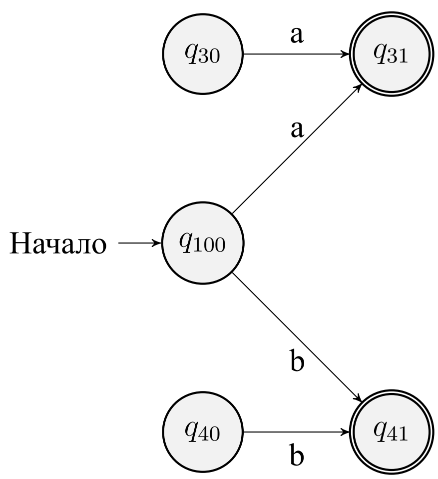

Рис. 12: Диаграмма состояний НКА M_{10}

Для выражения $b + c$ строим КА $M_{11} = (Q_{11}, \Sigma, \delta_{11}, q_{110}, F_{11})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{11} получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{110}

$$Q_{11} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{110}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}\}$$

2. q_{110} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_5 и M_6

$$F_{11} = F_5 \cup F_6 = \{q_{51}, q_{61}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \\ \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{11} примет вид

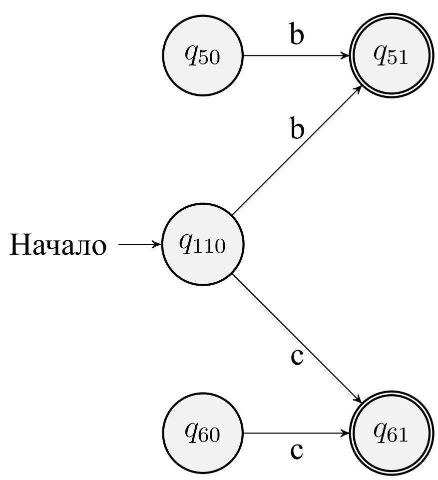

Рис. 13: Диаграмма состояний НКА M_{11}

Для выражения $b + c$ строим КА $M_{12} = (Q_{12}, \Sigma, \delta_{12}, q_{120}, F_{12})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{12} получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{120}

$$Q_{12} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{120}\} = \{q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\}$$

2. q_{120} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_7 и M_8

$$F_{12} = F_7 \cup F_8 = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \\ \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{12} примет вид

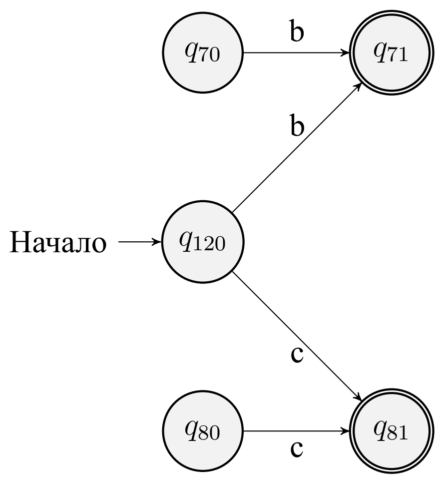

Рис. 14: Диаграмма состояний НКА M_{12}

Для выражения $(a+b)(a+b)$ строим КА $M_{13} = (Q_{13}, \Sigma, \delta_{13}, q_{130}, F_{13})$:

1. множество состояний автомата M_{13} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{13} = Q_9 \cup Q_{10} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{13} будет начальное состояние автомата M_9

$$q_{130} \equiv q_{90};$$

3. множество заключительных состояний F_{13} будет содержать только множество заключительных состояний автомата M_{10}

$$F_{13} = F_{10} = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. множество переходов δ_{13} автомата M_{13} будет содержать переходы автомата M_9 кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{array}{ll} \delta_{13}(q_{90}, a) = \delta_9(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{90}, b) = \delta_9(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{13}(q_{10}, a) = \delta_9(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{20}, b) = \delta_9(q_{20}, b) = \{q_{21}\}, \end{array}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{array}{ll} \delta_{13}(q_{11}, a) = \varnothing \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{11}, b) = \varnothing \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{21}, a) = \varnothing \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{21}, b) = \varnothing \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\}. \end{array}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата M_{10}

$$\begin{array}{ll} \delta_{13}(q_{100}, a) = \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{100}, b) = \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{30}, a) = \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{40}, b) = \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{13} примет вид:

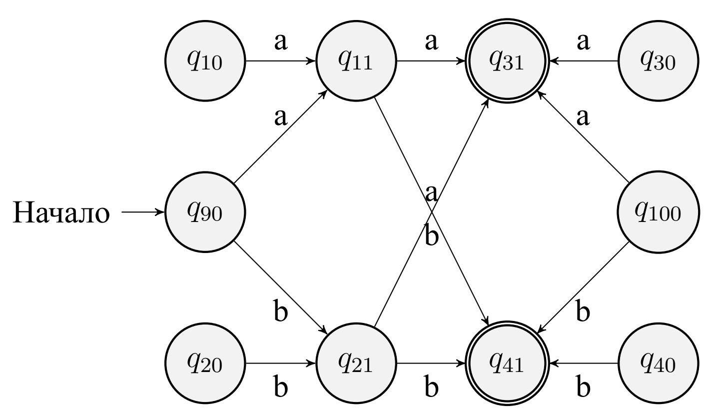

Рис. 15: Диаграмма состояний НКА M_{13}

Для выражения $(b+c)(b+c)$ строим КА $M_{14} = (Q_{14}, \Sigma, \delta_{14}, q_{140}, F_{14})$:

1. множество состояний автомата M_{14} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{14} = Q_{11} \cup Q_{12} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{14} будет начальное состояние автомата M_{11}

$$q_{140} \equiv q_{110};$$

3. множество заключительных состояний F_{14} будет содержать только множество заключительных состояний автомата M_{12}

$$F_{14} = F_{12} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов δ_{14} автомата M_{14} будет содержать переходы автомата M_{11} кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{array}{ll} \delta_{14}(q_{110}, b) = \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{110}, c) = \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{14}(q_{50}, b) = \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{60}, c) = \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \end{array}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{array}{ll} \delta_{14}(q_{51}, b) = \varnothing \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{51}, c) = \varnothing \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{61}, b) = \varnothing \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{61}, c) = \varnothing \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\}. \end{array}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата M_{12}

$$\begin{array}{ll} \delta_{14}(q_{120}, b) = \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{120}, c) = \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{70}, b) = \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{80}, c) = \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{14} примет вид:

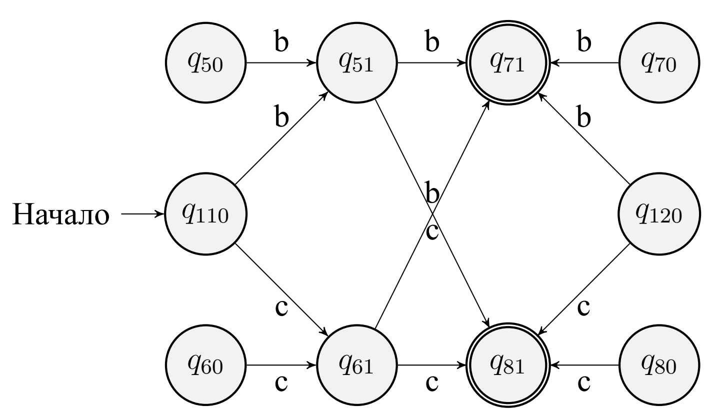

Рис. 16: Диаграмма состояний НКА M_{14}

Для выражения $((a+b)(a+b))^*$ строим КА $M_{15} = (Q_{15}, \Sigma, \delta_{15}, q_{150}, F_{15})$:

1. множество состояний конечного автомтата M_{13} переносится с добавлением нового состояния q_{150}, состояние q_{150} — начальное

$$Q_{15} = Q_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}\}\,.$$

2. множество результирующих состояний переносится с добавлением нового состояния q_{150}

$$F_{15} = F_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{31}, q_{41}, q_{150}\}$$

3. множество переходов δ_{15} сохраняет все те переходы из незаключительных состояний, что и в автомате M_{13}

$$\begin{array}{ll}
\delta_{15}(q_{90},a) = \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{90},b) = \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{15}(q_{10},a) = \delta_{13}(q_{10},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{20},b) = \delta_{13}(q_{20},b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{15}(q_{100},a) = \delta_{13}(q_{100},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{100},b) = \delta_{13}(q_{100},b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{15}(q_{30},a) = \delta_{13}(q_{30},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{40},b) = \delta_{13}(q_{40},b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{15}(q_{11},a) = \delta_{13}(q_{11},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{11},b) = \delta_{13}(q_{11},b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{15}(q_{21},a) = \delta_{13}(q_{21},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{21},b) = \delta_{13}(q_{21},b) = \{q_{41}\}\,,
\end{array}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{array}{ll}
\delta_{15}(q_{31},a) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{31},b) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{15}(q_{41},a) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{41},b) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\}\,,
\end{array}$$

для нового начального состояния q_{150} переносятся все переходы из старого началльного состояния q_{90}

$$\delta_{15}(q_{150},a) = \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} \quad \delta_{15}(q_{150},b) = \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\}\,.$$

Граф переходов построенного КА M_{15} примет вид:

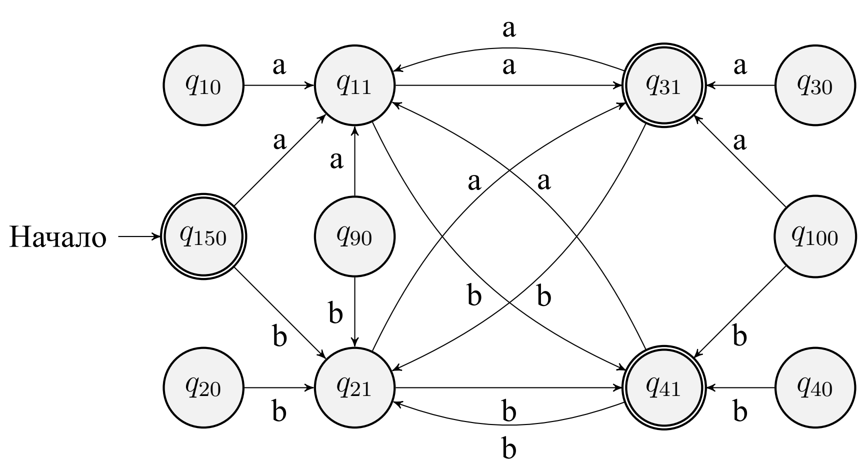

Рис. 17: Диаграмма состояний НКА M_{15}

Для выражения $((b+c)(b+c))^+$ строим КА $M_{16} = (Q_{16}, \Sigma, \delta_{16}, q_{160}, F_{16})$:

1. множество состояний конечного автомата M_{14} переносится с добавлением нового состояния q_{160}, состояние q_{160} — начальное

$$Q_{16} = Q_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160}\}.$$

2. множество результирующих состояний автомтата переносится без изменений

$$F_{16} = F_{14} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

3. множество переходов δ_{16} сохраняет все переходы из незаключительных состояний, что и в автомате M_{14}

$$\begin{array}{ll}
\delta_{16}(q_{110}, b) = \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{110}, c) = \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{16}(q_{50}, b) = \delta_{14}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{60}, c) = \delta_{14}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{16}(q_{51}, b) = \delta_{14}(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{51}, c) = \delta_{14}(q_{51}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{16}(q_{61}, b) = \delta_{14}(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{61}, c) = \delta_{14}(q_{61}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{16}(q_{120}, b) = \delta_{14}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{120}, c) = \delta_{14}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{16}(q_{70}, b) = \delta_{14}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{80}, c) = \delta_{14}(q_{80}, c) = \{q_{81}\},
\end{array}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{array}{ll}
\delta_{16}(q_{71}, b) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{71}, c) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{16}(q_{81}, b) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{81}, c) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\},
\end{array}$$

для нового начального состояния q_{160} переносятся все переходы из старого начального состояния q_{110}

$$\delta_{16}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{16}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА M_{16} примет вид:

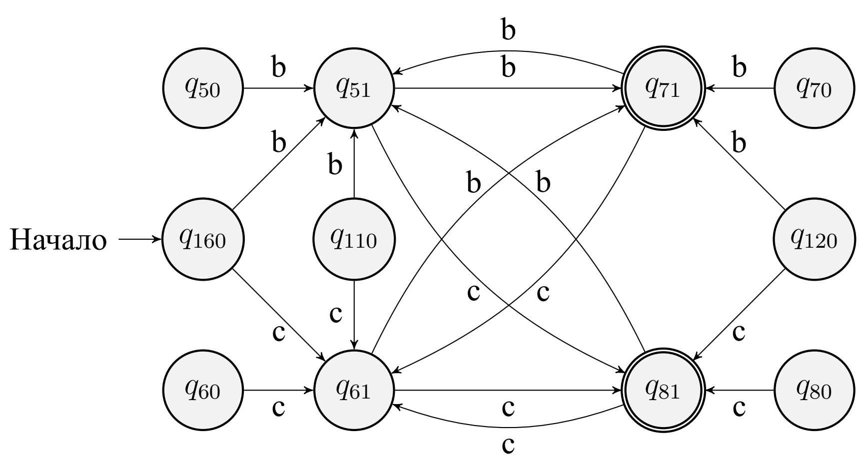

Рис. 18: Диаграмма состояний НКА M_{16}

Для выражения $((a+b)(a+b))^{+}((b+c)(b+c))^{*}$ строим КА $M_{17} = (Q_{17}, \Sigma, \delta_{17}, q_{170}, F_{17})$:

1. Множество состояний автомата M_{17} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{17} = Q_{15} \cup Q_{16} = \left\{ \begin{array}{l} q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}, \\ q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160} \end{array} \right\}$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{17} будет начальное состояние автомата