

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.  
Туполева-КАИ»  
(КНИТУ-КАИ)

Институт Компьютерных технологий и защиты информации

(наименование института)

Кафедра Прикладной математики и информатики

(наименование кафедры)

## ДОМАШНЯЯ РАБОТА

по дисциплине

«Теория формальных языков и методы трансляции»

Вариант 2.14

Выполнил студент группы 4312

Д.Д.Наумихин

(ФИО)

# Contents

<b>1</b>	<b>Определение типа языка L</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Регулярный язык</b>	<b>3</b>
2.1	Приведите искомого множества к регулярному виду . . . . .	3
2.2	Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества . . .	4
2.3	Получение регулярной грамматики . . . . .	4
2.3.1	Построение левостолбчатой и правостолбчатой грамматики . . . . .	4
2.3.2	Приведение грамматики . . . . .	6

$$L = \{((a, b)^2)^k \cdot ((b, c)^2)^m : \forall k > 0, m \geq 0, k, m \in \mathbb{Z}\} \quad (1)$$

(2)

## 1 Определение типа языка L

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

1. Множества  $\{a\}, \{b\}, \{c\}$  являются регулярными по определению;

2. Множества

$$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \quad (3)$$

$$\{b\} \cup \{c\} = \{b, c\} \quad (4)$$

регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество

3. Множества

$$S_1 = \{a, b\}\{a, b\} \quad (5)$$

$$S_2 = \{b, c\}\{b, c\} \quad (6)$$

регулярны, поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

4. Множества

$$S_1^+ = S_1 S_1^* \quad (7)$$

$$S_2^* \quad (8)$$

регулярны, поскольку итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:

$$S_3 = S_1^+ \cdot S_2^* \quad (9)$$

есть регулярное множество.

## 2 Регулярный язык

### 2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$\{a, b\} \cdot \{a, b\}^* \cdot \{b, c\}^* \quad (10)$$

## 2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества

$$p = ((a + b)(a + b))^+((b + c)(b + c))^* \quad (11)$$

## 2.3 Получение регулярной грамматики

### 2.3.1 Построение левосторонней и правосторонней грамматик

$$p = \underbrace{\left( \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{a}_{1} + \underbrace{b}_{2}}_{9} \right) \cdot \left( \underbrace{\underbrace{a}_{3} + \underbrace{b}_{4}}_{10} \right)}_{13} \right)^+}_{15} \cdot \underbrace{\left( \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{b}_{5} + \underbrace{c}_{6}}_{11} \right) \cdot \left( \underbrace{\underbrace{b}_{7} + \underbrace{c}_{8}}_{12} \right)}_{14} \right)^*}_{16} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} G_1 &= \left( \begin{array}{l} \{S_1\}, \Sigma, \\ \{ S_1 \rightarrow a \} \end{array}, S_1 \right), G_2 = \left( \begin{array}{l} \{S_2\}, \Sigma, \\ \{ S_2 \rightarrow b \} \end{array}, S_2 \right) \\ G_3 &= \left( \begin{array}{l} \{S_3\}, \Sigma, \\ \{ S_3 \rightarrow a \} \end{array}, S_3 \right), G_4 = \left( \begin{array}{l} \{S_4\}, \Sigma, \\ \{ S_4 \rightarrow b \} \end{array}, S_4 \right) \\ G_5 &= \left( \begin{array}{l} \{S_5\}, \Sigma, \\ \{ S_5 \rightarrow b \} \end{array}, S_5 \right), G_6 = \left( \begin{array}{l} \{S_6\}, \Sigma, \\ \{ S_6 \rightarrow c \} \end{array}, S_6 \right) \\ G_7 &= \left( \begin{array}{l} \{S_7\}, \Sigma, \\ \{ S_7 \rightarrow b \} \end{array}, S_7 \right), G_8 = \left( \begin{array}{l} \{S_8\}, \Sigma, \\ \{ S_8 \rightarrow c \} \end{array}, S_8 \right) \\ G_9 &= \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a \\ S_2 \rightarrow b \end{array} \right\} \end{array}, S_9 \right), G_{10} = \left( \begin{array}{l} \{S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a \\ S_4 \rightarrow b \end{array} \right\} \end{array}, S_{10} \right) \\ G_{11} &= \left( \begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b \\ S_6 \rightarrow c \end{array} \right\} \end{array}, S_{11} \right), G_{12} = \left( \begin{array}{l} \{S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b \\ S_8 \rightarrow c \end{array} \right\} \end{array}, S_{12} \right) \\ G'_{13} &= \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a, S_2 \rightarrow b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \end{array} \right\} \end{array}, S_{10} \right) G''_{13} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a, S_4 \rightarrow b \end{array} \right\} \end{array}, S_9 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G'_{14} &= \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b, S_6 \rightarrow c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \end{array} \right\}, S_{12} \end{array} \right), G''_{14} = \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b, S_8 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{11} \end{array} \right) \\
G'_{15} &= \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \\ S_{15} \rightarrow S_{10} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right), G''_{15} = \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|a \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|b \\ S_{15} \rightarrow S_9 \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right) \\
G'_{16} &= \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow S_{16}b|b \\ S_6 \rightarrow S_{16}c|c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{16} \rightarrow S_{12}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right), G''_{16} = \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{16} \rightarrow S_{11}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right) \\
G'_{17} &= \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_{10} & S_{16} \rightarrow S_{12}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right) \\
G''_{17} &= \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16} & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16} & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow S_9 & S_{16} \rightarrow S_{11}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)
\end{aligned}$$

### 2.3.2 Приведение грамматики

#### 1. Проверка пустоты

$$\begin{aligned}C_0 &= \emptyset \\C_1 &= \{S_{16}, S_1, S_2\} \cup C_0 = \{S_{16}, S_1, S_2\} \\C_2 &= \{S_9, S_5, S_6\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{16}\} \\C_3 &= \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\} \\C_4 &= \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}, S_{10}, S_7, S_8\} \cup C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{16}\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_5 &= \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}, S_{10}, S_7, S_8, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = C_5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_6 &= \{S_9, S_5, S_6, S_3, S_4, S_{11}, S_{10}, S_7, S_8, S_{12}, S_{15}\} \cup C_5 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = C_5 = \aleph\end{aligned}$$

Так как

$$S = S_{16} \in C_5 \implies L(G'_{17}) \neq \emptyset \quad (13)$$