## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.

Туполева-КАИ» (КНИТУ-КАИ)

Институт Компьютерных технологий и защиты информации

(наименование института)

Кафедра Прикладной математики и информатики

(наименование кафедры)

## ДОМАШНЯЯ РАБОТА

по дисциплине

«Теория формальных языков и методы трансляции»

Вариант 2.14

Выполнил студент группы  $\underline{4312}$   $\underline{\mathcal{L}}$ . $\underline{\mathcal{L}}$ .

## Содержание

1	Опр	пределение типа языка L		
2	Регулярный язык			
	2.1	1 3 1 3 70		
	2.2			
	2.3	Получ	пение регулярной грамматики	
		2.3.1	Построение леволинейной и праволинейной грамматик	
		2.3.2	Приведение грамматики	
			2.3.2.1 Проверка пустоты	
			2.3.2.2 Удаление бесполезных символов	
			2.3.2.3 Удаление недостижимых символов	
			2.3.2.4 Удаление пустых правил	
			2.3.2.5 Удаление цепных правил	
			2.3.2.6 Удаление бесполезных символов грамматик $G'_{19}$ и $G''_{18}$	
			2.3.2.7 Удаление недостижимых символов грамматик $G'_{19}$ и $G''_{18}$	
		2.3.3	Построение конечного автомата для приведенной грамматики	
			2.3.3.1 Приведение к автоматному виду	
			2.3.3.2 Построение конечных автоматов $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 =$	
			$(Q_2,\Sigma,\delta_2,q_2,F_2)$ для автоматных грамматик $G_{20}'$ и $G_{19}''$	
			2.3.3.3 Построение диаграммы состояний автомата $M$	
	2.4	Постр	оение КА по регулярному выражению	
		2.4.1	Построение КА $M_3$	
	2.5	Опред	еление детерменированности построенных автоматов $M_1,M_2,M_3$	
	2.6	Постр	оение детерменированных конечных автоматов для НКА $M_1,M_2,M_3$	
		2.6.1	ДКА для $M_1$	
		2.6.2	ДКА для $M_2$	
		2.6.3	ДКА для $M_3$	
			2.6.3.1 Удаление недостижимых символов	
			2.6.3.2 Построение ДКА	
	2.7		ние недостижимых состояний для автоматов $M_1,M_2,M_3\ldots\ldots\ldots$	
			Для автомата $M_1$	
		2.7.2	Для автомата $M_2$	
		2.7.3	Для автомата $M_3$	
	2.8	Диаграммы состояний построенных детерменированных автоматов $M_1', M_2', M_3'$		
		без недостижимых состояний		
	2.9	Постр	оение минимальных ДКА $M$	
		2.9.1	Минимизация ДКА $M_1'$	
		2.9.2	Минимизация ДКА $M_2'$	
		2.9.3	Минимизация ДКА $M_3'$	

$$L = \{ ((a,b)^2)^k \cdot ((b,c)^2)^m \colon \forall k \ge 0, m > 0, k, m \in \mathbb{Z} \}$$
 (1)

#### Определение типа языка L 1

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

- 1. Множества  $\{a\}, \{b\}, \{c\}$  являются регулярными по определению;
- 2. Множества

$$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \tag{2}$$

$$\{b\} \cup \{c\} = \{b, c\} \tag{3}$$

регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество

3. Множества

$$S_1 = \{a, b\}\{a, b\} \tag{4}$$

$$S_2 = \{b, c\}\{b, c\} \tag{5}$$

регулярны, поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

4. Множества

$$S_1^* \tag{6}$$

$$S_1^* (6)$$

$$S_2^+ = S_2 \cdot S_2^* (7)$$

регулярны, посколько итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:

$$S_3 = S_1^* \cdot S_2^+ \tag{8}$$

есть регулярное множество.

#### Регулярный язык 2

## Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$(\{a,b\} \cdot \{a,b\})^* \cdot (\{b,c\} \cdot \{b,c\})^+ \tag{9}$$

#### Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества 2.2

$$p = ((a+b)(a+b))^*((b+c)(b+c))^+$$
(10)

## 2.3 Получение регулярной грамматики

## 2.3.1 Построение леволинейной и праволинейной грамматик

$$G_{1} = \begin{pmatrix} \{S_{1}\}, \Sigma, \\ \{S_{1} \to a\}, S_{1} \end{pmatrix}, G_{2} = \begin{pmatrix} \{S_{2}\}, \Sigma, \\ \{S_{2} \to b\}, S_{2} \end{pmatrix}$$

$$G_{3} = \begin{pmatrix} \{S_{3}\}, \Sigma, \\ \{S_{3} \to a\}, S_{3} \end{pmatrix}, G_{4} = \begin{pmatrix} \{S_{4}\}, \Sigma, \\ \{S_{4} \to b\}, S_{4} \end{pmatrix}$$

$$G_{5} = \begin{pmatrix} \{S_{5}\}, \Sigma, \\ \{S_{5} \to b\}, S_{5} \end{pmatrix}, G_{6} = \begin{pmatrix} \{S_{6}\}, \Sigma, \\ \{S_{6} \to c\}, S_{6} \end{pmatrix}$$

$$G_{7} = \begin{pmatrix} \{S_{7}\}, \Sigma, \\ \{S_{7} \to b\}, S_{7} \end{pmatrix}, G_{8} = \begin{pmatrix} \{S_{8}\}, \Sigma, \\ \{S_{8} \to c\}, S_{8} \end{pmatrix}$$

$$G_{9} = \begin{pmatrix} \{S_{9}, S_{1}, S_{2}\}, \Sigma, \\ \{S_{1} \to a\}, S_{2} \end{pmatrix}, G_{10} = \begin{pmatrix} \{S_{10}, S_{3}, S_{4}\}, \Sigma, \\ \{S_{10} \to S_{3} \mid S_{4}\}, S_{7} \end{pmatrix}, G_{10} = \begin{pmatrix} \{S_{11}, S_{5}, S_{6}\}, \Sigma, \\ \{S_{11} \to S_{5} \mid S_{6}\}, S_{7} \to b, \\ \{S_{5} \to b\}, S_{11} \end{pmatrix}, G_{12} = \begin{pmatrix} \{S_{12}, S_{7}, S_{8}\}, \Sigma, \\ \{S_{12} \to S_{7} \mid S_{8}\}, S_{7} \to b, \\ \{S_{10} \to S_{3} \mid S_{4}\}, S_{7$$

$$G'_{14} = \begin{pmatrix} \{S_{11}, S_{5}, S_{6}, S_{12}, S_{7}, S_{8}\}, \Sigma, \\ S_{11} \rightarrow S_{5} \mid S_{6} \\ S_{5} \rightarrow b, S_{6} \rightarrow c \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid S_{8} \\ S_{7} \rightarrow S_{11}b \\ S_{8} \rightarrow S_{11}c \end{pmatrix}, G''_{14} = \begin{pmatrix} \{S_{11}, S_{5}, S_{6}, S_{12}, S_{7}, S_{8}\}, \Sigma, \\ S_{11} \rightarrow S_{5} \mid S_{6} \\ S_{5} \rightarrow bS_{12} \\ S_{6} \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid S_{8} \\ S_{7} \rightarrow b, S_{8} \rightarrow c \end{pmatrix}, S_{11}$$

$$G'_{15} = \begin{pmatrix} \{S_{9}, S_{1}, S_{2}, S_{10}, S_{3}, S_{4}, S_{15}\}, \Sigma, \\ S_{9} \rightarrow S_{1} \mid S_{2} \\ S_{1} \rightarrow S_{15}b \mid b \\ S_{10} \rightarrow S_{3} \mid S_{4} \\ S_{3} \rightarrow S_{9}a \\ S_{4} \rightarrow S_{9}b \\ S_{15} \rightarrow S_{10} \mid \varepsilon \end{pmatrix}, G''_{15} = \begin{pmatrix} \{S_{9}, S_{1}, S_{2}, S_{10}, S_{3}, S_{4}, S_{15}\}, \Sigma, \\ S_{9} \rightarrow S_{1} \mid S_{2} \\ S_{1} \rightarrow S_{3} \mid S_{4} \\ S_{3} \rightarrow S_{9}a \\ S_{4} \rightarrow S_{9}b \\ S_{15} \rightarrow S_{10} \mid \varepsilon \end{pmatrix}, S_{15}$$

$$G''_{16} = \begin{pmatrix} \{S_{11}, S_{5}, S_{6}, S_{12}, S_{7}, S_{8}, S_{16}\}, \Sigma, \\ S_{9} \rightarrow S_{1} \mid S_{2} \\ S_{10} \rightarrow S_{3} \mid S_{4} \\ S_{3} \rightarrow aS_{15} \mid a \\ S_{4} \rightarrow bS_{15} \mid b \\ S_{15} \rightarrow S_{10} \mid \varepsilon \end{pmatrix}, S_{16}$$

$$G''_{16} = \begin{pmatrix} \{S_{11}, S_{5}, S_{6}, S_{12}, S_{7}, S_{8}, S_{16}\}, \Sigma, \\ S_{11} \rightarrow S_{5} \mid S_{6} \\ S_{5} \rightarrow bS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid S_{8} \\ S_{7} \rightarrow bS_{16} \mid b \\ S_{8} \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid S_{8} \\ S_{7} \rightarrow bS_{16} \mid b \\ S_{8} \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid S_{8} \\ S_{7} \rightarrow bS_{16} \mid b \\ S_{8} \rightarrow cS_{12} \\ S_{11} \rightarrow S_{5} \mid S_{6} \\ S_{5} \rightarrow bS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid S_{8} \\ S_{7} \rightarrow bS_{16} \mid b \\ S_{8} \rightarrow cS_{12} \\ S_{11} \rightarrow S_{5} \mid S_{6} \\ S_{5} \rightarrow bS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid S_{8} \\ S_{7} \rightarrow bS_{16} \mid b \\ S_{8} \rightarrow cS_{12} \\ S_{10} \rightarrow S_{11} \mid b \\ S_{15} \rightarrow S_{10} \mid c \\ S_{11} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid c \\ S_{11} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{11} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid c \\ S_{11} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid c \\ S_{11} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{7} \mid c \\ S_{11} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{10} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{11} \mid c \\ S_{13} \rightarrow S_{13} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{11} \mid c \\ S_{13} \rightarrow S_{13} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{11} \mid c \\ S_{13} \rightarrow S_{13} \mid c \\ S_{12} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{13} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{14} \rightarrow S_{15} \mid c \\ S_{15} \rightarrow S_{10} \mid c \\ S_{15} \rightarrow S_{10$$

#### 2.3.2 Приведение грамматики

## 2.3.2.1 Проверка пустоты

• Для леволинейной грамматики  $G_{17}^{\prime}$ 

$$C_0 = \varnothing$$

$$C_1 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\}$$

$$C_2 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\}$$

$$C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\}$$

$$C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_5 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

Так как

$$S = S_{16} \in C_7 \Longrightarrow L(G'_{17}) \neq \emptyset \tag{12}$$

• Для праволинейной грамматики  $G''_{17}$ 

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\}$$

$$C_2 = \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\}$$

$$C_3 = \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\}$$

$$C_4 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\}$$

$$C_5 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 =$$

$$= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\}$$

$$C_6 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

Так как

$$S = S_{15} \in C_{11} \Longrightarrow L(G_{17}'') \neq \varnothing \tag{13}$$

#### 2.3.2.2 Удаление бесполезных символов

• Для леволинейной грамматики  $G'_{17}$ 

$$C_0 = \varnothing$$

$$C_1 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\}$$

$$C_2 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\}$$

$$C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\}$$

$$C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_5 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{17}$  не изменилась.

• Для праволинейной грамматики  $G''_{17}$ 

$$C_0 = \varnothing$$

$$C_1 = \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\}$$

$$C_2 = \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\}$$

$$C_3 = \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\}$$

$$C_4 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\}$$

$$C_5 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 =$$

$$= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\}$$

$$C_6 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} =$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G_{17}''$  не изменилась.

#### 2.3.2.3 Удаление недостижимых символов

• Для леволинейной грамматики  $G'_{17}$ 

$$C_0 = \{S_{16}\}$$

$$C_1 = \{S_{12}\} \cup C_0 = \{S_{12}, S_{16}\}$$

$$C_2 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\}$$

$$C_3 = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\}$$

$$C_4 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\}$$

$$C_5 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_4 =$$

$$= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\}$$

$$C_6 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_5 =$$

$$= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_6 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_8 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_8 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} =$$

$$= \{S_1, S_$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{17}$  не изменилась.

• Для праволинейной грамматики  $G''_{17}$ 

$$C_{0} = \{S_{15}\}$$

$$C_{1} = \{S_{9}, S_{16}\} \cup C_{0} = \{S_{9}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_{2} = \{S_{1}, S_{2}, S_{9}, S_{11}, S_{16}\} \cup C_{1} = \{S_{1}, S_{2}, S_{9}, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_{3} = \{S_{1}, S_{2}, S_{5}, S_{6}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{16}, a, b\} \cup C_{2} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{5}, S_{6}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_{4} = \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{3} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{4} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{7}, S_{8}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{4} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{7}, S_{8}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{5} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{7}, S_{8}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{5} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{7}, S_{8}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{5} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{7}, S_{8}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{5} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{7}, S_{8}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{5} =$$

$$= \{S_{1}, S_{2}, S_{3}, S_{4}, S_{5}, S_{6}, S_{7}, S_{8}, S_{9}, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{5} =$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика  $G_{17}^{"}$  не изменилась.

## 2.3.2.4 Удаление пустых правил

• Для леволинейной грамматики  $G_{17}^{\prime}$ 

$$C_0 = \{S_{15}\}$$
  
 $C_1 = \emptyset \cup C_0 = \{S_{15}\} = C_0$ 

Итоговая грамматика  $G_{18}^{\prime}$  без пустых правил и после добавления новых примет вид

$$G'_{18} = \begin{pmatrix} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ S_9 \to S_1 | S_2 & S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_1 \to S_{15} a | a & S_5 \to S_{16} b | S_{15} b | b \\ S_2 \to S_{15} b | b & S_6 \to S_{16} c | S_{15} c | c \\ S_{10} \to S_3 | S_4 & S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_3 \to S_9 a & S_7 \to S_{11} b \\ S_4 \to S_9 b & S_8 \to S_{11} c \\ S_{15} \to S_{10} & S_{16} \to S_{12} \end{pmatrix}, S_{16}$$

• Для праволинейной грамматики  $G_{17}^{\prime\prime}$ 

$$C_0 = \emptyset$$
  
 $C_1 = \emptyset \cup C_0 = \emptyset = C_0$ 

Пустых правил нет, следовательно, грамматика  $G_{17}^{\prime\prime}$  не поменялась.

## 2.3.2.5 Удаление цепных правил

• Строим последовательность множеств  $\aleph^X_i$  для леволинейной грамматики  $G'_{18}$ 

$$\left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{0}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{1}^{S_{1}} = \{S_{1}\} \\ \aleph_{1}^{S_{1}} = \{S_{1}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{1}} = \varnothing \\ \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{2}} = \{S_{2}\} \\ \aleph_{1}^{S_{2}} = \{S_{2}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{2}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{3}} = \{S_{3}\} \\ \aleph_{1}^{S_{3}} = \{S_{3}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{3}} = \varnothing \\ \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{4}} = \{S_{4}\} \\ \aleph_{1}^{S_{4}} = \{S_{4}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{4}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{5}} = \{S_{5}\} \\ \aleph_{1}^{S_{5}} = \{S_{5}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \\ \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{6}} = \{S_{6}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{6}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{6}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{7}} = \{S_{7}\} \\ \aleph_{1}^{S_{7}} = \{S_{7}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{7}} = \varnothing \\ \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{6}} = \{S_{6}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{6}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{6}} = \varnothing \\ \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{6}} = \{S_{8}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{8}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{7}} = \varnothing \\ \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{6}} = \{S_{6}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{6}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{7}} = \varnothing \\ \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{6}} = \{S_{6}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{7}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{7}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{7}\} \\ \aleph_{1}^{S_{6}} = \{S_{7}\} \\ \aleph_{2}^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_{2}^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_{2}^{S_{11}} = \{S_{5}, S_{6}, S_{11}\} \\ \aleph_{2}^{S_{11}} = \{S_{5}, S_{6}, S_{11}\} \\ \aleph_{2}^{S_{12}} = \{S_{7}, S_{8}, S_{12}\} \\ \aleph_{2}^{S_{12}} = \{S_{7}, S_{8}, S_{12}\} \\ \aleph_{2}^{S_{15}} = \{S_{10}, S_{15}\} \\ \aleph_{2}^{S_{16}} = \{S_{16}\} \\ \aleph_{2}^{S_{16}} = \{S_{12}, S_{16}\} \\ \aleph_{2}^{S_{16}} = \{S_{7}, S_{8}, S_{12}, S_{16}\} \\ \aleph_{2}^$$

Множество правил  $P_{19}^{\prime}$  содержит все правила грамматики  $G_{18}^{\prime}$  кроме цепных:

$$P'_{19} = \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \to S_{15}a|a & S_5 \to S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \to S_{15}b|b & S_6 \to S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_3 \to S_9a & S_7 \to S_{11}b \\ S_4 \to S_9b & S_8 \to S_{11}c \end{array} \right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P'_{19} = P'_{19} \cup \left\{ (B \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P, A \in \aleph^B \right\},\,$$

то есть

$$P'_{19} = P'_{19} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15} a |a| S_{15} b |b & S_{10} \to S_9 a |S_9 b \\ S_{11} \to S_{16} b |S_{15} b |S_{16} c |S_{15} c |b |c & S_{12} \to S_{11} b |S_{11} c \\ S_{15} \to S_9 a |S_9 b & S_{16} \to S_{11} b |S_{11} c \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G'_{10}$  примет следующий вид

$$G'_{19} = \begin{pmatrix} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ S_1 \to S_{15}a|a & S_5 \to S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \to S_{15}b|b & S_6 \to S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_3 \to S_9a & S_7 \to S_{11}b \\ S_4 \to S_9b & S_8 \to S_{11}c \\ S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \to S_9a|S_9b \\ S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c & S_{12} \to S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c \end{pmatrix}, S_{16}$$

• Строим последовательность множеств  $\aleph_i^X$  для праволинейной грамматики  $G_{17}''$ 

$$\left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{0}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{1}} = \{S_{1}\} \\ \aleph_{1}^{S_{1}} = \{S_{1}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{1}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{2}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{2}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{2}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{3}\} \\ \aleph_{1}^{S_{3}} = \{S_{3}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{3}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{5}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{4}\} \\ \aleph_{1}^{S_{4}} = \{S_{4}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{4}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{5}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{5}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{5}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{5}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{5}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{5}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \varnothing \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{array} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{5}} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{cases} \Longrightarrow \aleph^{S_{1}} = \{S_{0}\} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{1}} = \{S_{0}\} \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{1}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{1}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{1}^{S_{1}} = \{S_{0}\} \\ \end{cases} \Longrightarrow \aleph^{S_{1}} = \{S_{0}\} \right\} \Longrightarrow \aleph^{S_{1}} = \{S_{0}\} \left\{ \begin{array}{l} \aleph_{0}^{S_{1}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \end{cases} \Longrightarrow \aleph^{S_{1}} = \{S_{0}\} \left\{ \mathbb{N}_{0}^{S_{1}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{0}^{S_{1}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\} \\ \aleph_{0}^{S_{0}} = \{S_{0}\}$$

Множество правил  $P_{18}''$  содержит все правила грамматики  $G_{17}''$  кроме цепных:

$$P_{18}'' = \begin{cases} S_1 \to aS_{10} & S_5 \to bS_{12} \\ S_2 \to bS_{10} & S_6 \to cS_{12} \\ S_3 \to aS_{15}|aS_{16} & S_7 \to bS_{16}|b \\ S_4 \to bS_{15}|bS_{16} & S_8 \to cS_{16}|c \end{cases}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P_{18}'' = P_{18}'' \cup \left\{ (B \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P, A \in \aleph^B \right\},\,$$

то есть

$$P_{18}'' = P_{18}'' \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} \\ S_{11} \to bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G_{18}''$  примет следующий вид

$$G_{18}'' = \begin{pmatrix} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ S_1 \to aS_{10} & S_5 \to bS_{12} \\ S_2 \to bS_{10} & S_6 \to cS_{12} \\ S_3 \to aS_{15}|aS_{16} & S_7 \to bS_{16}|b \\ S_4 \to bS_{15}|bS_{16} & S_8 \to cS_{16}|c \\ S_9 \to aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} \\ S_{11} \to bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{pmatrix}, S_{15}$$

Так как при удалении пустых правил и цепных правил лево- и праволинейной грамматик произошло их изменение, то необходимо повторить удаление бесполезных и недостижимых символов.

## **2.3.2.6** Удаление бесполезных символов грамматик $G_{19}'$ и $G_{18}''$

• Для леволинейной грамматики  $G'_{19}$ 

$$\begin{split} C_0 &= \varnothing \\ C_1 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\} \\ C_2 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 = \\ &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 = \\ &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph \end{split}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{19}$  не изменилась.

• Для праволинейной грамматики  $G_{18}''$ 

$$\begin{split} C_0 &= \varnothing \\ C_1 &= \{S_7, S_8, S_{12}\} \cup C_0 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\ C_2 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ C_3 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 = \\ &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_3 = \\ &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_4 = \\ &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_4 = \\ &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph \end{split}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G_{18}^{\prime\prime}$  не изменилась.

## **2.3.2.7** Удаление недостижимых символов грамматик $G_{19}'$ и $G_{18}''$

• Для леволинейной грамматики  $G'_{19}$ 

$$C_{0} = \{S_{16}\}$$

$$C_{1} = \{S_{9}, S_{11}, a, b, c\} \cup C_{0} = \{S_{9}, S_{11}, S_{16}, a, b, c\}$$

$$C_{2} = \{S_{9}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{1} = \{S_{9}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}$$

$$C_{3} = \{S_{9}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{2} = \{S_{9}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}$$

Строим результирующую грамматику  $G_{20}^{\prime}$  без недостижимых символов

$$\begin{split} \aleph_{20}' &= \aleph_{19}' \cap C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\ \Sigma_{20}' &= \Sigma_{19}' \cap C_3 = \{a, b, c\} \\ P_{20}' &= \{(A \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P_{18}', A \in \aleph_{19}', \alpha \in (\Sigma_{19}' \cup \aleph_{19}')^*\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15} a |a| S_{15} b |b & S_{11} \to S_{16} b |S_{15} b |S_{16} c |S_{15} c |b| c \\ S_{15} \to S_9 a |S_9 b & S_{16} \to S_{11} b |S_{11} c \end{array} \right\} \\ S_{20}' &\equiv S_{16} \end{split}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G'_{20}$  примет вид

$$G'_{20} = \left( \begin{cases} \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \{S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b \quad S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b \quad S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c \end{cases} \right), S_{16}$$

• Для праволинейной грамматики  $G_{18}''$ 

$$C_{0} = \{S_{15}\}\$$

$$C_{1} = \{S_{10}, S_{12}, a, b, c\} \cup C_{0} = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, a, b, c\}\$$

$$C_{2} = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{1} = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\$$

$$C_{3} = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{2} = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\$$

Строим результирующую грамматику  $G_{19}^{\prime\prime}$  без недостижимых символов

$$\aleph_{19}'' = \aleph_{19}'' \cap C_4 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} 
\Sigma_{19}'' = \Sigma_{19}'' \cap C_4 = \{a, b, c\} 
P_{19}'' = \{(A \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P_{19}'', A \in \aleph_{20}'', \alpha \in (\Sigma_{20}'' \cup \aleph_{20}'')^*\} = 
= \begin{cases}
S_{10} \to aS_{15} | aS_{16} | bS_{15} | bS_{16} & S_{12} \to bS_{16} | b| cS_{16} | c \\
S_{15} \to aS_{10} | bS_{10} | bS_{12} | cS_{12} & S_{16} \to bS_{12} | cS_{12}
\end{cases}$$

$$S_{19}'' \equiv S_{15}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G_{19}^{\prime\prime}$  примет вид

$$G_{19}'' = \begin{pmatrix} \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ S_{10} \to aS_{15} |aS_{16}| bS_{15} |bS_{16} \quad S_{12} \to bS_{16} |b| cS_{16} |c \\ S_{15} \to aS_{10} |bS_{10}| bS_{12} |cS_{12} \quad S_{16} \to bS_{12} |cS_{12} \end{pmatrix}, S_{15}$$

## 2.3.3 Построение конечного автомата для приведенной грамматики

## 2.3.3.1 Приведение к автоматному виду

Все правила в заданной грамматике имеют вид

$$P_{20}'\subset\{A\to Bx|x\colon A,B\in\aleph,x\in\Sigma\}$$

для леволинейной грамматики, а для праволинейной

$$P_{19}'' \subset \{A \to xB | x \colon A, B \in \aleph, x \in \Sigma\}$$

А это в свою очередь значит, по построению, что правила данных грамматик  $G'_{20}$  и  $G''_{19}$  удовлетворяют определению автоматной грамматики, а, значит, изменение данных грамматик не производится.

- **2.3.3.2** Построение конечных автоматов  $M_1=(Q_1,\Sigma,\delta_1,q_1,F_1)$  и  $M_2=(Q_2,\Sigma,\delta_2,q_2,F_2)$  для автоматных грамматик  $G_{20}'$  и  $G_{19}''$ .
  - Построение автомата  $M_1=(Q_1,\Sigma,\delta_1,q_1,F_1)$  для леволинейной грамматики производится следующим образом:
    - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
    - Добавляется новое состояние начальное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_1 = \aleph'_{20} \cup \{H\} = \{H, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние:

$$q_1 \equiv H$$

Множество заключительных состояний содержит целевой символ исходной грамматики

$$F = \{S_{16}\}$$

Множество переходов:

$$\begin{split} &\delta_1(S_{15},a) = \{S_9\} & \delta_1(S_{15},b) = \{S_9,S_{11}\} & \delta_1(S_{15},c) = \{S_{11}\} \\ &\delta_1(S_{16},b) = \{S_{11}\} & \delta_1(S_{16},c) = \{S_{11}\} \\ &\delta_1(S_9,a) = \{S_{15}\} & \delta_1(S_9,b) = \{S_{15},S_{16}\} \\ &\delta_1(S_{11},b) = \{S_{16}\} & \delta_1(S_{11},c) = \{S_{16}\} \\ &\delta_1(H,a) = \{S_9\} & \delta_1(H,b) = \{S_9,S_{11}\} & \delta_1(H,c) = \{S_{16}\} \end{split}$$

- Построение автомата  $M_2=(Q_2,\Sigma,\delta_2,q_2,F_2)$  для леволинейной грамматики производится следующим образом:
  - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
  - Добавляется новое состояние заключительное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_2 = \aleph_{20}'' \cup \{F\} = \{F, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние — состояние, соответствующее целевому символу исходной грамматики:

$$q_2 \equiv S_{15}$$

Множество заключительных состояний будет содержать новое состояние

$$F_2 = \{F\}$$

Множество переходов:

$$\begin{split} \delta_2(S_{10},a) &= \{S_{15},S_{16}\} & \delta_2(S_{10},b) = \{S_{15},S_{16}\} \\ \delta_2(S_{12},b) &= \{S_{16},F\} & \delta_2(S_{12},c) = \{S_{16},F\} \\ \delta_2(S_{15},a) &= \{S_{10}\} & \delta_2(S_{15},b) = \{S_{10},S_{12}\} & \delta_2(S_{15},c) = \{S_{12}\} \\ \delta_2(S_{16},b) &= \{S_{12}\} & \delta_2(S_{16},c) = \{S_{12}\} \end{split}$$

На этом построение конечных автоматов по автоматным грамматикам заканчивается

## 2.3.3.3 Построение диаграммы состояний автомата M

Диаграмма состояний конечного автомата — неупорядоченный ориентированный помеченный граф, вершины которого помечены именами состояний автомата и в котором есть дуга из вершины A к вершине B и если есть такой символ  $t \in \Sigma$ , для которого существует функция перехода вида  $\delta(A,t)=B$  во множестве  $\delta$  конечного автомата M. Кроме того, эта дуга помечается списком, состоящих из всех  $t \in \Sigma$ , для которых есть функция перехода  $\delta(A,t)=B$ . Посторим димграммы состояний для КА  $M_1=(Q_1,\Sigma,\delta_1,q_1,F_1)$  и  $M_2=(Q_2,\Sigma,\delta_2,q_2,F_2)$ .

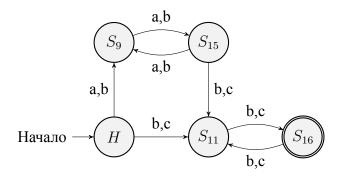


Рис. 1: Диаграмма состояний недетерменированного конечного автомата  $M_1$ 

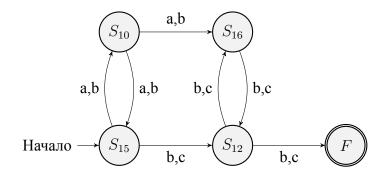


Рис. 2: Диаграмма состояний недетерменированного конечного автомата  ${\cal M}_2$ 

На этих диаграммах и далее выделенные состояний являются заключительными.

## 2.4 Построение КА по регулярному выражению

## **2.4.1** Построение КА $M_3$

Выполним построение конечных автоматов для выражения ф-л. (10). Очередность построения конечных автоматов будет определяться таки же образом, как и в случае построения грамматик по регулярному выражению ф-л. (11).

Воспользуемся рекурсивным определением регулярного выражения для построения последовательно конечных автоматов для каждого элементарного регулярного выражения, входящих в состав выражения ф-л. (11). Собственно последний КА и будет являться искомым.

Построим КА для указанных выражений. Каждый КА будем нумеровать по номеру выражения, для которого строится данный КА. Кроме того нумерация состояний КА будет определяться следующим образом: номер каждого состояния будет начинаться с номера конечного автомата.

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_1 = (\{q_{10}, q_{11}\}, \Sigma, \delta_1, q_{10}, \{q_{11}\}),$$

где множество переходов  $\delta_1$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_1(q_{10}, a) = \{q_{11}\}\$$

Граф переходов построенного КА  $M_1$  примет вид

Начало 
$$\longrightarrow$$
  $q_{10}$   $\longrightarrow$   $q_{11}$ 

Рис. 3: Диаграмма состояний НКА  $M_1$ 

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_2 = (\{q_{20}, q_{21}\}, \Sigma, \delta_2, q_{20}, \{q_{21}\}),$$

где множество переходов  $\delta_2$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_2(q_{20}, b) = \{q_{21}\}\$$

Граф переходов построенного КА  $M_2$  примет вид

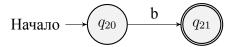


Рис. 4: Диаграмма состояний НКА  $M_2$ 

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_3 = (\{q_{30}, q_{31}\}, \Sigma, \delta_3, q_{30}, \{q_{31}\}),$$

где множество переходов  $\delta_3$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_3(q_{30}, a) = \{q_{31}\}\$$

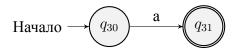


Рис. 5: Диаграмма состояний НКА  $M_3$ 

Граф переходов построенного КА  $M_3$  примет вид Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_4 = (\{q_{40}, q_{41}\}, \Sigma, \delta_4, q_{40}, \{q_{41}\}),$$

где множество переходов  $\delta_4$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_4(q_{40}, b) = \{q_{41}\}\$$

Граф переходов построенного КА  $M_4$  примет вид

Начало 
$$\longrightarrow$$
  $q_{40}$   $\longrightarrow$   $q_{41}$ 

Рис. 6: Диаграмма состояний НКА  $M_4$ 

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_5 = (\{q_{50}, q_{51}\}, \Sigma, \delta_5, q_{50}, \{q_{51}\}),$$

где множество переходов  $\delta_5$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_5(q_{50}, b) = \{q_{51}\}\$$

Граф переходов построенного КА  $M_5$  примет вид

Начало 
$$\longrightarrow$$
  $q_{50}$   $b$   $q_{51}$ 

Рис. 7: Диаграмма состояний НКА  $M_5$ 

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_6 = (\{q_{60}, q_{61}\}, \Sigma, \delta_6, q_{60}, \{q_{61}\}),$$

где множество переходов  $\delta_5$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_6(q_{60},c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_6$  примет вид

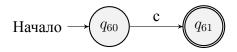


Рис. 8: Диаграмма состояний НКА  $M_6$ 

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_7 = (\{q_{70}, q_{71}\}, \Sigma, \delta_7, q_{70}, \{q_{71}\}),$$

где множество переходов  $\delta_7$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_7(q_{70}, b) = \{q_{51}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_7$  примет вид

Начало 
$$\longrightarrow$$
  $q_{70}$   $\longrightarrow$   $q_{71}$ 

Рис. 9: Диаграмма состояний НКА  $M_7$ 

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_8 = (\{q_{80}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_8, q_{80}, \{q_{81}\}),$$

где множество переходов  $\delta_5$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_8(q_{80},c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_8$  примет вид

Начало 
$$\longrightarrow$$
  $q_{80}$   $\longrightarrow$   $q_{81}$ 

Рис. 10: Диаграмма состояний НКА  $M_8$ 

Для выражения a+b строим КА  $M_9=(Q_9,\Sigma,\delta_9,q_{90},F_9)$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_9$  получается путем объединений множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{90}$ 

$$Q_9 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{90}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}\}$$

- 2.  $q_{90}$  начальное состояние;
- 3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_1$  и  $M_2$

$$F_9 = F_1 \cup F_2 = \{q_{11}, q_{21}\}$$

4. Множество переходов  $\delta_9$  строится:

$$\begin{split} \delta_9(q_{90},a) &= \{q_{11}\} \\ \delta_9(q_{10},a) &= \{q_{11}\} \\ \delta_9(q_{20},b) &= \{q_{21}\} \end{split}$$

Граф переходов построенного КА  $M_9$  примет вид

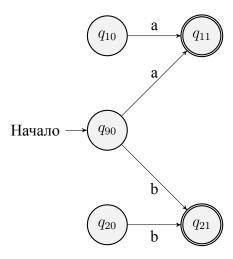


Рис. 11: Диаграмма состояний НКА  $M_9$ 

Для выражения a+b строим КА  $M_{10}=(Q_{10},\Sigma,\delta_{10},q_{100},F_{10})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{10}$  получается путем объединений множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{100}$ 

$$Q_{10} = Q_3 \cup Q_4 \cup \{q_{100}\} = \{q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\}$$

- 2.  $q_{100}$  начальное состояние;
- 3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_3$  и  $M_4$

$$F_{10} = F_3 \cup F_4 = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} \quad \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\}$$

$$\delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\}$$

$$\delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{10}$  примет вид

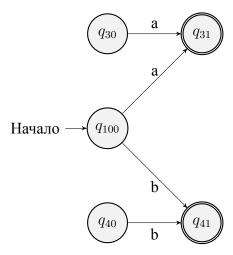


Рис. 12: Диаграмма состояний НКА  $M_{10}$ 

Для выражения b+c строим КА  $M_{11}=(Q_{11},\Sigma,\delta_{11},q_{110},F_{11})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{11}$  получается путем объединений множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{110}$ 

$$Q_{11} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{110}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}\}$$

- 2.  $q_{110}$  начальное состояние;
- 3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_{\rm 5}$  и  $M_{\rm 6}$

$$F_{11} = F_5 \cup F_6 = \{q_{51}, q_{61}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

$$\delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

$$\delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{11}$  примет вид

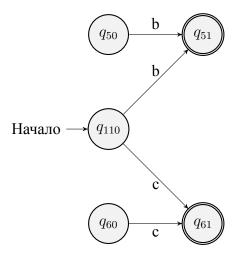


Рис. 13: Диаграмма состояний НКА  $M_{11}$ 

Для выражения b+c строим КА  $M_{12}=(Q_{12},\Sigma,\delta_{12},q_{120},F_{12})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{12}$  получается путем объединений множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{120}$ 

$$Q_{12} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{120}\} = \{q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\}$$

- 2.  $q_{120}$  начальное состояние;
- 3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_7$  и  $M_8$

$$F_{12} = F_7 \cup F_8 = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} \quad \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\}$$

$$\delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

$$\delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{12}$  примет вид

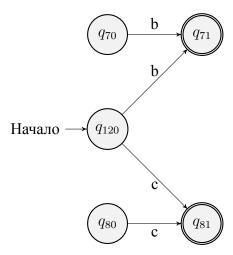


Рис. 14: Диаграмма состояний НКА  $M_{12}$ 

Для выражения (a+b)(a+b) строим КА  $M_{13}=(Q_{13},\Sigma,\delta_{13},q_{130},F_{13})$ :

1. множество состояний автомата  $M_{13}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{13} = Q_9 \cup Q_{10} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{13}$  будет начальное состояние автомата  $M_{9}$ 

$$q_{130} \equiv q_{90};$$

3. множество заключительных состояний  $F_{13}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{10}$ 

$$F_{13} = F_{10} = \{q_{31}, q_{41}\}\$$

4. множество переходов  $\delta_{13}$  автомата  $M_{13}$  будет содержать переходы автомата  $M_9$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{split} \delta_{13}(q_{90},a) &= \delta_{9}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{90},b) = \delta_{9}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{13}(q_{10},a) &= \delta_{9}(q_{10},a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{20},b) = \delta_{9}(q_{20},b) = \{q_{21}\} \,, \end{split}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{array}{ll} \delta_{13}(q_{11},a) = \varnothing \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{11},b) = \varnothing \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{21},a) = \varnothing \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{21},b) = \varnothing \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\} \,. \end{array}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{10}$ 

$$\delta_{13}(q_{100}, a) = \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} \quad \delta_{13}(q_{100}, b) = \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{13}(q_{30}, a) = \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} \quad \delta_{13}(q_{40}, b) = \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{13}$  примет вид:

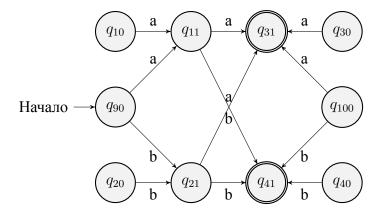


Рис. 15: Диаграмма состояний НКА  $M_{13}$ 

Для выражения (b+c)(b+c) строим КА  $M_{14}=(Q_{14},\Sigma,\delta_{14},q_{140},F_{14})$ :

1. множество состояний автомата  $M_{14}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{14} = Q_{11} \cup Q_{12} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{14}$  будет начальное состояние автомата  $M_{11}$ 

$$q_{140} \equiv q_{110};$$

3. множество заключительных состояний  $F_{14}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{12}$ 

$$F_{14} = F_{12} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов  $\delta_{14}$  автомата  $M_{14}$  будет содержать переходы автомата  $M_{11}$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\delta_{14}(q_{110}, b) = \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{14}(q_{110}, c) = \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$
  
$$\delta_{14}(q_{50}, b) = \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{14}(q_{60}, c) = \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{split} \delta_{14}(q_{51},b) &= \varnothing \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{51},c) = \varnothing \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{61},b) &= \varnothing \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{61},c) = \varnothing \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\} \,. \end{split}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{12}$ 

$$\delta_{14}(q_{120}, b) = \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} \quad \delta_{14}(q_{120}, c) = \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\}$$

$$\delta_{14}(q_{70}, b) = \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} \quad \delta_{14}(q_{80}, c) = \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{14}$  примет вид:

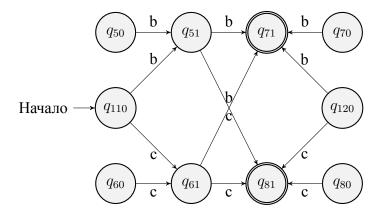


Рис. 16: Диаграмма состояний НКА  $M_{14}$ 

Для выражения  $((a+b)(a+b))^*$  строим КА  $M_{15}=(Q_{15},\Sigma,\delta_{15},q_{150},F_{15})$ :

1. множество состояний конечного автомтата  $M_{13}$  переносится с добавлением нового состояния  $q_{150}$ , состояние  $q_{150}$  — начальное

$$Q_{15} = Q_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}\}.$$

2. множество результирующих состояний переносится с добавлением нового состояния  $q_{150}$ 

$$F_{15} = F_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{31}, q_{41}, q_{150}\}$$

3. множество переходов  $\delta_{15}$  сохраняет все те переходы из незаключительных состояний, что и в автомате  $M_{13}$ 

$$\begin{array}{ll} \delta_{15}(q_{90},a) = \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{90},b) = \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{10},a) = \delta_{13}(q_{10},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{20},b) = \delta_{13}(q_{20},b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{100},a) = \delta_{13}(q_{100},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{100},b) = \delta_{13}(q_{100},b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{30},a) = \delta_{13}(q_{30},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{40},b) = \delta_{13}(q_{40},b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{11},a) = \delta_{13}(q_{11},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{11},b) = \delta_{13}(q_{11},b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{21},a) = \delta_{13}(q_{21},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{21},b) = \delta_{13}(q_{21},b) = \{q_{41}\} \end{array}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{split} \delta_{15}(q_{31},a) &= \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{31},b) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{41},a) &= \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{41},b) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \,, \end{split}$$

для нового начального состояния  $q_{150}$  переносятся все переходы из старого началльного состояния  $q_{90}$ 

$$\delta_{15}(q_{150}, a) = \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\}\ \delta_{15}(q_{150}, b) = \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\}.$$

Граф переходов построенного КА  $M_{15}$  примет вид:

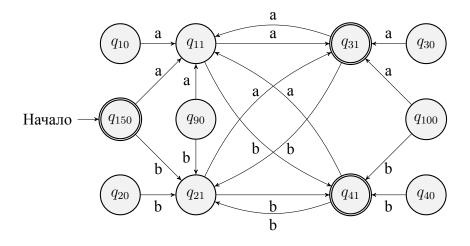


Рис. 17: Диаграмма состояний НКА  $M_{15}$ 

Для выражения  $((b+c)(b+c))^+$  строим КА  $M_{16}=(Q_{16},\Sigma,\delta_{16},q_{160},F_{16})$ :

1. множество состояний конечного автомата  $M_{14}$  переносится с добавлением нового состояния  $q_{160}$ , состояние  $q_{160}$  — начальное

$$Q_{16} = Q_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160}\}.$$

2. множество результирующих состояний автомтата переносится без изменений

$$F_{16} = F_{14} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

3. множество переходов  $\delta_{16}$  сохраняет все переходы из незаключительных состояний, что и в автомате  $M_{14}$ 

$$\begin{split} \delta_{16}(q_{110},b) &= \delta_{14}(q_{110},b) = \{q_{51}\} \\ \delta_{16}(q_{50},b) &= \delta_{14}(q_{50},b) = \{q_{51}\} \\ \delta_{16}(q_{51},b) &= \delta_{14}(q_{51},b) = \{q_{71}\} \\ \delta_{16}(q_{61},b) &= \delta_{14}(q_{61},b) = \{q_{71}\} \\ \delta_{16}(q_{120},b) &= \delta_{14}(q_{120},b) = \{q_{71}\} \\ \delta_{16}(q_{70},b) &= \delta_{14}(q_{70},b) = \{q_{71}\} \\ \delta_{16}(q_{80},c) &= \delta_{14}(q_{120},c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{120},c) &= \delta_{14}(q_{120},c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{80},c) &= \delta_{14}(q_{80},c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{80},c) &= \delta_{14}(q_{80},c$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\delta_{16}(q_{71}, b) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{16}(q_{71}, c) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{16}(q_{81}, b) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{16}(q_{81}, c) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\},$$

для нового начального состояния  $q_{160}$  переносятся все переходы из старого начального состояния  $q_{110}$ 

$$\delta_{16}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\}\ \delta_{16}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}\$$

Граф переходов построенного КА  $M_{16}$  примет вид:

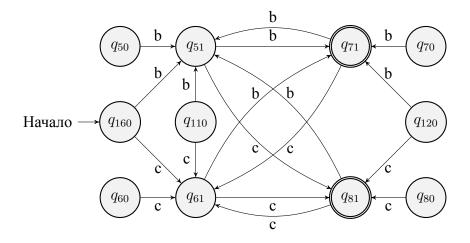


Рис. 18: Диаграмма состояний НКА  $M_{16}$ 

Для выражения  $((a+b)(a+b))^*((b+c)(b+c))^+$  строим КА  $M_{17}=(Q_{17},\Sigma,\delta_{17},q_{170},F_{17})$ :

1. Множество состояний автомата  $M_{17}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{17} = Q_{15} \cup Q_{16} = \left\{ \begin{array}{l} q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}, \\ q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160} \end{array} \right\}$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{17}$  будет начальное состояние автомата  $M_{15}$ 

$$q_{170} \equiv q_{150}$$

3. множество заключительных состояний  $F_{17}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{16}$ 

$$F_{17} = F_{16} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов  $\delta_{17}$  автомата  $M_{17}$  будет содержать все переходы автомата  $M_{15}$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{array}{ll} \delta_{17}(q_{90},a) = \delta_{15}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{90},b) = \delta_{15}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{17}(q_{10},a) = \delta_{15}(q_{10},a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{20},b) = \delta_{15}(q_{20},b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{17}(q_{100},a) = \delta_{15}(q_{100},a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{100},b) = \delta_{15}(q_{100},b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{17}(q_{30},a) = \delta_{15}(q_{30},a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{40},b) = \delta_{15}(q_{40},b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{17}(q_{11},a) = \delta_{15}(q_{11},a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{11},b) = \delta_{15}(q_{11},b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{17}(q_{21},a) = \delta_{15}(q_{21},a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{21},b) = \delta_{15}(q_{21},b) = \{q_{41}\}, \end{array}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{split} \delta_{17}(q_{31},a) &= \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{31},b) = \{q_{21},q_{51}\} & \delta_{17}(q_{31},c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{41},a) &= \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{41},b) = \{q_{21},q_{51}\} & \delta_{17}(q_{41},c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{150},a) &= \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{150},b) = \{q_{21},q_{51}\} & \delta_{17}(q_{150},c) = \{q_{61}\} \end{split}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{16}$ 

$$\begin{array}{ll} \delta_{17}(q_{110},b) = \delta_{16}(q_{110},b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{110},c) = \delta_{16}(q_{110},c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{50},b) = \delta_{16}(q_{50},b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{60},c) = \delta_{16}(q_{60},c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{51},b) = \delta_{16}(q_{51},b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{51},c) = \delta_{16}(q_{51},c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{61},b) = \delta_{16}(q_{61},b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{61},c) = \delta_{16}(q_{61},c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{120},b) = \delta_{16}(q_{120},b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{120},c) = \delta_{16}(q_{120},c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{70},b) = \delta_{16}(q_{70},b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{80},c) = \delta_{16}(q_{80},c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{71},b) = \delta_{16}(q_{71},b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{71},c) = \delta_{16}(q_{71},c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{160},b) = \delta_{16}(q_{160},b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{160},c) = \delta_{16}(q_{160},c) = \{q_{61}\} \\ \end{array}$$

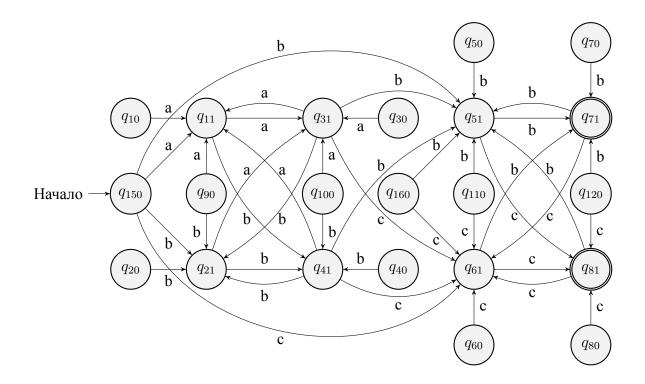


Рис. 19: Диаграмма состояний НКА  $M_{17}$ 

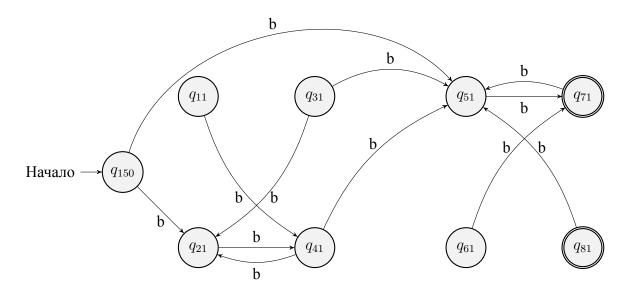


Рис. 20: Диаграмма состояний НКА  $M_{17}$ 

# 2.5 Определение детерменированности построенных автоматов $M_1,\ M_2,\ M_3$

1. Автомат  $M_1$  — НКА, так как есть переходы

$$\delta_1(H, b) = \{S_9, S_{11}\}$$
  
$$\delta_1(S_{15}, b) = \{S_9, S_{11}\}$$

2. Автомат  $M_2$  — НКА, так как есть переходы

$$\delta_2(S_{15}, b) = \{S_{10}, S_{12}\}$$
$$\delta_2(S_{12}, b) = \{S_{16}, F\}$$

3. Автомат  $M_3 \equiv M_{17}$  — НКА, так как есть переходы

$$\delta_3(q_{31}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$

$$\delta_3(q_{41}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$

$$\delta_3(q_{150}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$

Все три представленных автомата являются недетерменированными.

## **2.6** Построение детерменированных конечных автоматов для НКА $M_1, M_2, M_3$

• Ножество состояний Q' результирующего автомата ДКА состоянт из всех подмножеств Q исходного автомата. Каждое состояние Q' обозначается как  $[A_1,\ldots,A_n]$ , где  $A_i\in Q$ . Тогда получаем число различных сочетаний

$$|Q'| = \sum_{k=1}^{n} C_n^k = 2^n - 1$$

• Начальное состояние имеет вид (H — начальное состояние автомата M)

$$q_0' \equiv [H]$$

• Множество конечных состояний (конечные состояния исходного автомата  $F = \{F_1, \dots, F_n\}$ ) имеет вид

$$F' = \{ [q_1, \dots, q_j, q_{j+1}, \dots, q_{j+k}] \}$$
$$\{q_1, \dots, q_j\} \subset \{H, F_1, \dots, F_n\}$$
$$\{q_{j+1}, \dots, q_j\} \subset Q \setminus \{H, F_1, \dots, F_n\}$$

#### **2.6.1** ДКА для $M_1$

Переходы определяются как

$$\begin{array}{lll} \delta'\left([S_9q_1\dots q_k],a\right) = [S_{15}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{11},S_{16}\right\} \\ \delta'\left([Hq_1\dots q_k],a\right) = [S_9], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{11},S_{16},S_{15}\right\} \\ \delta'\left([S_1sq_1\dots q_k],a\right) = [S_9], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{11},S_{16},S_{15}\right\} \\ \delta'\left([S_9S_{15}q_1\dots q_k],a\right) = [S_9S_{15}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{11},S_{16},H\right\} \\ \delta'\left([S_9Hq_1\dots q_k],a\right) = [S_9S_{15}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{11},S_{16},H\right\} \\ \delta'\left([S_1q_1\dots q_k],c\right) = [S_{11}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_9\right\} \\ \delta'\left([S_1sq_1\dots q_k],c\right) = [S_{11}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_9\right\} \\ \delta'\left([S_1eq_1\dots q_k],c\right) = [S_{11}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_9\right\} \\ \delta'\left([S_1eq_1\dots q_k],c\right) = [S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_9\right\} \\ \delta'\left([S_1s_5n_1q_1\dots q_k],c\right) = [S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_9\right\} \\ \delta'\left([S_1],b\right) = [S_{15}] & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_9\right\} \\ \delta'\left([S_1e_3,b) = [S_{11}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{15},S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1e_3q_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{15},S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{15},S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{15}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{15},S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{15},S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_1hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_9S_{11}hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{15}S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_9S_{11}hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{15}S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_9S_{11}hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{15}S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_9S_{11}hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{15}S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta'\left([S_9S_{11}hq_1\dots q_k],b\right) = [S_9S_{15}S_{11}S_{16}], & \left\{q_1,\dots,q_k\right\} \subset \left\{S_{16}\right\} \\ \delta$$

## **2.6.2** ДКА для $M_2$

Переходы определяются как

```
\{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{S_{12},F,S_{16}\}
\delta'([S_{10}q_1\ldots q_k],a)=[S_{15}S_{16}],
\delta'([S_{15}q_1\ldots q_k],a)=[S_{10}],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{S_{12},F,S_{16}\}
\delta' \left( \left[ S_{10} S_{15} q_1 \dots q_k \right], a \right) = \left[ S_{10} S_{15} S_{16} \right],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{
                                                                                                                  S_{12}, F, S_{16}
\delta'([S_{15}q_1\ldots q_k],c)=[S_{12}],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{S_{10},S_{16},F\}
                                                                                                                  S_{10}, F
\delta'([S_{16}q_1\ldots q_k],c)=[S_{12}],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{
                                                                                                                  S_{10}, F
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
\delta'([S_{12}q_1\ldots q_k],c)=[S_{16}F],
                                                                                                                 S_{10}, S_{16}, F }
\delta'([S_{12}S_{15}q_1\dots q_k],c)=[S_{12}S_{16}F],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
\delta'([S_{12}S_{16}q_1\ldots q_k],c)=[S_{12}S_{16}F],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{
                                                                                                                  S_{10}, F
\delta'([S_{16}q_1\ldots q_k],b)=[S_{12}],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                  F \}
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
\delta'([S_{12}q_1\ldots q_k],b)=[FS_{16}],
                                                                                                                   F
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
\delta'([S_{10}q_1\ldots q_k],b)=[S_{15}S_{16}],
                                                                                                                   F
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{
                                                                                                                  S_{16}, F
\delta'([S_{15}q_1\ldots q_k],b)=[S_{10}S_{12}],
                                                                                    \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_1, \dots, q_k\} \subset
                                                                                                                  S_{16}, F
\delta'\left(\left[S_{15}S_{12}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[S_{10}S_{12}S_{16}F\right],
                                                                                                                  S_{16}, F \}
\delta'\left(\left[S_{15}S_{10}q_1\dots q_k\right],b\right) = \left[S_{10}S_{12}S_{15}S_{16}\right],
\delta'([S_{10}S_{16}q_1\dots q_k],b)=[S_{12}S_{15}S_{16}],
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
\delta'\left(\left[S_{12}S_{10}S_{15}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[S_{10}S_{12}S_{15}S_{16}F\right],
                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{S_{16},F\right\}
                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{F\}
\delta' ([S_{12}S_{10}q_1 \dots q_k], b) = [S_{15}S_{16}F],
```

## **2.6.3** ДКА для $M_3$

#### 2.6.3.1 Удаление недостижимых символов

Для удобства, сначала удалим недостижимые состояния:

$$R = \{q_{150}\}, P_0 = \{q_{150}\}$$

$$P_1 = \{q_{11}, q_{21}, q_{51}, q_{61}\}, R \setminus P_1 \neq \varnothing \Longrightarrow R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{51}, q_{61}\}$$

$$P_2 = \{q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}\}, R \setminus P_2 \neq \varnothing \Longrightarrow R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\}$$

$$P_3 = \{q_{51}, q_{61}\}, R \setminus P_3 = \varnothing \Longrightarrow R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\}$$

## Автомат после удаления недостижимых состояний

$$\begin{split} M_3 &= \left(\left\{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\right\}, \Sigma, \delta_3, q_{150}, \left\{q_{71}, q_{81}\right\}\right) \\ \delta_3(q_{11}, a) &= \left\{q_{31}\right\} \quad \delta_3(q_{11}, b) = \left\{q_{41}\right\} \\ \delta_3(q_{21}, a) &= \left\{q_{31}\right\} \quad \delta_3(q_{21}, b) = \left\{q_{41}\right\} \\ \delta_3(q_{31}, a) &= \left\{q_{11}\right\} \quad \delta_3(q_{31}, b) = \left\{q_{21}, q_{51}\right\} \quad \delta_3(q_{31}, c) = \left\{q_{61}\right\} \\ \delta_3(q_{41}, a) &= \left\{q_{11}\right\} \quad \delta_3(q_{41}, b) = \left\{q_{21}, q_{51}\right\} \quad \delta_3(q_{41}, c) = \left\{q_{61}\right\} \\ \delta_3(q_{150}, a) &= \left\{q_{11}\right\} \quad \delta_3(q_{150}, b) = \left\{q_{21}, q_{51}\right\} \quad \delta_3(q_{150}, c) = \left\{q_{61}\right\} \\ \delta_3(q_{51}, b) &= \left\{q_{71}\right\} \quad \delta_3(q_{51}, c) = \left\{q_{81}\right\} \\ \delta_3(q_{61}, b) &= \left\{q_{71}\right\} \quad \delta_3(q_{61}, c) = \left\{q_{61}\right\} \\ \delta_3(q_{81}, b) &= \left\{q_{51}\right\} \quad \delta_3(q_{81}, c) = \left\{q_{61}\right\} \\ \delta_3(q_{81}, b) &= \left\{q_{51}\right\} \quad \delta_3(q_{81}, c) = \left\{q_{61}\right\} \end{split}$$

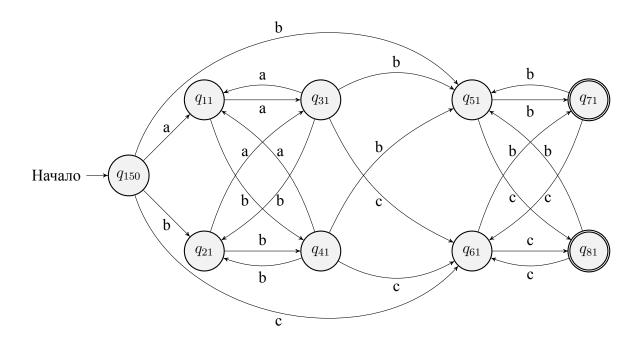


Рис. 21: Диаграмма состояний НКА  $M_{17}$ 

#### 2.6.3.2 Построение ДКА

Переходы определяются как

```
\delta'([q_{150}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                 q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{41}, q_{31}
\delta'([q_{41}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{31}
\delta'([q_{31}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}
\delta'([q_{11}q_1\ldots q_k],a)=[q_{31}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{21}
\delta'([q_{21}q_1\ldots q_k],a)=[q_{31}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}
\delta'([q_{11}q_{150}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}q_{31}],
                                                                 \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{31}, q_{41}, q_{21}
\delta'([q_{11}q_{31}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}q_{31}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{41}, q_{21}
\delta'([q_{11}q_{41}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}q_{31}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{21}
\delta'([q_{21}q_{150}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}q_{31}],
                                                                 \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{31}, q_{41}
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
\delta'([q_{21}q_{31}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}q_{31}],
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{41}
\delta'([q_{21}q_{41}q_1\ldots q_k],a)=[q_{11}q_{31}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}
\delta'([q_{150}q_1\ldots q_k],c)=[q_{61}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}
\delta'([q_{31}q_1\ldots q_k],c)=[q_{61}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}, q_{41}, q_{71}, q_{81}
\delta'([q_{41}q_1\ldots q_k],c)=[q_{61}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}, q_{71}, q_{81}
\delta'([q_{71}q_1\ldots q_k],c)=[q_{61}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}, q_{81}
\delta'([q_{81}q_1\ldots q_k],c)=[q_{61}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}
\delta'([q_{51}q_1\ldots q_k],c)=[q_{81}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}, q_{61}
\delta'([q_{61}q_1\ldots q_k],c)=[q_{81}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}
\delta'\left(\left[q_{51}q_{150}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                  q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{51}q_{31}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
                                                                                                  q_{11}, q_{21}, q_{41}, q_{71}, q_{81}, q_{61}
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
\delta'\left(\left[q_{51}q_{41}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                 q_{11}, q_{21}, q_{71}, q_{81}, q_{61}
\delta'([q_{51}q_{71}q_1\ldots q_k],c)=[q_{61}q_{81}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                 q_{11}, q_{21}, q_{81}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{51}q_{81}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                 q_{11}, q_{21}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{61}q_{150}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                 q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}
\delta'\left(\left[q_{61}q_{31}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                 q_{11}, q_{21}, q_{41}, q_{71}, q_{81}
\delta'\left(\left[q_{61}q_{41}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                 q_{11}, q_{21}, q_{71}, q_{81}
\delta'([q_{61}q_{71}q_1\ldots q_k],c)=[q_{61}q_{81}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                 q_{11}, q_{21}, q_{81}
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{q_{11},q_{21}\}
\delta'\left(\left[q_{61}q_{81}q_{1}\ldots q_{k}\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right],
\delta'([q_{11}q_1\ldots q_k],b)=[q_{41}],
                                                                  \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{q_{21}\}
\delta'\left(\left[q_{21}\right],b\right)=\left[q_{41}\right]
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\begin{array}{c}q_{61}\end{array}\right\}
\delta'([q_{51}q_1\ldots q_k],b)=[q_{71}],
\delta'([q_{61}],b)=[q_{71}]
\delta'([q_{150}q_1\ldots q_k],b)=[q_{21}q_{51}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{q_{31},q_{41},q_{81},q_{71}\}
\delta'([q_{31}q_1\ldots q_k],b)=[q_{21}q_{51}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{q_{41},q_{81},q_{71}\}
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{q_{81},q_{71}\}
\delta'([q_{41}q_1\ldots q_k],b)=[q_{21}q_{51}],
                                                                  \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{q_{71}\}
\delta'([q_{81}q_1\ldots q_k],b)=[q_{51}],
\delta'([q_{71}],b)=[q_{51}]
```

```
\{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\begin{array}{c}q_{81},q_{61}\end{array}\right\}
\delta'([q_{71}q_{51}q_1\ldots q_k],b)=[q_{51}q_{71}],
                                                                                                    \{q_1, \dots, q_k\} \subset \left\{ \begin{array}{l} q_{61} \\ q_{11}, \dots, q_k \end{array} \right\} \subset \left\{ \begin{array}{l} q_{61} \\ q_{81} \end{array} \right\} 
\delta'([q_{81}q_{51}q_1\ldots q_k],b)=[q_{51}q_{71}],
\delta'\left(\left[q_{71}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{51}q_{71}\right],
\delta'([q_{81}q_{61}],b)=[q_{51}q_{71}]
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{q_{61},q_{21}\}
\delta'([q_{51}q_{11}q_1\ldots q_k],b)=[q_{41}q_{71}],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\begin{array}{c}q_{21}\end{array}\right\}
\delta'\left(\left[q_{61}q_{11}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{q_{61}\}
\delta'\left(\left[q_{51}q_{21}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{41}q_{71}\right],
\delta'\left(\left[q_{61}q_{21}\right],b\right) = \left[q_{41}q_{71}\right]
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{q_{81},q_{21}\}
\delta'\left(\left[q_{71}q_{11}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\begin{array}{c}q_{21}\end{array}\right\}
\delta'([q_{81}q_{11}q_1\ldots q_k],b)=[q_{51}q_{41}],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \{q_{81}\}
\delta'([q_{71}q_{21}q_1\ldots q_k],b)=[q_{51}q_{41}],
\delta'\left(\left[q_{81}q_{21}\right],b\right) = \left[q_{51}q_{41}\right]
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset \left\{q_{31},q_{41},q_{81},q_{71},q_{21}\right\}
\delta'\left(\left[q_{150}q_{11}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right],
\delta'([q_{31}q_{11}q_1\ldots q_k],b)=[q_{21}q_{51}q_{41}],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{21}
\delta'([q_{41}q_{11}q_1\ldots q_k],b)=[q_{21}q_{51}q_{41}],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{81}, q_{71}, q_{21}
\delta'\left(\left[q_{150}q_{21}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}
\delta'\left(\left[q_{31}q_{21}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{41}, q_{81}, q_{71}
\delta'\left(\left[q_{41}q_{21}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{81}, q_{71} }
\delta'\left(\left[q_{150}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{31}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{41}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{81}, q_{71}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{150}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}
\delta'\left(\left[q_{31}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                         q_{41}, q_{81}, q_{71}
\delta'\left(\left[q_{41}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{81}, q_{71}
\delta'\left(\left[q_{11}q_{71}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{21}, q_{81}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{21}q_{71}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{81}, q_{61} }
\delta'\left(\left[q_{11}q_{81}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{21}, q_{61} }
\delta'\left(\left[q_{21}q_{81}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                    \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{61}
\delta'\left(\left[q_{11}q_{81}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{21} }
\delta'([q_{21}q_{81}q_{61}],b) = [q_{71}q_{51}q_{41}]
\delta'\left(\left[q_{150}q_{11}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{61}, q_{21}
\delta'\left(\left[q_{31}q_{11}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{61}, q_{21}
\delta'\left(\left[q_{41}q_{11}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset
                                                                                                                                          q_{81}, q_{71}, q_{61}, q_{21}
\delta'\left(\left[q_{150}q_{21}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{31}q_{21}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{41}q_{21}q_{51}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{81}, q_{71}, q_{61}
\delta'\left(\left[q_{150}q_{11}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{21}
\delta'\left(\left[q_{31}q_{11}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{41}, q_{81}, q_{71}, q_{21}
                                                                                                   \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
\delta'\left(\left[q_{41}q_{11}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                                                         q_{81}, q_{71}, q_{21}
\delta'\left(\left[q_{150}q_{21}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
                                                                                                 \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                          q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}
\delta'([q_{31}q_{21}q_{61}q_1\ldots q_k],b)=[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}],
                                                                                                \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{
                                                                                                                                         q_{41}, q_{81}, q_{71}
                                                                                                \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\{q_{81},q_{71}\}
\delta'\left(\left[q_{41}q_{21}q_{61}q_{1}\ldots q_{k}\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right],
```

## **2.7** Удаление недостижимых состояний для автоматов $M_1, M_2, M_3$

#### **2.7.1** Для автомата $M_1$

$$R = \{[H]\}, P_0 = \{[H]\}$$

$$P_1 = \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}, P_1 \setminus R = \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\} \neq 0 \Longrightarrow$$

$$R = P_1 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}$$

$$P_2 = \{[S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}, P_2 \setminus R = \{[S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\} \neq 0 \Longrightarrow$$

$$R = P_2 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}$$

$$P_3 = \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}, P_3 \setminus R = \varnothing \Longrightarrow$$

$$R = P_2 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}, алгоритм останавливается$$

Автомат  $M_1'$  после удаления недостижимых состояний:

$$M'_{1} = (Q'_{1}, \Sigma, \delta'_{1}, q'_{1}, F'_{1})$$

$$q'_{1} = [H]$$

$$Q'_{1} = R = \{[H], [S_{9}], [S_{9}S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}$$

$$F'_{1} = \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}$$

Множество переходов автомата

$$\begin{aligned} &\delta_1'([H],a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([H],b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([H],c) = \{[S_{11}]\} \\ &\delta_1'([S_9],a) = \{[S_{15}]\} & \delta_1'([S_9],b) = \{[S_{15}]\} \\ &\delta_1'([S_{11}],b) = \{[S_{16}]\} & \delta_1'([S_{11}],c) = \{[S_{16}]\} \\ &\delta_1'([S_9S_{11}],a) = \{[S_{15}]\} & \delta_1'([S_9S_{11}],b) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_1'([S_9S_{11}],c) = \{[S_{16}]\} \\ &\delta_1'([S_{15}],a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}],b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}],c) = \{[S_{11}]\} \\ &\delta_1'([S_{15}S_{16}],a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}],b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}],c) = \{[S_{11}]\} \end{aligned}$$

## **2.7.2** Для автомата $M_2$

$$R = \{[S_{15}]\}, P_0 = \{[S_{15}]\}$$

$$P_1 = \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}, P_1 \setminus R = \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\} \neq \varnothing \Longrightarrow$$

$$R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}$$

$$P_2 = \{[S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}, P_2 \setminus R = \{[S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\} \neq \varnothing \Longrightarrow$$

$$R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}$$

$$P_3 = \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}, P_3 \setminus R = \varnothing \Longrightarrow$$

$$R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}, алгоритм останавливается$$

Автомат  $M_2'$  после удаления недостижимых состояний:

$$M'_{2} = (Q'_{2}, \Sigma, \delta'_{2}, q'_{2}, F'_{2})$$

$$q'_{2} = [S_{15}]$$

$$Q'_{2} = R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}$$

$$F'_{2} = \{[S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}$$

## Множество переходов автомата

```
\begin{array}{ll} \delta_2'([S_{15}],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}],b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta_2'([S_{15}],c) = \{[S_{12}]\} \\ \delta_2'([S_{10}],a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_2'([S_{10}],b) = \{[S_{15}S_{16}]\} \\ \delta_2'([S_{12}],b) = \{[S_{16}F]\} & \delta_2'([S_{12}],c) = \{[S_{16}F]\} \\ \delta_2'([S_{10}S_{12}],a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_2'([S_{10}S_{12}],b) = \{[S_{15}S_{16}F]\} & \delta_2'([S_{10}S_{12}],c) = \{[S_{16}F]\} \\ \delta_2'([S_{15}S_{16}],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}],b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}],c) = \{[S_{12}]\} \\ \delta_2'([S_{15}S_{16}F],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],b) = \{[S_{12}]\} \\ \delta_2'([S_{15}S_{16}F],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],b) = \{[S_{12}]\} \\ \delta_2'([S_{15}S_{16}F],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],b) = \{[S_{12}]\} \end{array}
```

#### **2.7.3** Для автомата $M_3$

```
R = \{[q_{150}]\}, P_0 = \{[q_{150}]\}
P_1 = \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\}, P_1 \setminus R = \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\} \neq \varnothing \Longrightarrow
R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\}
P_2 = \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}, P_2 \setminus R = \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\} \neq \varnothing \Longrightarrow
R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}
P_3 = \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{51}]\}, P_2 \setminus R = \{q_{51}\} \neq \varnothing \Longrightarrow
R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\}
P_3 = \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}, P_4 \setminus R = \varnothing \Longrightarrow
R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\},
алгоритм останавливается
```

## Автомат $M_3'$ после удаления недостижимых состояний:

$$\begin{aligned} M_3' &= (Q_3', \Sigma, \delta_3', q_3', F_3') \\ q_3' &= [q_{150}] \\ Q_3' &= R = \{ [q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}] \} \\ F_3' &= \{ [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}] \} \end{aligned}$$

#### Множество переходов автомата

$$\begin{array}{ll} \delta_3'([q_{150}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{150}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{150}],c) = \{[q_{61}]\} \\ \delta_3'([q_{11}],a) = \{[q_{31}]\} & \delta_3'([q_{11}],b) = \{[q_{41}]\} \\ \delta_3'([q_{61}],b) = \{[q_{71}]\} & \delta_3'([q_{61}],c) = \{[q_{81}]\} \\ \delta_3'([q_{21}q_{51}],a) = \{[q_{31}]\} & \delta_3'([q_{21}q_{51}],b) = \{[q_{41}q_{71}]\} & \delta_3'([q_{21}q_{51}],c) = \{[q_{81}]\} \\ \delta_3'([q_{31}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{31}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{31}],c) = \{[q_{61}]\} \\ \delta_3'([q_{41}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{41}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{41}],c) = \{[q_{61}]\} \\ \delta_3'([q_{81}],b) = \{[q_{51}]\} & \delta_3'([q_{81}],c) = \{[q_{61}]\} \\ \delta_3'([q_{41}q_{71}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{41}q_{71}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{41}q_{71}],c) = \{[q_{61}]\} \\ \delta_3'([q_{51}],b) = \{[q_{71}]\} & \delta_3'([q_{51}],c) = \{[q_{81}]\} \end{array}$$

# **2.8** Диаграммы состояний построенных детерменированных автоматов $M_1'$ , $M_2'$ , $M_3'$ без недостижимых состояний

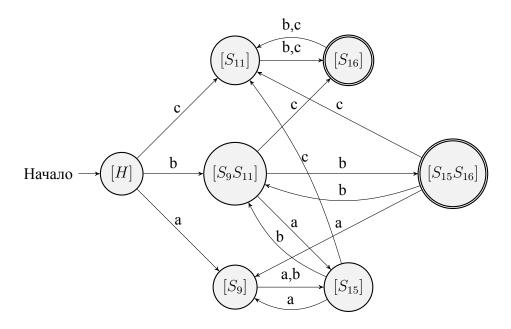


Рис. 22: Диаграмма состояний ДКА  $M_1'$ 

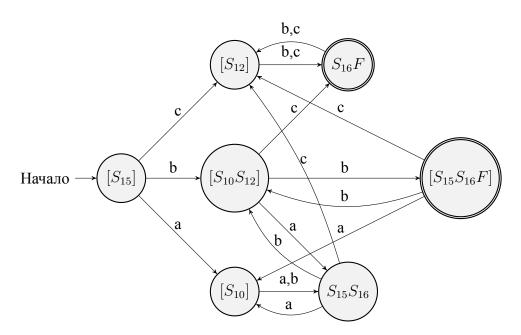


Рис. 23: Диаграмма состояний ДКА  $M_2'$ 

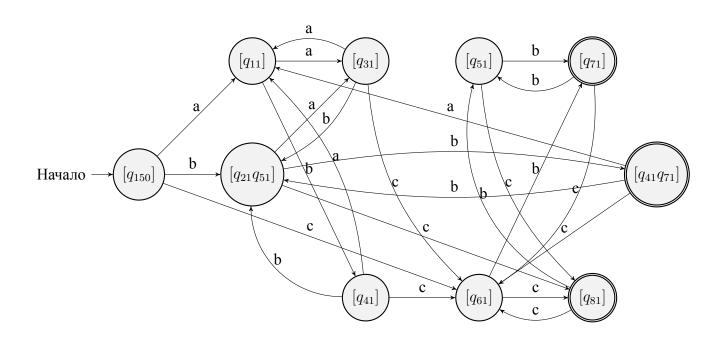


Рис. 24: Диаграмма состояний ДКА  $M_3^\prime$ 

## **2.9** Построение минимальных ДКА M

## **2.9.1** Минимизация ДКА $M'_1$

$$R(0) = \{\{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}]\}, \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\}$$

$$R(1) = \{\{[H], [S_{15}]\}, \{[S_9]\}, \{[S_9S_{11}]\}, \{[S_{11}]\}, \{[S_{16}]\}, \{[S_{15}S_{16}]\}\}\}$$

$$R(2) = \{\{[H], [S_{15}]\}, \{[S_9]\}, \{[S_9S_{11}]\}, \{[S_{11}]\}, \{[S_{16}]\}, \{[S_{15}S_{16}]\}\}\}$$

$$R(2) = R(1)$$

Автомат  $M_1'$  после минимизации:

$$M_{1}'' = (Q_{1}'', \Sigma, \delta_{1}'', q_{1}'', F_{1}'')$$

$$q_{1}'' = [S_{15}H]$$

$$Q_{1}'' = \{[S_{15}H], [S_{9}], [S_{9}S_{11}], [S_{11}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}$$

$$F_{1}'' = \{[S_{15}S_{16}], [S_{16}]\}$$

Множество переходов автомата  $\delta_1''$ 

$$\begin{aligned} &\delta_1'([S_{15}H],a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}H],b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}H],c) = \{[S_{11}]\} \\ &\delta_1'([S_9],a) = \{[S_{15}H]\} & \delta_1'([S_9],b) = \{[S_{15}H]\} \\ &\delta_1'([S_{11}],b) = \{[S_{16}]\} & \delta_1'([S_{11}],c) = \{[S_{16}]\} \\ &\delta_1'([S_9S_{11}],a) = \{[S_{15}H]\} & \delta_1'([S_9S_{11}],b) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_1'([S_9S_{11}],c) = \{[S_{16}]\} \\ &\delta_1'([S_{16}],b) = \{[S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}],c) = \{[S_{11}]\} \\ &\delta_1'([S_{15}S_{16}],a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}],b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}],c) = \{[S_{11}]\} \end{aligned}$$

#### **2.9.2** Минимизация ДКА $M_2'$

$$R(0) = \{\{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}]\}, \{[S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}\}$$

$$R(1) = \{\{[S_{10}]\}, \{[S_{12}]\}, \{[S_{10}S_{12}]\}, \{[S_{15}], [S_{15}S_{16}]\}, \{[S_{16}F]\}, \{[S_{15}S_{16}F]\}\}\}$$

$$R(2) = \{\{[S_{10}]\}, \{[S_{12}]\}, \{[S_{10}S_{12}]\}, \{[S_{15}], [S_{15}S_{16}]\}, \{[S_{16}F]\}, \{[S_{15}S_{16}F]\}\}\}$$

$$R(2) = R(1)$$

Автомат  $M_2'$  после минимизации:

$$M_2'' = (Q_2'', \Sigma, \delta_2'', q_2'', F_2'')$$

$$q_2'' = [S_{15}S_{16}]$$

$$Q_2'' = \{[S_{15}S_{16}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}$$

$$F_2'' = \{[S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}$$

Множество переходов автомата  $\delta_2''$ 

$$\begin{aligned} &\delta_2'([S_{15}S_{16}],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}],b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}],c) = \{[S_{12}]\} \\ &\delta_2'([S_{10}],a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_2'([S_{10}],b) = \{[S_{15}S_{16}]\} \\ &\delta_2'([S_{12}],b) = \{[S_{16}F]\} & \delta_2'([S_{12}],c) = \{[S_{16}F]\} \\ &\delta_2'([S_{10}S_{12}],a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_2'([S_{10}S_{12}],b) = \{[S_{15}S_{16}F]\} & \delta_2'([S_{10}S_{12}],c) = \{[S_{16}F]\} \\ &\delta_2'([S_{16}F],b) = \{[S_{12}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],c) = \{[S_{12}]\} \\ &\delta_2'([S_{15}S_{16}F],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],b) = \{[S_{12}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],c) = \{[S_{12}]\} \end{aligned}$$

## **2.9.3** Минимизация ДКА $M_3'$

```
R(0) = \{\{[q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}, \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{51}]\}\}
R(1) = \{\{[q_{150}], [q_{31}], [q_{41}]\}, \{[q_{11}]\}, \{[q_{61}], [q_{51}]\}, \{[q_{81}], [q_{71}]\}, \{[q_{41}q_{71}]\}, \{[q_{21}q_{51}]\}\}\}
R(2) = \{\{[q_{150}], [q_{31}], [q_{41}]\}, \{[q_{11}]\}, \{[q_{61}], [q_{51}]\}, \{[q_{81}], [q_{71}]\}, \{[q_{41}q_{71}]\}, \{[q_{21}q_{51}]\}\}\}
R(1) = R(2)
```

Автомат  $M_3'$  после минимизации:

$$M_3'' = (Q_3'', \Sigma, \delta_3'', q_3'', F_3'')$$

$$q_3'' = [q_{150}q_{31}q_{41}]$$

$$Q_3'' = \{[q_{150}q_{31}q_{41}], [q_{11}], [q_{61}q_{51}], [q_{21}q_{51}], [q_{81}q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}$$

$$F_3'' = \{[q_{81}q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}$$

Множество переходов автомата  $\delta_3''$ 

```
\begin{array}{ll} \delta_3'([q_{150}q_{31}q_{41}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{150}q_{31}q_{41}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{150}q_{31}q_{41}],c) = \{[q_{61}q_{51}]\} \\ \delta_3'([q_{11}],a) = \{[q_{150}q_{31}q_{41}]\} & \delta_3'([q_{11}],b) = \{[q_{150}q_{31}q_{41}]\} \\ \delta_3'([q_{61}q_{51}],b) = \{[q_{71}q_{81}]\} & \delta_3'([q_{61}q_{51}],c) = \{[q_{71}q_{81}]\} \\ \delta_3'([q_{21}q_{51}],a) = \{[q_{150}q_{31}q_{41}]\} & \delta_3'([q_{21}q_{51}],b) = \{[q_{41}q_{71}]\} & \delta_3'([q_{21}q_{51}],c) = \{[q_{71}q_{81}]\} \\ \delta_3'([q_{71}q_{81}],b) = \{[q_{61}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{71}q_{81}],c) = \{[q_{61}q_{51}]\} \\ \delta_3'([q_{41}q_{71}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{41}q_{71}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{41}q_{71}],c) = \{[q_{61}q_{51}]\} \end{array}
```

## Построение диаграмм состояний минимального ДКА ${\cal M}$

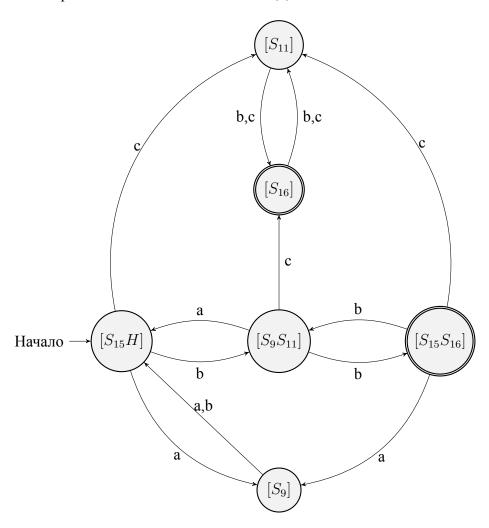


Рис. 25: Диаграмма состояний ДКА  $M_1^{\prime\prime}$ 

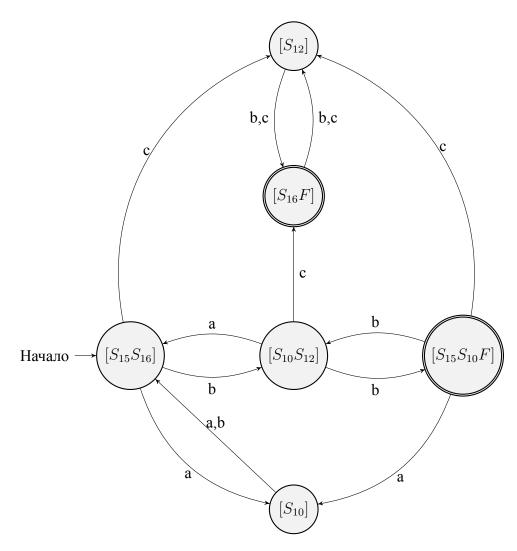


Рис. 26: Диаграмма состояний ДКА  $M_2^{\prime\prime}$ 

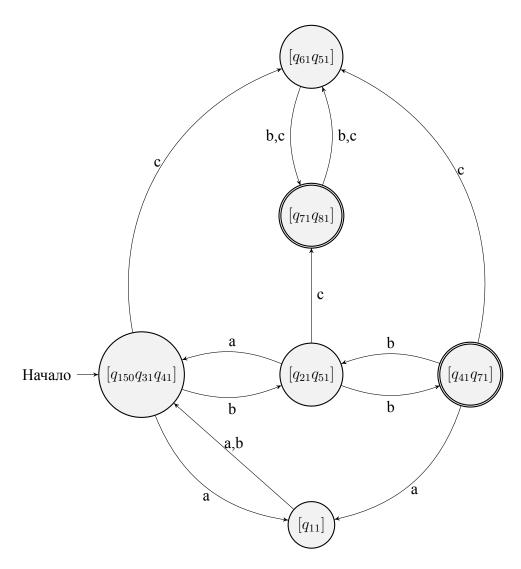


Рис. 27: Диаграмма состояний ДКА  $M_3^{\prime\prime}$ 

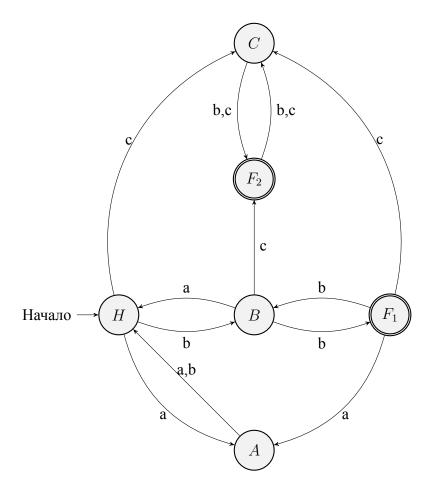


Рис. 28: Диаграмма состояний ДКА  $M_1^{\prime\prime}$