МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)

Институт Компьютерных технологий и защиты информации
(наименование института)
Кафедра Прикладной математики и информатики
(наименование кафедры)

ДОМАШНЯЯ РАБОТА
по дисциплине
«Теория формальных языков и методы трансляции»
Вариант 2.14

Выполнил студент группы 4312
Д.Д.Наумихин
(ФИО)

Казань 2025

Содержание

Вариант 2.14

$$L = \left\{((a,b)^2)^k \cdot ((b,c)^2)^m \colon \forall k \geq 0, m > 0,\ k, m \in \mathbb{Z}\right\} \tag{1}$$

1 Определение типа языка L

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

1. Множества $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ являются регулярными по определению;
2. Множества

$$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \tag{2}$$
$$\{b\} \cup \{c\} = \{b, c\} \tag{3}$$

   регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество

3. Множества

$$S_1 = \{a, b\}\{a, b\} \tag{4}$$
$$S_2 = \{b, c\}\{b, c\} \tag{5}$$

   регулярны , поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

4. Множества

$$S_1^* \tag{6}$$
$$S_2^+ = S_2 \cdot S_2^* \tag{7}$$

   регулярны, посколько итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:

$$S_3 = S_1^* \cdot S_2^+ \tag{8}$$

   есть регулярное множество.

2 Регулярный язык

2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$(\{a, b\} \cdot \{a, b\})^* \cdot (\{b, c\} \cdot \{b, c\})^+ \tag{9}$$

2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества

$$p = ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+ \tag{10}$$

2.3 Получение регулярной грамматики

2.3.1 Построение леволинейной и праволинейной грамматик

$$p = \underbrace{\underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{a}_{1} + \underbrace{b}_{2}}_{9}\right) \cdot \left(\underbrace{\underbrace{a}_{3} + \underbrace{b}_{4}}_{10}\right)}_{13}\right)^{*}}_{15} \cdot \underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{b}_{5} + \underbrace{c}_{6}}_{11}\right) \cdot \left(\underbrace{\underbrace{b}_{7} + \underbrace{c}_{8}}_{12}\right)}_{14}\right)^{+}}_{16}}_{17} \tag{11}$$

$$G_1 = \begin{pmatrix} \{S_1\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_1 \to a \; \right\}, S_1 \end{pmatrix}, G_2 = \begin{pmatrix} \{S_2\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_2 \to b \; \right\}, S_2 \end{pmatrix}$$

$$G_3 = \begin{pmatrix} \{S_3\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_3 \to a \; \right\}, S_3 \end{pmatrix}, G_4 = \begin{pmatrix} \{S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_4 \to b \; \right\}, S_4 \end{pmatrix}$$

$$G_5 = \begin{pmatrix} \{S_5\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_5 \to b \; \right\}, S_5 \end{pmatrix}, G_6 = \begin{pmatrix} \{S_6\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_6 \to c \; \right\}, S_6 \end{pmatrix}$$

$$G_7 = \begin{pmatrix} \{S_7\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_7 \to b \; \right\}, S_7 \end{pmatrix}, G_8 = \begin{pmatrix} \{S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \; S_8 \to c \; \right\}, S_8 \end{pmatrix}$$

$$G_9 = \begin{pmatrix} \{S_9, S_1, S_2\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \to S_1 | S_2 \\ S_1 \to a \\ S_2 \to b \end{array} \right\}, S_9 \end{pmatrix}, G_{10} = \begin{pmatrix} \{S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{10} \to S_3 | S_4 \\ S_3 \to a \\ S_4 \to b \end{array} \right\}, S_{10} \end{pmatrix}$$

$$G_{11} = \begin{pmatrix} \{S_{11}, S_5, S_6\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \to S_5 | S_6 \\ S_5 \to b \\ S_6 \to c \end{array} \right\}, S_{11} \end{pmatrix}, G_{12} = \begin{pmatrix} \{S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{12} \to S_7 | S_8 \\ S_7 \to b \\ S_8 \to c \end{array} \right\}, S_{12} \end{pmatrix}$$

$$G'_{13} = \begin{pmatrix} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \to S_1 | S_2 \\ S_1 \to a, S_2 \to b \\ S_{10} \to S_3 | S_4 \\ S_3 \to S_9 a \\ S_4 \to S_9 b \end{array} \right\}, S_{10} \end{pmatrix} G''_{13} = \begin{pmatrix} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \to S_1 | S_2 \\ S_1 \to a S_{10} \\ S_2 \to b S_{10} \\ S_{10} \to S_3 | S_4 \\ S_3 \to a, S_4 \to b \end{array} \right\}, S_9 \end{pmatrix}$$

$$G'_{14}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to b, S_6\to c\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to S_{11}b\\ S_8\to S_{11}c\end{array}\right\}, S_{12}\end{array}\right), G''_{14}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to bS_{12}\\ S_6\to cS_{12}\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to b, S_8\to c\end{array}\right\}, S_{11}\end{array}\right)$$

$$G'_{15}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_9\to S_1|S_2\\ S_1\to S_{15}a|a\\ S_2\to S_{15}b|b\\ S_{10}\to S_3|S_4\\ S_3\to S_9a\\ S_4\to S_9b\\ S_{15}\to S_{10}|\varepsilon\end{array}\right\}, S_{15}\end{array}\right), G''_{15}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_9\to S_1|S_2\\ S_1\to aS_{10}\\ S_2\to bS_{10}\\ S_{10}\to S_3|S_4\\ S_3\to aS_{15}|a\\ S_4\to bS_{15}|b\\ S_{15}\to S_9|\varepsilon\end{array}\right\}, S_{15}\end{array}\right)$$

$$G'_{16}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to S_{16}b|b\\ S_6\to S_{16}c|c\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to S_{11}b\\ S_8\to S_{11}c\\ S_{16}\to S_{12}\end{array}\right\}, S_{16}\end{array}\right) G''_{16}=\left(\begin{array}{l}\{S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{l}S_{11}\to S_5|S_6\\ S_5\to bS_{12}\\ S_6\to cS_{12}\\ S_{12}\to S_7|S_8\\ S_7\to bS_{16}|b\\ S_8\to cS_{16}|c\\ S_{16}\to S_{11}\end{array}\right\}, S_{16}\end{array}\right)$$

$$G'_{17}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15},S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{ll}S_9\to S_1|S_2 & S_{11}\to S_5|S_6\\ S_1\to S_{15}a|a & S_5\to S_{16}b|S_{15}b\\ S_2\to S_{15}b|b & S_6\to S_{16}c|S_{15}c\\ S_{10}\to S_3|S_4 & S_{12}\to S_7|S_8\\ S_3\to S_9a & S_7\to S_{11}b\\ S_4\to S_9b & S_8\to S_{11}c\\ S_{15}\to S_{10}|\varepsilon & S_{16}\to S_{12}\end{array}\right\}, S_{16}\end{array}\right)$$

$$G''_{17}=\left(\begin{array}{l}\{S_9,S_1,S_2,S_{10},S_3,S_4,S_{15},S_{11},S_5,S_6,S_{12},S_7,S_8,S_{16}\},\Sigma,\\ \left\{\begin{array}{ll}S_9\to S_1|S_2 & S_{11}\to S_5|S_6\\ S_1\to aS_{10} & S_5\to bS_{12}\\ S_2\to bS_{10} & S_6\to cS_{12}\\ S_{10}\to S_3|S_4 & S_{12}\to S_7|S_8\\ S_3\to aS_{15}|aS_{16} & S_7\to bS_{16}|b\\ S_4\to bS_{15}|bS_{16} & S_8\to cS_{16}|c\\ S_{15}\to S_9|S_{16} & S_{16}\to S_{11}\end{array}\right\}, S_{15}\end{array}\right)$$

2.3.2 Приведение грамматики

2.3.2.1 Проверка пустоты

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$
\begin{aligned}
C_0 &= \varnothing \\
C_1 &= \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\
r_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}
\end{aligned}
$$

  Так как

$$S = S_{16} \in C_7 \Longrightarrow L(G'_{17}) \neq \varnothing \tag{12}$$

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$
\begin{aligned}
C_0 &= \varnothing \\
C_1 &= \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\
C_2 &= \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_3 &= \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_6 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}
\end{aligned}
$$

Так как

$$S = S_{15} \in C_{11} \Longrightarrow L(G''_{17}) \neq \varnothing \tag{13}$$

2.3.2.2 Удаление бесполезных символов

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned}
C_0 &= \varnothing \\
C_1 &= \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\
r_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

  Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G'_{17} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\begin{aligned}
C_0 &= \varnothing \\
C_1 &= \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\
C_2 &= \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_3 &= \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_6 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

  Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G''_{17} не изменилась.

2.3.2.3 Удаление недостижимых символов

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$
\begin{aligned}
C_0 &= \{S_{16}\}\\
C_1 &= \{S_{12}\} \cup C_0 = \{S_{12}, S_{16}\}\\
C_2 &= \{S_7, S_8, S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\}\\
C_3 &= \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\}\\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\}\\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_4 =\\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\}\\
C_6 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_5 =\\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\}\\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_6 =\\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\}\\
C_8 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 =\\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\}\\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_8 =\\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\}\\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9 =\\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} =\\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph
\end{aligned}
$$

  Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика G'_{17} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$
\begin{aligned}
C_0 &= \{S_{15}\}\\
C_1 &= \{S_9, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_9, S_{15}, S_{16}\}\\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_9, S_{11}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}\\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{16}, a, b\} \cup C_2 =\\
&= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\}\\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_3 =\\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_4 =\\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\\
C_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_5 =\\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph
\end{aligned}
$$

  Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика G''_{17} не изменилась.

2.3.2.4 Удаление пустых правил

- Для леволинейной грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned} &C_0 = \{S_{15}\} \\ &C_1 = \varnothing \cup C_0 = \{S_{15}\} = C_0 \end{aligned}$$

Итоговая грамматика G'_{18} без пустых правил и после добавления новых примет вид

$$G'_{18} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_1|S_2 & S_{11} \to S_5|S_6 \\ S_1 \to S_{15}a|a & S_5 \to S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \to S_{15}b|b & S_6 \to S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_{10} \to S_3|S_4 & S_{12} \to S_7|S_8 \\ S_3 \to S_9a & S_7 \to S_{11}b \\ S_4 \to S_9b & S_8 \to S_{11}c \\ S_{15} \to S_{10} & S_{16} \to S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\begin{aligned} &C_0 = \varnothing \\ &C_1 = \varnothing \cup C_0 = \varnothing = C_0 \end{aligned}$$

Пустых правил нет, следовательно, грамматика G''_{17} не поменялась.

2.3.2.5 Удаление цепных правил

- Строим последовательность множеств $\aleph_i^X$ для леволинейной грамматики G'_{18}

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_0}=\{S_0\}\\ \aleph_1^{S_0}=\{S_0\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_0}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_1}=\{S_1\}\\ \aleph_1^{S_1}=\{S_1\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_1}=\varnothing$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_2}=\{S_2\}\\ \aleph_1^{S_2}=\{S_2\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_2}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_3}=\{S_3\}\\ \aleph_1^{S_3}=\{S_3\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_3}=\varnothing$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_4}=\{S_4\}\\ \aleph_1^{S_4}=\{S_4\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_4}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_5}=\{S_5\}\\ \aleph_1^{S_5}=\{S_5\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_5}=\varnothing$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_6}=\{S_6\}\\ \aleph_1^{S_6}=\{S_6\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_6}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_7}=\{S_7\}\\ \aleph_1^{S_7}=\{S_7\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_7}=\varnothing$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_8}=\{S_8\}\\ \aleph_1^{S_8}=\{S_8\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_8}=\varnothing$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_9}=\{S_9\}\\ \aleph_1^{S_9}=\{S_1,S_2,S_9\}\\ \aleph_2^{S_9}=\{S_1,S_2,S_9\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_9}=\{S_1,S_2\}$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{10}}=\{S_{10}\}\\ \aleph_1^{S_{10}}=\{S_3,S_4,S_{10}\}\\ \aleph_2^{S_{10}}=\{S_3,S_4,S_{10}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{10}}=\{S_3,S_4\}$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{11}}=\{S_{11}\}\\ \aleph_1^{S_{11}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}\\ \aleph_2^{S_{11}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{11}}=\{S_5,S_6\}$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{12}}=\{S_{12}\}\\ \aleph_1^{S_{12}}=\{S_7,S_8,S_{12}\}\\ \aleph_2^{S_{12}}=\{S_7,S_8,S_{12}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{12}}=\{S_7,S_8\}$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{15}}=\{S_{15}\}\\ \aleph_1^{S_{15}}=\{S_{10},S_{15}\}\\ \aleph_2^{S_{15}}=\{S_3,S_4,S_{10},S_{15}\}\\ \aleph_3^{S_{15}}=\{S_3,S_4,S_{10},S_{15}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{15}}=\{S_3,S_4,S_{10}\}$$
$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{16}}=\{S_{16}\}\\ \aleph_1^{S_{16}}=\{S_{12},S_{16}\}\\ \aleph_2^{S_{16}}=\{S_7,S_8,S_{12},S_{16}\}\\ \aleph_3^{S_{16}}=\{S_7,S_8,S_{12},S_{16}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{16}}=\{S_7,S_8,S_{12}\}$$

Множество правил P'_{19} содержит все правила грамматики G'_{18} кроме цепных:

$$P'_{19}=\left\{\begin{array}{ll}S_1\to S_{15}a|a & S_5\to S_{16}b|S_{15}b|b\\ S_2\to S_{15}b|b & S_6\to S_{16}c|S_{15}c|c\\ S_3\to S_9a & S_7\to S_{11}b\\ S_4\to S_9b & S_8\to S_{11}c\end{array}\right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P'_{19}=P'_{19}\cup\left\{(B\to\alpha)|\forall(A\to\alpha)\in P,A\in\aleph^B\right\},$$

то есть

$$P'_{19} = P'_{19} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \to S_9a|S_9b \\ S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c & S_{12} \to S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{19} примет следующий вид

$$G'_{19} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \to S_{15}a|a & S_5 \to S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \to S_{15}b|b & S_6 \to S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_3 \to S_9a & S_7 \to S_{11}b \\ S_4 \to S_9b & S_8 \to S_{11}c \\ S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \to S_9a|S_9b \\ S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c & S_{12} \to S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Строим последовательность множеств $\aleph_i^X$ для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_0}=\{S_0\}\\ \aleph_1^{S_0}=\{S_0\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_0}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_1}=\{S_1\}\\ \aleph_1^{S_1}=\{S_1\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_1}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_2}=\{S_2\}\\ \aleph_1^{S_2}=\{S_2\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_2}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_3}=\{S_3\}\\ \aleph_1^{S_3}=\{S_3\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_3}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_4}=\{S_4\}\\ \aleph_1^{S_4}=\{S_4\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_4}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_5}=\{S_5\}\\ \aleph_1^{S_5}=\{S_5\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_5}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_6}=\{S_6\}\\ \aleph_1^{S_6}=\{S_6\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_6}=\varnothing\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_7}=\{S_7\}\\ \aleph_1^{S_7}=\{S_7\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_7}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_8}=\{S_8\}\\ \aleph_1^{S_8}=\{S_8\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_8}=\varnothing$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_9}=\{S_9\}\\ \aleph_1^{S_9}=\{S_1,S_2,S_9\}\\ \aleph_2^{S_9}=\{S_1,S_2,S_9\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_9}=\{S_1,S_2\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{10}}=\{S_{10}\}\\ \aleph_1^{S_{10}}=\{S_3,S_4,S_{10}\}\\ \aleph_2^{S_{10}}=\{S_3,S_4,S_{10}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{10}}=\{S_3,S_4\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{11}}=\{S_{11}\}\\ \aleph_1^{S_{11}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}\\ \aleph_2^{S_{11}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{11}}=\{S_5,S_6\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{12}}=\{S_{12}\}\\ \aleph_1^{S_{12}}=\{S_7,S_8,S_{12}\}\\ \aleph_2^{S_{12}}=\{S_7,S_8,S_{12}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{12}}=\{S_7,S_8\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{15}}=\{S_{15}\}\\ \aleph_1^{S_{15}}=\{S_9,S_{15},S_{16}\}\\ \aleph_2^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_9,S_{11},S_{15},S_{16}\}\\ \aleph_3^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_5,S_6,S_9,S_{11},S_{15},S_{16}\}\\ \aleph_4^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_5,S_6,S_9,S_{11},S_{15},S_{16}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{15}}=\{S_1,S_2,S_5,S_6,S_9,S_{11},S_{16}\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\aleph_0^{S_{16}}=\{S_{16}\}\\ \aleph_1^{S_{16}}=\{S_{11},S_{16}\}\\ \aleph_2^{S_{16}}=\{S_5,S_6,S_{11},S_{16}\}\\ \aleph_3^{S_{16}}=\{S_5,S_6,S_{11},S_{16}\}\end{array}\right\}\Longrightarrow\aleph^{S_{16}}=\{S_5,S_6,S_{11}\}$$

Множество правил P''_{18} содержит все правила грамматики G''_{17} кроме цепных:

$$P''_{18}=\left\{\begin{array}{ll}S_1\to aS_{10} & S_5\to bS_{12}\\ S_2\to bS_{10} & S_6\to cS_{12}\\ S_3\to aS_{15}|aS_{16} & S_7\to bS_{16}|b\\ S_4\to bS_{15}|bS_{16} & S_8\to cS_{16}|c\end{array}\right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P''_{18}=P''_{18}\cup\left\{(B\to\alpha)|\forall(A\to\alpha)\in P,A\in\aleph^B\right\},$$

то есть

$$P''_{18} = P''_{18} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} \\ S_{11} \to bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика G''_{18} примет следующий вид

$$G''_{18} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \to aS_{10} & S_5 \to bS_{12} \\ S_2 \to bS_{10} & S_6 \to cS_{12} \\ S_3 \to aS_{15}|aS_{16} & S_7 \to bS_{16}|b \\ S_4 \to bS_{15}|bS_{16} & S_8 \to cS_{16}|c \\ S_9 \to aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} \\ S_{11} \to bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

Так как при удалении пустых правил и цепных правил лево- и праволинейной грамматик произошло их изменение, то необходимо повторить удаление бесполезных и недостижимых символов.

2.3.2.6 Удаление бесполезных символов грамматик G'_{19} и G''_{18}

- Для леволинейной грамматики G'_{19}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing\\
&C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\}\\
&C_2 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G'_{19} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{18}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \varnothing\\
&C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \cup C_0 = \{S_7, S_8, S_{12}\}\\
&C_2 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&C_3 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 =\\
&\quad = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_3 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_4 =\\
&\quad = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G''_{18} не изменилась.

2.3.2.7 Удаление недостижимых символов грамматик G'_{19} и G''_{18}

- Для леволинейной грамматики G'_{19}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \{S_{16}\}\\
&C_1 = \{S_9, S_{11}, a, b, c\} \cup C_0 = \{S_9, S_{11}, S_{16}, a, b, c\}\\
&C_2 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_1 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\\
&C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}
\end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику G'_{20} без недостижимых символов

$$\begin{aligned}
&\aleph'_{20} = \aleph'_{19} \cap C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}\\
&\Sigma'_{20} = \Sigma'_{19} \cap C_3 = \{a, b, c\}\\
&P'_{20} = \{(A \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P'_{18}, A \in \aleph'_{19}, \alpha \in (\Sigma'_{19} \cup \aleph'_{19})^*\} =\\
&\quad = \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\}\\
&S'_{20} \equiv S_{16}
\end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{20} примет вид

$$G'_{20} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \to S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \to S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c \\ S_{15} \to S_9a|S_9b & S_{16} \to S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Для праволинейной грамматики G''_{18}

$$\begin{aligned}
&C_0 = \{S_{15}\}\\
&C_1 = \{S_{10}, S_{12}, a, b, c\} \cup C_0 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, a, b, c\}\\
&C_2 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_1 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}\\
&C_3 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}
\end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику G''_{19} без недостижимых символов

$$\begin{aligned}
&\aleph''_{19} = \aleph''_{19} \cap C_4 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\\
&\Sigma''_{19} = \Sigma''_{19} \cap C_4 = \{a, b, c\}\\
&P''_{19} = \{(A \to \alpha) | \forall (A \to \alpha) \in P''_{19}, A \in \aleph''_{20}, \alpha \in (\Sigma''_{20} \cup \aleph''_{20})^*\} =\\
&\quad = \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}\\
&S''_{19} \equiv S_{15}
\end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика G''_{19} примет вид

$$G''_{19} = \left(\begin{array}{l} \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \to aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} & S_{12} \to bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \to aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \to bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

2.3.3 Построение конечного автомата для приведенной грамматики

2.3.3.1 Приведение к автоматному виду

Все правила в заданной грамматике имеют вид

$$P'_{20} \subset \{A \to Bx | x \colon A, B \in \aleph, x \in \Sigma\}$$

для леволинейной грамматики, а для праволинейной

$$P''_{19} \subset \{A \to xB | x \colon A, B \in \aleph, x \in \Sigma\}$$

А это в свою очередь значит, по построению, что правила данных грамматик G'_{20} и G''_{19} удовлетворяют определению автоматной грамматики, а, значит, изменение данных грамматик не производится.

2.3.3.2 Построение конечных автоматов $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для автоматных грамматик G'_{20} и G''_{19}.

- Построение автомата $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ для леволинейной грамматики производится следующим образом:

  – Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;

  – Добавляется новое состояние — начальное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

  Таким образом

  $$Q_1 = \aleph'_{20} \cup \{H\} = \{H, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

  Начальное состояние:

  $$q_1 \equiv H$$

  Множество заключительных состояний содержит целевой символ исходной грамматики

  $$F = \{S_{16}\}$$

  Множество переходов:

  $$\begin{array}{lll} \delta_1(S_{15}, a) = \{S_9\} & \delta_1(S_{15}, b) = \{S_9, S_{11}\} & \delta_1(S_{15}, c) = \{S_{11}\} \\ \delta_1(S_{16}, b) = \{S_{11}\} & \delta_1(S_{16}, c) = \{S_{11}\} & \\ \delta_1(S_9, a) = \{S_{15}\} & \delta_1(S_9, b) = \{S_{15}, S_{16}\} & \\ \delta_1(S_{11}, b) = \{S_{16}\} & \delta_1(S_{11}, c) = \{S_{16}\} & \\ \delta_1(H, a) = \{S_9\} & \delta_1(H, b) = \{S_9, S_{11}\} & \delta_1(H, c) = \{S_{16}\} \end{array}$$

- Построение автомата $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для леволинейной грамматики производится следующим образом:

  – Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;

  – Добавляется новое состояние — заключительное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

  Таким образом

  $$Q_2 = \aleph''_{20} \cup \{F\} = \{F, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

  Начальное состояние — состояние, соответствующее целевому символу исходной грамматики:

  $$q_2 \equiv S_{15}$$

  Множество заключительных состояний будет содержать новое состояние

  $$F_2 = \{F\}$$

  Множество переходов:

  $$\begin{array}{lll} \delta_2(S_{10}, a) = \{S_{15}, S_{16}\} & \delta_2(S_{10}, b) = \{S_{15}, S_{16}\} & \\ \delta_2(S_{12}, b) = \{S_{16}, F\} & \delta_2(S_{12}, c) = \{S_{16}, F\} & \\ \delta_2(S_{15}, a) = \{S_{10}\} & \delta_2(S_{15}, b) = \{S_{10}, S_{12}\} & \delta_2(S_{15}, c) = \{S_{12}\} \\ \delta_2(S_{16}, b) = \{S_{12}\} & \delta_2(S_{16}, c) = \{S_{12}\} & \end{array}$$

На этом построение конечных автоматов по автоматным грамматикам заканчивается

2.3.3.3 Построение диаграммы состояний автомата M

Диаграмма состояний конечного автомата — неупорядоченный ориентированный помеченный граф, вершины которого помечены именами состояний автомата и в котором есть дуга из вершины A к вершине B и если есть такой символ $t \in \Sigma$, для которого существует функция перехода вида $\delta(A, t) = B$ во множестве δ конечного автомата M. Кроме того, эта дуга помечается списком, состоящих из всех $t \in \Sigma$, для которых есть функция перехода $\delta(A, t) = B$. Посторим димграммы состояний для КА $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$.

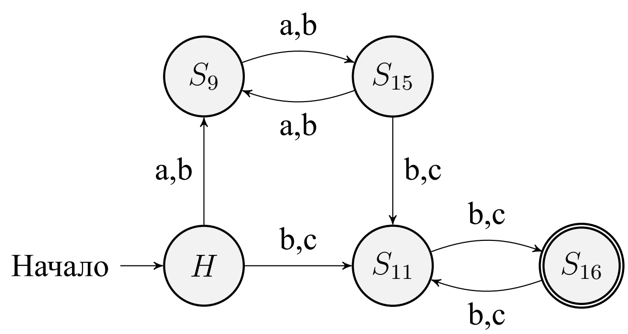

Рис. 1: Диаграмма состояний недетерменированного конечного автомата M_1

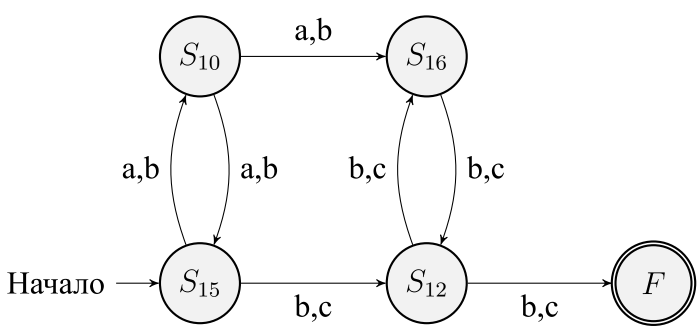

Рис. 2: Диаграмма состояний недетерменированного конечного автомата M_2

На этих диаграммах и далее выделенные состояний являются заключительными.

2.4 Построение КА по регулярному выражению

2.4.1 Построение КА M_3

Выполним построение конечных автоматов для выражения ф-л. (10). Очередность построения конечных автоматов будет определяться таки же образом, как и в случае построения грамматик по регулярному выражению ф-л. (11).

Воспользуемся рекурсивным определением регулярного выражения для построения последовательно конечных автоматов для каждого элементарного регулярного выражения, входящих в состав выражения ф-л. (11). Собственно последний КА и будет являться искомым.

Построим КА для указанных выражений. Каждый КА будем нумеровать по номеру выражения, для которого строится данный КА. Кроме того нумерация состояний КА будет определяться следующим образом: номер каждого состояния будет начинаться с номера конечного автомата.

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_1 = (\{q_{10}, q_{11}\}, \Sigma, \delta_1, q_{10}, \{q_{11}\}),$$

где множество переходов δ_1 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_1(q_{10}, a) = \{q_{11}\}$$

Граф переходов построенного КА M_1 примет вид

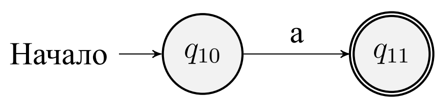

Рис. 3: Диаграмма состояний НКА M_1

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_2 = (\{q_{20}, q_{21}\}, \Sigma, \delta_2, q_{20}, \{q_{21}\}),$$

где множество переходов δ_2 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_2(q_{20}, b) = \{q_{21}\}$$

Граф переходов построенного КА M_2 примет вид

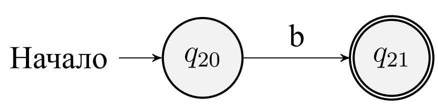

Рис. 4: Диаграмма состояний НКА M_2

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_3 = (\{q_{30}, q_{31}\}, \Sigma, \delta_3, q_{30}, \{q_{31}\}),$$

где множество переходов δ_3 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_3(q_{30}, a) = \{q_{31}\}$$

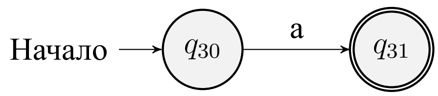

Рис. 5: Диаграмма состояний НКА M_3

Граф переходов построенного КА M_3 примет вид

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_4 = (\{q_{40}, q_{41}\}, \Sigma, \delta_4, q_{40}, \{q_{41}\}),$$

где множество переходов δ_4 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_4(q_{40}, b) = \{q_{41}\}$$

Граф переходов построенного КА M_4 примет вид

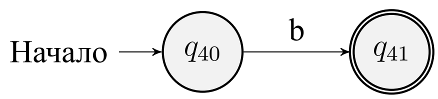

Рис. 6: Диаграмма состояний НКА M_4

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_5 = (\{q_{50}, q_{51}\}, \Sigma, \delta_5, q_{50}, \{q_{51}\}),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_5(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

Граф переходов построенного КА M_5 примет вид

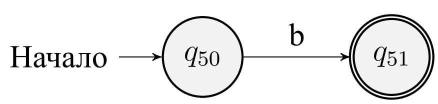

Рис. 7: Диаграмма состояний НКА M_5

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_6 = (\{q_{60}, q_{61}\}, \Sigma, \delta_6, q_{60}, \{q_{61}\}),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_6(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА M_6 примет вид

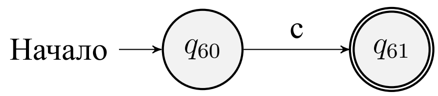

Рис. 8: Диаграмма состояний НКА M_6

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_7 = (\{q_{70}, q_{71}\}, \Sigma, \delta_7, q_{70}, \{q_{71}\}),$$

где множество переходов δ_7 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_7(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

Граф переходов построенного КА M_7 примет вид

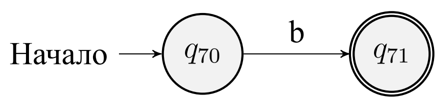

Рис. 9: Диаграмма состояний НКА M_7

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_8 = (\{q_{80}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_8, q_{80}, \{q_{81}\}),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_8(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА M_8 примет вид

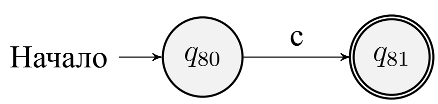

Рис. 10: Диаграмма состояний НКА M_8

Для выражения $a + b$ строим КА $M_9 = (Q_9, \Sigma, \delta_9, q_{90}, F_9)$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_9 получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{90}

$$Q_9 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{90}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}\}$$

2. q_{90} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_1 и M_2

$$F_9 = F_1 \cup F_2 = \{q_{11}, q_{21}\}$$

4. Множество переходов δ_9 строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_9(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_9(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_9(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \\ \delta_9(q_{20}, b) = \{q_{21}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_9 примет вид

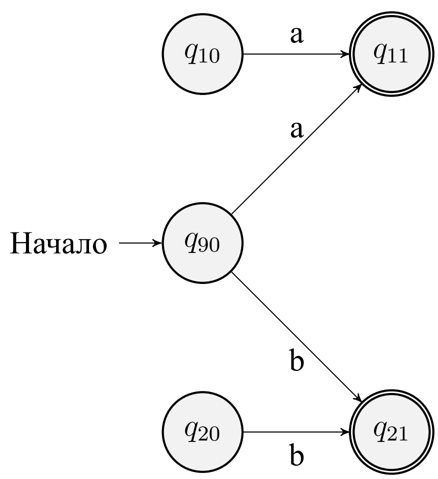

Рис. 11: Диаграмма состояний НКА M_9

Для выражения $a + b$ строим КА $M_{10} = (Q_{10}, \Sigma, \delta_{10}, q_{100}, F_{10})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{10} получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{100}

$$Q_{10} = Q_3 \cup Q_4 \cup \{q_{100}\} = \{q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\}$$

2. q_{100} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_3 и M_4

$$F_{10} = F_3 \cup F_4 = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \\ \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{10} примет вид

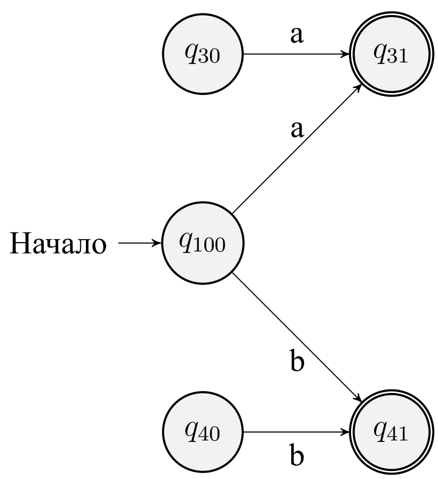

Рис. 12: Диаграмма состояний НКА M_{10}

Для выражения $b + c$ строим КА $M_{11} = (Q_{11}, \Sigma, \delta_{11}, q_{110}, F_{11})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{11} получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{110}

$$Q_{11} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{110}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}\}$$

2. q_{110} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_5 и M_6

$$F_{11} = F_5 \cup F_6 = \{q_{51}, q_{61}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \\ \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{11} примет вид

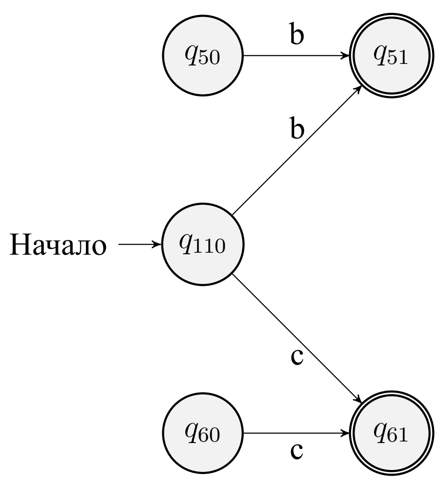

Рис. 13: Диаграмма состояний НКА M_{11}

Для выражения $b + c$ строим КА $M_{12} = (Q_{12}, \Sigma, \delta_{12}, q_{120}, F_{12})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{12} получается путем объединений множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{120}

$$Q_{12} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{120}\} = \{q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\}$$

2. q_{120} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_7 и M_8

$$F_{12} = F_7 \cup F_8 = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{array}{ll} \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \\ \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} & \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{12} примет вид

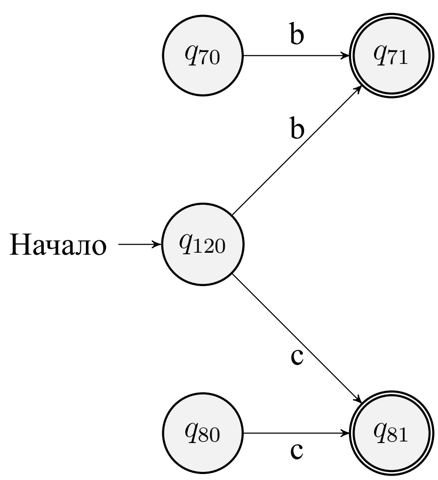

Рис. 14: Диаграмма состояний НКА M_{12}

Для выражения $(a+b)(a+b)$ строим КА $M_{13} = (Q_{13}, \Sigma, \delta_{13}, q_{130}, F_{13})$:

1. множество состояний автомата M_{13} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов
$$Q_{13} = Q_9 \cup Q_{10} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\}\,;$$
2. начальным состоянием результирующего автомата M_{13} будет начальное состояние автомата M_9
$$q_{130} \equiv q_{90};$$
3. множество заключительных состояний F_{13} будет содержать только множество заключительных состояний автомата M_{10}
$$F_{13} = F_{10} = \{q_{31}, q_{41}\}$$
4. множество переходов δ_{13} автомата M_{13} будет содержать переходы автомата M_9 кроме переходов из заключительных состояний
$$\begin{array}{ll} \delta_{13}(q_{90}, a) = \delta_9(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{90}, b) = \delta_9(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{13}(q_{10}, a) = \delta_9(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{20}, b) = \delta_9(q_{20}, b) = \{q_{21}\}\,, \end{array}$$
а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата
$$\begin{array}{ll} \delta_{13}(q_{11}, a) = \varnothing \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{11}, b) = \varnothing \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{21}, a) = \varnothing \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{21}, b) = \varnothing \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\}\,. \end{array}$$
Кроме этого добавляются все состояния автомата M_{10}
$$\begin{array}{ll} \delta_{13}(q_{100}, a) = \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{100}, b) = \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{30}, a) = \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{40}, b) = \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{13} примет вид:

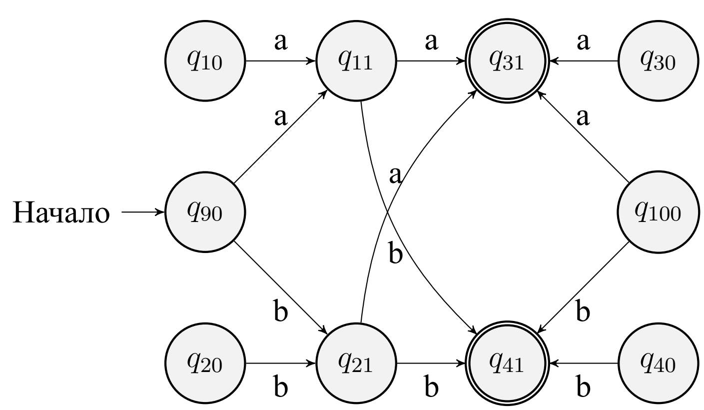

Рис. 15: Диаграмма состояний НКА M_{13}

Для выражения $(b+c)(b+c)$ строим КА $M_{14} = (Q_{14}, \Sigma, \delta_{14}, q_{140}, F_{14})$:

1. множество состояний автомата M_{14} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{14} = Q_{11} \cup Q_{12} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{14} будет начальное состояние автомата M_{11}

$$q_{140} \equiv q_{110};$$

3. множество заключительных состояний F_{14} будет содержать только множество заключительных состояний автомата M_{12}

$$F_{14} = F_{12} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов δ_{14} автомата M_{14} будет содержать переходы автомата M_{11} кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{array}{ll} \delta_{14}(q_{110}, b) = \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{110}, c) = \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{14}(q_{50}, b) = \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{60}, c) = \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \end{array}$$

   а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{array}{ll} \delta_{14}(q_{51}, b) = \varnothing \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{51}, c) = \varnothing \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{61}, b) = \varnothing \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{61}, c) = \varnothing \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\}. \end{array}$$

   Кроме этого добавляются все состояния автомата M_{12}

$$\begin{array}{ll} \delta_{14}(q_{120}, b) = \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{120}, c) = \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{70}, b) = \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{80}, c) = \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} \end{array}$$

Граф переходов построенного КА M_{14} примет вид:

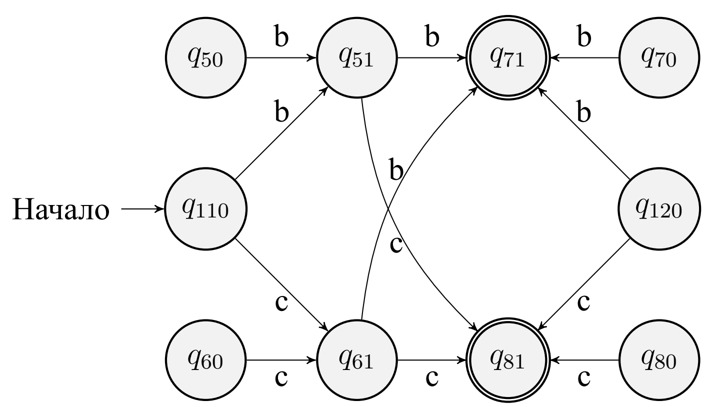

Рис. 16: Диаграмма состояний НКА M_{14}

Для выражения $((a+b)(a+b))^*$ строим КА $M_{15} = (Q_{15}, \Sigma, \delta_{15}, q_{150}, F_{15})$:

1. множество состояний конечного автомтата M_{13} переносится с добавлением нового состояния q_{150}, состояние q_{150} — начальное
$$Q_{15} = Q_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}\}\,.$$

2. множество результирующих состояний переносится с добавлением нового состояния q_{150}
$$F_{15} = F_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{31}, q_{41}, q_{150}\}$$

3. множество переходов δ_{15} сохраняет все те переходы из незаключительных состояний, что и в автомате M_{13}
$$\begin{array}{ll}
\delta_{15}(q_{90},a) = \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{90},b) = \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{15}(q_{10},a) = \delta_{13}(q_{10},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{20},b) = \delta_{13}(q_{20},b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{15}(q_{100},a) = \delta_{13}(q_{100},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{100},b) = \delta_{13}(q_{100},b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{15}(q_{30},a) = \delta_{13}(q_{30},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{40},b) = \delta_{13}(q_{40},b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{15}(q_{11},a) = \delta_{13}(q_{11},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{11},b) = \delta_{13}(q_{11},b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{15}(q_{21},a) = \delta_{13}(q_{21},a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{21},b) = \delta_{13}(q_{21},b) = \{q_{41}\}\,,
\end{array}$$
добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата
$$\begin{array}{ll}
\delta_{15}(q_{31},a) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{31},b) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{15}(q_{41},a) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{41},b) = \varnothing \cup \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\}\,,
\end{array}$$
для нового начального состояния q_{150} переносятся все переходы из старого началльного состояния q_{90}
$$\delta_{15}(q_{150},a) = \delta_{13}(q_{90},a) = \{q_{11}\} \quad \delta_{15}(q_{150},b) = \delta_{13}(q_{90},b) = \{q_{21}\}\,.$$

Граф переходов построенного КА M_{15} примет вид:

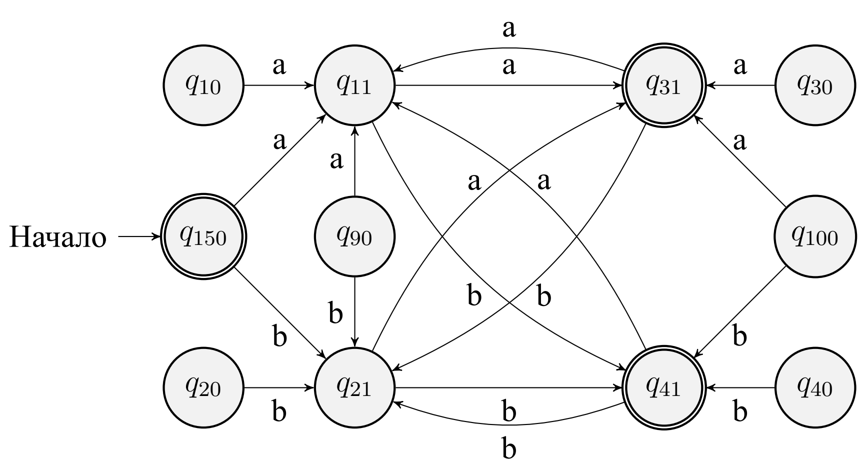

Рис. 17: Диаграмма состояний НКА M_{15}

Для выражения $((b+c)(b+c))^+$ строим КА $M_{16} = (Q_{16}, \Sigma, \delta_{16}, q_{160}, F_{16})$:

1. множество состояний конечного автомата M_{14} переносится с добавлением нового состояния q_{160}, состояние q_{160} — начальное

$$Q_{16} = Q_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160}\}.$$

2. множество результирующих состояний автомтата переносится без изменений

$$F_{16} = F_{14} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

3. множество переходов δ_{16} сохраняет все переходы из незаключительных состояний, что и в автомате M_{14}

$$\begin{array}{ll}
\delta_{16}(q_{110}, b) = \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{110}, c) = \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{16}(q_{50}, b) = \delta_{14}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{60}, c) = \delta_{14}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{16}(q_{51}, b) = \delta_{14}(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{51}, c) = \delta_{14}(q_{51}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{16}(q_{61}, b) = \delta_{14}(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{61}, c) = \delta_{14}(q_{61}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{16}(q_{120}, b) = \delta_{14}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{120}, c) = \delta_{14}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{16}(q_{70}, b) = \delta_{14}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{80}, c) = \delta_{14}(q_{80}, c) = \{q_{81}\},
\end{array}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{array}{ll}
\delta_{16}(q_{71}, b) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{71}, c) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{16}(q_{81}, b) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{81}, c) = \varnothing \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\},
\end{array}$$

для нового начального состояния q_{160} переносятся все переходы из старого начального состояния q_{110}

$$\delta_{16}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{16}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА M_{16} примет вид:

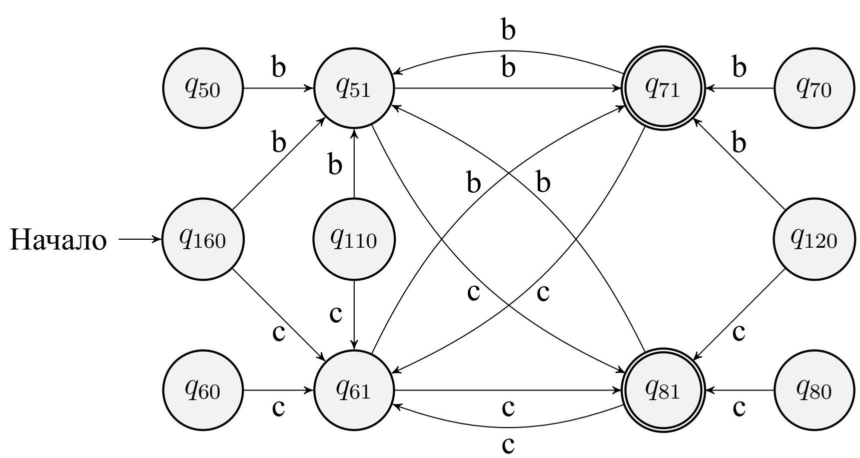

Рис. 18: Диаграмма состояний НКА M_{16}

Для выражения $((a+b)(a+b))^*((b+c)(b+c))^+$ строим КА $M_{17} = (Q_{17}, \Sigma, \delta_{17}, q_{170}, F_{17})$:

1. Множество состояний автомата M_{17} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{17} = Q_{15} \cup Q_{16} = \left\{ \begin{array}{l} q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}, \\ q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160} \end{array} \right\}$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{17} будет начальное состояние автомата M_{15}

$$q_{170} \equiv q_{150}$$

3. множество заключительных состояний F_{17} будет содержать только множество заключительных состояний автомата M_{16}

$$F_{17} = F_{16} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов δ_{17} автомата M_{17} будет содержать все переходы автомата M_{15} кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{array}{ll}
\delta_{17}(q_{90}, a) = \delta_{15}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{90}, b) = \delta_{15}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{17}(q_{10}, a) = \delta_{15}(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{20}, b) = \delta_{15}(q_{20}, b) = \{q_{21}\} \\
\delta_{17}(q_{100}, a) = \delta_{15}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{100}, b) = \delta_{15}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{17}(q_{30}, a) = \delta_{15}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{40}, b) = \delta_{15}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{17}(q_{11}, a) = \delta_{15}(q_{11}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{11}, b) = \delta_{15}(q_{11}, b) = \{q_{41}\} \\
\delta_{17}(q_{21}, a) = \delta_{15}(q_{21}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{21}, b) = \delta_{15}(q_{21}, b) = \{q_{41}\}
\end{array},$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{array}{lll}
\delta_{17}(q_{31}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{31}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_{17}(q_{31}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{17}(q_{41}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{41}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_{17}(q_{41}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{17}(q_{150}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{150}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_{17}(q_{150}, c) = \{q_{61}\}
\end{array}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата M_{16}

$$\begin{array}{ll}
\delta_{17}(q_{110}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{110}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{17}(q_{50}, b) = \delta_{16}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{60}, c) = \delta_{16}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{17}(q_{51}, b) = \delta_{16}(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{51}, c) = \delta_{16}(q_{51}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{17}(q_{61}, b) = \delta_{16}(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{61}, c) = \delta_{16}(q_{61}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{17}(q_{120}, b) = \delta_{16}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{120}, c) = \delta_{16}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{17}(q_{70}, b) = \delta_{16}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{80}, c) = \delta_{16}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} \\
\delta_{17}(q_{71}, b) = \delta_{16}(q_{71}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{71}, c) = \delta_{16}(q_{71}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{17}(q_{81}, b) = \delta_{16}(q_{81}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{81}, c) = \delta_{16}(q_{81}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_{17}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{160}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{160}, c) = \{q_{61}\}
\end{array}$$

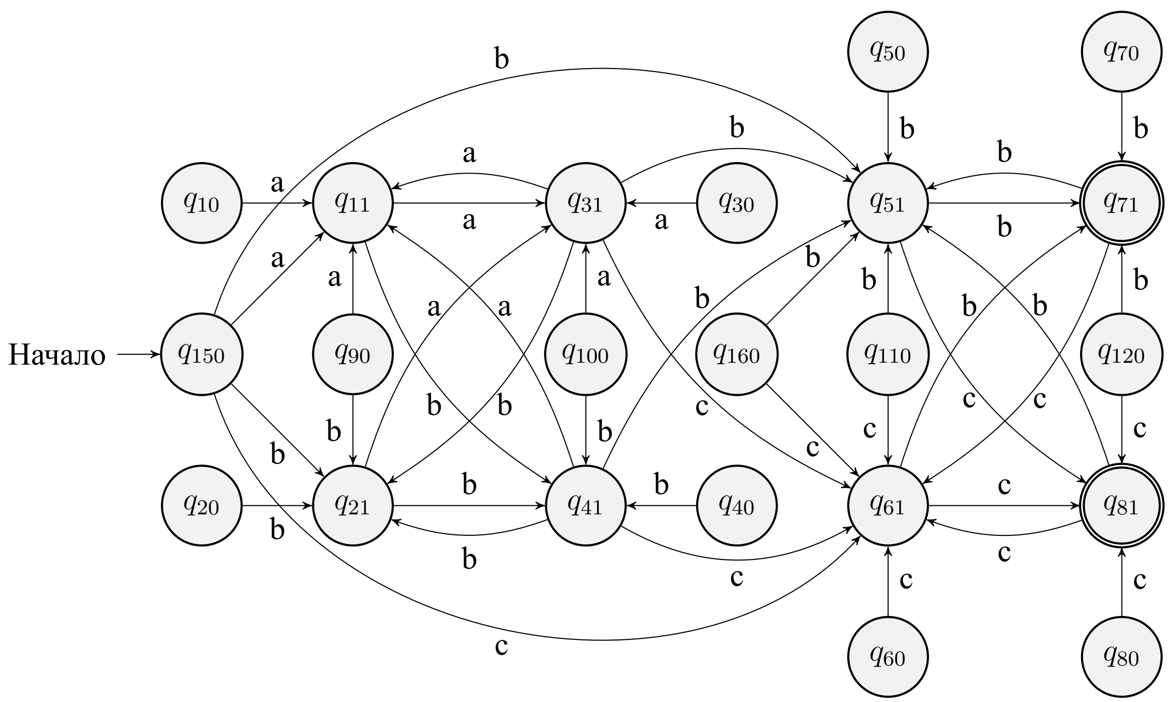

Рис. 19: Диаграмма состояний НКА M_{17}

2.5 Определение детерменированности построенных автоматов M_1, M_2, M_3

1. Автомат M_1 — НКА, так как есть переходы

$$\delta_1(H, b) = \{S_9, S_{11}\}$$
$$\delta_1(S_{15}, b) = \{S_9, S_{11}\}$$

2. Автомат M_2 — НКА, так как есть переходы

$$\delta_2(S_{15}, b) = \{S_{10}, S_{12}\}$$
$$\delta_2(S_{12}, b) = \{S_{16}, F\}$$

3. Автомат $M_3 \equiv M_{17}$ — НКА, так как есть переходы

$$\delta_3(q_{31}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$
$$\delta_3(q_{41}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$
$$\delta_3(q_{150}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$

Все три представленных автомата являются недетерменированными.

2.6 Построение детерменированных конечных автоматов для НКА M_1, M_2, M_3

- Ножество состояний Q' результирующего автомата ДКА состояит из всех подмножеств Q исходного автомата. Каждое состояние Q' обозначается как $[A_1, \ldots, A_n]$, где $A_i \in Q$. Тогда получаем число различных сочетаний

$$|Q'| = \sum_{k=1}^{n} C_n^k = 2^n - 1$$

- Начальное состояние имеет вид (H — начальное состояние автомата M)

$$q_0' \equiv [H]$$

- Множество конечных состояний (конечные состояния исходного автомата $F = \{F_1, \ldots, F_n\}$) имеет вид

$$\begin{aligned} F' = \{[q_1, \ldots, q_j, q_{j+1}, \ldots, q_{j+k}]\} \\ \{q_1, \ldots, q_j\} \subset \{H, F_1, \ldots, F_n\} \\ \{q_{j+1}, \ldots, q_j\} \subset Q \setminus \{H, F_1, \ldots, F_n\} \end{aligned}$$

2.6.1 ДКА для M_1

Переходы определяются как

$$\begin{array}{ll}
\delta'([S_9 q_1 \ldots q_k], a) = [S_{15}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{11}, S_{16}\ \} \\
\delta'([H q_1 \ldots q_k], a) = [S_9], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{11}, S_{16}, S_{15}\ \} \\
\delta'([S_{15} q_1 \ldots q_k], a) = [S_9], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{11}, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_9 S_{15} q_1 \ldots q_k], a) = [S_9 S_{15}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{11}, S_{16}, H\ \} \\
\delta'([S_9 H q_1 \ldots q_k], a) = [S_9 S_{15}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{11}, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{11} q_1 \ldots q_k], c) = [S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_9\ \} \\
\delta'([S_{15} q_1 \ldots q_k], c) = [S_{11}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_9, H, S_{16}\ \} \\
\delta'([H q_1 \ldots q_k], c) = [S_{11}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_9, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{16} q_1 \ldots q_k], c) = [S_{11}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_9\ \} \\
\delta'([H S_{11} q_1 \ldots q_k], c) = [S_{11} S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_9, S_{15}, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{15} S_{11} q_1 \ldots q_k], c) = [S_{11} S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_9, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{16} S_{11} q_1 \ldots q_k], c) = [S_{11} S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_9\ \} \\
\delta'([S_{11}], b) = [S_{16}] & \\
\delta'([S_9], b) = [S_{15}] & \\
\delta'([H q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{11}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{15}, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{15} q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{11}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{16}], b) = [S_{11}] & \\
\delta'([S_9 H q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{11} S_{15}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{15}, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_9 S_{15} q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{11} S_{15}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{11} H q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{11} S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{15}, S_{16}\ \} \\
\delta'([S_{11} S_{15} q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{11} S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{16}\ \} \\
\delta'([S_9 S_{16}], b) = [S_{15} S_{11}] & \\
\delta'([S_9 S_{11} H q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{15} S_{11} S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{16}, S_{15}\ \} \\
\delta'([S_9 S_{11} S_{15} q_1 \ldots q_k], b) = [S_9 S_{15} S_{11} S_{16}], & \{q_1, \ldots, q_k\} \subset \{\ S_{16}\ \} \\
\delta'([S_9 S_{11}], b) = [S_{15} S_{16}] &
\end{array}$$

2.6.2 ДКА для M_2

Переходы определяются как

$$
\begin{array}{ll}
\delta'\left(\left[S_{10}q_1\dots q_k\right],a\right)=\left[S_{15}S_{16}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{12},F,S_{16}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{15}q_1\dots q_k\right],a\right)=\left[S_{10}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{12},F,S_{16}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{10}S_{15}q_1\dots q_k\right],a\right)=\left[S_{10}S_{15}S_{16}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{12},F,S_{16}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{15}q_1\dots q_k\right],c\right)=\left[S_{12}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{10},S_{16},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{16}q_1\dots q_k\right],c\right)=\left[S_{12}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{10},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{12}q_1\dots q_k\right],c\right)=\left[S_{16}F\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{10},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{12}S_{15}q_1\dots q_k\right],c\right)=\left[S_{12}S_{16}F\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{10},S_{16},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{12}S_{16}q_1\dots q_k\right],c\right)=\left[S_{12}S_{16}F\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{10},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{16}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{12}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{12}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[FS_{16}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{10}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{15}S_{16}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{15}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{10}S_{12}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{16},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{15}S_{12}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{10}S_{12}S_{16}F\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{16},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{15}S_{10}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{10}S_{12}S_{15}S_{16}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{16},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{10}S_{16}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{12}S_{15}S_{16}\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{12}S_{10}S_{15}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{10}S_{12}S_{15}S_{16}F\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ S_{16},F\ \right\}\\
\delta'\left(\left[S_{12}S_{10}q_1\dots q_k\right],b\right)=\left[S_{15}S_{16}F\right], & \{q_1,\dots,q_k\}\subset\left\{\ F\ \right\}
\end{array}
$$

2.6.3 ДКА для M_3

2.6.3.1 Удаление недостижимых символов

Для удобства, сначала удалим недостижимые состояния:

$$R = \{q_{150}\}, P_0 = \{q_{150}\}$$
$$P_1 = \{q_{11}, q_{21}, q_{51}, q_{61}\}, R \setminus P_1 \neq \varnothing \Longrightarrow R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{51}, q_{61}\}$$
$$P_2 = \{q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}\}, R \setminus P_2 \neq \varnothing \Longrightarrow R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\}$$
$$P_3 = \{q_{51}, q_{61}\}, R \setminus P_3 = \varnothing \Longrightarrow R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\}$$

Автомат после удаления недостижимых состояний

$$M_3 = (\{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_3, q_{150}, \{q_{71}, q_{81}\})$$
$$\begin{array}{lll}
\delta_3(q_{11}, a) = \{q_{31}\} & \delta_3(q_{11}, b) = \{q_{41}\} & \\
\delta_3(q_{21}, a) = \{q_{31}\} & \delta_3(q_{21}, b) = \{q_{41}\} & \\
\delta_3(q_{31}, a) = \{q_{11}\} & \delta_3(q_{31}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_3(q_{31}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_3(q_{41}, a) = \{q_{11}\} & \delta_3(q_{41}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_3(q_{41}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_3(q_{150}, a) = \{q_{11}\} & \delta_3(q_{150}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_3(q_{150}, c) = \{q_{61}\} \\
\delta_3(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_3(q_{51}, c) = \{q_{81}\} & \\
\delta_3(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_3(q_{61}, c) = \{q_{81}\} & \\
\delta_3(q_{71}, b) = \{q_{51}\} & \delta_3(q_{71}, c) = \{q_{61}\} & \\
\delta_3(q_{81}, b) = \{q_{51}\} & \delta_3(q_{81}, c) = \{q_{61}\} &
\end{array}$$

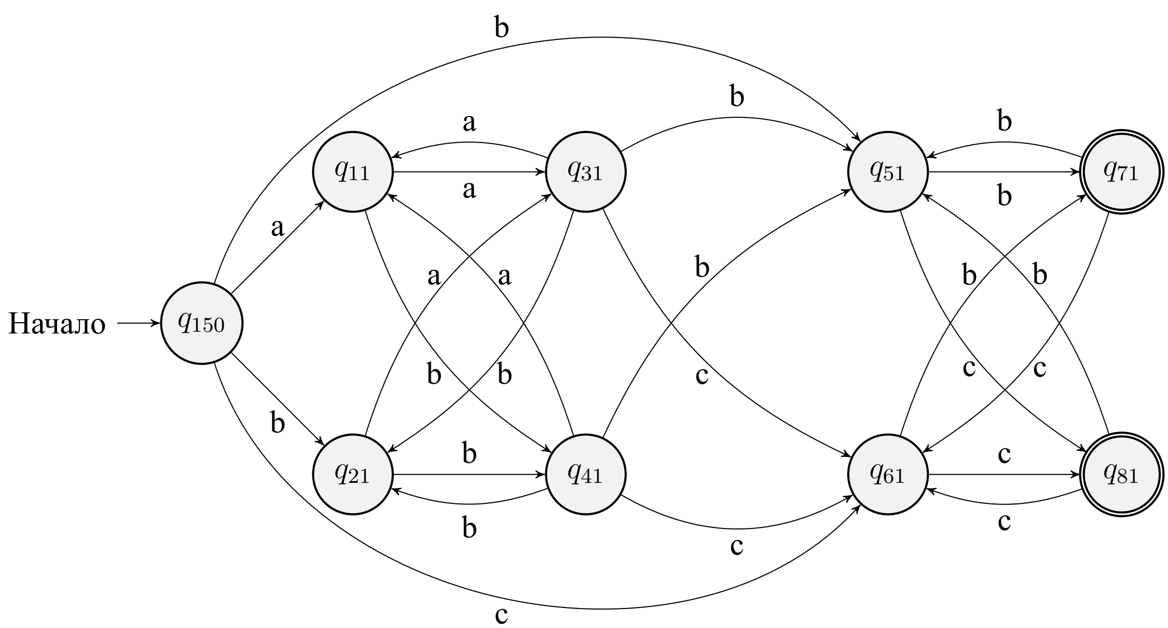

Рис. 20: Диаграмма состояний НКА M_{17}

2.6.3.2 Построение ДКА

Переходы определяются как

$$
\begin{array}{ll}
\delta'\left(\left[q_{150}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{41},q_{31}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{31}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_{150}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{31},q_{41},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_{31}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{41},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_{41}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}q_{150}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{31},q_{41}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}q_{31}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81},q_{41}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}q_{41}q_1\ldots q_k\right],a\right)=\left[q_{11}q_{31}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{51},q_{71},q_{61},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{150}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{31},q_{41},q_{71},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{41},q_{71},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{71},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{71}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{81}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{51}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{51}q_{150}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{31},q_{41},q_{71},q_{81},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{51}q_{31}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{41},q_{71},q_{81},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{51}q_{41}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{71},q_{81},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{51}q_{71}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{81},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{51}q_{81}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_{150}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{31},q_{41},q_{71},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_{31}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{41},q_{71},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_{41}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{71},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_{71}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21},q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_{81}q_1\ldots q_k\right],c\right)=\left[q_{61}q_{81}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{11},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}\right],b\right)=\left[q_{41}\right] & \\
\delta'\left(\left[q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}\right],b\right)=\left[q_{71}\right] & \\
\delta'\left(\left[q_{150}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{81}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{51}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{71}\right],b\right)=\left[q_{51}\right] &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\delta'\left(\left[q_{71}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{81}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{71}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{81}q_{61}\right],b\right)=\left[q_{51}q_{71}\right] & \\
\delta'\left(\left[q_{51}q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{61},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{51}q_{21}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{61}q_{21}\right],b\right)=\left[q_{41}q_{71}\right] & \\
\delta'\left(\left[q_{71}q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{81}q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{71}q_{21}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{81}q_{21}\right],b\right)=\left[q_{51}q_{41}\right] & \\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{11}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{21}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{21}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{21}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_{71}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{21},q_{81},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}q_{71}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_{81}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{21},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}q_{81}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{11}q_{81}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{21}q_{81}q_{61}\right],b\right)=\left[q_{71}q_{51}q_{41}\right] & \\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{11}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71},q_{61},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{11}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71},q_{61},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{11}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71},q_{61},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{21}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{21}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{21}q_{51}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71},q_{61}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{11}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{11}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{11}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71},q_{21}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{150}q_{21}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{31},q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{31}q_{21}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{41},q_{81},q_{71}\ \right\}\\
\delta'\left(\left[q_{41}q_{21}q_{61}q_1\ldots q_k\right],b\right)=\left[q_{21}q_{51}q_{41}q_{71}\right], & \{q_1,\ldots,q_k\}\subset\left\{\ q_{81},q_{71}\ \right\}
\end{array}
$$

2.7 Удаление недостижимых состояний для автоматов M_1, M_2, M_3

2.7.1 Для автомата M_1

$$
\begin{aligned}
&R = \{[H]\}\,, P_0 = \{[H]\}\\
&P_1 = \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}\,, P_1 \setminus R = \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\} \neq 0 \Longrightarrow\\
&R = P_1 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}\\
&P_2 = \{[S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\,, P_2 \setminus R = \{[S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\} \neq 0 \Longrightarrow\\
&R = P_2 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\\
&P_3 = \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}\,, P_3 \setminus R = \varnothing \Longrightarrow\\
&R = P_2 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\,, \text{алгоритм останавливается}
\end{aligned}
$$

Автомат M_1' после удаления недостижимых состояний:

$$
\begin{aligned}
M_1' &= (Q_1', \Sigma, \delta_1', q_1', F_1')\\
q_1' &= [H]\\
Q_1' &= R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\\
F_1' &= \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}
\end{aligned}
$$

Множество переходов автомата

$$
\begin{array}{lll}
\delta_1'([H], a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([H], b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([H], c) = \{[S_{11}]\}\\
\delta_1'([S_9], a) = \{[S_{15}]\} & \delta_1'([S_9], b) = \{[S_{15}]\} & \\
\delta_1'([S_{11}], b) = \{[S_{16}]\} & \delta_1'([S_{11}], c) = \{[S_{16}]\} & \\
\delta_1'([S_9S_{11}], a) = \{[S_{15}]\} & \delta_1'([S_9S_{11}], b) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_1'([S_9S_{11}], c) = \{[S_{16}]\}\\
\delta_1'([S_{15}], a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}], b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}], c) = \{[S_{11}]\}\\
\delta_1'([S_{16}], b) = \{[S_{11}]\} & \delta_1'([S_{16}], c) = \{[S_{11}]\} & \\
\delta_1'([S_{15}S_{16}], a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}], b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}], c) = \{[S_{11}]\}
\end{array}
$$

2.7.2 Для автомата M_2

$$
\begin{aligned}
&R = \{[S_{15}]\}\,, P_0 = \{[S_{15}]\}\\
&P_1 = \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}\,, P_1 \setminus R = \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\} \neq \varnothing \Longrightarrow\\
&R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}\\
&P_2 = \{[S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}\,, P_2 \setminus R = \{[S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\} \neq \varnothing \Longrightarrow\\
&R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}\\
&P_3 = \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}\,, P_3 \setminus R = \varnothing \Longrightarrow\\
&R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}\,, \text{алгоритм останавливается}
\end{aligned}
$$

Автомат M_2' после удаления недостижимых состояний:

$$
\begin{aligned}
M_2' &= (Q_2', \Sigma, \delta_2', q_2', F_2')\\
q_2' &= [S_{15}]\\
Q_2' &= R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}\\
F_2' &= \{[S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}
\end{aligned}
$$

Множество переходов автомата

$$
\begin{array}{lll}
\delta'_2([S_{15}], a) = \{[S_{10}]\} & \delta'_2([S_{15}], b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta'_2([S_{15}], c) = \{[S_{12}]\} \\
\delta'_2([S_{10}], a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta'_2([S_{10}], b) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \\
\delta'_2([S_{12}], b) = \{[S_{16}F]\} & \delta'_2([S_{12}], c) = \{[S_{16}F]\} & \\
\delta'_2([S_{10}S_{12}], a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta'_2([S_{10}S_{12}], b) = \{[S_{15}S_{16}F]\} & \delta'_2([S_{10}S_{12}], c) = \{[S_{16}F]\} \\
\delta'_2([S_{15}S_{16}], a) = \{[S_{10}]\} & \delta'_2([S_{15}S_{16}], b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta'_2([S_{15}S_{16}], c) = \{[S_{12}]\} \\
\delta'_2([S_{16}F], b) = \{[S_{12}]\} & \delta'_2([S_{16}F], c) = \{[S_{12}]\} & \\
\delta'_2([S_{15}S_{16}F], a) = \{[S_{10}]\} & \delta'_2([S_{15}S_{16}F], b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta'_2([S_{15}S_{16}F], c) = \{[S_{12}]\}
\end{array}
$$

2.7.3 Для автомата M_3

$R = \{[q_{150}]\}$, $P_0 = \{[q_{150}]\}$

$P_1 = \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\}$, $P_1 \setminus R = \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\} \neq \varnothing \Longrightarrow$

$R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\}$

$P_2 = \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}$, $P_2 \setminus R = \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\} \neq \varnothing \Longrightarrow$

$R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}$

$P_3 = \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{51}]\}$, $P_2 \setminus R = \{q_{51}\} \neq \varnothing \Longrightarrow$

$R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\}$

$P_3 = \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}$, $P_4 \setminus R = \varnothing \Longrightarrow$

$R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\}$, алгоритм останавливается

Автомат M'_3 после удаления недостижимых состояний:

$$
\begin{aligned}
M'_3 &= (Q'_3, \Sigma, \delta'_3, q'_3, F'_3) \\
q'_3 &= [q_{150}] \\
Q'_3 &= R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\} \\
F'_3 &= \{[q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}
\end{aligned}
$$

Множество переходов автомата

$$
\begin{array}{lll}
\delta'_3([q_{150}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_3([q_{150}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_3([q_{150}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_3([q_{11}], a) = \{[q_{31}]\} & \delta'_3([q_{11}], b) = \{[q_{41}]\} & \\
\delta'_3([q_{61}], b) = \{[q_{71}]\} & \delta'_3([q_{61}], c) = \{[q_{81}]\} & \\
\delta'_3([q_{21}q_{51}], a) = \{[q_{31}]\} & \delta'_3([q_{21}q_{51}], b) = \{[q_{41}q_{71}]\} & \delta'_3([q_{21}q_{51}], c) = \{[q_{81}]\} \\
\delta'_3([q_{31}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_3([q_{31}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_3([q_{31}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_3([q_{41}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_3([q_{41}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_3([q_{41}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_3([q_{81}], b) = \{[q_{51}]\} & \delta'_3([q_{81}], c) = \{[q_{61}]\} & \\
\delta'_3([q_{71}], b) = \{[q_{51}]\} & \delta'_3([q_{71}], c) = \{[q_{61}]\} & \\
\delta'_3([q_{41}q_{71}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_3([q_{41}q_{71}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_3([q_{41}q_{71}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_3([q_{51}], b) = \{[q_{71}]\} & \delta'_3([q_{51}], c) = \{[q_{81}]\} &
\end{array}
$$

2.8 Диаграммы состояний построенных детерменированных автоматов M_1', M_2', M_3' без недостижимых состояний

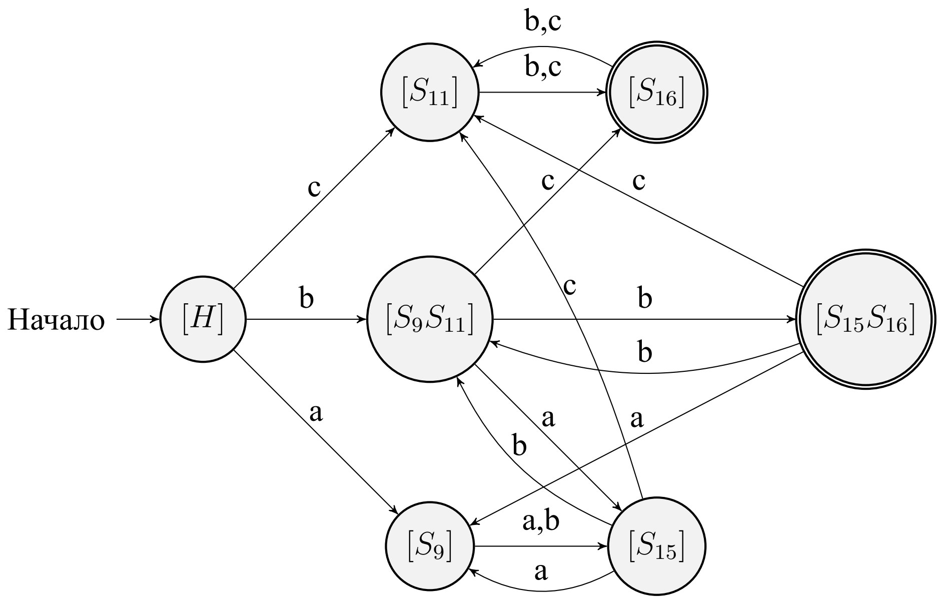

Рис. 21: Диаграмма состояний ДКА M_1'

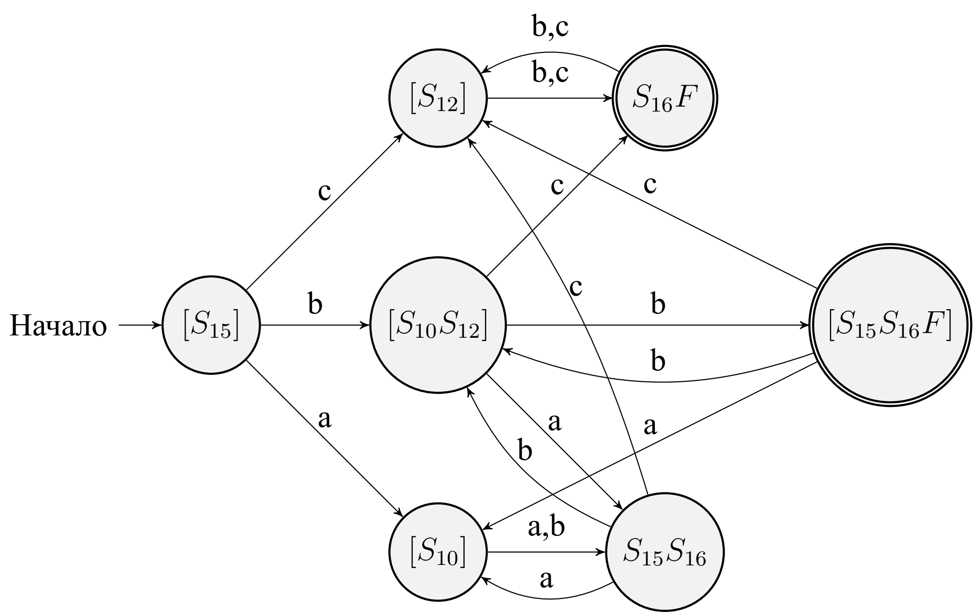

Рис. 22: Диаграмма состояний ДКА M_2'

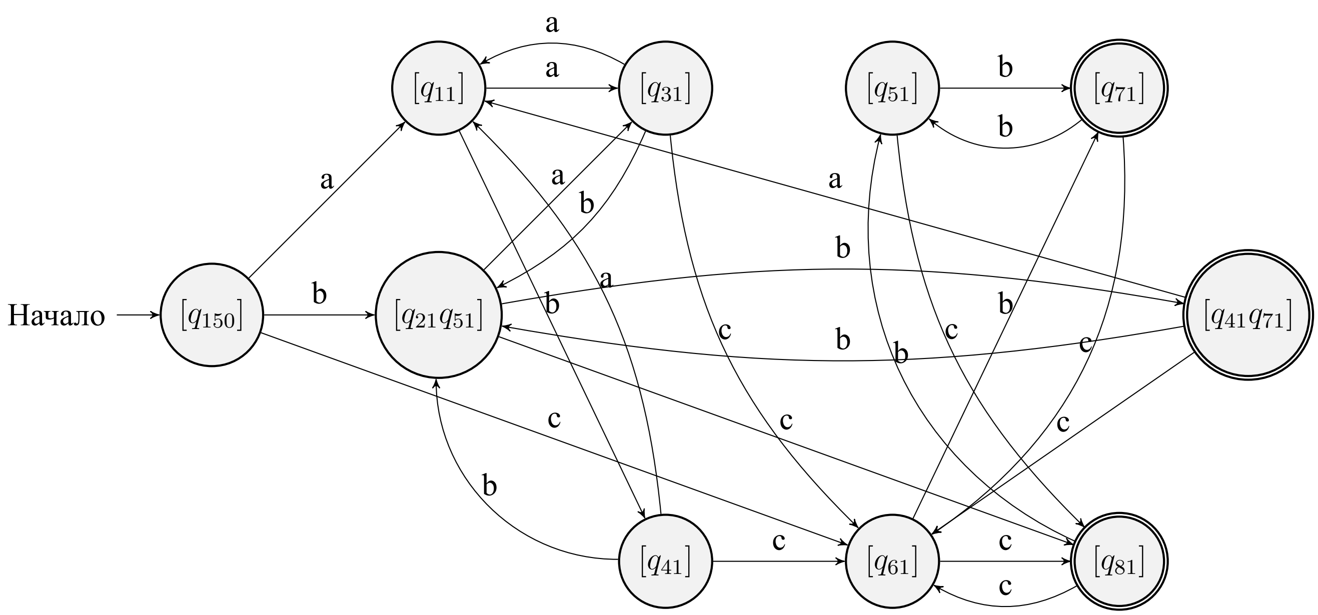

Рис. 23: Диаграмма состояний ДКА M_3'

2.9 Построение минимальных ДКА M

2.9.1 Минимизация ДКА M_1'

$$
\begin{aligned}
&R(0) = \{\{[H],[S_9],[S_9S_{11}],[S_{11}],[S_{15}]\},\{[S_{16}],[S_{15}S_{16}]\}\}\\
&R(1) = \{\{[H],[S_{15}]\},\{[S_9]\}\{[S_9S_{11}]\},\{[S_{11}]\},\{[S_{16}]\},\{[S_{15}S_{16}]\}\}\\
&R(2) = \{\{[H],[S_{15}]\},\{[S_9]\}\{[S_9S_{11}]\},\{[S_{11}]\},\{[S_{16}]\},\{[S_{15}S_{16}]\}\}\\
&R(2) = R(1)
\end{aligned}
$$

Автомат M_1' после минимизации:

$$
\begin{aligned}
M_1'' &= (Q_1'',\Sigma,\delta_1'',q_1'',F_1'')\\
q_1'' &= [S_{15}H]\\
Q_1'' &= \{[S_{15}H],[S_9],[S_9S_{11}],[S_{11}],[S_{16}],[S_{15}S_{16}]\}\\
F_1'' &= \{[S_{15}S_{16}],[S_{16}]\}
\end{aligned}
$$

Множество переходов автомата δ_1''

$$
\begin{array}{lll}
\delta_1'([S_{15}H],a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}H],b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}H],c) = \{[S_{11}]\}\\
\delta_1'([S_9],a) = \{[S_{15}H]\} & \delta_1'([S_9],b) = \{[S_{15}H]\} & \\
\delta_1'([S_{11}],b) = \{[S_{16}]\} & \delta_1'([S_{11}],c) = \{[S_{16}]\} & \\
\delta_1'([S_9S_{11}],a) = \{[S_{15}H]\} & \delta_1'([S_9S_{11}],b) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_1'([S_9S_{11}],c) = \{[S_{16}]\}\\
\delta_1'([S_{16}],b) = \{[S_{11}]\} & \delta_1'([S_{16}],c) = \{[S_{11}]\} & \\
\delta_1'([S_{15}S_{16}],a) = \{[S_9]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}],b) = \{[S_9S_{11}]\} & \delta_1'([S_{15}S_{16}],c) = \{[S_{11}]\}
\end{array}
$$

2.9.2 Минимизация ДКА M_2'

$$
\begin{aligned}
&R(0) = \{\{[S_{15}],[S_{10}],[S_{12}],[S_{10}S_{12}],[S_{15}S_{16}]\},\{[S_{16}F],[S_{15}S_{16}F]\}\}\\
&R(1) = \{\{[S_{10}]\},\{[S_{12}]\},\{[S_{10}S_{12}]\},\{[S_{15}],[S_{15}S_{16}]\},\{[S_{16}F]\},\{[S_{15}S_{16}F]\}\}\\
&R(2) = \{\{[S_{10}]\},\{[S_{12}]\},\{[S_{10}S_{12}]\},\{[S_{15}],[S_{15}S_{16}]\},\{[S_{16}F]\},\{[S_{15}S_{16}F]\}\}\\
&R(2) = R(1)
\end{aligned}
$$

Автомат M_2' после минимизации:

$$
\begin{aligned}
M_2'' &= (Q_2'',\Sigma,\delta_2'',q_2'',F_2'')\\
q_2'' &= [S_{15}S_{16}]\\
Q_2'' &= \{[S_{15}S_{16}],[S_{10}],[S_{12}],[S_{10}S_{12}],[S_{16}F],[S_{15}S_{16}F]\}\\
F_2'' &= \{[S_{16}F],[S_{15}S_{16}F]\}
\end{aligned}
$$

Множество переходов автомата δ_2''

$$
\begin{array}{lll}
\delta_2'([S_{15}S_{16}],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}],b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}],c) = \{[S_{12}]\}\\
\delta_2'([S_{10}],a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_2'([S_{10}],b) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \\
\delta_2'([S_{12}],b) = \{[S_{16}F]\} & \delta_2'([S_{12}],c) = \{[S_{16}F]\} & \\
\delta_2'([S_{10}S_{12}],a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta_2'([S_{10}S_{12}],b) = \{[S_{15}S_{16}F]\} & \delta_2'([S_{10}S_{12}],c) = \{[S_{16}F]\}\\
\delta_2'([S_{16}F],b) = \{[S_{12}]\} & \delta_2'([S_{16}F],c) = \{[S_{12}]\} & \\
\delta_2'([S_{15}S_{16}F],a) = \{[S_{10}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta_2'([S_{15}S_{16}F],c) = \{[S_{12}]\}
\end{array}
$$

2.9.3 Минимизация ДКА M_3'

$$
\begin{aligned}
&R(0) = \{\{[q_{81}],[q_{71}],[q_{41}q_{71}]\},\{[q_{150}],[q_{11}],[q_{61}],[q_{21}q_{51}],[q_{31}],[q_{41}],[q_{51}]\}\}\\
&R(1) = \{\{[q_{150}],[q_{31}],[q_{41}]\},\{[q_{11}]\},\{[q_{61}],[q_{51}]\},\{[q_{81}],[q_{71}]\},\{[q_{41}q_{71}]\},\{[q_{21}q_{51}]\}\}\\
&R(2) = \{\{[q_{150}],[q_{31}],[q_{41}]\},\{[q_{11}]\},\{[q_{61}],[q_{51}]\},\{[q_{81}],[q_{71}]\},\{[q_{41}q_{71}]\},\{[q_{21}q_{51}]\}\}\\
&R(1) = R(2)
\end{aligned}
$$

Автомат M_3' после минимизации:

$$
\begin{aligned}
M_3'' &= (Q_3'', \Sigma, \delta_3'', q_3'', F_3'')\\
q_3'' &= [q_{150}q_{31}q_{41}]\\
Q_3'' &= \{[q_{150}q_{31}q_{41}],[q_{11}],[q_{61}q_{51}],[q_{21}q_{51}],[q_{81}q_{71}],[q_{41}q_{71}]\}\\
F_3'' &= \{[q_{81}q_{71}],[q_{41}q_{71}]\}
\end{aligned}
$$

Множество переходов автомата δ_3''

$$
\begin{array}{lll}
\delta_3'([q_{150}q_{31}q_{41}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{150}q_{31}q_{41}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{150}q_{31}q_{41}],c) = \{[q_{61}q_{51}]\}\\
\delta_3'([q_{11}],a) = \{[q_{150}q_{31}q_{41}]\} & \delta_3'([q_{11}],b) = \{[q_{150}q_{31}q_{41}]\} & \\
\delta_3'([q_{61}q_{51}],b) = \{[q_{71}q_{81}]\} & \delta_3'([q_{61}q_{51}],c) = \{[q_{71}q_{81}]\} & \\
\delta_3'([q_{21}q_{51}],a) = \{[q_{150}q_{31}q_{41}]\} & \delta_3'([q_{21}q_{51}],b) = \{[q_{41}q_{71}]\} & \delta_3'([q_{21}q_{51}],c) = \{[q_{71}q_{81}]\}\\
\delta_3'([q_{71}q_{81}],b) = \{[q_{61}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{71}q_{81}],c) = \{[q_{61}q_{51}]\} & \\
\delta_3'([q_{41}q_{71}],a) = \{[q_{11}]\} & \delta_3'([q_{41}q_{71}],b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta_3'([q_{41}q_{71}],c) = \{[q_{61}q_{51}]\}
\end{array}
$$

2.10 Построение диаграмм состояний минимального ДКА M

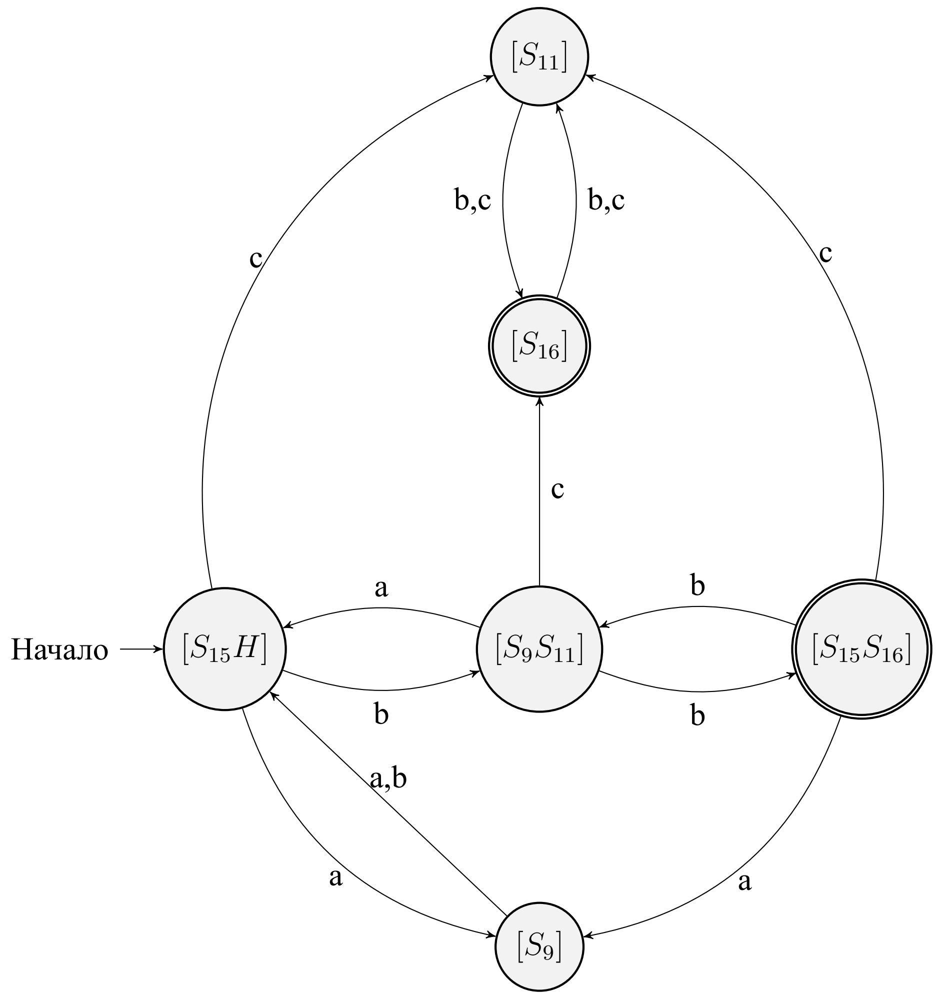

Рис. 24: Диаграмма состояний ДКА M_1''

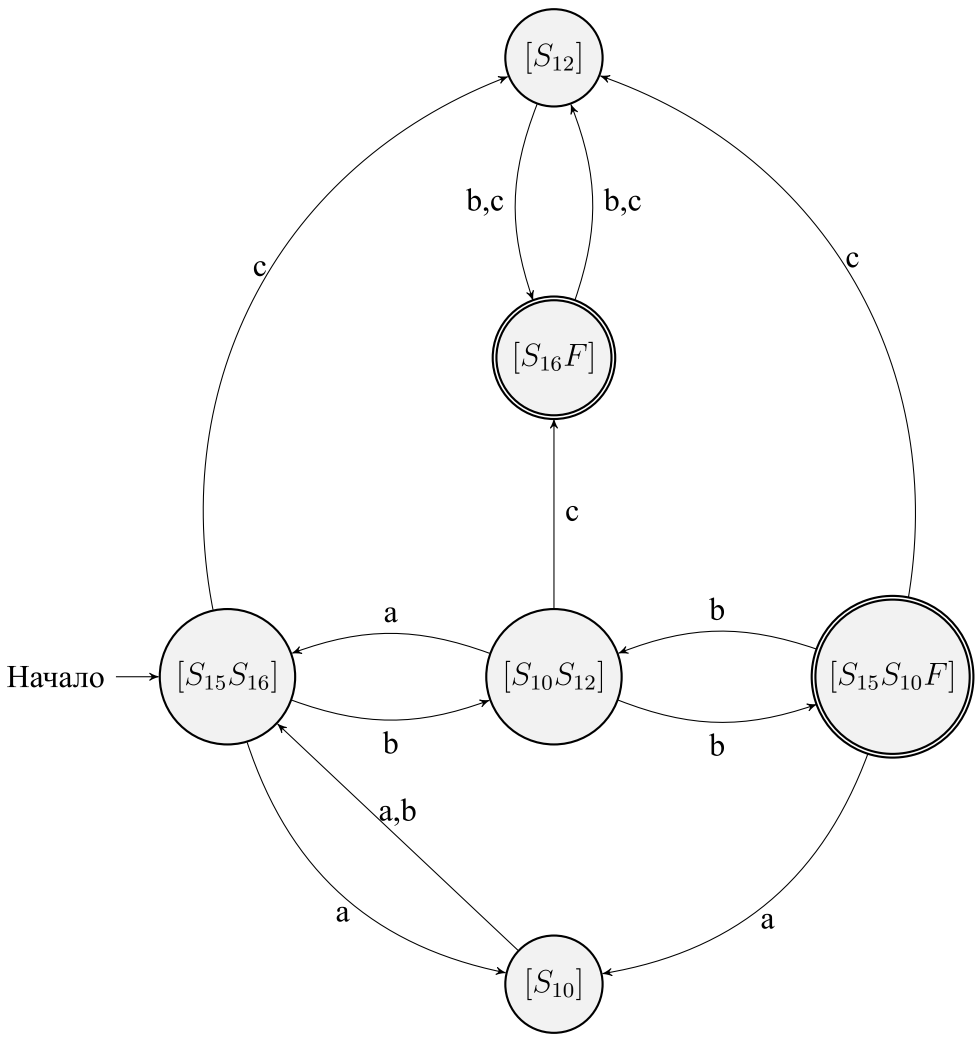

Рис. 25: Диаграмма состояний ДКА M_2''

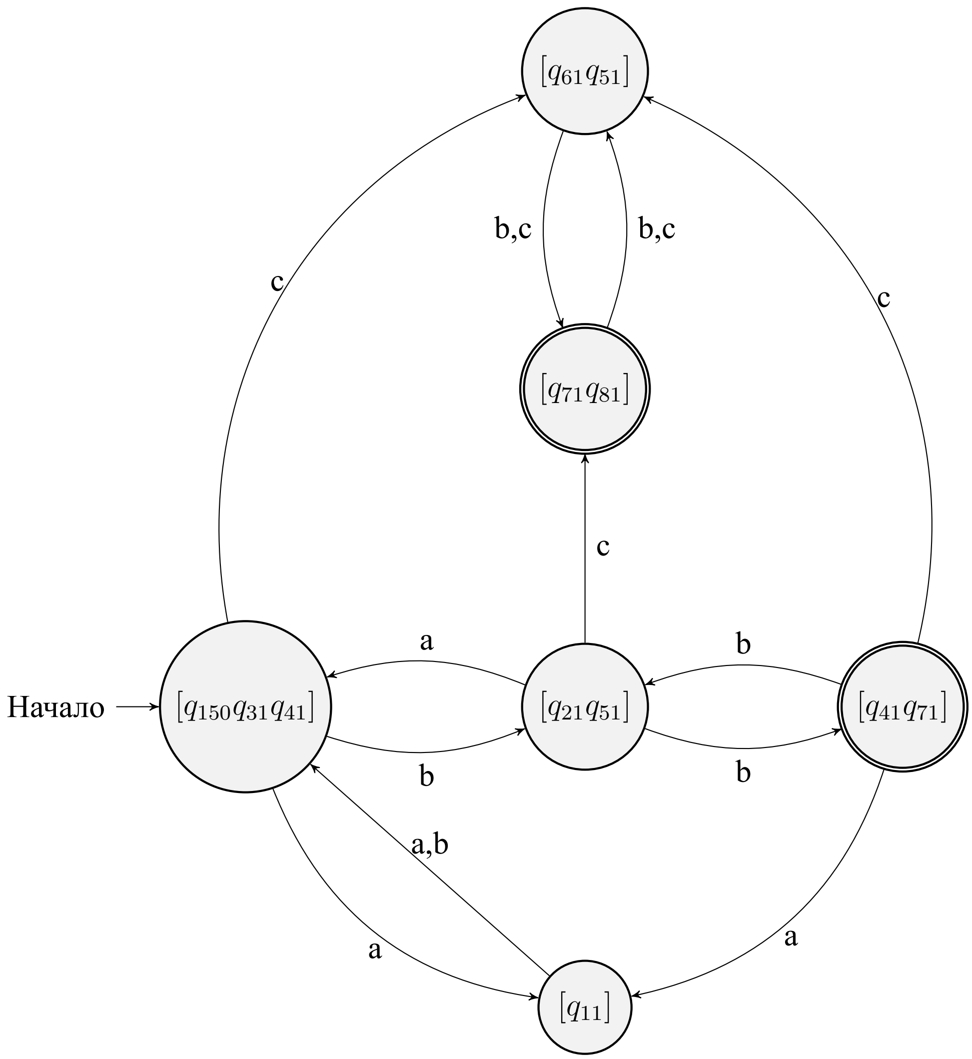

Рис. 26: Диаграмма состояний ДКА M_3''

2.11 Обратные преобразования

2.11.1 Построение леволинейной и праволинейной грамматик по минимальному ДКА M

Анализируя графы переходов детерменированных минимальных конечных автоматов M_1'', M_2'' и M_3'' можно сказать, что полученные автоматы полностью идентичны. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать один автомат $M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$. Переобозначим его состояния для удобства

$$\begin{aligned} M &= (Q, \Sigma, \delta, q, F) \\ q &= H \\ Q &= \{H, A, B, C, F_1, F_2\} \\ F &= \{F_1, F_2\} \end{aligned}$$

Множество переходов автомата M

$$\begin{array}{lll} \delta(H,a) = \{A\} & \delta(H,b) = \{B\} & \delta(H,c) = \{C\} \\ \delta(A,a) = \{H\} & \delta(A,b) = \{H\} & \\ \delta(C,b) = \{F_2\} & \delta(C,c) = \{F_2\} & \\ \delta(B,a) = \{H\} & \delta(B,b) = \{F_1\} & \delta(B,c) = \{F_2\} \\ \delta(F_2,b) = \{C\} & \delta(F_2,c) = \{C\} & \\ \delta(F_1,a) = \{A\} & \delta(F_1,b) = \{B\} & \delta(F_1,c) = \{C\} \end{array}$$

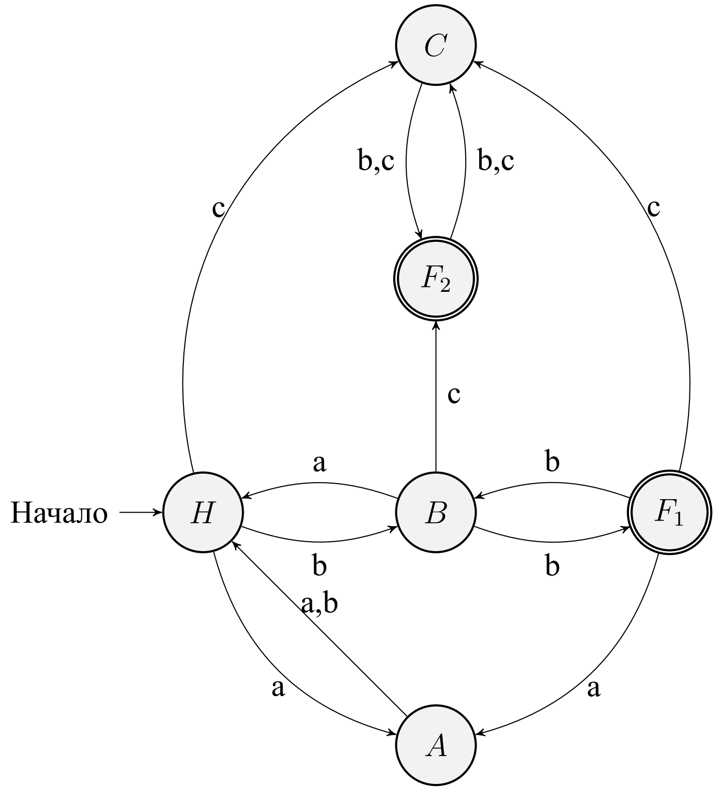

Рис. 27: Диаграмма состояний ДКА M

2.11.1.1 Леволинейная грамматика $G' = (\aleph', \Sigma', P', S')$

$$
\begin{aligned}
&\aleph' = Q \cup \{S\} = \{H, A, B, C, F_1, F_2, S\} \\
&S' = S \\
&G' = \left(\begin{array}{l}
\{H, A, B, C, F_1, F_2, S\}, \{a, b, c\}, \\
\left\{ \begin{array}{l}
S \to F_1|F_2 \\
H \to Ba|Aa|Ab|\varepsilon \\
A \to Ha|F_1a \\
B \to F_1b|Hb \\
C \to Hc|F_1c|F_2b|F_2c \\
F_1 \to Bb \\
F_2 \to Bc|Cb|Cc
\end{array} \right\}, S
\end{array} \right)
\end{aligned}
$$

2.11.1.2 Праволинейная грамматика $G'' = (\aleph'', \Sigma'', P'', S'')$

$$
\begin{aligned}
&\aleph'' = Q = \{H, A, B, C, F_1, F_2\} \\
&S'' = H \\
&G'' = \left(\begin{array}{l}
\{H, A, B, C, F_1, F_2\}, \{a, b, c\}, \\
\left\{ \begin{array}{l}
H \to aA|bB|cC \\
A \to aH|bH \\
B \to aH|bF_1|cF_2 \\
C \to bF_2|cF_2 \\
F_1 \to aA|bB|cC|\varepsilon \\
F_2 \to bC|cC|\varepsilon
\end{array} \right\}, H
\end{array} \right)
\end{aligned}
$$

2.11.2 Построение регулярных выражений p_1, p_2 для построенных регулярых грамматик

2.11.2.1 СУРК в левосторонней форме записи

$$\begin{cases} S = F_1 + F_2 \\ H = Ba + Aa + Ab + \varepsilon \\ A = Ha + F_1a \\ B = F_1b + Hb \\ C = Hc + F_1c + F_2b + F_2c \\ F_1 = Bb \\ F_2 = Bc + Cb + Cc \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S &= F_1 + F_2 = Bb + Bc + Cb + Cc = (B + C)(b + c) \\ B + C &= F_1b + Hb + Hc + F_1c + F_2b + F_2c = (F_1 + H + F_2)(b + c) \\ F_1 + H + F_2 &= Bb + Ba + Aa + Ab + \varepsilon + Bc + Cb + Cc = \\ &= (A + B)(a + b) + (B + C)(b + c) + \varepsilon = (A + B)(a + b) + (F_1 + H + F_2)(b + c)(b + c) + \\ A + B &= Ha + F_1a + F_1b + Hb = (H + F_1)(a + b) = (Ba + Aa + Ab + Bb + \varepsilon)(a + b) = \\ &= ((A + B)(a + b) + \varepsilon)(a + b) = \\ &= (A + B)(a + b)(a + b) + (a + b) = \beta\alpha^* = (a + b)((a + b)(a + b))^* \\ F_1 + H + F_2 &= (a + b)((a + b)(a + b))^*(a + b) + \varepsilon + (F_1 + H + F_2)(b + c)(b + c) = \\ &= \beta\alpha^* = ((a + b)(a + b)((a + b)(a + b))^* + \varepsilon)((b + c)(b + c))^* = \\ &= (((a + b)(a + b))^+ + \varepsilon)((b + c)(b + c))^* = ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^* \\ S &= ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^*(b + c)(b + c) = ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+ \\ p_1 &= ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+ \end{aligned}$$

2.11.2.2 СУРК в правосторонней форме записи

$$\begin{cases} H = aA + bB + cC \\ A = aH + bH \\ B = aH + bF_1 + cF_2 \\ C = bF_2 + cF_2 \\ F_1 = aA + bB + cC + \varepsilon \\ F_2 = bC + cC + \varepsilon \end{cases}$$

$F_1 = H + \varepsilon$
$C = (b+c)F_2$
$F_2 = (b+c)C + \varepsilon = (b+c)(b+c)F_2 + \varepsilon = \alpha^*\beta = ((b+c)(b+c))^*$
$C = (b+c)F_2 = (b+c)((b+c)(b+c))^*$
$H = a(a+b)H + b(aH + bF_1 + cF_2) + cC = a(a+b)H + b(aH + b(H+\varepsilon) + cF_2) + c(b+c)F_2 =$
$= a(a+b)H + baH + bbH + bb + bcF_2 + c(b+c)F_2 = (a+b)(a+b)H + bb + (bc+cb+cc)F_2 =$
$= \alpha^*\beta = ((a+b)(a+b))^*(bb + (bc+cb+cc)F_2)$
$p_2 = ((a+b)(a+b))^*(bb + (bc+cb+cc)F_2)$

Пусть L_p — язык, порождаемый регулярным выражением $p = ((a+b)^2)^*((b+c)^2)^+$, а L_{p3} — язык, порождаемый p_3 Пусть $m_1 = ((a+b)(a+b))$, $m_2 = ((b+c)(b+c))$, $S_1 = ((a+b)(a+b))^*$, $S_2 = ((b+c)(b+c))^*$

$$H = S_1(bb + (bc+cb+cc)S_2) = S_1bb + S_1bcS_2 + S_1cbS_2 + S_1ccS_2$$

Рассмотрим случаи:

1. Пусть цепочка удовлетворяет S_1bb, тогда она удовлетворяет и выражению p;
2. Пусть цепочка удовлетворяет S_1bcS_2, тогда она удовлетворяет и выражению p;
3. Пусть цепочка удовлетворяет S_1cbS_2, тогда она удовлетворяет и выражению p;
4. Пусть цепочка удовлетворяет S_1ccS_2, тогда она удовлетворяет и выражению p;

Из этого следует, что $L_{p3} \subset L_p$. Осталось доказать обратное. При взятии $S_2 = \varepsilon$

$$\{S_1bb, S_1bc, S_1cb, S_1cc | S_1 \in \{aa, ab, ba, bb, \dots\}\} \subset L_{p3}$$

Так как можно взять $S_1 = m_1^*bb$:

$$\{m_1^*bbcbS_2, m_1^*bbccS_2, m_1^*bbcbS_2, m_1^*bbbb | S_2 \in \{bb, bc, cb, cc, \dots\}\} \subset L_{p3}$$

Отсюда выходит, что $L_p \subset L_{p3}$, а значит $L_p = L_{p3}$, то есть $p_3 = p$

2.11.3 Построение регулярного выражения p_3 По минимальному КА M

Система уравнений с регулярными коэффициентами в правосторонней форме записи

$$\begin{cases} H = \varnothing + \varnothing H + aA + bB + cC + \varnothing F_1 + \varnothing F_2 \\ A = \varnothing + (a+b)H + \varnothing A + \varnothing B + \varnothing C + \varnothing F_1 + \varnothing F_2 \\ B = \varnothing + aH + \varnothing A + \varnothing B + \varnothing C + bF_1 + cF_2 \\ C = \varnothing + \varnothing H + \varnothing A + \varnothing C + \varnothing F_1 + (b+c)F_2 \\ F_1 = \varepsilon + \varnothing H + aA + bB + cC + \varnothing F_1 + \varnothing F_2 \\ F_2 = \varepsilon + \varnothing H + \varnothing A + \varnothing B + (b+c)C + \varnothing F_1 + \varnothing F_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H = aA + bB + cC \\ A = aH + bH \\ B = aH + bF_1 + cF_2 \\ C = bF_2 + cF_2 \\ F_1 = aA + bB + cC + \varepsilon \\ F_2 = bC + cC + \varepsilon \end{cases}$$

Так как СУРК совпадает с СУРКом в правосторонней форме записи, то решение будет аналогичным и ответ будет совпадать

$$p_3 = ((a+b)(a+b))^*((b+c)(b+c))^+$$

2.11.4 Построение регулярных множеств L_1, L_2, L_3 по регулярным выражениям p_1, p_2, p_3

Полученные выражения p_1, p_2, p_3 эквивалентны, следовательно, множества, которые они описывают, также эквивалентны. Построение языка для регулярного выражения:

$$p = ((a+b)(a+b))^*((b+c)(b+c))^+$$
$$L_1 = \left\{((a,b)^2)^k \cdot ((b,c)^2)^m | \forall k \geq 0, m > 0, k, m \in \mathbb{Z}\right\}$$

2.11.5 Сравнение исходного языка L и полученного

Для исходного языка

$$L = \left\{((a,b)^2)^k \cdot ((b,c)^2)^m | \forall k \geq 0, m > 0, k, m \in \mathbb{Z}\right\}$$

Ранее было получено регулярное выражение вида:

$$p = ((a+b)(a+b))^*((b+c)(b+c))^+$$

Полученный и исходный языки эквивалентны.