

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.  
Туполева-КАИ»  
(КНИТУ-КАИ)

Институт Компьютерных технологий и защиты информации

(наименование института)

Кафедра Прикладной математики и информатики

(наименование кафедры)

## **ДОМАШНЯЯ РАБОТА**

**по дисциплине**

**«Теория формальных языков и методы трансляции»**

**Вариант 2.14**

Выполнил студент группы 4312

Д.Д.Наумихин

(ФИО)

# Содержание

<b>1</b>	<b>Определение типа языка L</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Регулярный язык</b>	<b>3</b>
2.1	Приведите искомого множества к регулярному виду . . . . .	3
2.2	Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества . . .	3
2.3	Получение регулярной грамматики . . . . .	4
2.3.1	Построение левوليнейной и праволинейной грамматик . . . . .	4
2.3.2	Приведение грамматики . . . . .	6
2.3.2.1	Проверка пустоты . . . . .	6
2.3.2.2	Удаление бесполезных символов . . . . .	8
2.3.2.3	Удаление недостижимых символов . . . . .	9
2.3.2.4	Удаление пустых правил . . . . .	10
2.3.2.5	Удаление цепных правил . . . . .	11
2.3.2.6	Удаление бесполезных символов грамматик $G'_{19}$ и $G''_{18}$ . . . . .	15
2.3.2.7	Удаление недостижимых символов грамматик $G'_{19}$ и $G''_{18}$ . . . . .	16
2.3.3	Построение конечного автомата для приведенной грамматики . . . . .	17
2.3.3.1	Приведение к автоматному виду . . . . .	17
2.3.3.2	Построение конечных автоматов $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для автоматных грамматик $G'_{20}$ и $G''_{19}$ . . . . .	18
2.3.3.3	Построение диаграммы состояний автомата $M$ . . . . .	19
2.4	Построение КА по регулярному выражению . . . . .	20
2.4.1	Построение КА $M_3$ . . . . .	20
2.5	Определение детерминированности построенных автоматов $M_1, M_2, M_3$ . . . .	33
2.6	Построение детерминированных конечных автоматов для НКА $M_1, M_2, M_3$ . . .	34
2.6.1	ДКА для $M_1$ . . . . .	34
2.6.2	ДКА для $M_2$ . . . . .	35
2.6.3	ДКА для $M_3$ . . . . .	36
2.6.3.1	Удаление недостижимых символов . . . . .	36
2.6.3.2	Построение ДКА . . . . .	37
2.7	Удаление недостижимых состояний для автоматов $M_1, M_2, M_3$ . . . . .	39
2.7.1	Для автомата $M_1$ . . . . .	39
2.7.2	Для автомата $M_2$ . . . . .	39
2.7.3	Для автомата $M_3$ . . . . .	40
2.8	Диаграммы состояний построенных детерминированных автоматов $M'_1, M'_2, M'_3$ без недостижимых состояний . . . . .	41
2.9	Построение минимальных ДКА $M$ . . . . .	43
2.9.1	Минимизация ДКА $M'_1$ . . . . .	43
2.9.2	Минимизация ДКА $M'_2$ . . . . .	43
2.9.3	Минимизация ДКА $M'_3$ . . . . .	43

$$L = \{((a, b)^2)^k \cdot ((b, c)^2)^m : \forall k \geq 0, m > 0, k, m \in \mathbb{Z}\} \quad (1)$$

## 1 Определение типа языка L

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

1. Множества  $\{a\}, \{b\}, \{c\}$  являются регулярными по определению;
2. Множества

$$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \quad (2)$$

$$\{b\} \cup \{c\} = \{b, c\} \quad (3)$$

регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество

3. Множества

$$S_1 = \{a, b\}\{a, b\} \quad (4)$$

$$S_2 = \{b, c\}\{b, c\} \quad (5)$$

регулярны, поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

4. Множества

$$S_1^* \quad (6)$$

$$S_2^+ = S_2 \cdot S_2^* \quad (7)$$

регулярны, поскольку итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:

$$S_3 = S_1^* \cdot S_2^+ \quad (8)$$

есть регулярное множество.

## 2 Регулярный язык

### 2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$(\{a, b\} \cdot \{a, b\})^* \cdot (\{b, c\} \cdot \{b, c\})^+ \quad (9)$$

### 2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества

$$p = ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+ \quad (10)$$

## 2.3 Получение регулярной грамматики

### 2.3.1 Построение левостолбчатой и правостолбчатой грамматик

$$p = \underbrace{\left( \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{a}_1 + \underbrace{b}_2}_{9} \right) \cdot \left( \underbrace{\underbrace{a}_3 + \underbrace{b}_4}_{10} \right)}_{13} \right)^*}_{15} \cdot \underbrace{\left( \underbrace{\left( \underbrace{\underbrace{b}_5 + \underbrace{c}_6}_{11} \right) \cdot \left( \underbrace{\underbrace{b}_7 + \underbrace{c}_8}_{12} \right)}_{14} \right)^+}_{16} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} G_1 &= \left( \begin{array}{l} \{S_1\}, \Sigma, \\ \{S_1 \rightarrow a\}, S_1 \end{array} \right), G_2 = \left( \begin{array}{l} \{S_2\}, \Sigma, \\ \{S_2 \rightarrow b\}, S_2 \end{array} \right) \\ G_3 &= \left( \begin{array}{l} \{S_3\}, \Sigma, \\ \{S_3 \rightarrow a\}, S_3 \end{array} \right), G_4 = \left( \begin{array}{l} \{S_4\}, \Sigma, \\ \{S_4 \rightarrow b\}, S_4 \end{array} \right) \\ G_5 &= \left( \begin{array}{l} \{S_5\}, \Sigma, \\ \{S_5 \rightarrow b\}, S_5 \end{array} \right), G_6 = \left( \begin{array}{l} \{S_6\}, \Sigma, \\ \{S_6 \rightarrow c\}, S_6 \end{array} \right) \\ G_7 &= \left( \begin{array}{l} \{S_7\}, \Sigma, \\ \{S_7 \rightarrow b\}, S_7 \end{array} \right), G_8 = \left( \begin{array}{l} \{S_8\}, \Sigma, \\ \{S_8 \rightarrow c\}, S_8 \end{array} \right) \\ G_9 &= \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a \\ S_2 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_9 \end{array} \right), G_{10} = \left( \begin{array}{l} \{S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a \\ S_4 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_{10} \end{array} \right) \\ G_{11} &= \left( \begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b \\ S_6 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{11} \end{array} \right), G_{12} = \left( \begin{array}{l} \{S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b \\ S_8 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{12} \end{array} \right) \\ G'_{13} &= \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a, S_2 \rightarrow b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \end{array} \right\}, S_{10} \end{array} \right) G''_{13} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a, S_4 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_9 \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G'_{14} &= \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b, S_6 \rightarrow c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \end{array} \right\}, S_{12} \end{array} \right), G''_{14} = \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b, S_8 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{11} \end{array} \right) \\
G'_{15} &= \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \\ S_{15} \rightarrow S_{10}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right), G''_{15} = \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|a \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|b \\ S_{15} \rightarrow S_9|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right) \\
G'_{16} &= \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow S_{16}b|b \\ S_6 \rightarrow S_{16}c|c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{16} \rightarrow S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right), G''_{16} = \left( \begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{16} \rightarrow S_{11} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right) \\
G'_{17} &= \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_{10}|\varepsilon & S_{16} \rightarrow S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right) \\
G''_{17} &= \left( \begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16} & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16} & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow S_9|S_{16} & S_{16} \rightarrow S_{11} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)
\end{aligned}$$

## 2.3.2 Приведение грамматики

### 2.3.2.1 Проверка пустоты

- Для левостроительной грамматики  $G'_{17}$

$$\begin{aligned}C_0 &= \emptyset \\C_1 &= \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\C_2 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\r_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\end{aligned}$$

Так как

$$S = S_{16} \in C_7 \implies L(G'_{17}) \neq \emptyset \quad (12)$$

- Для правостроительной грамматики  $G''_{17}$

$$\begin{aligned}C_0 &= \emptyset \\C_1 &= \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\C_2 &= \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\C_3 &= \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\C_4 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\C_5 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_6 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\end{aligned}$$

Так как

$$S = S_{15} \in C_{11} \implies L(G''_{17}) \neq \emptyset \quad (13)$$

### 2.3.2.2 Удаление бесполезных символов

- Для левوليнейной грамматики  $G'_{17}$

$$\begin{aligned}
C_0 &= \emptyset \\
C_1 &= \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\
r_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{17}$  не изменилась.

- Для праволинейной грамматики  $G''_{17}$

$$\begin{aligned}
C_0 &= \emptyset \\
C_1 &= \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\
C_2 &= \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_3 &= \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_6 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G''_{17}$  не изменилась.



### 2.3.2.3 Удаление недостижимых символов

- Для левостроной грамматики  $G'_{17}$

$$\begin{aligned}
C_0 &= \{S_{16}\} \\
C_1 &= \{S_{12}\} \cup C_0 = \{S_{12}, S_{16}\} \\
C_2 &= \{S_7, S_8, S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \\
C_3 &= \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_4 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_6 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_5 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_6 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_8 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_8 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph
\end{aligned}$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{17}$  не изменилась.

- Для правостроной грамматики  $G''_{17}$

$$\begin{aligned}
C_0 &= \{S_{15}\} \\
C_1 &= \{S_9, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_9, S_{15}, S_{16}\} \\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_9, S_{11}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{16}, a, b\} \cup C_2 = \\
&= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_3 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_4 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\
C_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_5 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph
\end{aligned}$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика  $G''_{17}$  не изменилась.

### 2.3.2.4 Удаление пустых правил

- Для левостроной грамматики  $G'_{17}$

$$C_0 = \{S_{15}\}$$

$$C_1 = \emptyset \cup C_0 = \{S_{15}\} = C_0$$

Итоговая грамматика  $G'_{18}$  без пустых правил и после добавления новых примет вид

$$G'_{18} = \left( \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_{10} & S_{16} \rightarrow S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \right)$$

- Для правостроной грамматики  $G''_{17}$

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \emptyset \cup C_0 = \emptyset = C_0$$

Пустых правил нет, следовательно, грамматика  $G''_{17}$  не поменялась.

### 2.3.2.5 Удаление цепных правил

- Строим последовательность множеств  $\aleph_i^X$  для левостолбчатой грамматики  $G'_{18}$

$$\begin{aligned}
\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_0} = \{S_0\} \\ \aleph_1^{S_0} = \{S_0\} \end{array} \right\} &\Rightarrow \aleph^{S_0} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_1} = \{S_1\} \\ \aleph_1^{S_1} = \{S_1\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_1} = \emptyset \\
\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_2} = \{S_2\} \\ \aleph_1^{S_2} = \{S_2\} \end{array} \right\} &\Rightarrow \aleph^{S_2} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_3} = \{S_3\} \\ \aleph_1^{S_3} = \{S_3\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_3} = \emptyset \\
\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_4} = \{S_4\} \\ \aleph_1^{S_4} = \{S_4\} \end{array} \right\} &\Rightarrow \aleph^{S_4} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_5} = \{S_5\} \\ \aleph_1^{S_5} = \{S_5\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_5} = \emptyset \\
\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_6} = \{S_6\} \\ \aleph_1^{S_6} = \{S_6\} \end{array} \right\} &\Rightarrow \aleph^{S_6} = \emptyset \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_7} = \{S_7\} \\ \aleph_1^{S_7} = \{S_7\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_7} = \emptyset \\
&\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_8} = \{S_8\} \\ \aleph_1^{S_8} = \{S_8\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_8} = \emptyset \\
&\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_9} = \{S_9\} \\ \aleph_1^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \\ \aleph_2^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_9} = \{S_1, S_2\} \\
&\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_1^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\ \aleph_2^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{10}} = \{S_3, S_4\} \\
&\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{11}} = \{S_{11}\} \\ \aleph_1^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \\ \aleph_2^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{11}} = \{S_5, S_6\} \\
&\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{12}} = \{S_{12}\} \\ \aleph_1^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\ \aleph_2^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{12}} = \{S_7, S_8\} \\
&\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{15}} = \{S_{15}\} \\ \aleph_1^{S_{15}} = \{S_{10}, S_{15}\} \\ \aleph_2^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\} \\ \aleph_3^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\
&\left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{16}} = \{S_{16}\} \\ \aleph_1^{S_{16}} = \{S_{12}, S_{16}\} \\ \aleph_2^{S_{16}} = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \\ \aleph_3^{S_{16}} = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{16}} = \{S_7, S_8, S_{12}\}
\end{aligned}$$

Множество правил  $P'_{19}$  содержит все правила грамматики  $G'_{18}$  кроме цепных:

$$P'_{19} = \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \end{array} \right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P'_{19} = P'_{19} \cup \{(B \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P, A \in \aleph^B\},$$

ТО ЕСТЬ

$$P'_{19} = P'_{19} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \rightarrow S_9a|S_9b \\ S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c & S_{12} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G'_{19}$  примет следующий вид

$$G'_{19} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c|c \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \rightarrow S_9a|S_9b \\ S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c & S_{12} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Строим последовательность множеств  $\aleph_i^X$  для праволинейной грамматики  $G_{17}'''$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_0} = \{S_0\} \\ \aleph_1^{S_0} = \{S_0\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_0} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_1} = \{S_1\} \\ \aleph_1^{S_1} = \{S_1\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_1} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_2} = \{S_2\} \\ \aleph_1^{S_2} = \{S_2\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_2} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_3} = \{S_3\} \\ \aleph_1^{S_3} = \{S_3\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_3} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_4} = \{S_4\} \\ \aleph_1^{S_4} = \{S_4\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_4} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_5} = \{S_5\} \\ \aleph_1^{S_5} = \{S_5\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_5} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_6} = \{S_6\} \\ \aleph_1^{S_6} = \{S_6\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_6} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_7} = \{S_7\} \\ \aleph_1^{S_7} = \{S_7\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_7} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_8} = \{S_8\} \\ \aleph_1^{S_8} = \{S_8\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_8} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_9} = \{S_9\} \\ \aleph_1^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \\ \aleph_2^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_9} = \{S_1, S_2\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_1^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\ \aleph_2^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{10}} = \{S_3, S_4\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{11}} = \{S_{11}\} \\ \aleph_1^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \\ \aleph_2^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{11}} = \{S_5, S_6\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{12}} = \{S_{12}\} \\ \aleph_1^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\ \aleph_2^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{12}} = \{S_7, S_8\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{15}} = \{S_{15}\} \\ \aleph_1^{S_{15}} = \{S_9, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_2^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_3^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_4^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{16}} = \{S_{16}\} \\ \aleph_1^{S_{16}} = \{S_{11}, S_{16}\} \\ \aleph_2^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{16}\} \\ \aleph_3^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{16}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}\}
\end{aligned}$$

Множество правил  $P_{18}''$  содержит все правила грамматики  $G_{17}'''$  кроме цепных:

$$P_{18}'' = \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16} & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16} & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \end{array} \right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P_{18}'' = P_{18}'' \cup \{(B \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P, A \in \aleph^B\},$$

то есть

$$P''_{18} = P''_{18} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} \\ S_{11} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G''_{18}$  примет следующий вид

$$G''_{18} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16} & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16} & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_9 \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} \\ S_{11} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

Так как при удалении пустых правил и цепных правил лево- и праволинейной грамматик произошло их изменение, то необходимо повторить удаление бесполезных и недостижимых символов.

### 2.3.2.6 Удаление бесполезных символов грамматик $G'_{19}$ и $G''_{18}$

- Для левостроительной грамматики  $G'_{19}$

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{16}\}$$

$$C_2 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G'_{19}$  не изменилась.

- Для правостроительной грамматики  $G''_{18}$

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \cup C_0 = \{S_7, S_8, S_{12}\}$$

$$C_2 = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_3 = \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 =$$

$$= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_3 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_4 =$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика  $G''_{18}$  не изменилась.

### 2.3.2.7 Удаление недостижимых символов грамматик $G'_{19}$ и $G''_{18}$

- Для левостолбчатой грамматики  $G'_{19}$

$$\begin{aligned} C_0 &= \{S_{16}\} \\ C_1 &= \{S_9, S_{11}, a, b, c\} \cup C_0 = \{S_9, S_{11}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_2 &= \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_1 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_3 &= \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику  $G'_{20}$  без недостижимых символов

$$\begin{aligned} \mathbb{N}'_{20} &= \mathbb{N}'_{19} \cap C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\ \Sigma'_{20} &= \Sigma'_{19} \cap C_3 = \{a, b, c\} \\ P'_{20} &= \{(A \rightarrow \alpha) \mid \forall (A \rightarrow \alpha) \in P'_{18}, A \in \mathbb{N}'_{19}, \alpha \in (\Sigma'_{19} \cup \mathbb{N}'_{19})^*\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\} \\ S'_{20} &\equiv S_{16} \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G'_{20}$  примет вид

$$G'_{20} = \left( \begin{array}{l} \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c|b|c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Для правостолбчатой грамматики  $G''_{18}$

$$\begin{aligned} C_0 &= \{S_{15}\} \\ C_1 &= \{S_{10}, S_{12}, a, b, c\} \cup C_0 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, a, b, c\} \\ C_2 &= \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_1 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_3 &= \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику  $G''_{19}$  без недостижимых символов

$$\begin{aligned} \mathbb{N}''_{19} &= \mathbb{N}''_{18} \cap C_3 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \Sigma''_{19} &= \Sigma''_{18} \cap C_3 = \{a, b, c\} \\ P''_{19} &= \{(A \rightarrow \alpha) \mid \forall (A \rightarrow \alpha) \in P''_{18}, A \in \mathbb{N}''_{18}, \alpha \in (\Sigma''_{18} \cup \mathbb{N}''_{18})^*\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\} \\ S''_{19} &\equiv S_{15} \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика  $G''_{19}$  примет вид

$$G''_{19} = \left( \begin{array}{l} \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|bS_{15}|bS_{16} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10}|bS_{12}|cS_{12} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$



## 2.3.3 Построение конечного автомата для приведенной грамматики

### 2.3.3.1 Приведение к автоматному виду

Все правила в заданной грамматике имеют вид

$$P'_{20} \subset \{A \rightarrow Bx \mid x: A, B \in \mathbb{N}, x \in \Sigma\}$$

для левوليнейной грамматики, а для праволинейной

$$P''_{19} \subset \{A \rightarrow xB \mid x: A, B \in \mathbb{N}, x \in \Sigma\}$$

А это в свою очередь значит, по построению, что правила данных грамматик  $G'_{20}$  и  $G''_{19}$  удовлетворяют определению автоматной грамматики, а, значит, изменение данных грамматик не производится.

**2.3.3.2 Построение конечных автоматов  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  и  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  для автоматных грамматик  $G'_{20}$  и  $G''_{19}$ .**

- Построение автомата  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  для левوليнейной грамматики производится следующим образом:
  - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
  - Добавляется новое состояние — начальное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_1 = \aleph'_{20} \cup \{H\} = \{H, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние:

$$q_1 \equiv H$$

Множество заключительных состояний содержит целевой символ исходной грамматики

$$F = \{S_{16}\}$$

Множество переходов:

$$\begin{aligned} \delta_1(S_{15}, a) &= \{S_9\} & \delta_1(S_{15}, b) &= \{S_9, S_{11}\} & \delta_1(S_{15}, c) &= \{S_{11}\} \\ \delta_1(S_{16}, b) &= \{S_{11}\} & \delta_1(S_{16}, c) &= \{S_{11}\} \\ \delta_1(S_9, a) &= \{S_{15}\} & \delta_1(S_9, b) &= \{S_{15}, S_{16}\} \\ \delta_1(S_{11}, b) &= \{S_{16}\} & \delta_1(S_{11}, c) &= \{S_{16}\} \\ \delta_1(H, a) &= \{S_9\} & \delta_1(H, b) &= \{S_9, S_{11}\} & \delta_1(H, c) &= \{S_{16}\} \end{aligned}$$

- Построение автомата  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  для левوليнейной грамматики производится следующим образом:
  - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
  - Добавляется новое состояние — заключительное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_2 = \aleph''_{20} \cup \{F\} = \{F, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние — состояние, соответствующее целевому символу исходной грамматики:

$$q_2 \equiv S_{15}$$

Множество заключительных состояний будет содержать новое состояние

$$F_2 = \{F\}$$

Множество переходов:

$$\begin{aligned} \delta_2(S_{10}, a) &= \{S_{15}, S_{16}\} & \delta_2(S_{10}, b) &= \{S_{15}, S_{16}\} \\ \delta_2(S_{12}, b) &= \{S_{16}, F\} & \delta_2(S_{12}, c) &= \{S_{16}, F\} \\ \delta_2(S_{15}, a) &= \{S_{10}\} & \delta_2(S_{15}, b) &= \{S_{10}, S_{12}\} & \delta_2(S_{15}, c) &= \{S_{12}\} \\ \delta_2(S_{16}, b) &= \{S_{12}\} & \delta_2(S_{16}, c) &= \{S_{12}\} \end{aligned}$$

На этом построение конечных автоматов по автоматным грамматикам заканчивается

### 2.3.3.3 Построение диаграммы состояний автомата $M$

Диаграмма состояний конечного автомата — неупорядоченный ориентированный помеченный граф, вершины которого помечены именами состояний автомата и в котором есть дуга из вершины  $A$  к вершине  $B$  и если есть такой символ  $t \in \Sigma$ , для которого существует функция перехода вида  $\delta(A, t) = B$  во множестве  $\delta$  конечного автомата  $M$ . Кроме того, эта дуга помечается списком, состоящих из всех  $t \in \Sigma$ , для которых есть функция перехода  $\delta(A, t) = B$ . Построим диаграммы состояний для КА  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  и  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ .

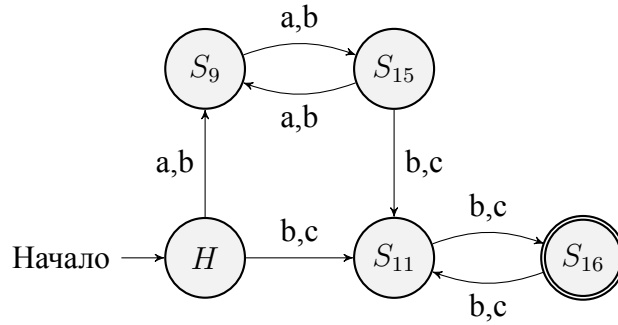


Рис. 1: Диаграмма состояний недетерминированного конечного автомата  $M_1$

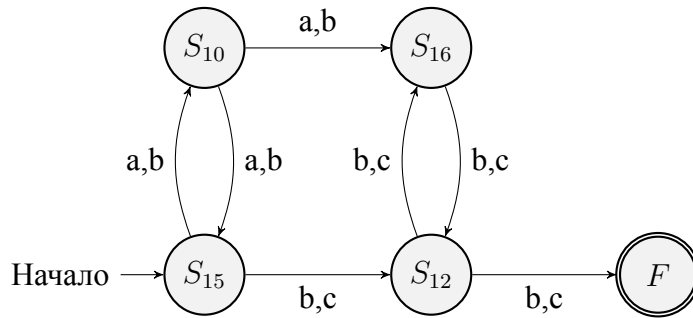


Рис. 2: Диаграмма состояний недетерминированного конечного автомата  $M_2$

На этих диаграммах и далее выделенные состояния являются заключительными.

## 2.4 Построение КА по регулярному выражению

### 2.4.1 Построение КА $M_3$

Выполним построение конечных автоматов для выражения ф-л. (10). Очередность построения конечных автоматов будет определяться таки же образом, как и в случае построения грамматик по регулярному выражению ф-л. (11).

Воспользуемся рекурсивным определением регулярного выражения для построения последовательно конечных автоматов для каждого элементарного регулярного выражения, входящих в состав выражения ф-л. (11). Собственно последний КА и будет являться искомым.

Построим КА для указанных выражений. Каждый КА будем нумеровать по номеру выражения, для которого строится данный КА. Кроме того нумерация состояний КА будет определяться следующим образом: номер каждого состояния будет начинаться с номера конечного автомата.

Для выражения  $a$  конечный автомат примет вид

$$M_1 = (\{q_{10}, q_{11}\}, \Sigma, \delta_1, q_{10}, \{q_{11}\}),$$

где множество переходов  $\delta_1$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_1(q_{10}, a) = \{q_{11}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_1$  примет вид

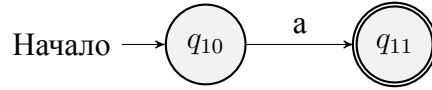


Рис. 3: Диаграмма состояний НКА  $M_1$

Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_2 = (\{q_{20}, q_{21}\}, \Sigma, \delta_2, q_{20}, \{q_{21}\}),$$

где множество переходов  $\delta_2$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_2(q_{20}, b) = \{q_{21}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_2$  примет вид

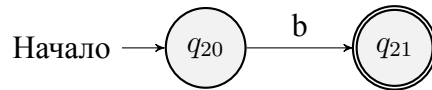


Рис. 4: Диаграмма состояний НКА  $M_2$

Для выражения  $a$  конечный автомат примет вид

$$M_3 = (\{q_{30}, q_{31}\}, \Sigma, \delta_3, q_{30}, \{q_{31}\}),$$

где множество переходов  $\delta_3$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_3(q_{30}, a) = \{q_{31}\}$$

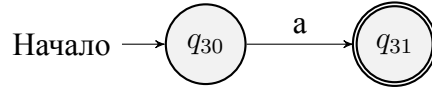


Рис. 5: Диаграмма состояний НКА  $M_3$

Граф переходов построенного КА  $M_3$  примет вид  
 Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_4 = (\{q_{40}, q_{41}\}, \Sigma, \delta_4, q_{40}, \{q_{41}\}),$$

где множество переходов  $\delta_4$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_4(q_{40}, b) = \{q_{41}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_4$  примет вид

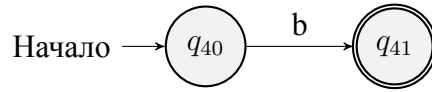


Рис. 6: Диаграмма состояний НКА  $M_4$

Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_5 = (\{q_{50}, q_{51}\}, \Sigma, \delta_5, q_{50}, \{q_{51}\}),$$

где множество переходов  $\delta_5$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_5(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_5$  примет вид

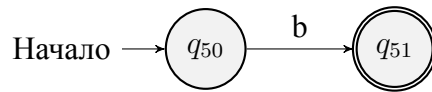


Рис. 7: Диаграмма состояний НКА  $M_5$

Для выражения  $c$  конечный автомат примет вид

$$M_6 = (\{q_{60}, q_{61}\}, \Sigma, \delta_6, q_{60}, \{q_{61}\}),$$

где множество переходов  $\delta_5$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_6(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_6$  примет вид

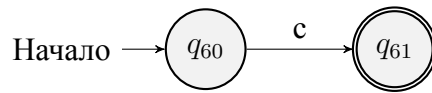


Рис. 8: Диаграмма состояний НКА  $M_6$

Для выражения  $b$  конечный автомат примет вид

$$M_7 = (\{q_{70}, q_{71}\}, \Sigma, \delta_7, q_{70}, \{q_{71}\}),$$

где множество переходов  $\delta_7$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_7(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_7$  примет вид

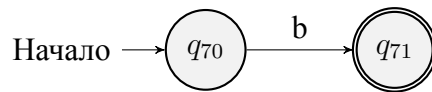


Рис. 9: Диаграмма состояний НКА  $M_7$

Для выражения  $c$  конечный автомат примет вид

$$M_8 = (\{q_{80}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_8, q_{80}, \{q_{81}\}),$$

где множество переходов  $\delta_8$  автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_8(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_8$  примет вид

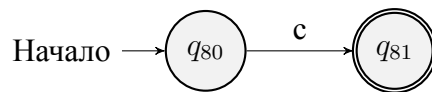


Рис. 10: Диаграмма состояний НКА  $M_8$

Для выражения  $a + b$  строим КА  $M_9 = (Q_9, \Sigma, \delta_9, q_{90}, F_9)$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_9$  получается путем объединения множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{90}$

$$Q_9 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{90}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}\}$$

2.  $q_{90}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_1$  и  $M_2$

$$F_9 = F_1 \cup F_2 = \{q_{11}, q_{21}\}$$

4. Множество переходов  $\delta_9$  строится:

$$\begin{aligned}\delta_9(q_{90}, a) &= \{q_{11}\} & \delta_9(q_{90}, b) &= \{q_{21}\} \\ \delta_9(q_{10}, a) &= \{q_{11}\} \\ \delta_9(q_{20}, b) &= \{q_{21}\}\end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_9$  примет вид

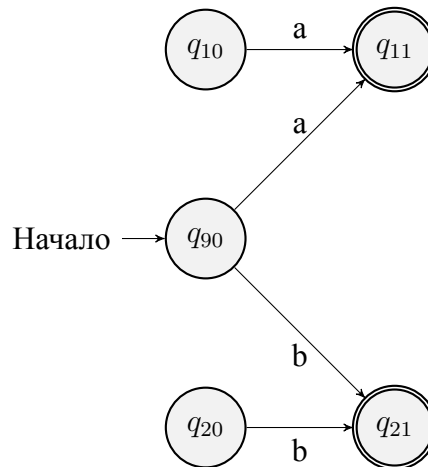


Рис. 11: Диаграмма состояний НКА  $M_9$

Для выражения  $a + b$  строим КА  $M_{10} = (Q_{10}, \Sigma, \delta_{10}, q_{100}, F_{10})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{10}$  получается путем объединений множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{100}$

$$Q_{10} = Q_3 \cup Q_4 \cup \{q_{100}\} = \{q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\}$$

2.  $q_{100}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_3$  и  $M_4$

$$F_{10} = F_3 \cup F_4 = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\begin{aligned}\delta_{10}(q_{100}, a) &= \{q_{31}\} & \delta_{10}(q_{100}, b) &= \{q_{41}\} \\ \delta_{10}(q_{30}, a) &= \{q_{31}\} \\ \delta_{10}(q_{40}, b) &= \{q_{41}\}\end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{10}$  примет вид

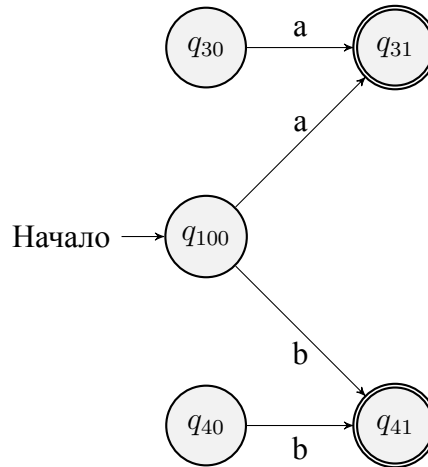


Рис. 12: Диаграмма состояний НКА  $M_{10}$



Для выражения  $b + c$  строим КА  $M_{11} = (Q_{11}, \Sigma, \delta_{11}, q_{110}, F_{11})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{11}$  получается путем объединения множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{110}$

$$Q_{11} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{110}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}\}$$

2.  $q_{110}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_5$  и  $M_6$

$$F_{11} = F_5 \cup F_6 = \{q_{51}, q_{61}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

$$\delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

$$\delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{11}$  примет вид

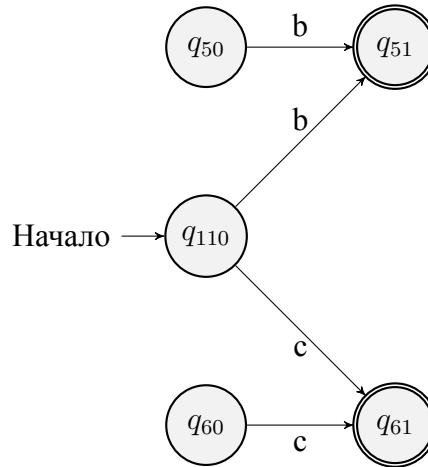


Рис. 13: Диаграмма состояний НКА  $M_{11}$

Для выражения  $b + c$  строим КА  $M_{12} = (Q_{12}, \Sigma, \delta_{12}, q_{120}, F_{12})$  следующим образом:

1. Множество состояний автомата  $M_{12}$  получается путем объединения множества состояний автоматов  $M_1$  и  $M_2$  и нового состояния  $q_{120}$

$$Q_{12} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{120}\} = \{q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\}$$

2.  $q_{120}$  — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний  $M_7$  и  $M_8$

$$F_{12} = F_7 \cup F_8 = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. Множество переходов  $\delta$  строится:

$$\delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} \quad \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\}$$

$$\delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

$$\delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{12}$  примет вид

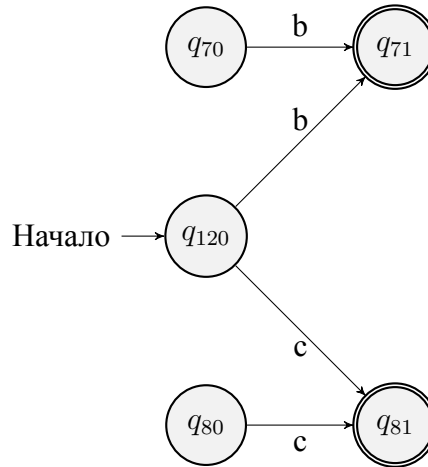


Рис. 14: Диаграмма состояний НКА  $M_{12}$

Для выражения  $(a + b)(a + b)$  строим КА  $M_{13} = (Q_{13}, \Sigma, \delta_{13}, q_{130}, F_{13})$ :

1. множество состояний автомата  $M_{13}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{13} = Q_9 \cup Q_{10} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{13}$  будет начальное состояние автомата  $M_9$

$$q_{130} \equiv q_{90};$$

3. множество заключительных состояний  $F_{13}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{10}$

$$F_{13} = F_{10} = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. множество переходов  $\delta_{13}$  автомата  $M_{13}$  будет содержать переходы автомата  $M_9$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{90}, a) &= \delta_9(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{90}, b) &= \delta_9(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{13}(q_{10}, a) &= \delta_9(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{20}, b) &= \delta_9(q_{20}, b) = \{q_{21}\}, \end{aligned}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{11}, a) &= \emptyset \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{11}, b) &= \emptyset \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{21}, a) &= \emptyset \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{21}, b) &= \emptyset \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\}. \end{aligned}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{10}$

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{100}, a) &= \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{100}, b) &= \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{30}, a) &= \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{40}, b) &= \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{13}$  примет вид:

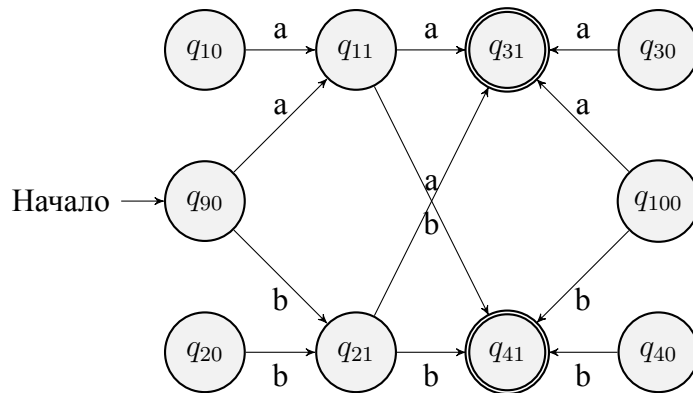


Рис. 15: Диаграмма состояний НКА  $M_{13}$

Для выражения  $(b + c)(b + c)$  строим КА  $M_{14} = (Q_{14}, \Sigma, \delta_{14}, q_{140}, F_{14})$ :

1. множество состояний автомата  $M_{14}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{14} = Q_{11} \cup Q_{12} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{14}$  будет начальное состояние автомата  $M_{11}$

$$q_{140} \equiv q_{110};$$

3. множество заключительных состояний  $F_{14}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{12}$

$$F_{14} = F_{12} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов  $\delta_{14}$  автомата  $M_{14}$  будет содержать переходы автомата  $M_{11}$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{110}, b) &= \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{110}, c) &= \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{14}(q_{50}, b) &= \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{60}, c) &= \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \end{aligned}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{51}, b) &= \emptyset \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{51}, c) &= \emptyset \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{61}, b) &= \emptyset \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{61}, c) &= \emptyset \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\}. \end{aligned}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{12}$

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{120}, b) &= \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{120}, c) &= \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{70}, b) &= \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{80}, c) &= \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{14}$  примет вид:

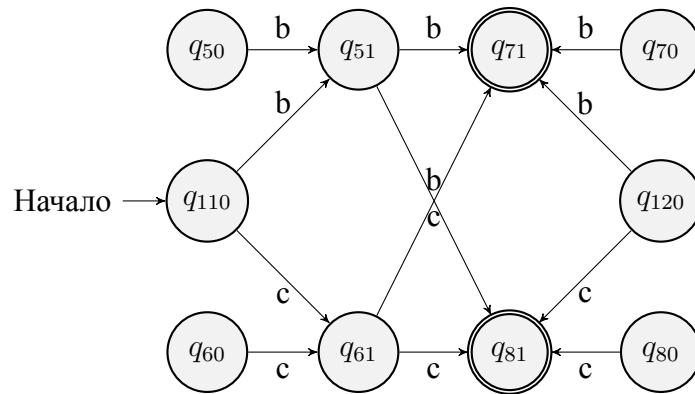


Рис. 16: Диаграмма состояний НКА  $M_{14}$

Для выражения  $((a + b)(a + b))^*$  строим КА  $M_{15} = (Q_{15}, \Sigma, \delta_{15}, q_{150}, F_{15})$ :

1. множество состояний конечного автомата  $M_{13}$  переносится с добавлением нового состояния  $q_{150}$ , состояние  $q_{150}$  — начальное

$$Q_{15} = Q_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}\}.$$

2. множество результирующих состояний переносится с добавлением нового состояния  $q_{150}$

$$F_{15} = F_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{31}, q_{41}, q_{150}\}$$

3. множество переходов  $\delta_{15}$  сохраняет все те переходы из незаключительных состояний, что и в автомате  $M_{13}$

$$\begin{aligned} \delta_{15}(q_{90}, a) &= \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{90}, b) &= \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{10}, a) &= \delta_{13}(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{20}, b) &= \delta_{13}(q_{20}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{100}, a) &= \delta_{13}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{100}, b) &= \delta_{13}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{30}, a) &= \delta_{13}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{40}, b) &= \delta_{13}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{11}, a) &= \delta_{13}(q_{11}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{11}, b) &= \delta_{13}(q_{11}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{21}, a) &= \delta_{13}(q_{21}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{21}, b) &= \delta_{13}(q_{21}, b) = \{q_{41}\}, \end{aligned}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{aligned} \delta_{15}(q_{31}, a) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{31}, b) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{41}, a) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{41}, b) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\}, \end{aligned}$$

для нового начального состояния  $q_{150}$  переносятся все переходы из старого начального состояния  $q_{90}$

$$\delta_{15}(q_{150}, a) = \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} \quad \delta_{15}(q_{150}, b) = \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\}.$$

Граф переходов построенного КА  $M_{15}$  примет вид:

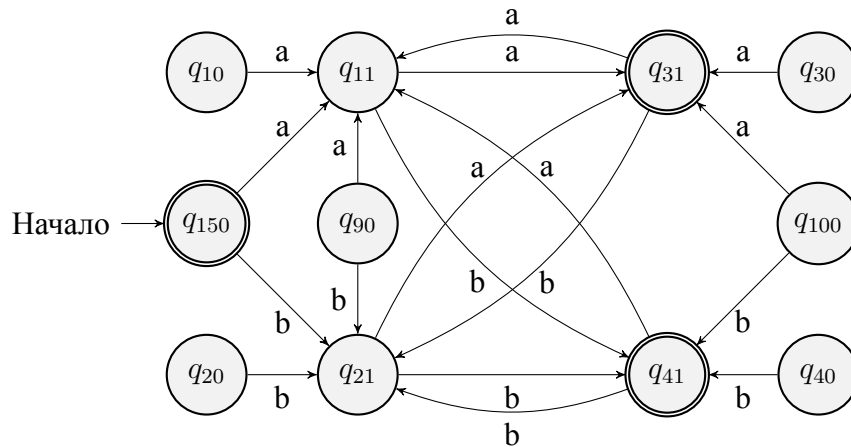


Рис. 17: Диаграмма состояний НКА  $M_{15}$

Для выражения  $((b + c)(b + c))^+$  строим КА  $M_{16} = (Q_{16}, \Sigma, \delta_{16}, q_{160}, F_{16})$ :

1. множество состояний конечного автомата  $M_{14}$  переносится с добавлением нового состояния  $q_{160}$ , состояние  $q_{160}$  — начальное

$$Q_{16} = Q_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160}\}.$$

2. множество результирующих состояний автомата переносится без изменений

$$F_{16} = F_{14} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

3. множество переходов  $\delta_{16}$  сохраняет все переходы из незаключительных состояний, что и в автомате  $M_{14}$

$$\begin{aligned} \delta_{16}(q_{110}, b) &= \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{110}, c) &= \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{50}, b) &= \delta_{14}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{60}, c) &= \delta_{14}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{51}, b) &= \delta_{14}(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{51}, c) &= \delta_{14}(q_{51}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{61}, b) &= \delta_{14}(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{61}, c) &= \delta_{14}(q_{61}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{120}, b) &= \delta_{14}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{120}, c) &= \delta_{14}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{70}, b) &= \delta_{14}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{80}, c) &= \delta_{14}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}, \end{aligned}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{aligned} \delta_{16}(q_{71}, b) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{71}, c) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{81}, b) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{81}, c) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}, \end{aligned}$$

для нового начального состояния  $q_{160}$  переносятся все переходы из старого начального состояния  $q_{110}$

$$\delta_{16}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{16}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА  $M_{16}$  примет вид:

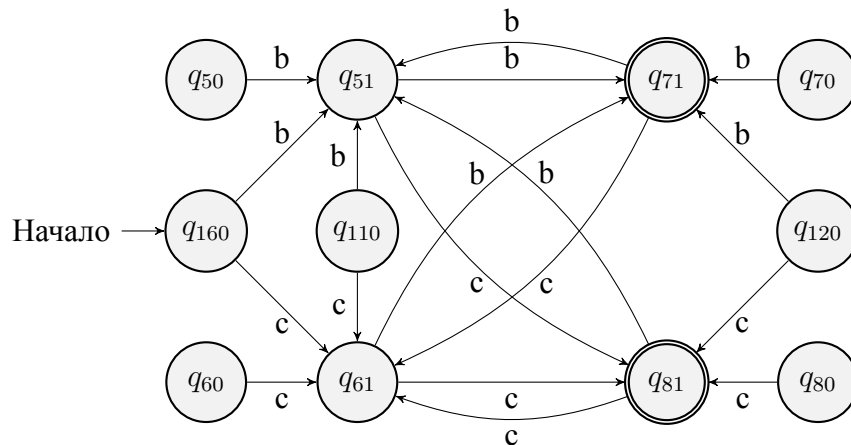


Рис. 18: Диаграмма состояний НКА  $M_{16}$

Для выражения  $((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+$  строим КА  $M_{17} = (Q_{17}, \Sigma, \delta_{17}, q_{170}, F_{17})$ :

1. Множество состояний автомата  $M_{17}$  получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{17} = Q_{15} \cup Q_{16} = \left\{ \begin{array}{l} q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}, \\ q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160} \end{array} \right\}$$

2. начальным состоянием результирующего автомата  $M_{17}$  будет начальное состояние автомата  $M_{15}$

$$q_{170} \equiv q_{150}$$

3. множество заключительных состояний  $F_{17}$  будет содержать только множество заключительных состояний автомата  $M_{16}$

$$F_{17} = F_{16} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов  $\delta_{17}$  автомата  $M_{17}$  будет содержать все переходы автомата  $M_{15}$  кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{array}{ll} \delta_{17}(q_{90}, a) = \delta_{15}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{90}, b) = \delta_{15}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{17}(q_{10}, a) = \delta_{15}(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{20}, b) = \delta_{15}(q_{20}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{17}(q_{100}, a) = \delta_{15}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{100}, b) = \delta_{15}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{17}(q_{30}, a) = \delta_{15}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{40}, b) = \delta_{15}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{17}(q_{11}, a) = \delta_{15}(q_{11}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{11}, b) = \delta_{15}(q_{11}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{17}(q_{21}, a) = \delta_{15}(q_{21}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{17}(q_{21}, b) = \delta_{15}(q_{21}, b) = \{q_{41}\}, \end{array}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{array}{lll} \delta_{17}(q_{31}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{31}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_{17}(q_{31}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{41}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{41}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_{17}(q_{41}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{150}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{17}(q_{150}, b) = \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_{17}(q_{150}, c) = \{q_{61}\} \end{array}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата  $M_{16}$

$$\begin{array}{ll} \delta_{17}(q_{110}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{110}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{50}, b) = \delta_{16}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{60}, c) = \delta_{16}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{51}, b) = \delta_{16}(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{51}, c) = \delta_{16}(q_{51}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{61}, b) = \delta_{16}(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{61}, c) = \delta_{16}(q_{61}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{120}, b) = \delta_{16}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{120}, c) = \delta_{16}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{70}, b) = \delta_{16}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{17}(q_{80}, c) = \delta_{16}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{17}(q_{71}, b) = \delta_{16}(q_{71}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{71}, c) = \delta_{16}(q_{71}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{81}, b) = \delta_{16}(q_{81}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{81}, c) = \delta_{16}(q_{81}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{17}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{160}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{17}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{160}, c) = \{q_{61}\} \end{array}$$

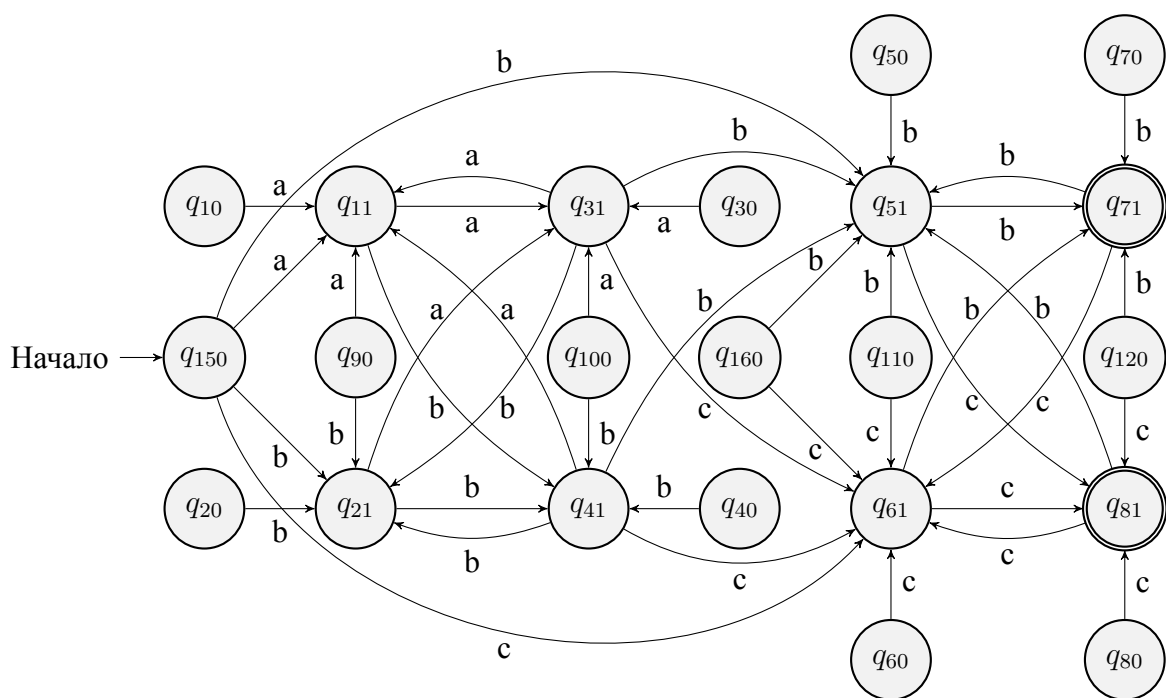


Рис. 19: Диаграмма состояний НКА  $M_{17}$

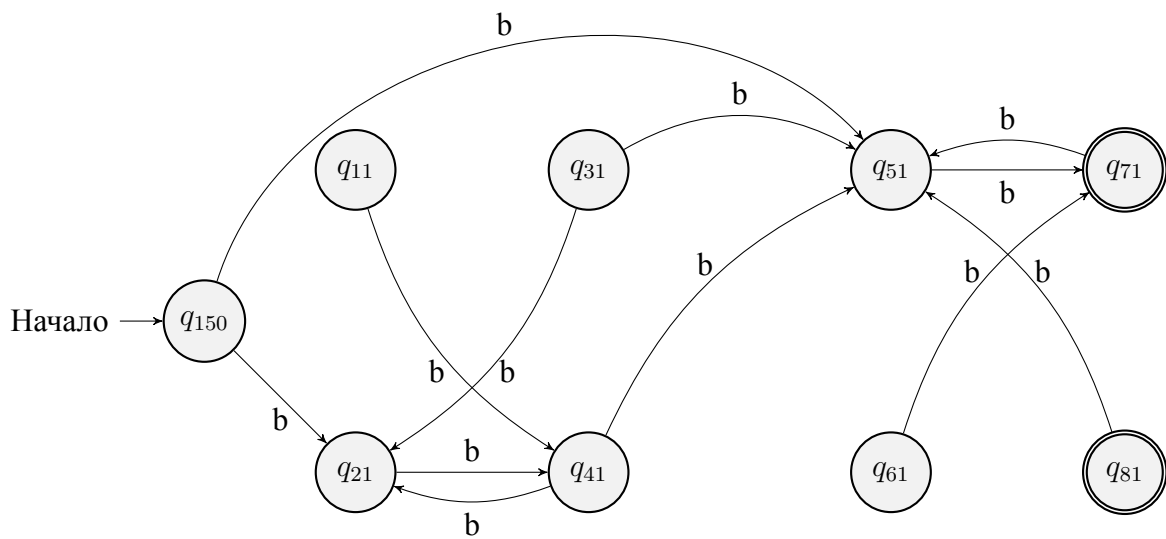


Рис. 20: Диаграмма состояний НКА  $M_{17}$



## 2.5 Определение детерминированности построенных автоматов $M_1$ , $M_2$ , $M_3$

1. Автомат  $M_1$  — НКА, так как есть переходы

$$\delta_1(H, b) = \{S_9, S_{11}\}$$

$$\delta_1(S_{15}, b) = \{S_9, S_{11}\}$$

2. Автомат  $M_2$  — НКА, так как есть переходы

$$\delta_2(S_{15}, b) = \{S_{10}, S_{12}\}$$

$$\delta_2(S_{12}, b) = \{S_{16}, F\}$$

3. Автомат  $M_3 \equiv M_{17}$  — НКА, так как есть переходы

$$\delta_3(q_{31}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$

$$\delta_3(q_{41}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$

$$\delta_3(q_{150}, b) = \{q_{21}, q_{51}\}$$

Все три представленных автомата являются недетерминированными.

## 2.6 Построение детерменированных конечных автоматов для НКА $M_1, M_2, M_3$

- Ножество состояний  $Q'$  результирующего автомата ДКА состоит из всех подмножеств  $Q$  исходного автомата. Каждое состояние  $Q'$  обозначается как  $[A_1, \dots, A_n]$ , где  $A_i \in Q$ . Тогда получаем число различных сочетаний

$$|Q'| = \sum_{k=1}^n C_n^k = 2^n - 1$$

- Начальное состояние имеет вид ( $H$  — начальное состояние автомата  $M$ )

$$q'_0 \equiv [H]$$

- Множество конечных состояний (конечные состояния исходного автомата  $F = \{F_1, \dots, F_n\}$ ) имеет вид

$$\begin{aligned} F' &= \{[q_1, \dots, q_j, q_{j+1}, \dots, q_{j+k}]\} \\ \{q_1, \dots, q_j\} &\subset \{H, F_1, \dots, F_n\} \\ \{q_{j+1}, \dots, q_j\} &\subset Q \setminus \{H, F_1, \dots, F_n\} \end{aligned}$$

### 2.6.1 ДКА для $M_1$

Переходы определяются как

$$\begin{aligned} \delta'([S_9 q_1 \dots q_k], a) &= [S_{15}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{11}, S_{16}\} \\ \delta'([H q_1 \dots q_k], a) &= [S_9], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{11}, S_{16}, S_{15}\} \\ \delta'([S_{15} q_1 \dots q_k], a) &= [S_9], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{11}, S_{16}\} \\ \delta'([S_9 S_{15} q_1 \dots q_k], a) &= [S_9 S_{15}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{11}, S_{16}, H\} \\ \delta'([S_9 H q_1 \dots q_k], a) &= [S_9 S_{15}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{11}, S_{16}\} \\ \delta'([S_{11} q_1 \dots q_k], c) &= [S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_9\} \\ \delta'([S_{15} q_1 \dots q_k], c) &= [S_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_9, H, S_{16}\} \\ \delta'([H q_1 \dots q_k], c) &= [S_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_9, S_{16}\} \\ \delta'([S_{16} q_1 \dots q_k], c) &= [S_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_9\} \\ \delta'([H S_{11} q_1 \dots q_k], c) &= [S_{11} S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_9, S_{15}, S_{16}\} \\ \delta'([S_{15} S_{11} q_1 \dots q_k], c) &= [S_{11} S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_9, S_{16}\} \\ \delta'([S_{16} S_{11} q_1 \dots q_k], c) &= [S_{11} S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_9\} \\ \delta'([S_{11}], b) &= [S_{16}] \\ \delta'([S_9], b) &= [S_{15}] \\ \delta'([H q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{15}, S_{16}\} \\ \delta'([S_{15} q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}\} \\ \delta'([S_{16}], b) &= [S_{11}] \\ \delta'([S_9 H q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{11} S_{15}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{15}, S_{16}\} \\ \delta'([S_9 S_{15} q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{11} S_{15}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}\} \\ \delta'([S_{11} H q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{11} S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{15}, S_{16}\} \\ \delta'([S_{11} S_{15} q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{11} S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}\} \\ \delta'([S_9 S_{16}], b) &= [S_{15} S_{11}] \\ \delta'([S_9 S_{11} H q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{15} S_{11} S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}, S_{15}\} \\ \delta'([S_9 S_{11} S_{15} q_1 \dots q_k], b) &= [S_9 S_{15} S_{11} S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}\} \\ \delta'([S_9 S_{11}], b) &= [S_{15} S_{16}] \end{aligned}$$

### 2.6.2 ДКА для $M_2$

Переходы определяются как

$$\begin{aligned}
 \delta'([S_{10}q_1 \dots q_k], a) &= [S_{15}S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{12}, F, S_{16}\} \\
 \delta'([S_{15}q_1 \dots q_k], a) &= [S_{10}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{12}, F, S_{16}\} \\
 \delta'([S_{10}S_{15}q_1 \dots q_k], a) &= [S_{10}S_{15}S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{12}, F, S_{16}\} \\
 \delta'([S_{15}q_1 \dots q_k], c) &= [S_{12}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{10}, S_{16}, F\} \\
 \delta'([S_{16}q_1 \dots q_k], c) &= [S_{12}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{10}, F\} \\
 \delta'([S_{12}q_1 \dots q_k], c) &= [S_{16}F], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{10}, F\} \\
 \delta'([S_{12}S_{15}q_1 \dots q_k], c) &= [S_{12}S_{16}F], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{10}, S_{16}, F\} \\
 \delta'([S_{12}S_{16}q_1 \dots q_k], c) &= [S_{12}S_{16}F], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{10}, F\} \\
 \delta'([S_{16}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{12}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{F\} \\
 \delta'([S_{12}q_1 \dots q_k], b) &= [FS_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{F\} \\
 \delta'([S_{10}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{15}S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{F\} \\
 \delta'([S_{15}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{10}S_{12}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}, F\} \\
 \delta'([S_{15}S_{12}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{10}S_{12}S_{16}F], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}, F\} \\
 \delta'([S_{15}S_{10}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{10}S_{12}S_{15}S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}, F\} \\
 \delta'([S_{10}S_{16}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{12}S_{15}S_{16}], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{F\} \\
 \delta'([S_{12}S_{10}S_{15}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{10}S_{12}S_{15}S_{16}F], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{S_{16}, F\} \\
 \delta'([S_{12}S_{10}q_1 \dots q_k], b) &= [S_{15}S_{16}F], & \{q_1, \dots, q_k\} &\subset \{F\}
 \end{aligned}$$

### 2.6.3 ДКА для $M_3$

#### 2.6.3.1 Удаление недостижимых символов

Для удобства, сначала удалим недостижимые состояния:

$$\begin{aligned}
 R &= \{q_{150}\}, P_0 = \{q_{150}\} \\
 P_1 &= \{q_{11}, q_{21}, q_{51}, q_{61}\}, R \setminus P_1 \neq \emptyset \implies R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{51}, q_{61}\} \\
 P_2 &= \{q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}\}, R \setminus P_2 \neq \emptyset \implies R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\} \\
 P_3 &= \{q_{51}, q_{61}\}, R \setminus P_3 = \emptyset \implies R = \{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\}
 \end{aligned}$$

Автомат после удаления недостижимых состояний

$$M_3 = (\{q_{150}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{51}, q_{61}, q_{71}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_3, q_{150}, \{q_{71}, q_{81}\})$$

$$\begin{aligned}
 \delta_3(q_{11}, a) &= \{q_{31}\} & \delta_3(q_{11}, b) &= \{q_{41}\} \\
 \delta_3(q_{21}, a) &= \{q_{31}\} & \delta_3(q_{21}, b) &= \{q_{41}\} \\
 \delta_3(q_{31}, a) &= \{q_{11}\} & \delta_3(q_{31}, b) &= \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_3(q_{31}, c) &= \{q_{61}\} \\
 \delta_3(q_{41}, a) &= \{q_{11}\} & \delta_3(q_{41}, b) &= \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_3(q_{41}, c) &= \{q_{61}\} \\
 \delta_3(q_{150}, a) &= \{q_{11}\} & \delta_3(q_{150}, b) &= \{q_{21}, q_{51}\} & \delta_3(q_{150}, c) &= \{q_{61}\} \\
 \delta_3(q_{51}, b) &= \{q_{71}\} & \delta_3(q_{51}, c) &= \{q_{81}\} \\
 \delta_3(q_{61}, b) &= \{q_{71}\} & \delta_3(q_{61}, c) &= \{q_{81}\} \\
 \delta_3(q_{71}, b) &= \{q_{51}\} & \delta_3(q_{71}, c) &= \{q_{61}\} \\
 \delta_3(q_{81}, b) &= \{q_{51}\} & \delta_3(q_{81}, c) &= \{q_{61}\}
 \end{aligned}$$

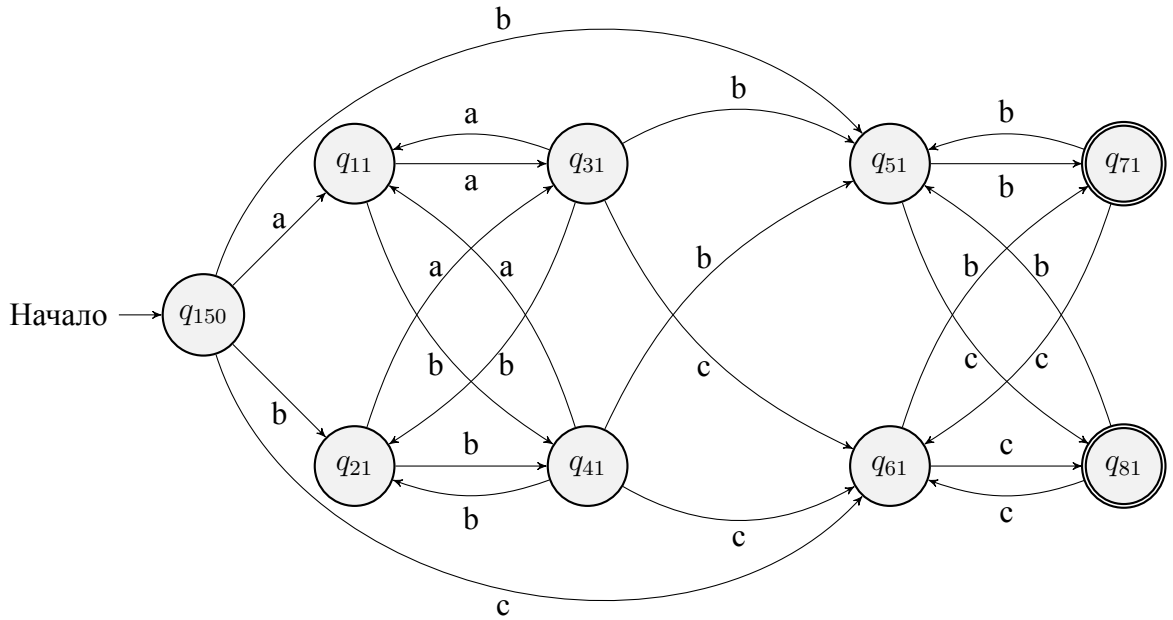


Рис. 21: Диаграмма состояний НКА  $M_{17}$

### 2.6.3.2 Построение ДКА

Переходы определяются как

$$\begin{array}{ll}
\delta'([q_{150}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{41}, q_{31}\} \\
\delta'([q_{41}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{31}\} \\
\delta'([q_{31}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{11}q_1 \dots q_k], a) = [q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{21}\} \\
\delta'([q_{21}q_1 \dots q_k], a) = [q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{11}q_{150}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{31}, q_{41}, q_{21}\} \\
\delta'([q_{11}q_{31}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{41}, q_{21}\} \\
\delta'([q_{11}q_{41}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{21}\} \\
\delta'([q_{21}q_{150}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{31}, q_{41}\} \\
\delta'([q_{21}q_{31}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}, q_{41}\} \\
\delta'([q_{21}q_{41}q_1 \dots q_k], a) = [q_{11}q_{31}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{51}, q_{71}, q_{61}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{150}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{31}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{41}, q_{71}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{41}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{71}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{71}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{81}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}\} \\
\delta'([q_{51}q_1 \dots q_k], c) = [q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{61}\} \\
\delta'([q_{61}q_1 \dots q_k], c) = [q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}\} \\
\delta'([q_{51}q_{150}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}, q_{61}\} \\
\delta'([q_{51}q_{31}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{41}, q_{71}, q_{81}, q_{61}\} \\
\delta'([q_{51}q_{41}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{71}, q_{81}, q_{61}\} \\
\delta'([q_{51}q_{71}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{81}, q_{61}\} \\
\delta'([q_{51}q_{81}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{61}\} \\
\delta'([q_{61}q_{150}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{71}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{61}q_{31}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{41}, q_{71}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{61}q_{41}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{71}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{61}q_{71}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}, q_{81}\} \\
\delta'([q_{61}q_{81}q_1 \dots q_k], c) = [q_{61}q_{81}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{11}, q_{21}\} \\
\delta'([q_{11}q_1 \dots q_k], b) = [q_{41}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{21}\} \\
\delta'([q_{21}], b) = [q_{41}] \\
\delta'([q_{51}q_1 \dots q_k], b) = [q_{71}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{61}\} \\
\delta'([q_{61}], b) = [q_{71}] \\
\delta'([q_{150}q_1 \dots q_k], b) = [q_{21}q_{51}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{31}, q_{41}, q_{81}, q_{71}\} \\
\delta'([q_{31}q_1 \dots q_k], b) = [q_{21}q_{51}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{41}, q_{81}, q_{71}\} \\
\delta'([q_{41}q_1 \dots q_k], b) = [q_{21}q_{51}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{81}, q_{71}\} \\
\delta'([q_{81}q_1 \dots q_k], b) = [q_{51}], & \{q_1, \dots, q_k\} \subset \{q_{71}\} \\
\delta'([q_{71}], b) = [q_{51}]
\end{array}$$

[illegible]

## 2.7 Удаление недостижимых состояний для автоматов $M_1, M_2, M_3$

### 2.7.1 Для автомата $M_1$

$$\begin{aligned}
R &= \{[H]\}, P_0 = \{[H]\} \\
P_1 &= \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}, P_1 \setminus R = \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\} \neq \emptyset \implies \\
R &= P_1 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\} \\
P_2 &= \{[S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}, P_2 \setminus R = \{[S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\} \neq \emptyset \implies \\
R &= P_2 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\} \\
P_3 &= \{[S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}]\}, P_3 \setminus R = \emptyset \implies \\
R &= P_2 \cup R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}, \text{ алгоритм останавливается}
\end{aligned}$$

Автомат  $M'_1$  после удаления недостижимых состояний:

$$\begin{aligned}
M'_1 &= (Q'_1, \Sigma, \delta'_1, q'_1, F'_1) \\
q'_1 &= [H] \\
Q'_1 &= R = \{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}], [S_{16}], [S_{15}S_{16}]\} \\
F'_1 &= \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}
\end{aligned}$$

Множество переходов автомата

$$\begin{aligned}
\delta'_1([H], a) &= \{[S_9]\} & \delta'_1([H], b) &= \{[S_9S_{11}]\} & \delta'_1([H], c) &= \{[S_{11}]\} \\
\delta'_1([S_9], a) &= \{[S_{15}]\} & \delta'_1([S_9], b) &= \{[S_{15}]\} & & \\
\delta'_1([S_{11}], b) &= \{[S_{16}]\} & \delta'_1([S_{11}], c) &= \{[S_{16}]\} & & \\
\delta'_1([S_9S_{11}], a) &= \{[S_{15}]\} & \delta'_1([S_9S_{11}], b) &= \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta'_1([S_9S_{11}], c) &= \{[S_{16}]\} \\
\delta'_1([S_{15}], a) &= \{[S_9]\} & \delta'_1([S_{15}], b) &= \{[S_9S_{11}]\} & \delta'_1([S_{15}], c) &= \{[S_{11}]\} \\
\delta'_1([S_{16}], b) &= \{[S_{11}]\} & \delta'_1([S_{16}], c) &= \{[S_{11}]\} & & \\
\delta'_1([S_{15}S_{16}], a) &= \{[S_9]\} & \delta'_1([S_{15}S_{16}], b) &= \{[S_9S_{11}]\} & \delta'_1([S_{15}S_{16}], c) &= \{[S_{11}]\}
\end{aligned}$$

### 2.7.2 Для автомата $M_2$

$$\begin{aligned}
R &= \{[S_{15}]\}, P_0 = \{[S_{15}]\} \\
P_1 &= \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}, P_1 \setminus R = \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\} \neq \emptyset \implies \\
R &= \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\} \\
P_2 &= \{[S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}, P_2 \setminus R = \{[S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\} \neq \emptyset \implies \\
R &= \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\} \\
P_3 &= \{[S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}]\}, P_3 \setminus R = \emptyset \implies \\
R &= \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}, \text{ алгоритм останавливается}
\end{aligned}$$

Автомат  $M'_2$  после удаления недостижимых состояний:

$$\begin{aligned}
M'_2 &= (Q'_2, \Sigma, \delta'_2, q'_2, F'_2) \\
q'_2 &= [S_{15}] \\
Q'_2 &= R = \{[S_{15}], [S_{10}], [S_{12}], [S_{10}S_{12}], [S_{15}S_{16}], [S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\} \\
F'_2 &= \{[S_{16}F], [S_{15}S_{16}F]\}
\end{aligned}$$

### Множество переходов автомата

$$\begin{array}{lll}
\delta'_1([S_{15}], a) = \{[S_{10}]\} & \delta'_1([S_{15}], b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta'_1([S_{15}], c) = \{[S_{12}]\} \\
\delta'_1([S_{10}], a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta'_1([S_{10}], b) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \\
\delta'_1([S_{12}], b) = \{[S_{16}F]\} & \delta'_1([S_{12}], c) = \{[S_{16}F]\} & \\
\delta'_1([S_{10}S_{12}], a) = \{[S_{15}S_{16}]\} & \delta'_1([S_{10}S_{12}], b) = \{[S_{15}S_{16}F]\} & \delta'_1([S_{10}S_{12}], c) = \{[S_{16}F]\} \\
\delta'_1([S_{15}S_{16}], a) = \{[S_{10}]\} & \delta'_1([S_{15}S_{16}], b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta'_1([S_{15}S_{16}], c) = \{[S_{12}]\} \\
\delta'_1([S_{16}F], b) = \{[S_{12}]\} & \delta'_1([S_{16}F], c) = \{[S_{12}]\} & \\
\delta'_1([S_{15}S_{16}F], a) = \{[S_{10}]\} & \delta'_1([S_{15}S_{16}F], b) = \{[S_{10}S_{12}]\} & \delta'_1([S_{15}S_{16}F], c) = \{[S_{12}]\}
\end{array}$$

### 2.7.3 Для автомата $M_3$

$$\begin{aligned}
R &= \{[q_{150}]\}, P_0 = \{[q_{150}]\} \\
P_1 &= \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\}, P_1 \setminus R = \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\} \neq \emptyset \implies \\
R &= \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}]\} \\
P_2 &= \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}, P_2 \setminus R = \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\} \neq \emptyset \implies \\
R &= \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\} \\
P_3 &= \{[q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{51}]\}, P_2 \setminus R = \{q_{51}\} \neq \emptyset \implies \\
R &= \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\} \\
P_3 &= \{[q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}, P_4 \setminus R = \emptyset \implies \\
R &= \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\}, \text{ алгоритм останавливается}
\end{aligned}$$

Автомат  $M'_3$  после удаления недостижимых состояний:

$$\begin{aligned}
M'_3 &= (Q'_3, \Sigma, \delta'_3, q'_3, F'_3) \\
q'_3 &= [q_{150}] \\
Q'_3 &= R = \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], [q_{51}]\} \\
F'_3 &= \{[q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}]\}
\end{aligned}$$

### Множество переходов автомата

$$\begin{array}{lll}
\delta'_1([q_{150}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_1([q_{150}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_1([q_{150}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_1([q_{11}], a) = \{[q_{31}]\} & \delta'_1([q_{11}], b) = \{[q_{41}]\} & \\
\delta'_1([q_{61}], b) = \{[q_{71}]\} & \delta'_1([q_{61}], c) = \{[q_{81}]\} & \\
\delta'_1([q_{21}q_{51}], a) = \{[q_{31}]\} & \delta'_1([q_{21}q_{51}], b) = \{[q_{41}q_{71}]\} & \delta'_1([q_{21}q_{51}], c) = \{[q_{81}]\} \\
\delta'_1([q_{31}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_1([q_{31}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_1([q_{31}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_1([q_{41}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_1([q_{41}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_1([q_{41}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_1([q_{81}], b) = \{[q_{51}]\} & \delta'_1([q_{81}], c) = \{[q_{61}]\} & \\
\delta'_1([q_{71}], b) = \{[q_{51}]\} & \delta'_1([q_{71}], c) = \{[q_{61}]\} & \\
\delta'_1([q_{41}q_{71}], a) = \{[q_{11}]\} & \delta'_1([q_{41}q_{71}], b) = \{[q_{21}q_{51}]\} & \delta'_1([q_{41}q_{71}], c) = \{[q_{61}]\} \\
\delta'_1([q_{51}], b) = \{[q_{71}]\} & \delta'_1([q_{51}], c) = \{[q_{81}]\} &
\end{array}$$



## 2.8 Диаграммы состояний построенных детерменированных автоматов $M'_1$ , $M'_2$ , $M'_3$ без недостижимых состояний

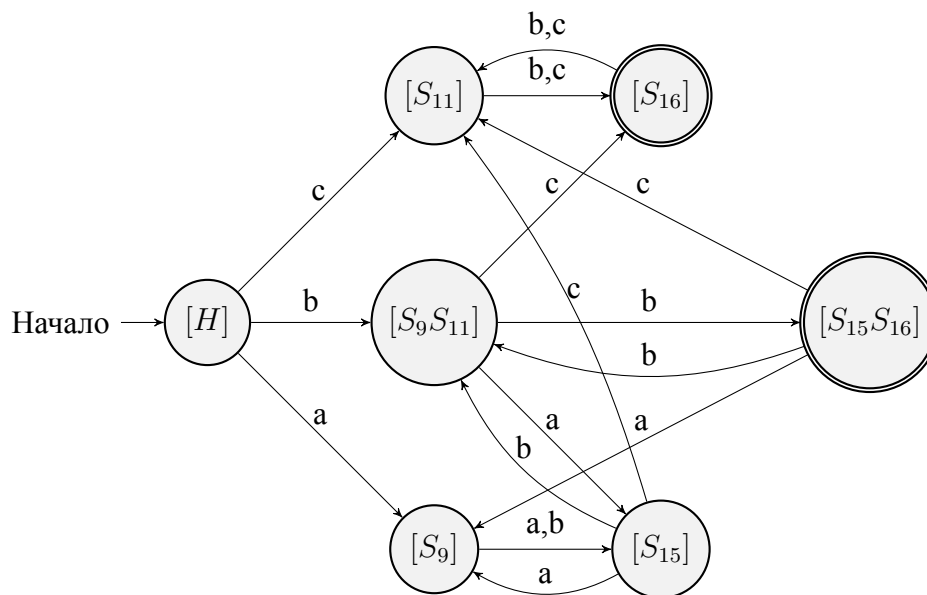


Рис. 22: Диаграмма состояний ДКА  $M'_1$

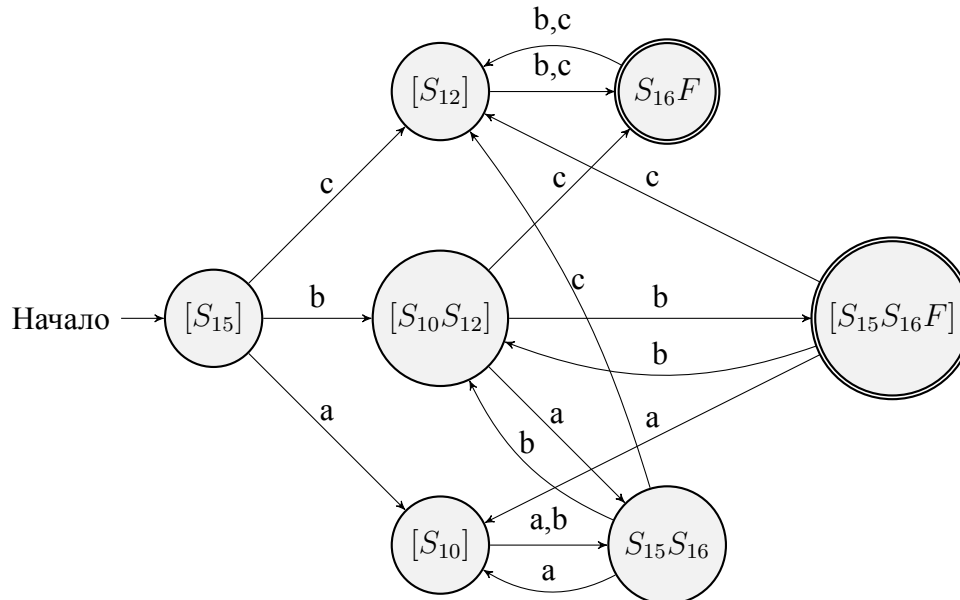


Рис. 23: Диаграмма состояний ДКА  $M'_2$

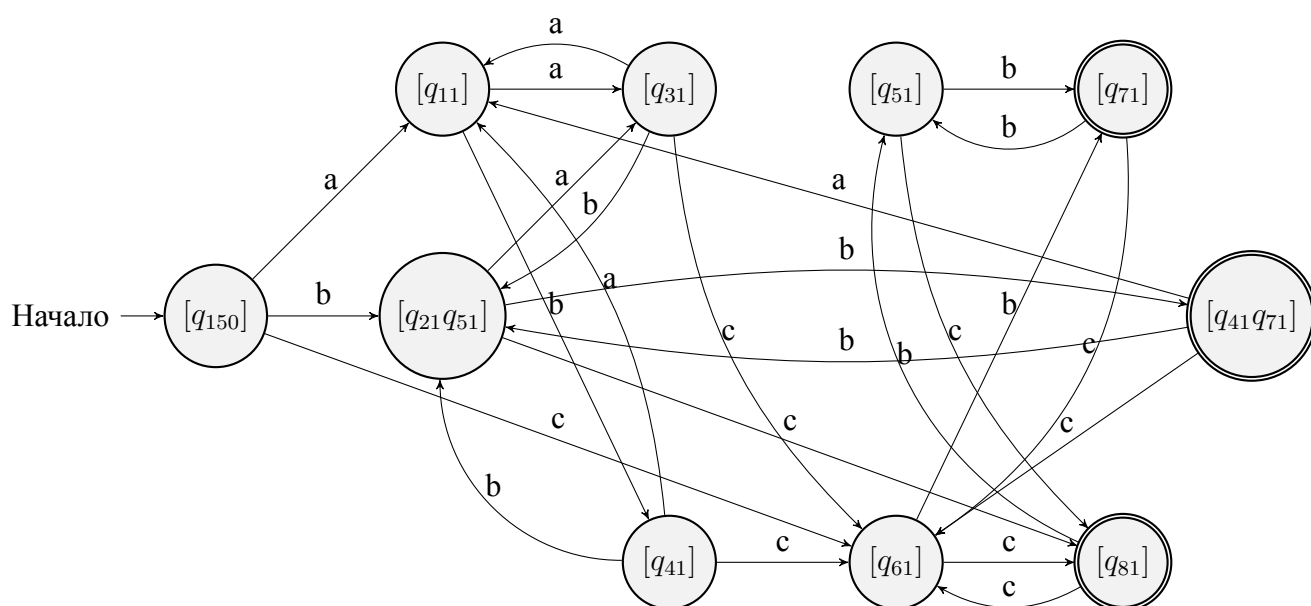


Рис. 24: Диаграмма состояний ДКА  $M'_3$

## 2.9 Построение минимальных ДКА $M$

### 2.9.1 Минимизация ДКА $M'_1$

$$\begin{aligned}
 R(0) &= \{\{[H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{11}], [S_{15}]\}, \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\} \\
 R(1) &= \{\{[H], [S_9], [S_{15}]\}, \{[S_9S_{11}], [S_{11}]\}, \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\} \\
 R(2) &= \{\{[H], [S_{15}]\}, \{[S_9]\}, \{[S_9S_{11}], [S_{11}]\}, \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\} \\
 R(3) &= \{\{[H], [S_{15}]\}, \{[S_9]\}, \{[S_9S_{11}], [S_{11}]\}, \{[S_{16}], [S_{15}S_{16}]\}\} \\
 R(3) &= R(2)
 \end{aligned}$$

Автомат  $M'_1$  после минимизации:

$$\begin{aligned}
 M''_1 &= (Q''_1, \Sigma, \delta''_1, q''_1, F''_1) \\
 q''_1 &= [S_{15}H] \\
 Q''_1 &= \{[S_{15}H], [S_9], [S_9S_{11}], [S_{15}S_{16}]\} \\
 F''_1 &= \{[S_{15}S_{16}]\}
 \end{aligned}$$

### 2.9.2 Минимизация ДКА $M'_2$

### 2.9.3 Минимизация ДКА $M'_3$

$$\begin{aligned}
 R(0) &= \{\{[q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], \}, \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{31}], [q_{41}], [q_{51}]\}\} \\
 R(1) &= \{\{[q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], \}, \{[q_{150}], [q_{11}], [q_{31}], [q_{41}]\}, \{[q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{51}]\}\} \\
 R(2) &= \{\{[q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], \}, \{[q_{11}]\}, \{[q_{150}], [q_{31}], [q_{41}]\}, \{[q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{51}]\}\} \\
 R(3) &= \{\{[q_{81}], [q_{71}], [q_{41}q_{71}], \}, \{[q_{11}]\}, \{[q_{150}], [q_{31}], [q_{41}]\}, \{[q_{61}], [q_{21}q_{51}], [q_{51}]\}\} \\
 R(3) &= R(2)
 \end{aligned}$$

Автомат  $M'_3$  после минимизации:

$$\begin{aligned}
 M''_3 &= (Q''_3, \Sigma, \delta''_3, q''_3, F''_3) \\
 q''_3 &= [q_{150}q_{41}q_{31}] \\
 Q''_3 &= \{[q_{150}q_{41}q_{31}], [q_{11}], [q_{71}q_{81}q_{41}], [q_{21}q_{51}q_{61}]\} \\
 F''_3 &= \{[q_{71}q_{81}q_{41}]\}
 \end{aligned}$$

Множество переходов автомата  $\delta''_3$

$$\begin{aligned}
 \delta''_3([q_{150}q_{41}q_{31}], a) &= [q_{11}] & \delta''_3([q_{150}q_{41}q_{31}], b) &= [q_{21}q_{51}q_{61}] & \delta''_3([q_{150}q_{41}q_{31}], c) &= [q_{21}q_{51}q_{61}] \\
 \delta''_3([q_{11}], a) &= [q_{150}q_{41}q_{31}] & \delta''_3([q_{11}], b) &= [q_{150}q_{41}q_{31}] & & \\
 \delta''_3([q_{21}q_{51}q_{61}], a) &= [q_{150}q_{41}q_{31}] & \delta''_3([q_{21}q_{51}q_{61}], b) &= [q_{71}q_{81}q_{41}] & \delta''_3([q_{21}q_{51}q_{61}], c) &= [q_{71}q_{81}q_{41}] \\
 \delta''_3([q_{71}q_{81}q_{41}], a) &= [q_{11}] & \delta''_3([q_{71}q_{81}q_{41}], b) &= [q_{150}q_{41}q_{31}] & \delta''_3([q_{71}q_{81}q_{41}], c) &= [q_{150}q_{41}q_{31}]
 \end{aligned}$$

Построение диаграмм состояний минимального ДКА  $M$

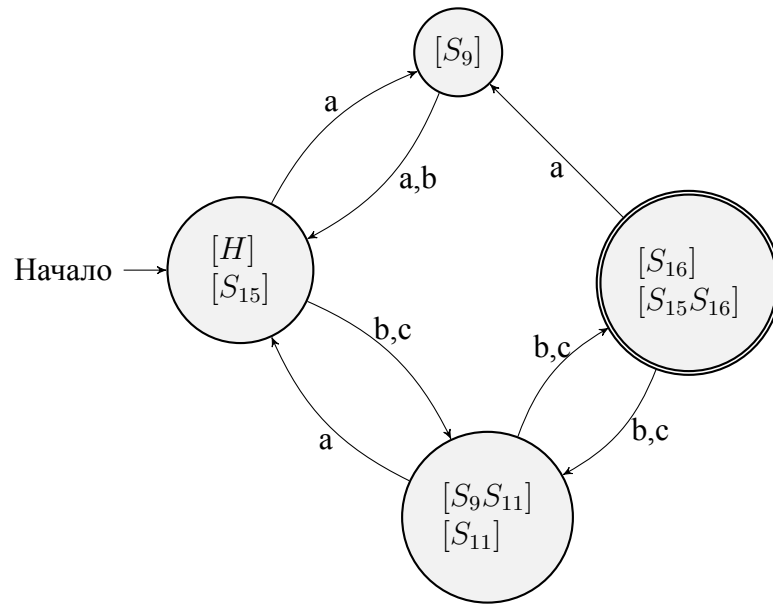


Рис. 25: Диаграмма состояний ДКА  $M_1''$

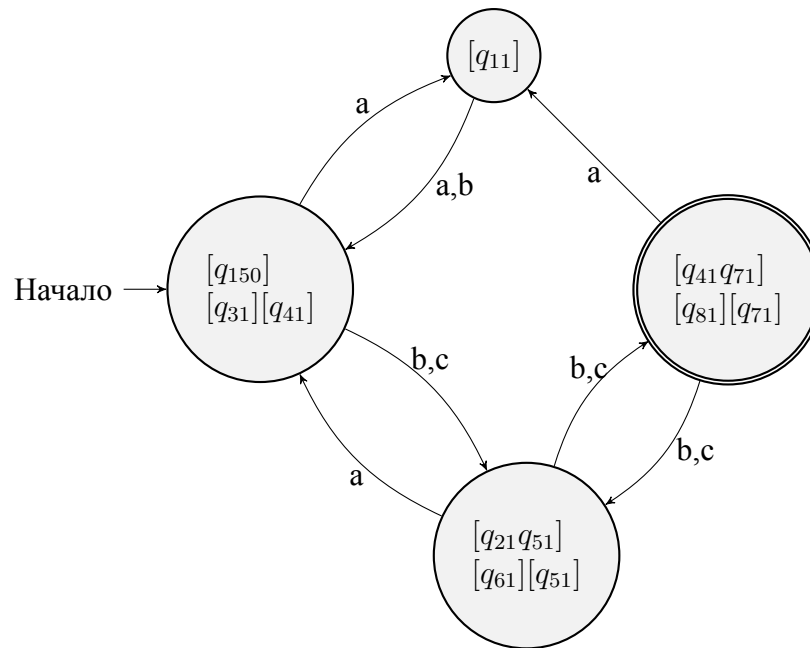


Рис. 26: Диаграмма состояний ДКА  $M_3''$

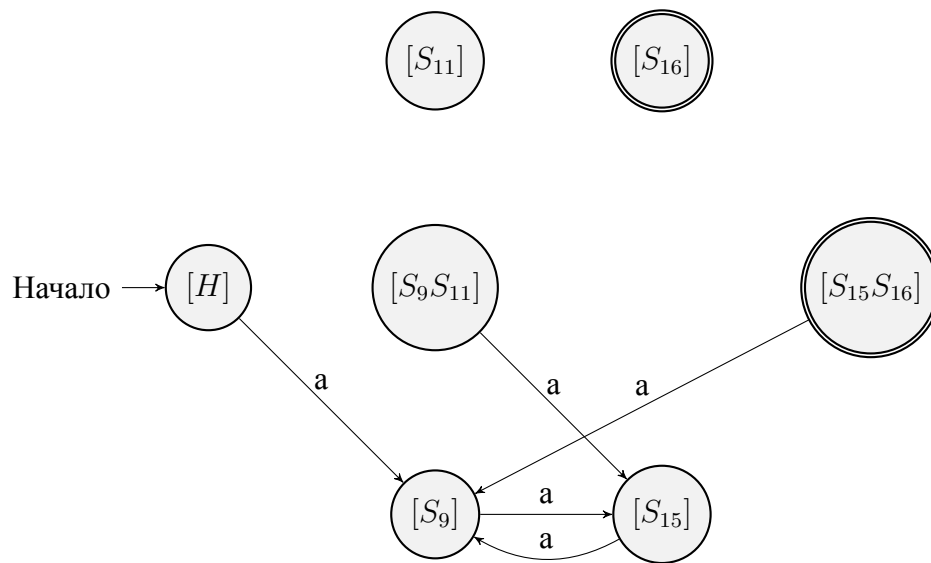


Рис. 27: Диаграмма состояний ДКА  $M'_1$

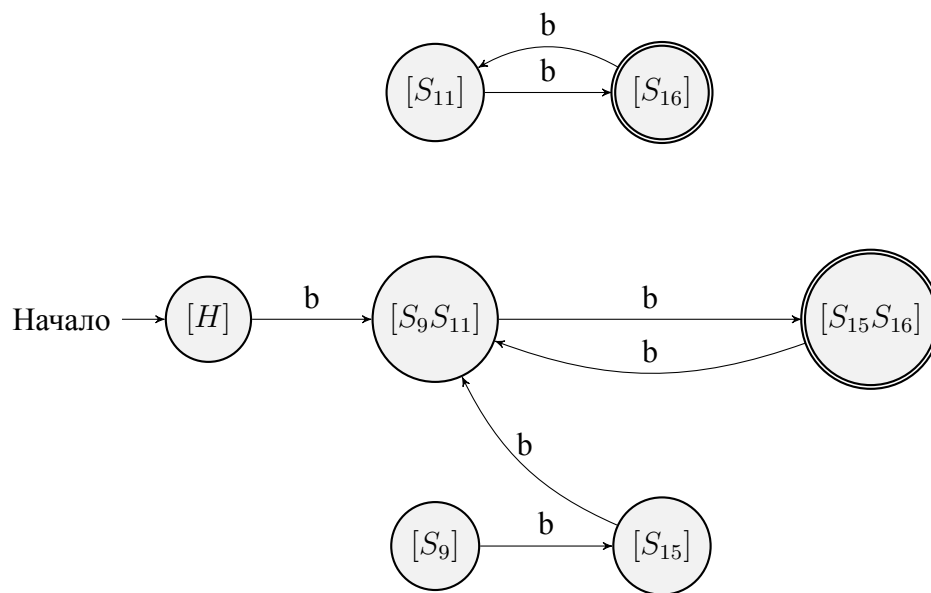


Рис. 28: Диаграмма состояний ДКА  $M'_1$

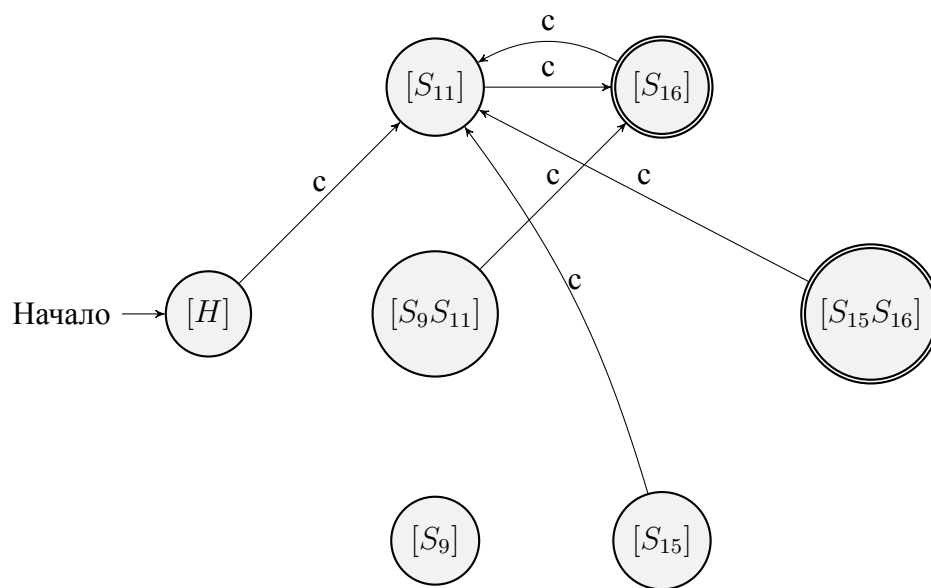


Рис. 29: Диаграмма состояний ДКА  $M'_1$