

Содержание

1	Определение типа языка L	2
2	Регулярный язык	2
2.1	Приведите искомого множества к регулярному виду	2
2.2	Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества . . .	2
2.3	Получение регулярной грамматики	3
2.3.1	Построение левостолбчатой и правостолбчатой грамматик	3
2.3.2	Приведение грамматики	5
2.3.2.1	Проверка пустоты	5
2.3.2.2	Удаление бесполезных символов	7
2.3.2.3	Удаление недостижимых символов	8
2.3.2.4	Удаление пустых правил	10
2.3.2.5	Удаление цепных правил	11
2.3.2.6	Удаление бесполезных символов грамматик G'_{18} и G''_{19}	15
2.3.2.7	Удаление недостижимых символов грамматик G'_{18} и G''_{19}	16
2.3.3	Построение конечного автомата для приведенной грамматики	17
2.3.3.1	Приведение к автоматному виду	17
2.3.3.2	Построение конечных автоматов $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для автоматных грамматик G'_{19} и G''_{20}	18
2.3.3.3	Построение диаграммы состояний автомата M	19
2.4	Построение КА по регулярному выражению	20
2.4.1	Построение КА M_3	20

$$L = \{((a, b)^2)^k \cdot ((b, c)^2)^m : \forall k \geq 0, m > 0, k, m \in \mathbb{Z}\} \quad (1)$$

1 Определение типа языка L

Язык ф-л. (1) является регулярным. Докажем это, пользуясь замкнутостью класса регулярных языков.

1. Множества $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ являются регулярными по определению;
2. Множества

$$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \quad (2)$$

$$\{b\} \cup \{c\} = \{b, c\} \quad (3)$$

регулярны, так как объединение регулярных множеств — регулярное множество

3. Множества

$$S_1 = \{a, b\}\{a, b\} \quad (4)$$

$$S_2 = \{b, c\}\{b, c\} \quad (5)$$

регулярны, поскольку конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

4. Множества

$$S_1^* \quad (6)$$

$$S_2^+ = S_2 \cdot S_2^* \quad (7)$$

регулярны, поскольку итерация регулярного множества — регулярное множество и конкатенация регулярных множеств — регулярное множество

5. Конкатенация регулярных множеств — регулярное множество, а потому:

$$S_3 = S_1^* \cdot S_2^+ \quad (8)$$

есть регулярное множество.

2 Регулярный язык

2.1 Приведите искомого множества к регулярному виду

Регулярное множество:

$$(\{a, b\} \cdot \{a, b\})^* \cdot (\{b, c\} \cdot \{b, c\})^+ \quad (9)$$

2.2 Построение регулярного выражения для искомого регулярного множества

$$p = ((a + b)(a + b))^*((b + c)(b + c))^+ \quad (10)$$

2.3 Получение регулярной грамматики

2.3.1 Построение левостолбчатой и правостолбчатой грамматик

$$p = \underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{a}_1 + \underbrace{b}_2}_{9} \right) \cdot \left(\underbrace{\underbrace{a}_3 + \underbrace{b}_4}_{10} \right)}_{13} \right)^* \cdot \left(\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{b}_5 + \underbrace{c}_6}_{11} \right) \cdot \left(\underbrace{\underbrace{b}_7 + \underbrace{c}_8}_{12} \right)}_{14} \right)^+}_{17} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} G_1 &= \left(\begin{array}{l} \{S_1\}, \Sigma, \\ \{S_1 \rightarrow a\}, S_1 \end{array} \right), G_2 = \left(\begin{array}{l} \{S_2\}, \Sigma, \\ \{S_2 \rightarrow b\}, S_2 \end{array} \right) \\ G_3 &= \left(\begin{array}{l} \{S_3\}, \Sigma, \\ \{S_3 \rightarrow a\}, S_3 \end{array} \right), G_4 = \left(\begin{array}{l} \{S_4\}, \Sigma, \\ \{S_4 \rightarrow b\}, S_4 \end{array} \right) \\ G_5 &= \left(\begin{array}{l} \{S_5\}, \Sigma, \\ \{S_5 \rightarrow b\}, S_5 \end{array} \right), G_6 = \left(\begin{array}{l} \{S_6\}, \Sigma, \\ \{S_6 \rightarrow c\}, S_6 \end{array} \right) \\ G_7 &= \left(\begin{array}{l} \{S_7\}, \Sigma, \\ \{S_7 \rightarrow b\}, S_7 \end{array} \right), G_8 = \left(\begin{array}{l} \{S_8\}, \Sigma, \\ \{S_8 \rightarrow c\}, S_8 \end{array} \right) \\ G_9 &= \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a \\ S_2 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_9 \end{array} \right), G_{10} = \left(\begin{array}{l} \{S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a \\ S_4 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_{10} \end{array} \right) \\ G_{11} &= \left(\begin{array}{l} \{S_{11}, S_5, S_6\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b \\ S_6 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{11} \end{array} \right), G_{12} = \left(\begin{array}{l} \{S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b \\ S_8 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{12} \end{array} \right) \\ G'_{13} &= \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow a, S_2 \rightarrow b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \end{array} \right\}, S_{10} \end{array} \right) G''_{13} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow a, S_4 \rightarrow b \end{array} \right\}, S_9 \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G'_{14} &= \left(\begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow b, S_6 \rightarrow c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \end{array} \right\}, S_{12} \end{array} \right), G''_{14} = \left(\begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow b, S_8 \rightarrow c \end{array} \right\}, S_{11} \end{array} \right) \\
G'_{15} &= \left(\begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow S_9a \\ S_4 \rightarrow S_9b \\ S_{15} \rightarrow S_{10}|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right), G''_{15} = \left(\begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_9 \rightarrow S_1|S_2 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|a \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|b \\ S_{15} \rightarrow S_9|\varepsilon \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right) \\
G'_{16} &= \left(\begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow S_{16}b|b \\ S_6 \rightarrow S_{16}c|c \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{16} \rightarrow S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right), G''_{16} = \left(\begin{array}{c} \{S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{16} \rightarrow S_{11} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right) \\
G'_{17} &= \left(\begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_{10}|\varepsilon & S_{16} \rightarrow S_{12} \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right) \\
G''_{17} &= \left(\begin{array}{c} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16} & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16} & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow S_9|S_{16} & S_{16} \rightarrow S_{11} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)
\end{aligned}$$

2.3.2 Приведение грамматики

2.3.2.1 Проверка пустоты

- Для левوليнейной грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned}C_0 &= \emptyset \\C_1 &= \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\C_2 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\r_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\end{aligned}$$

Так как

$$S = S_{16} \in C_7 \implies L(G'_{17}) \neq \emptyset \quad (12)$$

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\begin{aligned}C_0 &= \emptyset \\C_1 &= \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\C_2 &= \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\C_3 &= \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\C_4 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\C_5 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_6 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}\end{aligned}$$

Так как

$$S = S_{15} \in C_{11} \implies L(G''_{17}) \neq \emptyset \quad (13)$$

2.3.2.2 Удаление бесполезных символов

- Для левوليнейной грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned}
C_0 &= \emptyset \\
C_1 &= \{S_1, S_2, S_{15}\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_{15}\} \\
C_2 &= \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{15}\} \\
C_3 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}\} \\
C_4 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}\} \cup C_3 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}\} \\
C_5 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}\} \\
r_6 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G'_{17} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$\begin{aligned}
C_0 &= \emptyset \\
C_1 &= \{S_7, S_8\} \cup C_0 = \{S_7, S_8\} \\
C_2 &= \{S_{12}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_3 &= \{S_5, S_6, S_{12}\} \cup C_2 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{12}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_4 = \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_6 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_5 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_6 = \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_8 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_7 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_8 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_9 = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_{10} = \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph
\end{aligned}$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G''_{17} не изменилась.

2.3.2.3 Удаление недостижимых символов

- Для левостолбчатой грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned}
C_0 &= \{S_{16}\} \\
C_1 &= \{S_{12}, S_{16}\} \cup C_0 = \{S_{12}, S_{16}\} \\
C_2 &= \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_7, S_8, S_{12}, S_{16}\} \\
C_3 &= \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_2 = \{S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_4 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \cup C_3 = \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{16}\} \\
C_5 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_4 \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_6 &= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_5 \\
&= \{S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_7 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_6 \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_8 &= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_7 \\
&= \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_9 &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \cup C_8 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, b, c\} \\
C_{10} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9 \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\
C_{11} &= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10} \\
&= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph
\end{aligned}$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика G'_{17} не изменилась.

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$C_0 = \{S_{15}\}$$

$$C_1 = \{S_9\} \cup C_0 = \{S_9, S_{15}\}$$

$$C_2 = \{S_1, S_2, S_9\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_9, S_{15}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_9, S_{10}\} \cup C_2 = \{S_1, S_2, S_9, S_{10}, S_{15}\}$$

$$C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}\} \cup C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}\}$$

$$C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_4$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_6 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_5$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_7 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_6$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_8 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_7$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_9 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_8$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b\}$$

$$C_{10} = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_9$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\}$$

$$C_{11} = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_{10}$$

$$= \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} = \Sigma \cup \aleph$$

Недостижимых символов нет, следовательно, грамматика G''_{17} не изменилась.

2.3.2.4 Удаление пустых правил

- Для левوليнейной грамматики G'_{17}

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \emptyset \cup C_0 = \emptyset = C_0$$

Пустых правил нет, следовательно, грамматика G'_{17} не поменялась.

- Для праволинейной грамматики G''_{17}

$$C_0 = \{S_{16}\}$$

$$C_1 = \emptyset \cup C_0 = \{S_{16}\}$$

Итоговая грамматика G''_{18} без пустых правил и после добавления новых примет вид

$$G''_{18} = \left(\{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_1|S_2 & S_{11} \rightarrow S_5|S_6 \\ S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_{10} \rightarrow S_3|S_4 & S_{12} \rightarrow S_7|S_8 \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16}|b & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow S_9 & S_{16} \rightarrow S_{11} \end{array} \right\}, S_{15} \right)$$

2.3.2.5 Удаление цепных правил

- Строим последовательность множеств \aleph_i^X для левостолбчатой грамматики G'_{17}

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_0} = \{S_0\} \\ \aleph_1^{S_0} = \{S_0\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_0} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_1} = \{S_1\} \\ \aleph_1^{S_1} = \{S_1\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_1} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_2} = \{S_2\} \\ \aleph_1^{S_2} = \{S_2\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_2} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_3} = \{S_3\} \\ \aleph_1^{S_3} = \{S_3\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_3} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_4} = \{S_4\} \\ \aleph_1^{S_4} = \{S_4\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_4} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_5} = \{S_5\} \\ \aleph_1^{S_5} = \{S_5\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_5} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_6} = \{S_6\} \\ \aleph_1^{S_6} = \{S_6\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_6} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_7} = \{S_7\} \\ \aleph_1^{S_7} = \{S_7\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_7} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_8} = \{S_8\} \\ \aleph_1^{S_8} = \{S_8\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_8} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_9} = \{S_9\} \\ \aleph_1^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \\ \aleph_2^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_9} = \{S_1, S_2\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_1^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\ \aleph_2^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{10}} = \{S_3, S_4\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{11}} = \{S_{11}\} \\ \aleph_1^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \\ \aleph_2^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{11}} = \{S_5, S_6\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{12}} = \{S_{12}\} \\ \aleph_1^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\ \aleph_2^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{12}} = \{S_7, S_8\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{15}} = \{S_{15}\} \\ \aleph_1^{S_{15}} = \{S_{10}, S_{15}\} \\ \aleph_2^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\} \\ \aleph_3^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{15}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{16}} = \{S_{16}\} \\ \aleph_1^{S_{16}} = \{S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_2^{S_{16}} = \{S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_3^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \aleph_4^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{16}} = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{15}\}
\end{aligned}$$

Множество правил P'_{18} содержит все правила грамматики G'_{17} кроме цепных:

$$P'_{18} = \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \end{array} \right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P'_{18} = P'_{18} \cup \{ (B \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P, A \in \aleph^B \},$$

то есть

$$P'_{18} = P'_{18} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \rightarrow S_9a|S_9b \\ S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c & S_{12} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{18} примет следующий вид

$$G'_{18} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow S_{15}a|a & S_5 \rightarrow S_{16}b|S_{15}b \\ S_2 \rightarrow S_{15}b|b & S_6 \rightarrow S_{16}c|S_{15}c \\ S_3 \rightarrow S_9a & S_7 \rightarrow S_{11}b \\ S_4 \rightarrow S_9b & S_8 \rightarrow S_{11}c \\ S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{10} \rightarrow S_9a|S_9b \\ S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c & S_{12} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Строим последовательность множеств \aleph_i^X для праволинейной грамматики G''_{18}

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_0} = \{S_0\} \\ \aleph_1^{S_0} = \{S_0\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_0} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_1} = \{S_1\} \\ \aleph_1^{S_1} = \{S_1\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_1} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_2} = \{S_2\} \\ \aleph_1^{S_2} = \{S_2\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_2} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_3} = \{S_3\} \\ \aleph_1^{S_3} = \{S_3\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_3} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_4} = \{S_4\} \\ \aleph_1^{S_4} = \{S_4\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_4} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_5} = \{S_5\} \\ \aleph_1^{S_5} = \{S_5\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_5} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_6} = \{S_6\} \\ \aleph_1^{S_6} = \{S_6\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_6} = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_7} = \{S_7\} \\ \aleph_1^{S_7} = \{S_7\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_7} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_8} = \{S_8\} \\ \aleph_1^{S_8} = \{S_8\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_8} = \emptyset \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_9} = \{S_9\} \\ \aleph_1^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \\ \aleph_2^{S_9} = \{S_1, S_2, S_9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_9} = \{S_1, S_2\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{10}} = \{S_{10}\} \\ \aleph_1^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \\ \aleph_2^{S_{10}} = \{S_3, S_4, S_{10}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{10}} = \{S_3, S_4\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{11}} = \{S_{11}\} \\ \aleph_1^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \\ \aleph_2^{S_{11}} = \{S_5, S_6, S_{11}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{11}} = \{S_5, S_6\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{12}} = \{S_{12}\} \\ \aleph_1^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \\ \aleph_2^{S_{12}} = \{S_7, S_8, S_{12}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{12}} = \{S_7, S_8\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{15}} = \{S_{15}\} \\ \aleph_1^{S_{15}} = \{S_9, S_{15}\} \\ \aleph_2^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_9, S_{15}\} \\ \aleph_3^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_9, S_{15}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{15}} = \{S_1, S_2, S_9\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \aleph_0^{S_{16}} = \{S_{16}\} \\ \aleph_1^{S_{16}} = \{S_{11}, S_{16}\} \\ \aleph_2^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{16}\} \\ \aleph_3^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}, S_{16}\} \end{array} \right\} \Rightarrow \aleph^{S_{16}} = \{S_5, S_6, S_{11}\}
\end{aligned}$$

Множество правил P''_{19} содержит все правила грамматики G''_{18} кроме цепных:

$$P''_{19} = \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16}|b & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \end{array} \right\}$$

С добавлением новых правил, опираясь на соотношение вида

$$P''_{19} = P''_{19} \cup \{(B \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P, A \in \aleph^B\},$$

то есть

$$P''_{19} = P''_{19} \cup \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b \\ S_{11} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{18} примет следующий вид

$$G''_{19} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_1, S_2, S_{10}, S_3, S_4, S_{15}, S_{11}, S_5, S_6, S_{12}, S_7, S_8, S_{16}\}, \Sigma, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_1 \rightarrow aS_{10} & S_5 \rightarrow bS_{12} \\ S_2 \rightarrow bS_{10} & S_6 \rightarrow cS_{12} \\ S_3 \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a & S_7 \rightarrow bS_{16}|b \\ S_4 \rightarrow bS_{15}|bS_{16}|b & S_8 \rightarrow cS_{16}|c \\ S_9 \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b \\ S_{11} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

Так как при удалении пустых правил и цепных правил лево- и праволинейной грамматик произошло их изменение, то необходимо повторить удаление бесполезных и недостижимых символов.

2.3.2.6 Удаление бесполезных символов грамматик G'_{18} и G''_{19}

- Для левостроительной грамматики G'_{18}

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \{S_1, S_2, S_9\} \cup C_0 = \{S_1, S_2, S_9\}$$

$$C_2 = \{S_3, S_4, S_{10}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_9, S_{10}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_4 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_3 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_5 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_4 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G'_{18} не изменилась.

- Для правостроительной грамматики G''_{19}

$$C_0 = \emptyset$$

$$C_1 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}\} \cup C_0 = \{S_3, S_4, S_7, S_8, S_{10}, S_{12}\}$$

$$C_2 = \{S_1, S_2, S_5, S_6, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_1 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

$$C_3 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \cup C_2 \\ = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} = \aleph$$

Бесполезных символов нет, следовательно, грамматика G''_{19} не изменилась.

2.3.2.7 Удаление недостижимых символов грамматик G'_{18} и G'_{19}

- Для левوليнейной грамматики G'_{18}

$$\begin{aligned} C_0 &= \{S_{16}\} \\ C_1 &= \{S_9, S_{11}, a, b, c\} \cup C_0 = \{S_9, S_{11}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_2 &= \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_1 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_3 &= \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику G'_{19} без недостижимых символов

$$\begin{aligned} \aleph'_{19} &= \aleph'_{18} \cap C_3 = \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\} \\ \Sigma'_{19} &= \Sigma'_{18} \cap C_3 = \{a, b, c\} \\ P'_{19} &= \{(A \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P'_{18}, A \in \aleph'_{19}, \alpha \in (\Sigma'_{19} \cup \aleph'_{19})^*\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\} \\ S'_{19} &\equiv S_{16} \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика G'_{19} примет вид

$$G'_{19} = \left(\begin{array}{l} \{S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_9 \rightarrow S_{15}a|a|S_{15}b|b & S_{11} \rightarrow S_{16}b|S_{15}b|S_{16}c|S_{15}c \\ S_{15} \rightarrow S_9a|S_9b & S_{16} \rightarrow S_{11}b|S_{11}c|S_9a|S_9b \end{array} \right\}, S_{16} \end{array} \right)$$

- Для праволинейной грамматики G''_{19}

$$\begin{aligned} C_0 &= \{S_{15}\} \\ C_1 &= \{S_{10}, b\} \cup C_0 = \{S_{10}, S_{15}, b\} \\ C_2 &= \{S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \cup C_1 = \{S_{10}, S_{15}, S_{16}, a, b\} \\ C_3 &= \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_2 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \\ C_4 &= \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \cup C_3 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}, a, b, c\} \end{aligned}$$

Строим результирующую грамматику G''_{20} без недостижимых символов

$$\begin{aligned} \aleph''_{20} &= \aleph''_{19} \cap C_4 = \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\} \\ \Sigma''_{20} &= \Sigma''_{19} \cap C_4 = \{a, b, c\} \\ P''_{20} &= \{(A \rightarrow \alpha) | \forall (A \rightarrow \alpha) \in P''_{19}, A \in \aleph''_{20}, \alpha \in (\Sigma''_{20} \cup \aleph''_{20})^*\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\} \\ S''_{20} &\equiv S_{15} \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая грамматика G''_{20} примет вид

$$G''_{20} = \left(\begin{array}{l} \{S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}, \{a, b, c\}, \\ \left\{ \begin{array}{ll} S_{10} \rightarrow aS_{15}|aS_{16}|a|bS_{15}|bS_{16}|b & S_{12} \rightarrow bS_{16}|b|cS_{16}|c \\ S_{15} \rightarrow aS_{10}|bS_{10} & S_{16} \rightarrow bS_{12}|cS_{12} \end{array} \right\}, S_{15} \end{array} \right)$$

2.3.3 Построение конечного автомата для приведенной грамматики

2.3.3.1 Приведение к автоматному виду

Все правила в заданной грамматике имеют вид

$$P'_{19} \subset \{A \rightarrow Bx \mid x: A, B \in \mathbb{N}, x \in \Sigma\}$$

для левوليнейной грамматики, а для праволинейной

$$P''_{20} \subset \{A \rightarrow xB \mid x: A, B \in \mathbb{N}, x \in \Sigma\}$$

А это в свою очередь значит, по построению, что правила данных грамматик G'_{19} и G''_{20} удовлетворяют определению автоматной грамматики, а, значит, изменение данных грамматик не производится.

2.3.3.2 Построение конечных автоматов $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для автоматных грамматик G'_{19} и G''_{20} .

- Построение автомата $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ для левوليнейной грамматики производится следующим образом:
 - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
 - Добавляется новое состояние — начальное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_1 = \aleph'_{19} \cup \{H\} = \{H, S_9, S_{11}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние:

$$q_1 \equiv H$$

Множество заключительных состояний содержит целевой символ исходной грамматики

$$F = \{S_{16}\}$$

Множество переходов:

$$\begin{array}{lll} \delta_1(S_{15}, a) = \{S_9\} & \delta_1(S_{15}, b) = \{S_9, S_{11}\} & \delta_1(S_{15}, c) = \{S_{11}\} \\ \delta_1(S_{16}, b) = \{S_{11}\} & \delta_1(S_{16}, c) = \{S_{11}\} & \\ \delta_1(S_9, a) = \{S_{15}, S_{16}\} & \delta_1(S_9, b) = \{S_{15}, S_{16}\} & \\ \delta_1(S_{11}, b) = \{S_{16}\} & \delta_1(S_{11}, c) = \{S_{16}\} & \\ \delta_1(H, a) = \{S_9\} & \delta_1(H, b) = \{S_9\} & \end{array}$$

- Построение автомата $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ для левوليнейной грамматики производится следующим образом:
 - Множество состояний состоит из именуемых нетерминалы состояний;
 - Добавляется новое состояние — заключительное (на наименование действуют соглашения по наименованию нетерминалов грамматик)

Таким образом

$$Q_2 = \aleph''_{20} \cup \{F\} = \{F, S_{10}, S_{12}, S_{15}, S_{16}\}$$

Начальное состояние — состояние, соответствующее целевому символу исходной грамматики:

$$q_2 \equiv S_{15}$$

Множество заключительных состояний будет содержать новое состояние

$$F_2 = \{F\}$$

Множество переходов:

$$\begin{array}{ll} \delta_2(S_{16}, b) = \{S_{12}\} & \delta_2(S_{16}, c) = \{S_{12}\} \\ \delta_2(S_{12}, b) = \{S_{16}, F\} & \delta_2(S_{12}, c) = \{S_{16}, F\} \\ \delta_2(S_{10}, a) = \{S_{15}, S_{16}, F\} & \delta_2(S_{10}, b) = \{S_{15}, S_{16}, F\} \\ \delta_2(S_{15}, a) = \{S_{10}\} & \delta_2(S_{15}, b) = \{S_{10}\} \end{array}$$

На этом построение конечных автоматов по автоматным грамматикам заканчивается

2.3.3.3 Построение диаграммы состояний автомата M

Диаграмма состояний конечного автомата — неупорядоченный ориентированный помеченный граф, вершины которого помечены именами состояний автомата и в котором есть дуга из вершины A к вершине B и если есть такой символ $t \in \Sigma$, для которого существует функция перехода вида $\delta(A, t) = B$ во множестве δ конечного автомата M . Кроме того, эта дуга помечается списком, состоящих из всех $t \in \Sigma$, для которых есть функция перехода $\delta(A, t) = B$. Построим диаграммы состояний для КА $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ и $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$.

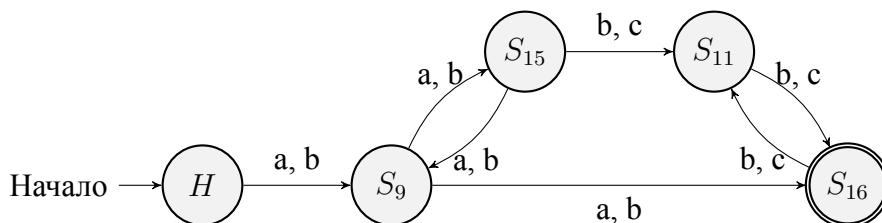


Рис. 1: Диаграмма состояний недетерминированного конечного автомата M_1

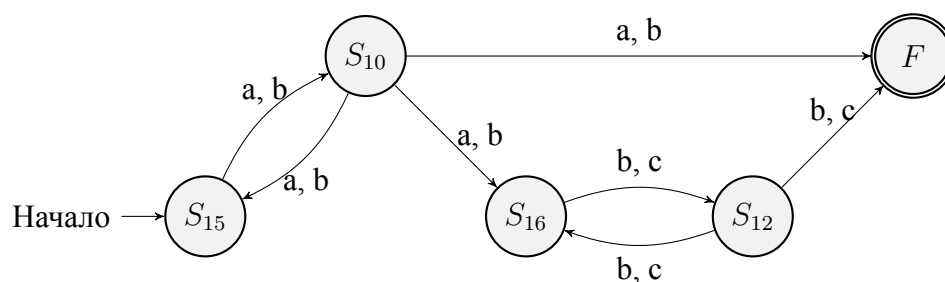


Рис. 2: Диаграмма состояний недетерминированного конечного автомата M_2

На этих диаграммах и далее выделенные состояния являются заключительными.

2.4 Построение КА по регулярному выражению

2.4.1 Построение КА M_3

Выполним построение конечных автоматов для выражения ф-л. (10). Очередность построения конечных автоматов будет определяться таки же образом, как и в случае построения грамматик по регулярному выражению ф-л. (11).

Воспользуемся рекурсивным определением регулярного выражения для построения последовательно конечных автоматов для каждого элементарного регулярного выражения, входящих в состав выражения ф-л. (11). Собственно последний КА и будет являться искомым.

Построим КА для указанных выражений. Каждый КА будем нумеровать по номеру выражения, для которого строится данный КА. Кроме того нумерация состояний КА будет определяться следующим образом: номер каждого состояния будет начинаться с номера конечного автомата.

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_1 = (\{q_{10}, q_{11}\}, \Sigma, \delta_1, q_{10}, \{q_{11}\}),$$

где множество переходов δ_1 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_1(q_{10}, a) = \{q_{11}\}$$

Граф переходов построенного КА M_1 примет вид

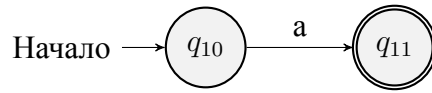


Рис. 3: Диаграмма состояний НКА M_1

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_2 = (\{q_{20}, q_{21}\}, \Sigma, \delta_2, q_{20}, \{q_{21}\}),$$

где множество переходов δ_2 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_2(q_{20}, b) = \{q_{21}\}$$

Граф переходов построенного КА M_2 примет вид

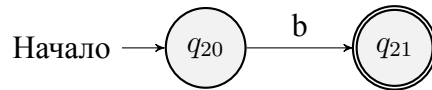


Рис. 4: Диаграмма состояний НКА M_2

Для выражения a конечный автомат примет вид

$$M_3 = (\{q_{30}, q_{31}\}, \Sigma, \delta_3, q_{30}, \{q_{31}\}),$$

где множество переходов δ_3 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_3(q_{30}, a) = \{q_{31}\}$$

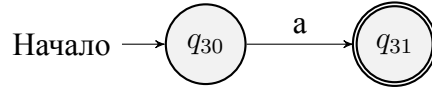


Рис. 5: Диаграмма состояний НКА M_3

Граф переходов построенного КА M_3 примет вид
 Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_4 = (\{q_{40}, q_{41}\}, \Sigma, \delta_4, q_{40}, \{q_{41}\}),$$

где множество переходов δ_4 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_4(q_{40}, b) = \{q_{41}\}$$

Граф переходов построенного КА M_4 примет вид

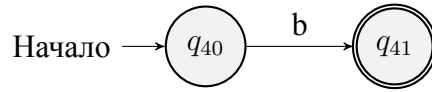


Рис. 6: Диаграмма состояний НКА M_4

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_5 = (\{q_{50}, q_{51}\}, \Sigma, \delta_5, q_{50}, \{q_{51}\}),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_5(q_{50}, b) = \{q_{51}\}$$

Граф переходов построенного КА M_5 примет вид

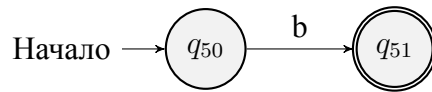


Рис. 7: Диаграмма состояний НКА M_5

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_6 = (\{q_{60}, q_{61}\}, \Sigma, \delta_6, q_{60}, \{q_{61}\}),$$

где множество переходов δ_5 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_6(q_{60}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА M_6 примет вид

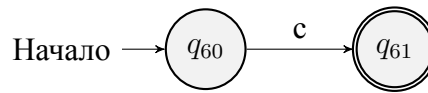


Рис. 8: Диаграмма состояний НКА M_6

Для выражения b конечный автомат примет вид

$$M_7 = (\{q_{70}, q_{71}\}, \Sigma, \delta_7, q_{70}, \{q_{71}\}),$$

где множество переходов δ_7 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_7(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

Граф переходов построенного КА M_7 примет вид

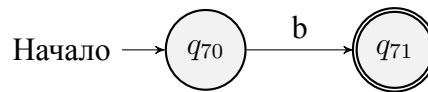


Рис. 9: Диаграмма состояний НКА M_7

Для выражения c конечный автомат примет вид

$$M_8 = (\{q_{80}, q_{81}\}, \Sigma, \delta_8, q_{80}, \{q_{81}\}),$$

где множество переходов δ_8 автомата будет содержать переходы вида

$$\delta_8(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА M_8 примет вид

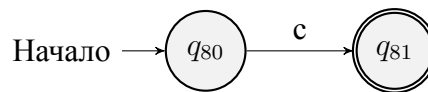


Рис. 10: Диаграмма состояний НКА M_8

Для выражения $a + b$ строим КА $M_9 = (Q_9, \Sigma, \delta_9, q_{90}, F_9)$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_9 получается путем объединения множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{90}

$$Q_9 = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{90}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}\}$$

2. q_{90} — начальное состояние;
3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_1 и M_2

$$F_9 = F_1 \cup F_2 = \{q_{11}, q_{21}\}$$

4. Множество переходов δ_9 строится:

$$\begin{aligned}\delta_9(q_{90}, a) &= \{q_{11}\} & \delta_9(q_{90}, b) &= \{q_{21}\} \\ \delta_9(q_{10}, a) &= \{q_{11}\} \\ \delta_9(q_{20}, b) &= \{q_{21}\}\end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА M_9 примет вид

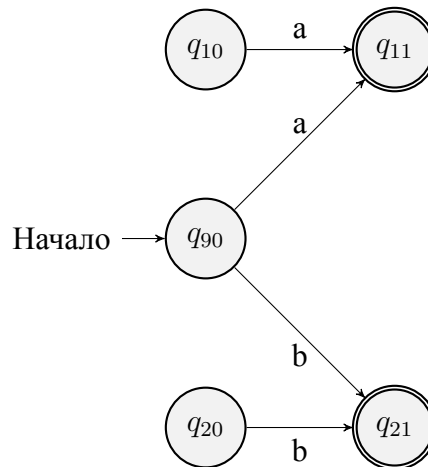


Рис. 11: Диаграмма состояний НКА M_9

Для выражения $a + b$ строим КА $M_{10} = (Q_{10}, \Sigma, \delta_{10}, q_{100}, F_{10})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{10} получается путем объединения множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{100}

$$Q_{10} = Q_3 \cup Q_4 \cup \{q_{100}\} = \{q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\}$$

2. q_{100} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_3 и M_4

$$F_{10} = F_3 \cup F_4 = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{aligned} \delta_{10}(q_{100}, a) &= \{q_{31}\} & \delta_{10}(q_{100}, b) &= \{q_{41}\} \\ \delta_{10}(q_{30}, a) &= \{q_{31}\} \\ \delta_{10}(q_{40}, b) &= \{q_{41}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА M_{10} примет вид

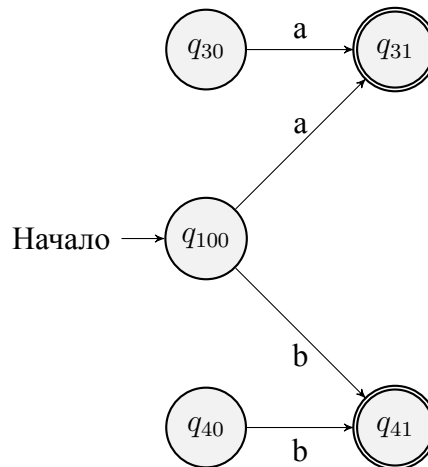


Рис. 12: Диаграмма состояний НКА M_{10}

Для выражения $b + c$ строим КА $M_{11} = (Q_{11}, \Sigma, \delta_{11}, q_{110}, F_{11})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{11} получается путем объединения множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{110}

$$Q_{11} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{110}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}\}$$

2. q_{110} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_5 и M_6

$$F_{11} = F_5 \cup F_6 = \{q_{51}, q_{61}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\begin{aligned}\delta_{11}(q_{110}, b) &= \{q_{51}\} & \delta_{11}(q_{110}, c) &= \{q_{61}\} \\ \delta_{11}(q_{50}, b) &= \{q_{51}\} \\ \delta_{11}(q_{60}, c) &= \{q_{61}\}\end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА M_{11} примет вид

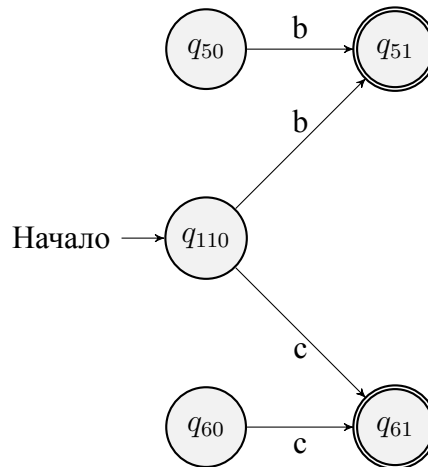


Рис. 13: Диаграмма состояний НКА M_{11}

Для выражения $b + c$ строим КА $M_{12} = (Q_{12}, \Sigma, \delta_{12}, q_{120}, F_{12})$ следующим образом:

1. Множество состояний автомата M_{12} получается путем объединения множества состояний автоматов M_1 и M_2 и нового состояния q_{120}

$$Q_{12} = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_{120}\} = \{q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\}$$

2. q_{120} — начальное состояние;

3. Конечные состояния определяются как объединение конечных состояний M_7 и M_8

$$F_{12} = F_7 \cup F_8 = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. Множество переходов δ строится:

$$\delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} \quad \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\}$$

$$\delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\}$$

$$\delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}$$

Граф переходов построенного КА M_{12} примет вид

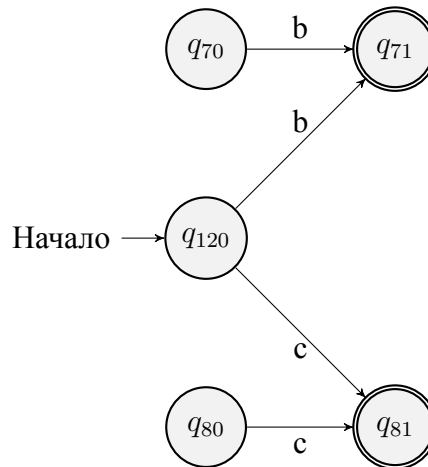


Рис. 14: Диаграмма состояний НКА M_{12}

Для выражения $(a + b)(a + b)$ строим КА $M_{13} = (Q_{13}, \Sigma, \delta_{13}, q_{130}, F_{13})$:

1. множество состояний автомата M_{13} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{13} = Q_9 \cup Q_{10} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{13} будет начальное состояние автомата M_9

$$q_{130} \equiv q_{90};$$

3. множество заключительных состояний F_{13} будет содержать только множество заключительных состояний автомата M_{10}

$$F_{13} = F_{10} = \{q_{31}, q_{41}\}$$

4. множество переходов δ_{13} автомата M_{13} будет содержать переходы автомата M_9 кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{90}, a) &= \delta_9(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{90}, b) &= \delta_9(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{13}(q_{10}, a) &= \delta_9(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{13}(q_{20}, b) &= \delta_9(q_{20}, b) = \{q_{21}\}, \end{aligned}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{11}, a) &= \emptyset \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{11}, b) &= \emptyset \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{21}, a) &= \emptyset \cup \{q_{31}\} = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{21}, b) &= \emptyset \cup \{q_{41}\} = \{q_{41}\}. \end{aligned}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата M_{10}

$$\begin{aligned} \delta_{13}(q_{100}, a) &= \delta_{10}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{100}, b) &= \delta_{10}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{13}(q_{30}, a) &= \delta_{10}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{13}(q_{40}, b) &= \delta_{10}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА M_{13} примет вид:

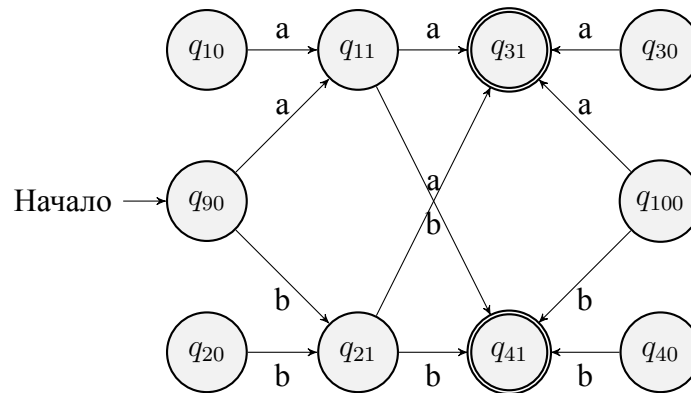


Рис. 15: Диаграмма состояний НКА M_{13}

Для выражения $(b + c)(b + c)$ строим КА $M_{14} = (Q_{14}, \Sigma, \delta_{14}, q_{140}, F_{14})$:

1. множество состояний автомата M_{14} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{14} = Q_{11} \cup Q_{12} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}\};$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{14} будет начальное состояние автомата M_{11}

$$q_{140} \equiv q_{110};$$

3. множество заключительных состояний F_{14} будет содержать только множество заключительных состояний автомата M_{12}

$$F_{14} = F_{12} = \{q_{71}, q_{81}\}$$

4. множество переходов δ_{14} автомата M_{14} будет содержать переходы автомата M_{11} кроме переходов из заключительных состояний

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{110}, b) &= \delta_{11}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{110}, c) &= \delta_{11}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{14}(q_{50}, b) &= \delta_{11}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{14}(q_{60}, c) &= \delta_{11}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \end{aligned}$$

а также добавляются переходы из заключительных состояний первого автомата в состояния второго, в которые имеются переходы из начальных состояний второго автомата

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{51}, b) &= \emptyset \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{51}, c) &= \emptyset \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{61}, b) &= \emptyset \cup \{q_{71}\} = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{61}, c) &= \emptyset \cup \{q_{81}\} = \{q_{81}\}. \end{aligned}$$

Кроме этого добавляются все состояния автомата M_{12}

$$\begin{aligned} \delta_{14}(q_{120}, b) &= \delta_{12}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{120}, c) &= \delta_{12}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{14}(q_{70}, b) &= \delta_{12}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{14}(q_{80}, c) &= \delta_{12}(q_{80}, c) = \{q_{81}\} \end{aligned}$$

Граф переходов построенного КА M_{14} примет вид:

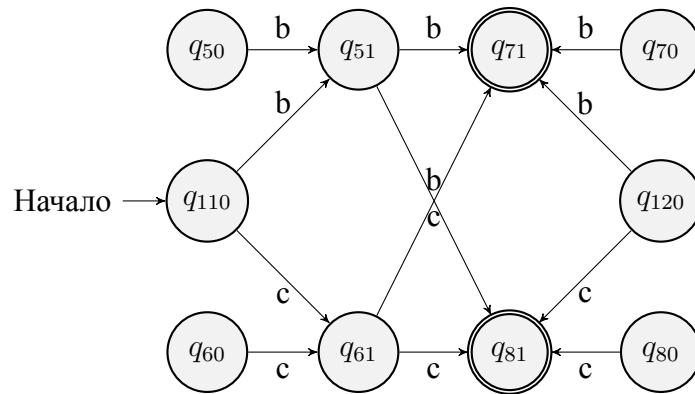


Рис. 16: Диаграмма состояний НКА M_{14}

Для выражения $((a + b)(a + b))^+$ строим КА $M_{15} = (Q_{15}, \Sigma, \delta_{15}, q_{150}, F_{15})$:

1. множество состояний конечного автомата M_{13} переносится с добавлением нового состояния q_{150} , состояние q_{150} — начальное

$$Q_{15} = Q_{13} \cup \{q_{150}\} = \{q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}\}.$$

2. множество результирующих состояний автомата переносится без изменений

$$F_{15} = F_{13} = \{q_{31}, q_{41}\}$$

3. множество переходов δ_{15} сохраняет все те переходы из незаключительных состояний, что и в автомате M_{13}

$$\begin{aligned} \delta_{15}(q_{90}, a) &= \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{90}, b) &= \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{10}, a) &= \delta_{13}(q_{10}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{20}, b) &= \delta_{13}(q_{20}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{100}, a) &= \delta_{13}(q_{100}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{100}, b) &= \delta_{13}(q_{100}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{30}, a) &= \delta_{13}(q_{30}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{40}, b) &= \delta_{13}(q_{40}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{11}, a) &= \delta_{13}(q_{11}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{11}, b) &= \delta_{13}(q_{11}, b) = \{q_{41}\} \\ \delta_{15}(q_{21}, a) &= \delta_{13}(q_{21}, a) = \{q_{31}\} & \delta_{15}(q_{21}, b) &= \delta_{13}(q_{21}, b) = \{q_{41}\}, \end{aligned}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{aligned} \delta_{15}(q_{31}, a) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{31}, b) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\} \\ \delta_{15}(q_{41}, a) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} & \delta_{15}(q_{41}, b) &= \emptyset \cup \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\}, \end{aligned}$$

для нового начального состояния q_{150} переносятся все переходы из старого начального состояния q_{90}

$$\delta_{15}(q_{150}, a) = \delta_{13}(q_{90}, a) = \{q_{11}\} \quad \delta_{15}(q_{150}, b) = \delta_{13}(q_{90}, b) = \{q_{21}\}.$$

Граф переходов построенного КА M_{15} примет вид:

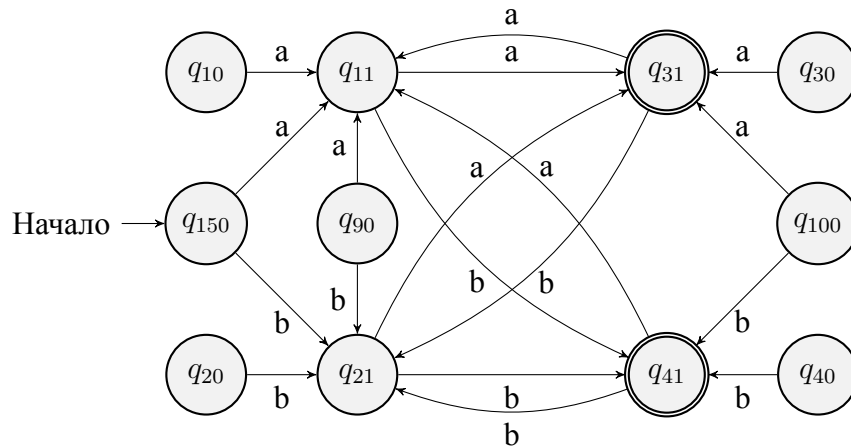


Рис. 17: Диаграмма состояний НКА M_{15}

Для выражения $((b + c)(b + c))^*$ строим КА $M_{16} = (Q_{16}, \Sigma, \delta_{16}, q_{160}, F_{16})$:

1. множество состояний конечного автомата M_{14} переносится с добавлением нового состояния q_{160} , состояние q_{160} — начальное

$$Q_{16} = Q_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160}\}.$$

2. множество результирующих состояний переносится с добавлением нового состояния q_{160}

$$F_{16} = F_{14} \cup \{q_{160}\} = \{q_{71}, q_{81}, q_{160}\}$$

3. множество переходов δ_{16} сохраняет все переходы из незаключительных состояний, что и в автомате M_{14}

$$\begin{aligned} \delta_{16}(q_{110}, b) &= \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{110}, c) &= \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{50}, b) &= \delta_{14}(q_{50}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{60}, c) &= \delta_{14}(q_{60}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{51}, b) &= \delta_{14}(q_{51}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{51}, c) &= \delta_{14}(q_{51}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{61}, b) &= \delta_{14}(q_{61}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{61}, c) &= \delta_{14}(q_{61}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{120}, b) &= \delta_{14}(q_{120}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{120}, c) &= \delta_{14}(q_{120}, c) = \{q_{81}\} \\ \delta_{16}(q_{70}, b) &= \delta_{14}(q_{70}, b) = \{q_{71}\} & \delta_{16}(q_{80}, c) &= \delta_{14}(q_{80}, c) = \{q_{81}\}, \end{aligned}$$

добавляются переходы из заключительных состояний автомата в состояния, в которые ведут переходы начального состояния автомата

$$\begin{aligned} \delta_{16}(q_{71}, b) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{71}, c) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\} \\ \delta_{16}(q_{81}, b) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} & \delta_{16}(q_{81}, c) &= \emptyset \cup \delta_{14}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}, \end{aligned}$$

для нового начального состояния q_{160} переносятся все переходы из старого начального состояния q_{110}

$$\delta_{16}(q_{160}, b) = \delta_{16}(q_{110}, b) = \{q_{51}\} \quad \delta_{16}(q_{160}, c) = \delta_{16}(q_{110}, c) = \{q_{61}\}$$

Граф переходов построенного КА M_{16} примет вид:

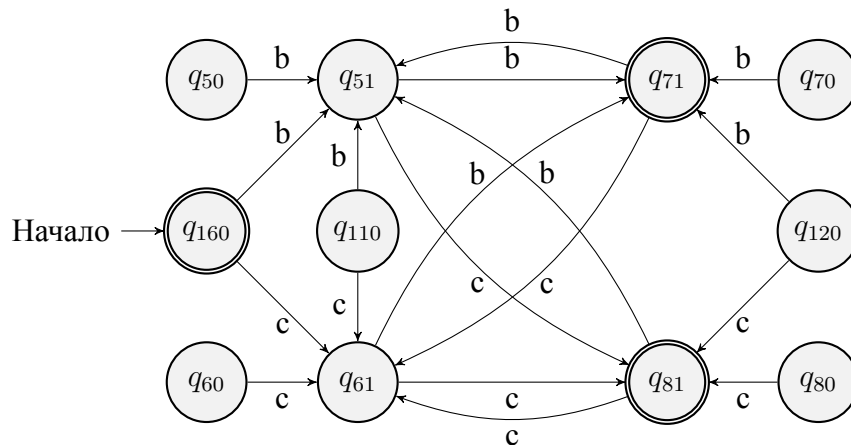


Рис. 18: Диаграмма состояний НКА M_{16}

Для выражения $((a + b)(a + b))^+((b + c)(b + c))^*$ строим КА $M_{17} = (Q_{17}, \Sigma, \delta_{17}, q_{170}, F_{17})$:

1. Множество состояний автомата M_{17} получается путём объединения множеств состояний исходных автоматов

$$Q_{17} = Q_{15} \cup Q_{16} = \left\{ \begin{array}{l} q_{10}, q_{11}, q_{20}, q_{21}, q_{90}, q_{30}, q_{31}, q_{40}, q_{41}, q_{100}, q_{150}, \\ q_{50}, q_{51}, q_{60}, q_{61}, q_{110}, q_{70}, q_{71}, q_{80}, q_{81}, q_{120}, q_{160} \end{array} \right\}$$

2. начальным состоянием результирующего автомата M_{17} будет начальное состояние автомата