

Ejercicio Formativo 2

(Fecha de entrega: [2021-03-30 Tue])

Sofía Valentina Bobadilla Ponce

1 Definiciones previas

En este caso es fundamental realizar observaciones:

- A pesar de ser el peor caso, el *guesser* terminará la partida descifrando la palabra escondida por *setter*.
- El *guesser* se verá forzado a utilizar el máximo número de preguntas (*guesses*), por ello en la siguiente solución se dirá cuál sería el orden del máximo de preguntas que tendría que hacer para descifrar el problema.
-

1. Suppose that $D = [0..\sigma - 1]^k$ for some integers σ and k : what is the worst case complexity of the *guesser* for σ and k fixed? Justify your answer! Hint: Design an adversary strategy for the setter in order to force the *guesser* to perform the maximum number of guesses.

Con lo escrito en las definiciones previas se determina que el peor caso será cuando el *Evil Hangman* escoga un diccionario D tal que existan muchas cadenas de caracteres similares con el fin de cambiar su palabra la mayor cantidad de veces, en particular podría negar todos los caracteres hasta llegar a una cadena de largo k compuesta por un único tipo de carácter. Cada vez que el *guesser* escoge un carácter el *setter* divide el conjunto D entre aquellas que contienen el carácter y aquellas que no lo son. Para poder ocupar el máximo de *guesses* se utilizarán las g tal que con cada una de ellas para la adivinanza $g-1$ se reduzca el conjunto D a dos palabras tal que con la adivinanza g se determina la palabra.

Viendo lo anterior como un árbol desequilibrado donde cada adivinanza i determinará las hojas. En total se tienen σ^k palabras o cadenas en el conjunto D . El peor caso será tal que con la palabra finalmente escogida estará compuesta por el último carácter a preguntar, es decir se harán σ consultas, con ello el orden sería $O(n)$ con $n = \sigma =$ cantidad de caracteres. Un símil a esto sería cuando al buscar en un arreglo en contra un adversario no preguntamos por todos los espacios y el adversario podría escoger justamente ese espacio por el que no se consulta.

2. . Suponga que $D \subseteq [0..\sigma-1]^k$ es de tamaño n , para σ, k, n enteros: ¿cuál es la complejidad de peor caso para el *guesser* con σ, k y n fijos? Justifique su respuesta. A diferencia del caso anterior en esta ocasión el conjunto de no se compone de las cadenas formadas de la combinación de los σ caracteres, en particular se tiene :

- tamaño del conjunto $D = n$
- n caracteres $= \sigma$
- tamaño cadenas $= k$

Para este caso no se sabe que palabras estarán específicamente en D y con ello no se sabe si estarán presenten todos los caracteres por esto el orden cambiará respecto a la pregunta anterior. Para esto se analiza un árbol que inicialmente tiene al conjunto D de tamaño n , con cada *guess* _{i} el conjunto se verá dividido entre dos familias una que cumpla la pregunta y otra familia que no, así hasta que el adversario no pueda seguir cambiando la palabra y el *guesser* adivine la palabra. Esto tendría un costo de $O(\log(n))$ ya que el costo de la división es $O(\log_2(n))$.

3. ¿Qué diferencias hay entre

- la complejidad de peor caso para el *guesser* si σ , k y n están fijos,
- la complejidad de peor caso para el *guesser* si D está fijo y
- la complejidad de peor caso para el *guesser* para una palabra específica $w \in D$?

Entre los primeros dos la diferencia está en que con σ , k y n fijos se puede obtener mucha mas información y por ende el peor caso sería *mejor* que para cuando unicamente D está fijo. Similar con la tercera consulta, el tener una palabra específica acotara los escenarios a evaluar.