

Ejercicio Formativo 3

(Fecha de entrega: [2021-04-13 Tue])

Sofía Valentina Bobadilla Ponce

1 Parte a

Para responder la pregunta a se procede a trabajar con reducción. Tal como se menciona en el enunciado el resultado del test es binario, 1 si es positivo 0 si es negativo, con esto se puede reducir el problema a uno de codificación binaria para el cual sabemos que en el peor caso para codificar un elemento de un conjunto U de tamaño N se requiere al menos $\log_2(N)$ bits lo cual corresponde a su vez a la cantidad de pruebas necesarias $\Omega(\log_2(N))$ para identificar a la persona contagiada en un solo turno.

***La respuesta anterior se basa en la actividad realizada en la sesión activa número 5*

2 Parte b

Para la resolución del problema se define que se debe escoger grupos de prueba aprovechando el comportamiento de los test hacia la mezcla de sangres talque con cierta cantidad de grupos se logre identificar a la persona infectada utilizando propiedades de teoría de conjuntos entre los grupos. Siendo las personas el conjunto de número de 1 a 16, lo anterior se puede realizar utilizando la codificación binaria para cada persona. En particular para el caso de la parte b la cantidad de personas es 16, el mayor número es representable por 4 dígitos binarios por ello se realizaran 4 pruebas simultaneas, los grupos serán los siguientes:

1. compuesto por aquellos números que al hacer $\%2$ su resultado sea 0 o 1, es decir, $G1=\{1,3,5,7,9,11,13,15\}$
2. compuesto por aquellos números que al hacer $\%4$ su resultado sea 2 o 3, es decir, $G2=\{2,3,6,7,10,11,14,15\}$
3. compuesto por aquellos números que al hacer $\%8$ su resultado sea 4 o 5 o 6 o 7, es decir, $G3=\{4,5,6,7,12,13,14,15\}$
4. compuesto por aquellos números que al hacer $\%16$ su resultado sea 8 o 9 o 10 o 11 o 12 o 13 o 14 o 15, es decir, $G4=\{8,9,10,11,12,13,14,15\}$

Viendo esto en codificación binaria se puede observar que los grupos indican un caracter del número en binario, veamos un ejemplo para el grupo 2:

N° sexadecimal	Binario
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

En la tabla se puede observar que lo que tienen en común es que el segundo caracter de izquierda a derecha (con la premisa de que una persona tendrá a lo más 4 caracteres por ser 16 personas) corresponde al valor 1, por ello si el grupo 2 arroja resultado positivo se sabe que la persona contagiada tiene en su código binario un 1 en el 2do caracter, por ello al realizar esto en los 4 grupos se obtendrá exactamente la persona contagiada.

Con lo anterior al obtener los resultados si un grupo da positivo se le asigna un 1, de lo contrario 0 y

entregarán a la persona contagiada de la forma : G4-G3-G2-G1. A continuación se presentan ejemplos:

G4	G3	G2	G1	Persona
1	1	1	1	15
0	1	0	1	5
0	0	0	1	1
1	0	1	1	11

Como se mencionó previamente se requieren 4 pruebas con este protocolo lo cual cumple con ejecutar $O(\log N)$ pruebas , en particular se realizan $\log_2(16) = 4$ pruebas simultaneas.