CC4102 **Diseño y Análisis de Algoritmos** **2021A**

Jérémy Barbay, Javier Oliva

Ejercicio Formativo 8

(Fecha de entrega: [2021-07-15 Thu])

Sofía Valentina Bobadilla Ponce

1 Problema

Considere la definición del problema de Intersección elementaria: dado un elemento x, un parámetro entero k y k arreglos ordenados $(Ai)_{i\in[1..k]}$ con ni elementos, donde $n_1 \geq n_2 \geq ... \geq nk$, decide si x pertenece a la intersección $\cap_{i\in[1..k]}A_i$ de estos arreglos. Si x $\in \cap_{i\in[1..k]}A_i$, se retorna el valor true seguido por las posiciones de x en cada arreglo. Si x $\notin \cap_{i\in[1..k]}Ai$, se retorna el valor false seguido por el índice de un arreglo que no contiene x, y el rango de inserción de x en este arreglo.

a

Dé y justifica que el rendimiento determinístico en el peor caso del problema de intersección elementario, sobre todas las instancias con valores rank i y r fijas.

Respuesta a

Recordando que un algoritmo deterministico es aquel que nunca se equivoca y siempre realiza lo mismo , se tiene que el peor caso será cuando el algoritmo al recorrer todos los arreglos en busca de x, los arreglos r se encuentren al final de la búsqueda, por lo que se recorrerán todos los arreglos en donde si se encuentra x y luego se descartará al buscar en uno de los r arreglos donde no se encuentra.
Por el algoritmo que se presenta en el enunciado en cada arreglo i se realiza una búsqueda binaria entre sus n_i elementos y una comparación extra para revisar si aún no se encuentra el valor y si es que quedan arreglos por revisar, esto se ve como un total de $\log(n_i) + 1$ comparaciones por arreglo
La cantidad de arreglos a revisar en el peor caso será, como se menciono previamente, todos aquellos en donde existe x más uno de los casos en donde no existe x, como r fijo se tiene que los casos a revisar son $k - r + 1$, recordando que por enunciado k es la cantidad total de arreglos.

Para continuar recordemos una formula vista en clases:

$$\sum_{i=1}^{k}(\log(n_i) + 1) \leq k(\log(\frac{n}{k}) + 1) \tag{1}$$

Tomando n como:

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i \tag{2}$$

Finalmente para determinar el rendimiento se utiliza la fórmula dada recordando la cantidad de arreglos visitados y las comparaciones que se realizan por cada uno, con ello la cota para el pero caso determina será: $(k - r + 1)(\log(\frac{n}{k-r+1}) + 1)$

b

Dé el rendimiento en el peor caso de este algoritmo aleatorizado , en el modelo más preciso que pueda.

Respuesta b

El peor caso del algoritmo aleatorizado es cuando r=0, ya que por sus características entrega la respuesta correcta pero cambiando su forma de actuar en cada ejecución, por ello recorrerá todos los arreglos, sabiendo lo anterior mas la cantidad de comparaciones por arreglo $(\log(n_i) + 1)$, la cota superior del rendimiento es:

$$\sum_{i=1}^{k} (\log(n_i) + 1) \leq k(\log(\frac{n}{k}) + 1) \tag{3}$$

c

Dé y justifica que la mejor cota inferior que pueda alcanzar el rendimiento aleatorizado en el peor caso del problema de intersección elementaria, en el modelo de comparación.

Respuesta c

Para esta pregunta el peor caso sigue siendo r=0, es decir, cuando la aleatoridad no permite mejorar el rendimiento.Por lo anterior la mejor cota inferior continua siendo

$$\sum_{i=1}^{k} (\log(n_i) + 1) \leq k(\log(\frac{n}{k}) + 1) \tag{4}$$