4.3. Математические модели на базе нечеткой логики

Согласно глубоко укоренившейся традиции научного мышления понимание какого-либо процесса или явления отождествляется с возможностью его количественного анализа. В настоящее время, однако, правомерность такого анализа, основанного на использовании дифференциальных или конечно-разностных уравнений для описания систем, в которых участвует человек, подвергается сомнению.

Системы, неотъемлемым (или даже основным) фактором которых является именно человек и его суждения, относятся к классу так называемых ***слабоструктурированных (сложных) систем*** (СС- систем), для которых обычные количественные методы анализа и описания не применимы по своей сути. В основе этого тезиса лежит принцип несовместимости, сформулированный Заде, который утверждает, что чем сложнее система, тем менее мы способны дать точные и в то же время имеющие практическое значение суждения. Для систем, сложность которых превосходит некоторый пороговый уровень, точность и практический смысл, т.е. содержательность, становятся почти взаимоисключающими характеристиками.

Именно в этом аспекте точный количественный анализ СС- систем не имеет практического значения при решении экономических, социальных, политических и других задач, в которых сложность описания рассматриваемой системы достаточно велика. Альтернативный подход состоит в использовании при анализе таких систем не количественных значений, а нечетких множеств, когда переход от принадлежности некоторого объекта к какому-либо классу происходит не скачкообразно, а непрерывно. В самом деле, человек в свой повседневной и профессиональной деятельности мыслит скорее на качественном, понятийном уровне, чем на количественном. При этом понятия являются, как правило, неточными, нечеткими (например, «высокая температура», «сильный шум» и т.д.).

Такая вездесущая нечеткость человеческого мышления позволяет судить о том, что логика рассуждений человека не является двузначной (или даже многозначной). Это - логика с нечеткими истинами, нечеткими отношениями и нечеткими правилами вывода.. Предполагается, что именно такая логика играет ключевую роль в мыслительной деятельности человека, наделяет его мышление чрезвычайно важной способностью - оценивать информацию и обобщать ее.

Способность манипулировать нечеткими понятиями является важнейшей особенностью и достижением человеческого интеллекта, которые выгодно отличают его от машинного интеллекта. С этой точки зрения традиционные методы анализа систем не подходят для работы с СС- системами, поскольку они не позволяют выявить и использовать то, что играет чрезвычайно важную роль в этих системах, - нечеткость мышления в поведении человека.

Таким образом, для радикального изменения подходов к исследованию СС-систем необходимы новые научные методы, в основе которых лежит не точность, строгость и математический формализм в его традиционном понимании, а некоторые методологические схемы, позволяющие учесть, описать и формализовать понятия, содержащие неточность и неполную истинность.

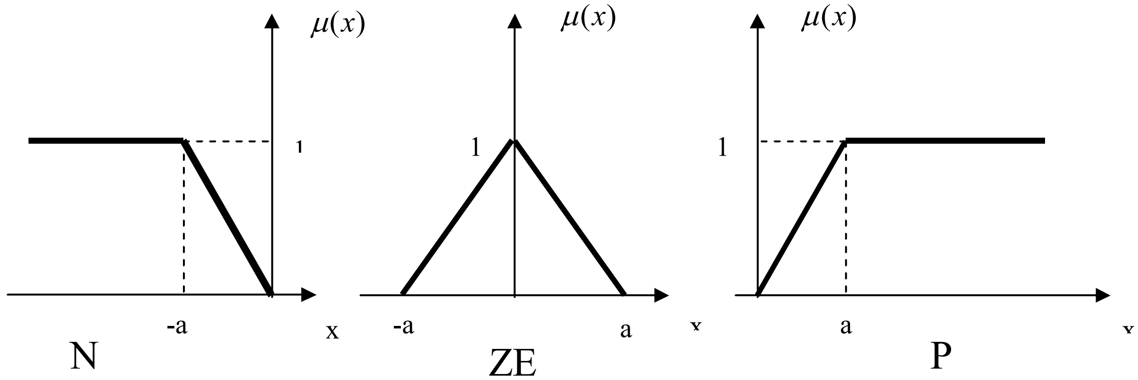
Методы нечеткой логики позволяют строить логико-лингвистические модели, отражающие общую смысловую постановку задачи, используя качественные представления соответствующие "человеческим" способам рассуждений и принятия решений.

Основные понятия теории нечетких множеств.

Пусть А – некоторое подмножество универсального множества Е, а x – элемент множества Е. В обычной (четкой) теории множеств функция принадлежности элемента x подмножеству А может принимать два значения: $\mu_A(x)$= 1, если x $\in$ А и $\mu_A(x)$= 0, если x $\notin$ А. В теории нечетких множеств функция принадлежности элемента x подмножеству А может принимать любые значения на отрезке [0, 1] т.е. $\mu_A(x) \in$ [0, 1], при этом подмножество А называют нечетким.

Пример. Пусть $E=R^1$ – множество действительных чисел, тогда нечеткие множества: “большой отрицательный”, “приблизительно нулевой”, “большой положительный” могут быть определены функциями принадлежности, приведенными ниже.

Замечание. В виду сложившихся традиций в рассматриваемой теории вместо термина “нечеткое подмножество” используют термин “нечеткое множество”.



Функции принадлежности нечетких множеств:
“большой отрицательный” (N), “приблизительно нулевой” (ZE), “большой положительный” (P)

Для определения вида функций принадлежности разработаны различные экспертные методы. В ряде случаев используют типовые формы функций принадлежности, тогда методом экспертных оценок определяется тип функций принадлежности и их параметры.

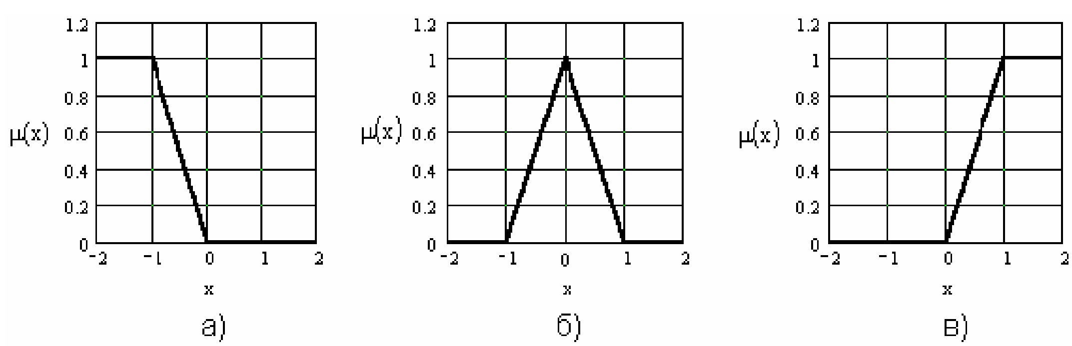
Приведем некоторые типовые виды функций принадлежности.

Кусочно-линейные функции принадлежности описываются уравнениями:

$$\mu_Z(x) = \begin{cases} 1 - |x-a|/\lambda, \text{ при } |x-a| \le \lambda, \\ 0, \text{ при } |x-a| > \lambda, \end{cases}$$

$$\mu_N(x) = \begin{cases} 1-\mu_Z(x), \text{ при } x \le 0, \\ 0, \text{ при } x > 0, \end{cases} \quad \mu_P(x) = \begin{cases} 1-\mu_Z(x), \text{ при } x \ge 0, \\ 0, \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

Ниже приведен вид графиков функций принадлежности типов Z(а), N(б), P(в) соответственно, при $a = 0$ и $\lambda = 1$.



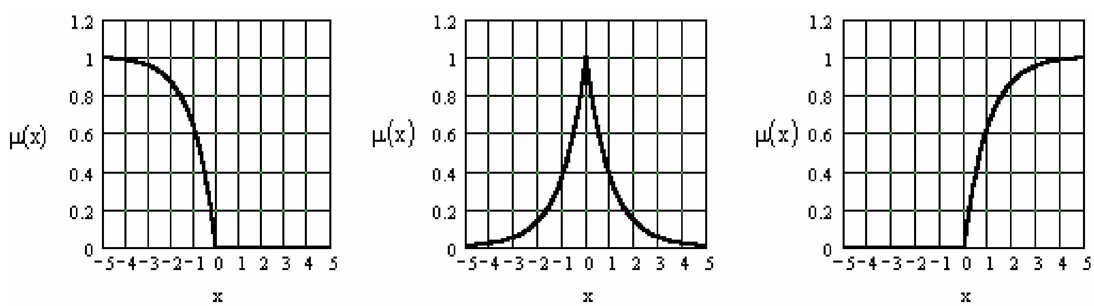
Показательные (Пуассона) функции принадлежности описываются уравнениями:

$$\mu_Z(x) = e^{-|x-a|/\lambda},$$

$$\mu_N(x) = \begin{cases} 1-\mu_Z(x), \text{ при } x \le 0, \\ 0, \text{ при } x > 0, \end{cases}$$

$$\mu_P(x) = \begin{cases} 1-\mu_Z(x), \text{ при } x \ge 0, \\ 0, \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

Ниже приведен вид графиков функций принадлежности типов Z(а), N(б), P(в) соответственно, при $a = 0$ и $\lambda = 1$.



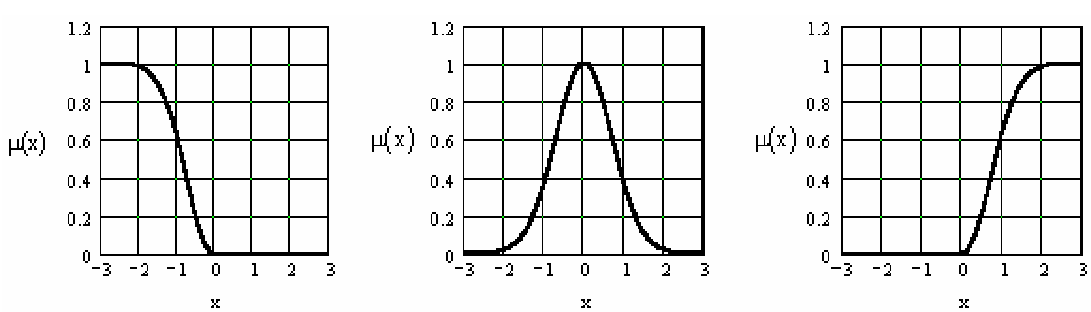
а) б) в)

Гауссовы функции принадлежности описываются уравнениями:

$$\mu_Z(x) = e^{-(x-a)^2/\lambda},$$

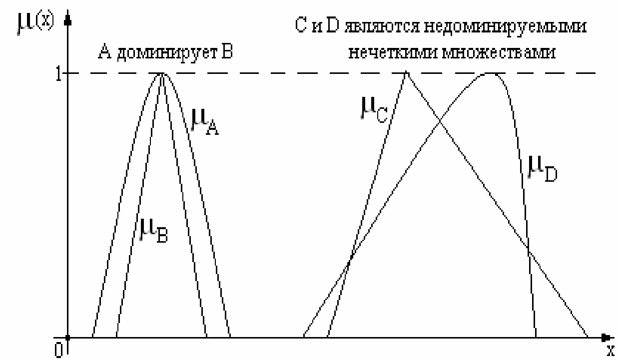
$$\mu_N(x) = \begin{cases} 1-\mu_Z(x), \text{ при } x \le 0, \\ 0, \text{ при } x > 0, \end{cases} \quad \mu_P(x) = \begin{cases} 1-\mu_Z(x), \text{ при } x \ge 0, \\ 0, \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

Ниже приведен вид графиков функций принадлежности типов Z(а), N(б), P(в) соответственно, при $a = 0$ и $\lambda = 1$.



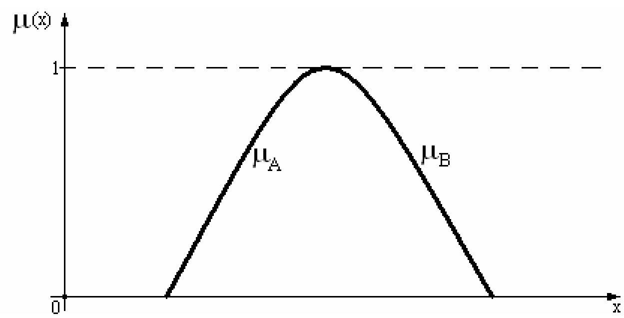
а) б) в)

Логические операции над нечеткими множествами



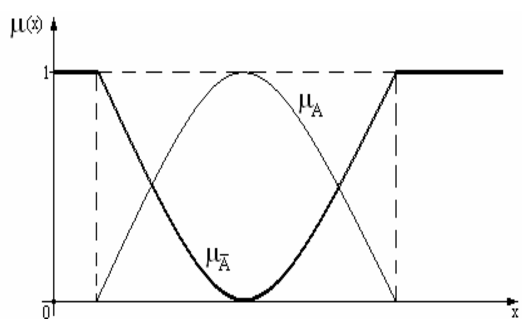
Включение (доминирование) нечетких множеств

Включение. Пусть A и B - нечеткие множества на универсальном множестве X. Говорят, что A содержится в B, или B включает A, т.е. $A \subset B$, если $\forall x \in X\ \mu_A(x) \le \mu_B(x)$. Иногда используют термин «доминирование», т.е. B доминирует A при $A \subset B$.



Равенство нечетких множеств

Равенство. Пусть A и B - нечеткие множества на универсальном множестве X. Говорят, что A и B равны, т.е. $A = B$, если $\forall x \in X\ \mu_A(x) = \mu_B(x)$. В противном случае $A \ne B$.

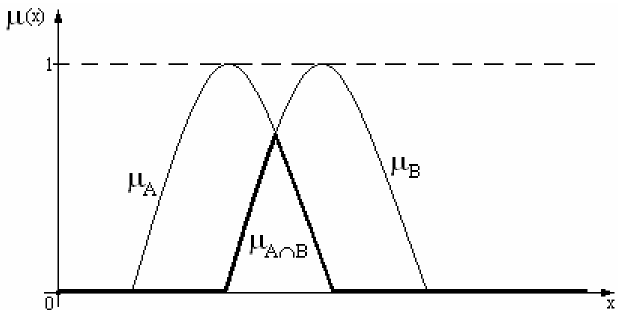


Дополнение нечетких множеств

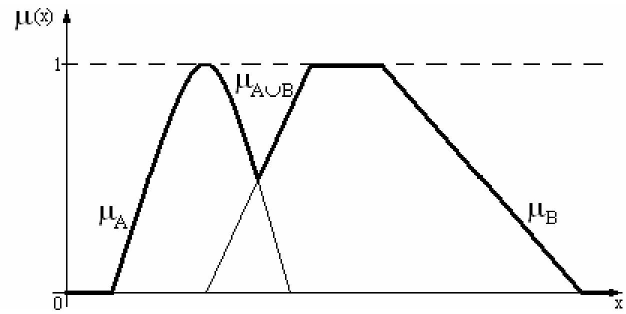
Дополнение. Пусть A и B - нечеткие множества с множеством принадлежностей характеристических функций $M = [0;1]$, заданные на универсальном множестве X. Говорят, что A и B дополняют друг друга, т.е. $A = \overline{B}$ или $B = \overline{A}$, если $\forall x \in X\ \mu_A(x) = 1 - \mu_B(x)$. Очевидно следствие $\overline{\overline{A}} = A$ - так называемое свойство **инволюции.**

Пересечение нечетких множеств A и B, заданных на универсальном множестве X, - это наибольшее нечеткое множество $A \cap B$, содержащееся одновременно и в A, и в B с функцией принадлежности:

$$\forall x \in X\ \mu_{A\cap B}(x) = \min\{\mu_A(x); \mu_B(x)\}.$$



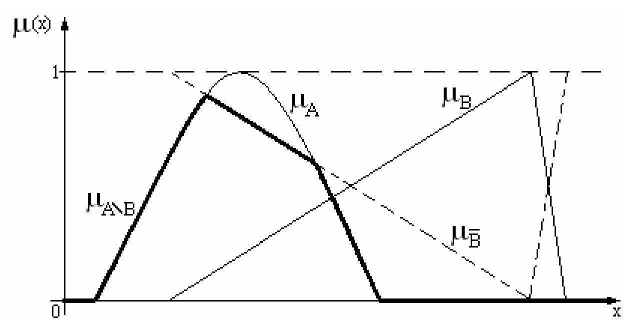
Пересечение нечетких множеств



Объединение нечетких множеств

Объединение нечетких множеств A и B, заданных на универсальном множестве X, - это наименьшее нечеткое множество $A \cup B$, включающее как A, так и B с функцией принадлежности, заданной следующим образом:

$$\forall x \in X \ \mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x); \mu_B(x)\}.$$



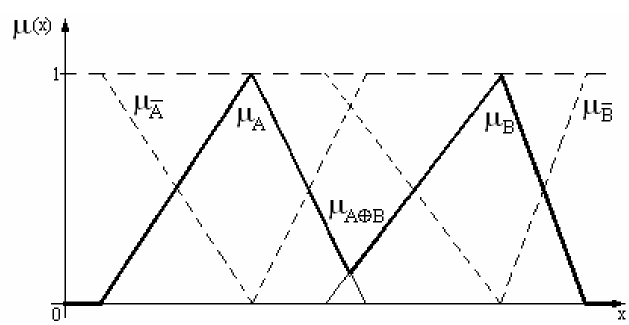
Разность нечетких множеств

Разность нечетких множеств A и B, заданных на универсальном множестве X, - это нечеткое множество $A \setminus B = A \cap \overline{B}$ с функцией принадлежности, заданной как:

$$\forall x \in X \ \mu_{A \setminus B}(x) = \mu_{A \cap \overline{B}}(x) = \min\{\mu_A(x); 1 - \mu_B(x)\}$$

Симметрическая разность нечетких множеств A и B, заданных на универсальном множестве X, - это нечеткое множество $A - B$ с функцией принадлежности, заданной следующим образом:

$$\forall x \in X \ \mu_{A-B}(x) = |\mu_A(x) - \mu_B(x)|.$$



Дизъюнктивная сумма нечетких множеств

Дизъюнктивная сумма нечетких множеств A и B, заданных на универсальном множестве X, - это нечеткое множество

$$A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$$

с функцией принадлежности, заданной следующим образом:

$$\forall x \in X \ \mu_{A \oplus B}(x) = \max\{\min\{\mu_A(x); 1 - \mu_B(x)\}; \min\{1 - \mu_A(x); \mu_B(x)\}\}.$$

Свойства логических операций над нечеткими множествами

Пусть A, B и C - нечеткие множества, заданные на универсальном множестве X. Тогда для операций пересечения и объединения нечетких множеств выполняются следующие свойства:

- $\begin{cases} A \cap B = B \cap A, \\ A \cup B = B \cup A, \end{cases}$ - коммутативность;
- $\begin{cases} (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C), \\ (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), \end{cases}$ - ассоциативность;
- $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), \end{cases}$ - дистрибутивность;
- $\begin{cases} A \cap A = A, \\ A \cup A = A, \end{cases}$ - идемпотентность;
- $A \cup \varnothing = A$, где $\varnothing$ - пустое множество, т.е. $\mu_{\varnothing}(x) = 0$, $\forall x \in X$.
- $A \cap \varnothing = \varnothing$;
- $A \cap X = A$;
- $A \cup X = X$;
- $\begin{cases} \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}, \\ \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \end{cases}$ - теоремы Де Моргана.
- $\begin{cases} A \cap \overline{A} \neq \varnothing, \\ A \cup \overline{A} \neq X, \end{cases}$ - в отличие от аналогичных свойств для обычного (четкого)

множества, заданного на множестве E подмножества D, для которого $\begin{cases} D \cap \overline{D} = \varnothing, \\ D \cup \overline{D} = E, \end{cases}$

- $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Нечеткие операторы

Введенные выше операции над нечеткими множествами основаны на использовании операций $\max$ и $\min$. В теории нечетких множеств разрабатываются вопросы построения обобщенных, параметризованных операторов пересечения, объединения и дополнения, позволяющих учесть разнообразные смысловые оттенки соответствующих им лингвистических связок естественного языка «и», «или», «не». Один из подходов к операторам пересечения и объединения заключается в их определении при помощи **нечетких операторов**, т.н. **треугольных норм и конорм**. Следует обратить внимание на то, что представленные выше варианты вычисления нечеткого «И» как $\min\{\mu_A(x),\mu_B(x)\}$ и нечеткого «ИЛИ» как $\max\{\mu_A(x),\mu_B(x)\}$, использующиеся как самостоятельно, так и при введении операций разности, симметрической разности и дизъюнктивной суммы – это только один из возможных вариантов определения данных операций, веденный основоположником теории нечетких множеств Л.Заде.

Треугольной нормой (t-нормой) называется двуместная действительная функция T, отображающая две функции принадлежности нормальных нечетких множеств $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$ в одну функцию принадлежности нормального нечеткого множества и удовлетворяющая следующим условиям:

- $T(0,0)=0$, $T(\mu_A(x),1)=\mu_A(x)$, $T(1,\mu_A(x))=\mu_A(x)$ - ограниченность;
- $T(\mu_A(x),\mu_B(x))\le T(\mu_C(x),\mu_D(x))$, где $\mu_A(x)\le\mu_C(x)$, $\mu_B(x)\le\mu_D(x)$ для $\forall x\in X$ - монотонность;
- $T(\mu_A(x),\mu_B(x))=T(\mu_B(x),\mu_A(x))$ - коммутативность;
- $T(\mu_A(x),T(\mu_B(x),\mu_C(x)))=T(T(\mu_A(x),\mu_B(x)),\mu_C(x))$ - ассоциативность.

Примерами t-норм являются следующие функции:

$\min\{\mu_A(x),\mu_B(x)\}$ - нечеткое «И» по Заде,

$\max\{0;\mu_A(x)+\mu_B(x)-1\}$ - нечеткое «И» по Лукашевичу,

$\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)$ - нечеткое «И» по Бандлеру.

Треугольной конормой (t-конормой) называется двуместная действительная функция T, отображающая две функции принадлежности нормальных нечетких множеств $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$ в одну функцию принадлежности нормального нечеткого множества и удовлетворяющая следующим условиям:

- $T(1,1)=1$, $T(\mu_A(x),0)=\mu_A(x)$, $T(0,\mu_A(x))=\mu_A(x)$ - ограниченность;
- $T(\mu_A(x),\mu_B(x))\ge T(\mu_C(x),\mu_D(x))$, если $\mu_A(x)\le\mu_C(x)$,
  $\mu_B(x)\ge\mu_D(x)$ для $\forall x\in X$ - монотонность;
- $T(\mu_A(x),\mu_B(x))=T(\mu_B(x),\mu_A(x))$ - коммутативность;

- $T(\mu_A(x), T(\mu_B(x), \mu_C(x))) = T(T(\mu_A(x), \mu_B(x)), \mu_C(x))$ - ассоциативность.

Примерами t-конорм являются следующие функции:

$\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ - нечеткое «ИЛИ» по Заде,

$\min\{1; \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$ - нечеткое «ИЛИ» по Лукашевичу,

$\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$ - нечеткое «ИЛИ» по Бандлеру.

Нечеткая и лингвистическая переменные

Нечеткая переменная определяется кортежем параметров $\langle \alpha, X, A \rangle$, где α - название нечеткой переменной, X - область определения нечеткой переменной, $A = \{\mu_A(x)/x\}$, $x \in X$ -заданное на X нечеткое множество, описывающее возможные значения нечеткой переменной.

Пример. Нечеткая переменная, описывающая скорость движения объекта: $<\alpha =$"приблизительно нулевая скорость движения объекта.", $X = (-x_{\max}; x_{\max})$, $A = \{e^{-x^2} / x\}, x \in X >$.

Если областью определения нечеткой переменной является множество действительных чисел X=R, то такая нечеткая переменная называется действительным нечетким числом.

Лингвистическая переменная является обобщением понятия нечеткой переменной и определяется кортежем параметров $\langle \beta, T, X, G, M \rangle$, где:

- β - название лингвистической переменной;
- T - базовое **терм-множество** лингвистической переменной, состоящее из множества ее значений (**термов**), каждое из которых представляет собой название отдельной нечеткой переменной α;
- X - область определения нечетких переменных, названия которых составляют терм-множество лингвистической переменной;
- G - синтаксическая процедура, позволяющая оперировать элементами терм-множества и генерировать новые термы;

- M - семантическая процедура, позволяющая преобразовывать значения лингвистических переменных, полученных процедурой G, в нечеткие переменные, путем формирования соответствующих нечетких множеств.

Пример. Пусть температура воды определяется с помощью понятий «малая температура», «средняя температура», «большая температура». При этом минимальная температура воды равна $0^\circ C$, а максимальная – соответственно $100^\circ C$. Формализация такого описания может быть проведена при помощи лингвистической переменной $\langle \beta, T, X, G, M \rangle$, в кортеже которой:

- β - ”температура воды”;
- T - «малая температура», «средняя температура», «большая температура»;
- $X = (0;100)$;
- G - процедура образования новых термов с помощью языковых связок «И», «ИЛИ», а также модификаторов «ОЧЕНЬ», «НЕ», «СЛЕГКА» и т.д. (например, «не очень большая температура»);
- M - процедура задания на $X = (0;100)$ нечетких подмножеств, соответствующих понятиям «малая температура», «средняя температура», «большая температура», а также нечетких множеств для термов из $G(T)$ в соответствии с правилами трансляции нечетких связок и модификаторов ($A \cap B$ соответствует «И», $A \cup B$ соответствует «ИЛИ», $\overline{A}$ соответствует «НЕ», $CON(A) = A^2$ соответствует «очень», $DIL(A) = A^{0.5}$ соответствует «слегка» и т.д.).

Нечеткий логический вывод.

Механизм нечеткого логического вывода в своей основе имеет базу знаний, формируемую специалистами предметной области в виде совокупности нечетких продукционных правил следующего вида:

ЕСЛИ <**Антецедент** (предпосылка)> ТО <**Консеквент** (следствие) >,

Антецедент и Консеквент - некоторые выражения нечеткой логики, которые наиболее часто представляются в форме нечетких высказываний. В качестве антецедента и консеквента могут использоваться не только простые, но и составные логические нечеткие высказывания, т.е. элементарные нечеткие высказывания, соединенные нечеткими логическими связками, такими как нечеткое отрицание, нечеткая конъюнкция, нечеткая дизъюнкция:

ЕСЛИ «β_1 ЕСТЬ α_1» ТО «β_2 ЕСТЬ α_2»,

ЕСЛИ «β_1 ЕСТЬ α_1» И «β_2 ЕСТЬ α_2» ТО «β_3 ЕСТЬ НЕ α_3»,

ЕСЛИ «β_1 ЕСТЬ α_1» ИЛИ «β_2 ЕСТЬ α_2» ТО «β_3 ЕСТЬ НЕ α_3»,

Пример. Имеется наливная емкость (бак) с непрерывным управляемым притоком жидкости и непрерывным неуправляемым расходом жидкости. База правил системы нечеткого вывода, соответствующая знаниям эксперта о том, какой необходимо выбрать приток жидкости чтобы уровень жидкости в баке оставался средним, будет выглядеть следующим образом:

ПРАВИЛО <1>: ЕСЛИ «уровень жидкости малый» И «расход жидкости большой» ТО «приток жидкости большой»;

ПРАВИЛО <2>: ЕСЛИ «уровень жидкости малый» И «расход жидкости средний» ТО «приток жидкости большой»;

ПРАВИЛО <3>: ЕСЛИ «уровень жидкости малый» И «расход жидкости малый» ТО «приток жидкости средний»;

ПРАВИЛО <4>: ЕСЛИ «уровень жидкости средний» И «расход жидкости большой» ТО «приток жидкости большой»;

ПРАВИЛО <5>: ЕСЛИ «уровень жидкости средний» И «расход жидкости средний» ТО «приток жидкости средний»;

ПРАВИЛО <6>: ЕСЛИ «уровень жидкости средний» И «расход жидкости малый» ТО «приток жидкости средний»;

ПРАВИЛО <7>:ЕСЛИ «уровень жидкости большой» И «расход жидкости большой» ТО «приток жидкости средний»;

ПРАВИЛО <8>: ЕСЛИ «уровень жидкости большой» И «расход жидкости средний» ТО «приток жидкости малый»;

ПРАВИЛО <9>: ЕСЛИ «уровень жидкости большой» И «расход жидкости малый» ТО «приток жидкости малый».

Используя обозначения ZP – «малый», PM – «средний», PB – «большой», данную базу нечетких продукционных правил можно представить в виде таблицы, в узлах которой находятся соответствующие заключения о требуемом притоке жидкости:

Уровень жидкости / Расход жидкости	ZP	PM	PB
ZP	PM	PM	ZP
PM	PB	PM	ZP
PB	PB	PB	PM

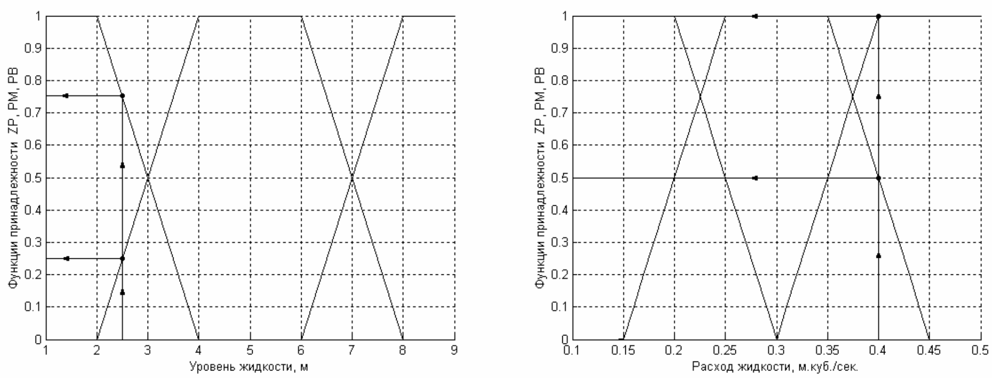
Нечеткий логический вывод – это процесс получения нечетких заключений на основе нечетких условий или предпосылок.

Применительно к нечеткой системе управления объектом, **нечеткий логический вывод** – это процесс получения нечетких заключений о требуемом управлении объектом на основе нечетких условий или предпосылок, представляющих собой информацию о текущем состоянии объекта.

Логический вывод осуществляется поэтапно.

1) Фаззификация (введение нечеткости) – это установка соответствия между численным значением входной переменной системы нечеткого вывода и значением функции принадлежности соответствующего ей терма лингвистической переменной. На этапе фаззификации значениям всех входным переменным системы нечеткого вывода, полученным внешним по отношению к системе нечеткого вывода способом, например, при помощи датчиков, ставятся в соответствие конкретные значения функций принадлежности соответствующих лингвистических термов, которые используются в условиях (антецедентах) ядер нечетких продукционных правил, составляющих базу нечетких продукционных правил системы нечеткого вывода. Фаззификация считается выполненной, если найдены степени истинности $\mu(a)$ всех элементарных логических высказываний вида «β ЕСТЬ α», входящих в антецеденты нечетких продукционных правил, где α - некоторый терм с известной функцией принадлежности $\mu(x)$, a - четкое численное значение, принадлежащее универсуму лингвистической переменной β.

Например, формализация описания уровня жидкости в баке и расхода жидкости проведена при помощи лингвистических переменных, в кортеже которых содержится по три нечетких переменных, соответствующих понятиям малого, среднего и большого значения соответствующих физических величин, функции принадлежности которых представлены ниже.



Функции принадлежностей кортежей лингвистических переменных, соответствующих нечетким понятиям малого, среднего, большого уровня и расхода жидкости соответственно

Если текущие уровень и расход жидкости $2{,}5\,\text{м}$ и $0{,}4\,\text{м}^3/сек$ соответственно, то степени истинности элементарных нечетких высказываний:

- «уровень жидкости малый» - 0,75;
- «уровень жидкости средний» - 0,25;
- «уровень жидкости большой» - 0,00;
- «расход жидкости малый» - 0,00;
- «расход жидкости средний» - 0,50;
- «расход жидкости большой» - 1,00.

2) Агрегирование – это процедура определения степени истинности условий по каждому из правил системы нечеткого вывода. При этом используются полученные на этапе фаззификации значения функций принадлежности термов лингвистических переменных, составляющих вышеупомянутые условия (антецеденты) ядер нечетких продукционных правил.

Если условие нечеткого продукционного правила является простым нечетким высказыванием, то степень его истинности соответствует значению функции принадлежности соответствующего терма лингвистической переменной.

Если условие представляет составное высказывание, то степень истинности сложного высказывания определяется на основе известных значений истинности составляющих его элементарных высказываний при помощи введенных ранее нечетких логических операций в одном из оговоренных заранее базисов.

Например, с учетом полученных в результате фаззификации значений истинности элементарных высказываний, степень истинности условий для каждого составного правила системы нечеткого вывода по управлению уровнем жидкости в баке, в соответствии с определением по Заде нечеткого логического «И» двух элементарных высказываний A, B : $T(A \cap B) = \min\{T(A); T(B)\}$, будет следующей.

ПРАВИЛО <1>: антецедент - «уровень жидкости малый» И «расход жидкости большой»; степень истинности антецедента $\min\{0{,}75; 1{,}00\} = 0{,}75$.

ПРАВИЛО <2>: антецедент - «уровень жидкости малый» И «расход жидкости средний»; степень истинности антецедента $\min\{0{,}75; 0{,}50\} = 0{,}50$.

ПРАВИЛО <3>: антецедент - «уровень жидкости малый» И «расход жидкости малый», степень истинности антецедента $\min\{0{,}75; 0{,}00\} = 0{,}00$.

ПРАВИЛО <4>: антецедент - «уровень жидкости средний» И «расход жидкости большой», степень истинности антецедента $\min\{0{,}25; 1{,}00\} = 0{,}25$.

ПРАВИЛО <5>: антецедент - «уровень жидкости средний» И «расход жидкости средний», степень истинности антецедента $\min\{0{,}25; 0{,}50\} = 0{,}25$.

ПРАВИЛО <6>: антецедент - «уровень жидкости средний» И «расход жидкости малый», степень истинности антецедента $\min\{0{,}25; 0{,}00\} = 0{,}00$.

ПРАВИЛО <7>: антецедент - «уровень жидкости большой» И «расход жидкости большой», степень истинности антецедента $\min\{0{,}00; 1{,}00\} = 0{,}00$.

ПРАВИЛО <8>: антецедент - «уровень жидкости большой» И «расход жидкости средний», степень истинности антецедента $\min\{0{,}00; 0{,}50\} = 0{,}00$.

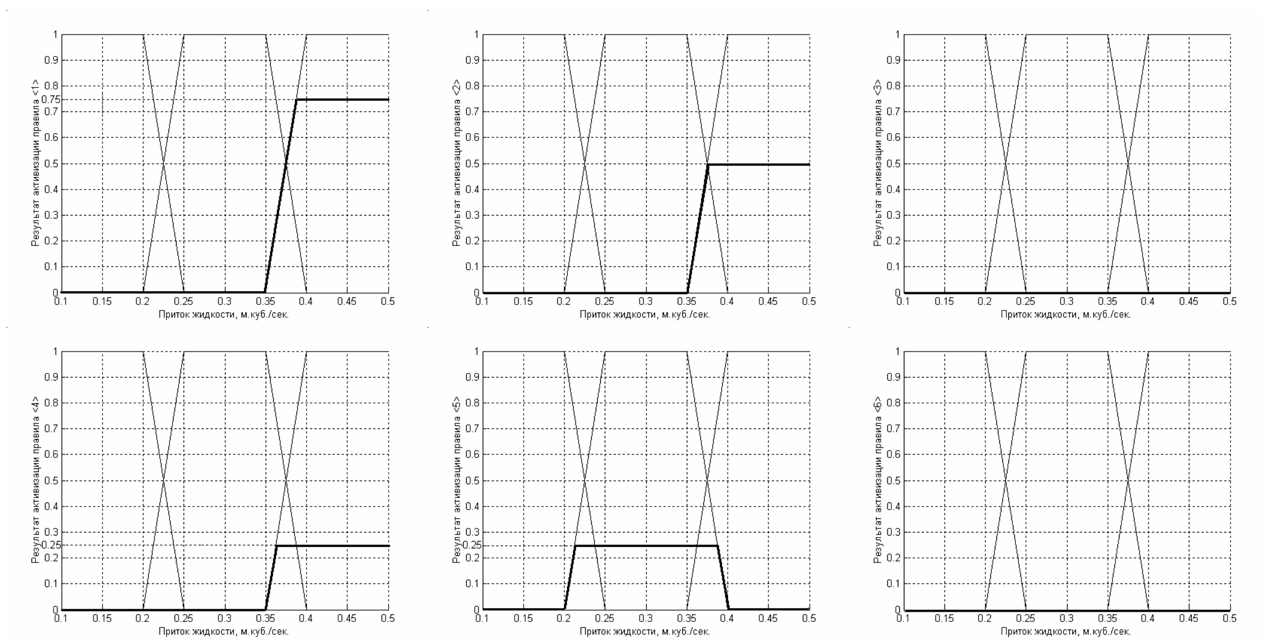
ПРАВИЛО <9>: антецедент - «уровень жидкости большой» И «расход жидкости малый», степень истинности антецедента $\min\{0{,}00;0{,}00\}=0{,}00$.

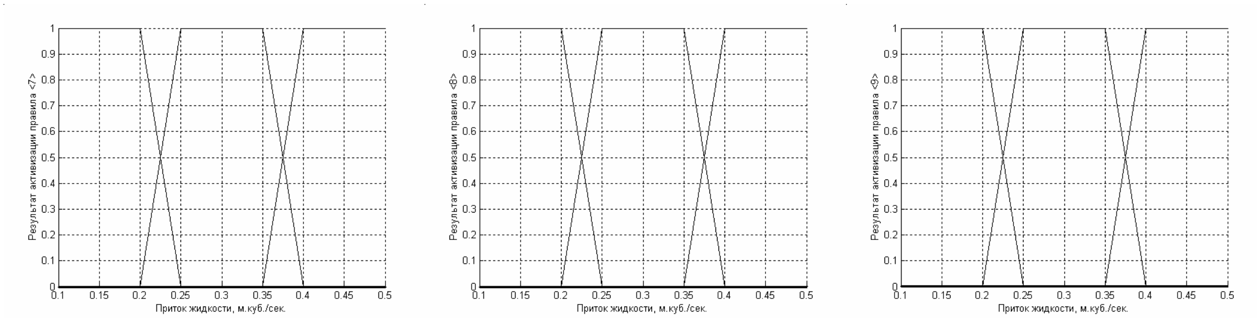
3) Активизация в системах нечеткого вывода – это процедура формирования функций принадлежности $\mu(y)$ консеквентов каждого их продукционных правил, которые находятся при помощи одного из методов нечеткой композиции:

- min-активизация - $\mu(y)=\min\{c;\mu(x)\}$;
- prod-активизация - $\mu(y)=c\mu(x)$;
- average-активизация - $\mu(y)=0{,}5(c+\mu(x))$;

где $\mu(x)$ функция принадлежности термов лингвистических переменных консеквента продукционного правила, c - степень истинности нечетких высказываний, образующих антецедент нечеткого продукционного правила.

Пример. Функции принадлежности всех подзаключений при min активизации продукционных правил системы нечеткого управления уровнем жидкости в баке будут выглядеть следующим образом

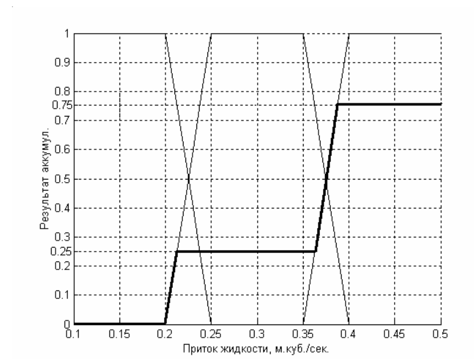




Функция принадлежностей кортежа лингвистических переменных, соответствующих нечетким понятиям малого, среднего, большого притока жидкости в бак и min-активизация всех подзаключений правил нечеткой продукции системы управления уровнем жидкости в баке

4) Аккумуляция (или аккумулирование) в системах нечеткого вывода – это процесс нахождения функции принадлежности выходной лингвистической переменной. Результат аккумуляции выходной лингвистической переменной определяется как объединение нечетких множеств всех подзаключений нечеткой базы правил относительно соответствующей лингвистической переменной. Объединение функций принадлежности всех подзаключений проводится как правило классически $\forall x \in X \; \mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x); \mu_B(x)\}$ (max-объединение).

Пример. Для продукционных правил системы нечеткого вывода по управлению уровнем жидкости в емкости посредством изменения притока жидкости, функция принадлежности лингвистической переменной «приток жидкости», полученная в результате аккумуляции всех подзаключений при max-объединении будет выглядеть следующим образом.



Функция принадлежности лингвистической переменной «приток жидкости»

5) Дефаззификация в системах нечеткого вывода – это процесс перехода от функции принадлежности выходной лингвистической переменной к её четкому (числовому) значению. Цель дефаззификации состоит в том, чтобы, используя результаты аккумуляции всех выходных лингвистических переменных, получить количественные значения для выходной переменной, которое используется внешними по отношению к системе нечеткого вывода устройствами (исполнительными механизмами интеллектуальной САУ).

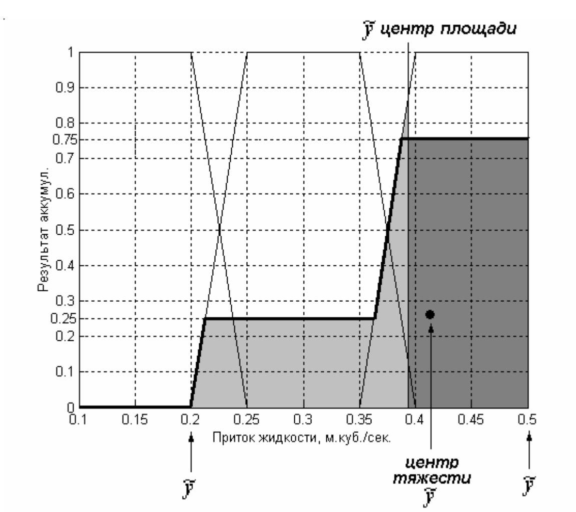
Переход от полученной в результате аккумуляции функции принадлежности $\mu(y)$ выходной лингвистической переменной к численному значению y выходной переменной производится одним из следующих методов:

- **метод центра тяжести** (Centre of Gravity) заключается в расчете центроида площади $\tilde{y} = \dfrac{\int\limits_{y_{\min}}^{y_{\max}} y\mu(y)dy}{\int\limits_{y_{\min}}^{y_{\max}} \mu(y)dy}$, где $[y_{\min}; y_{\max}]$ - носитель нечеткого множества выходной лингвистической переменной;
- **метод центра площади** (Centre of Area) заключается в расчете абсциссы y, делящей площадь, ограниченную кривой функции принадлежности $\mu(x)$, так называемой **биссектрисы площади**

$$\int\limits_{y_{\min}}^{\tilde{y}} \mu(y)dy = \int\limits_{\tilde{y}}^{y_{\max}} \mu(y)dy;$$

- **метод левого модального значения** $\tilde{y} = y_{\min}$;
- **метод правого модального значения** $\tilde{y} = y_{\max}$.

Пример. Для продукционных правил системы нечеткого вывода по управлению уровнем жидкости в емкости посредством изменения притока жидкости дефаззификация функции принадлежности лингвистической переменной «приток жидкости» приводит к следующим результатам:



- метод центра тяжести

  $\tilde{y} = 0{,}41375\, м^3/сек.$;
- метод центра площади

  $\tilde{y} = 0{,}39525\, м^3/сек.$;
- метод левого модального значения

  $\tilde{y} = 0{,}2\, м^3/сек.$;
- метод правого модального значения $\tilde{y} = 0{,}5\, м^3/сек.$

Рассмотренные этапы нечеткого вывода могут быть реализованы неоднозначным образом: агрегирование может проводиться не только в базисе нечеткой логики Заде, активизация может проводиться различными методами нечеткой композиции, на этапе аккумуляции объединение можно провести отличным от max-объединения способом, дефаззификация также может проводиться различными методами. Таким образом, выбор конкретных способов реализации отдельных этапов нечеткого вывода определяет тот или иной алгоритм нечеткого вывода. В настоящее время остается открытым вопрос критериев и методов выбора алгоритма нечеткого вывода в зависимости от конкретной технической задачи. На текущий момент в системах нечеткого вывода наиболее часто применяются алгоритмы Мамдани (см.выше), Цукамото, Ларсена, Сугено.

Схематично механизм нечеткого логического вывода Мамдани можно проиллюстрировать на примере базы знаний из двух продукционных правил:

П1: если x есть A_1 и y есть B_1, то z есть C_1,

П2: если x есть A_2 и y есть B_2, то z есть C_2,

где A_i, B_i, C_i – нечеткие переменные, имеющие функции принадлежности $\mu_{A_i}(x)$, $\mu_{B_i}(x)$ и $\mu_{C_i}(x)$ соответственно. Требуется: по конкретным значениям $x = x_0$ и $y = y_0$ определить z_0.

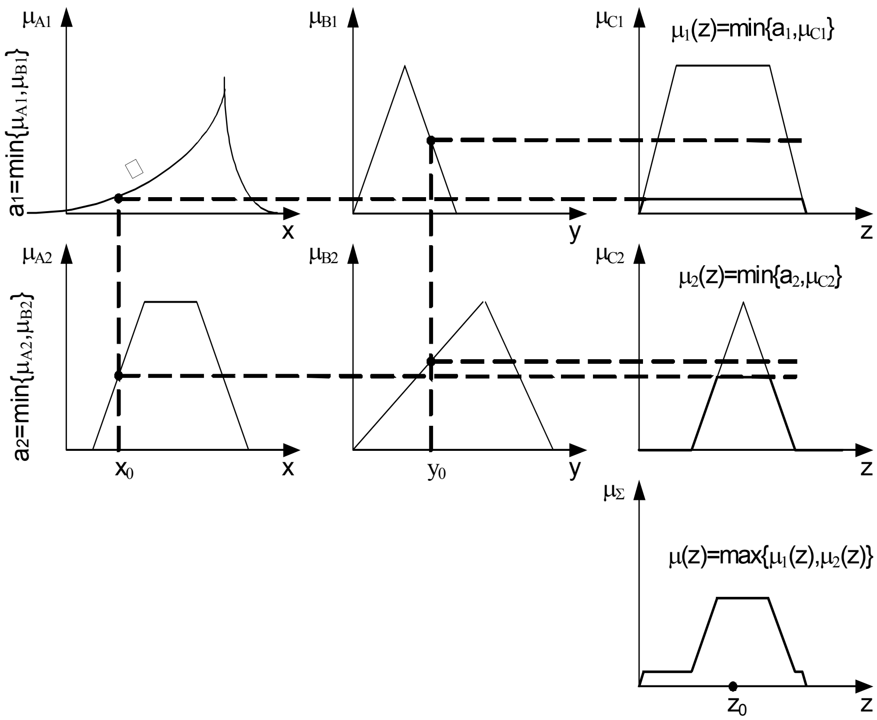


Иллюстрация работы алгоритма Мамдани

Находят степени истинности предпосылок каждого отдельного правила при конкретных входных сигналах x_0 и y_0:

$$\mu_{A_i}(x_0),\ \mu_{A_i}(y_0),\ i = 1, 2.$$

$$\alpha(i) = \mu_{Ai}(x_0) \cap \mu_{Bi}(y_0), \quad i = 1, 2.$$

Затем находят результирующие функции принадлежности каждого правила

$$\mu_i(z) = \alpha_i \cap \mu_{Ci}(z), \quad i = 1, 2.$$

Далее находится результирующая функция принадлежности всей совокупности правил при входных сигналах x_0 и y_0.

$$\mu_{\Sigma}(z) = \mu_1(z) \cup \mu_2(z)$$

В заключение проводится приведение к четкости (дефаззификация, defuzzification), т.е. выходная функция принадлежности преобразуется в конкретное четкое число $z_0 = \frac{\int_R z \cdot \mu_{\Sigma}(z) \partial z}{\int_R \mu_{\Sigma}(z) \partial z}$.

Нечеткие модели управления и обоснование их использования

С точки зрения сложности построения адекватной математической модели все объекты, для которых рассматривается проблема автоматизации, могут быть условно разделены на два класса : «простые» и «сложные».

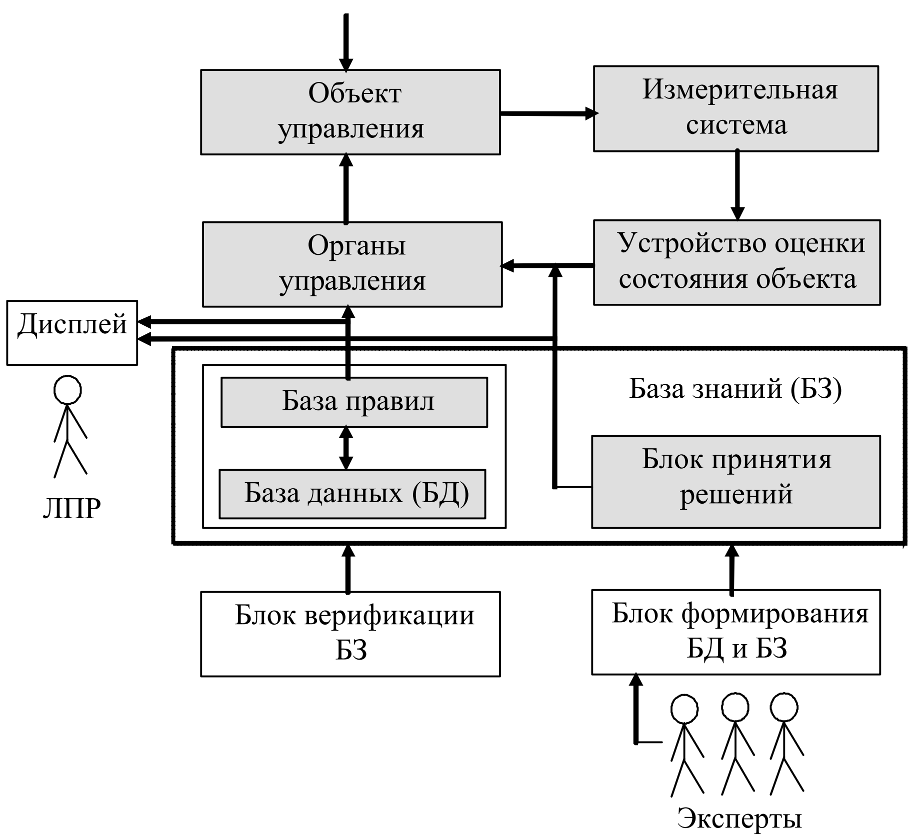
Простые объекты допускают построение вполне адекватной и сравнительно несложной математической модели, которая соответствует реальным процессам в объекте и пригодна для реализации на вычислительной технике. Сложные объекты, образующие гораздо более обширный класс по сравнению с простыми, обладают рядом отличительных особенностей.

1) Количество факторов, оказывающих влияние на протекающие в объекте процессы, настолько велико, а взаимосвязи между его отдельными элементами являются в такой степени сложными, что создание адекватной математической модели весьма затруднительно, а в ряде случаев вообще невозможно. Если же такую модель все-таки удается построить, она оказывается, как правило, очень громоздкой и неприемлемой для практического применения в силу того, что время реакции системы управления на входное воздействие получается недопустимо большим. С другой стороны, игнорирование отдельных фактов и взаимосвязей в структуре объекта с целью получения более простой математической модели может привести к неоправданной идеализации объекта и потере адекватности.
2) Отсутствует достаточно точная и достоверная информация о характере функционирования объекта и протекающих в нем процессах, либо количество такой информации оказывается недостаточным для построения точной и адекватной модели при помощи традиционного математического аппарата.
3) Значительная часть информации, являющейся необходимой для математического описания объекта, существует лишь в форме представлений специалистов, имеющих опыт работы с рассматриваемой объектом.
4) В ряде случаев условия, влияющие на выбор стратегии управления, могут быть выражены лишь в качественном виде. Зачастую сама цель управления не

может быть представлена в виде неких количественных соотношений, например, в виде какой-либо целевой функции.

Для успешного решения задачи управления сложным объектом при помощи методов нечеткой логики следует строить не модель объекта, а **модель управления объектом**. Иначе говоря, моделируется не сам объект, а поведение человека-оператора в процессе управления данным объектом. Естественно, следует моделировать лишь поведение квалифицированного оператора, хорошо знакомого с объектом и успешно справляющегося с управлением «вручную». Вообще говоря, если существует оператор, наделенный всеми этими качествами, можно считать, что модель управления уже создана. Она существует либо в виде набора каких-либо инструкций по управлению, либо находится в памяти оператора. Необходимо лишь представить эту модель в форме, пригодной для реализации на ЭВМ.

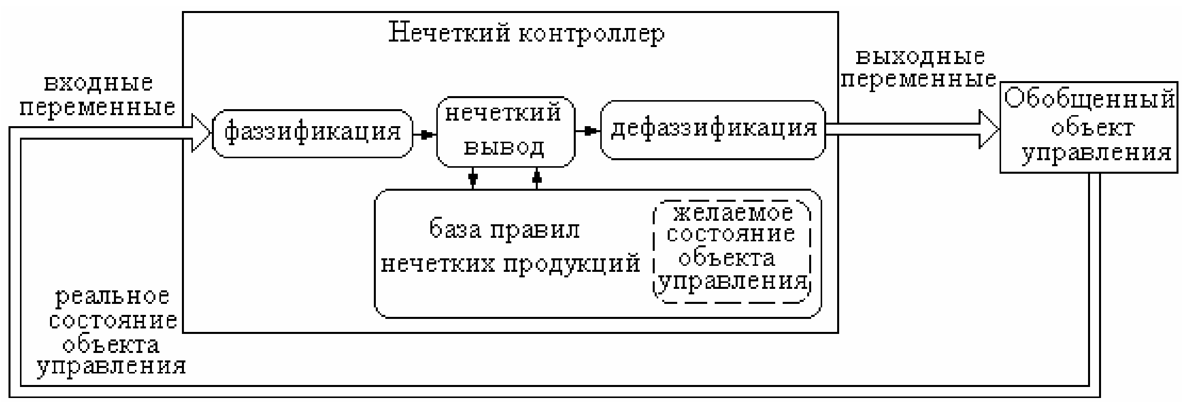
С учетом сказанного, изобразим структуру АСУТП, использующей нечеткую исходную информацию. Как видно из рисунка, структура традиционной АСУТП претерпевает при этом значительные изменения.



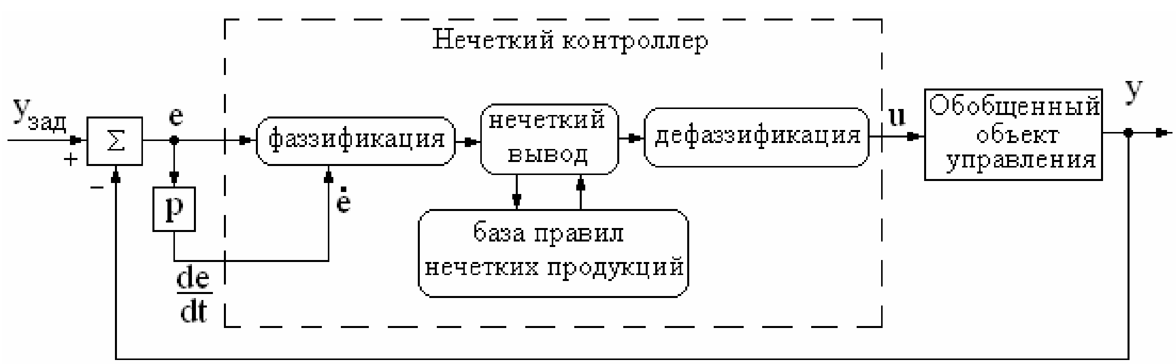
Нечеткие регуляторы

Можно дать следующую классификацию применяющихся в настоящее время нечетких систем автоматического управления.

1) **САУ с нечетким контроллером**. Замкнутая система управления с обратной связью, в прямом контуре которой в качестве регулятора используется **нечеткий контроллер** – устройство, опрашивающее при помощи датчиков состояние объекта управления и вырабатывающее управляющее воздействие посредством реализации одной из рассмотренных ранее схем нечеткого вывода. Поскольку такое устройство только использует заранее введенные знания, полученные от экспертов на этапе проектирования и представленные в виде базы правил системы нечеткого вывода, но не обладает самостоятельной способностью к модификации базы правил, а все последующие изменения в базе правил осуществляются разработчиком извне, то такая система управления обладает минимальной степенью интеллектуальности.

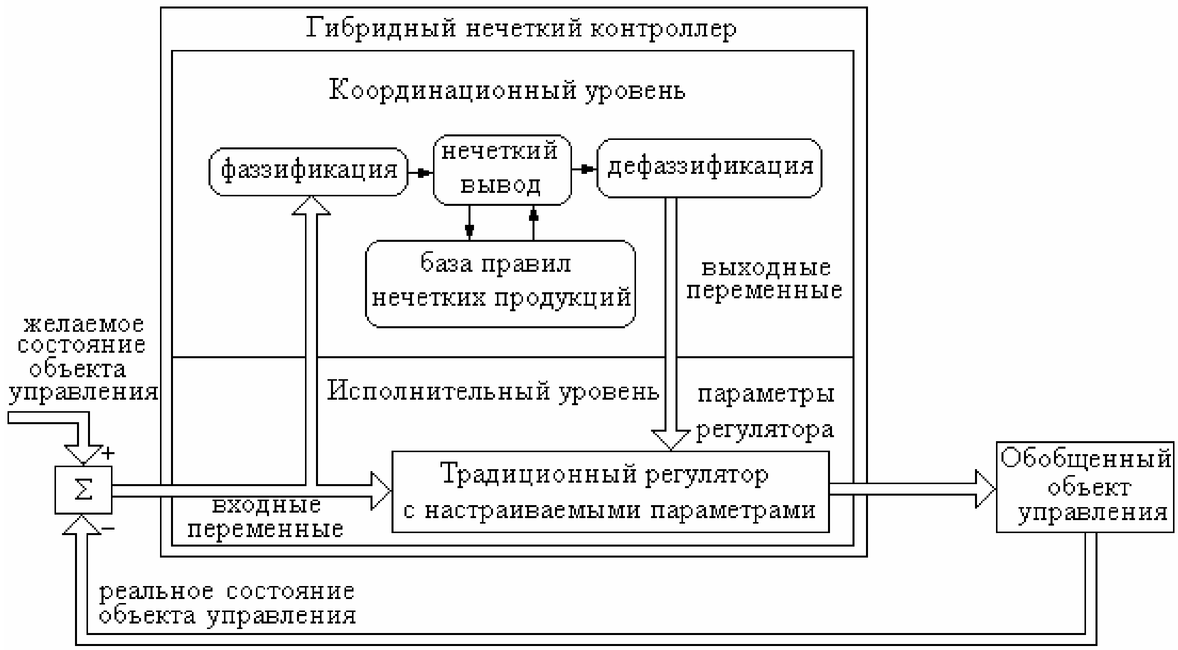


САУ с нечетким контроллером и управлением по состоянию



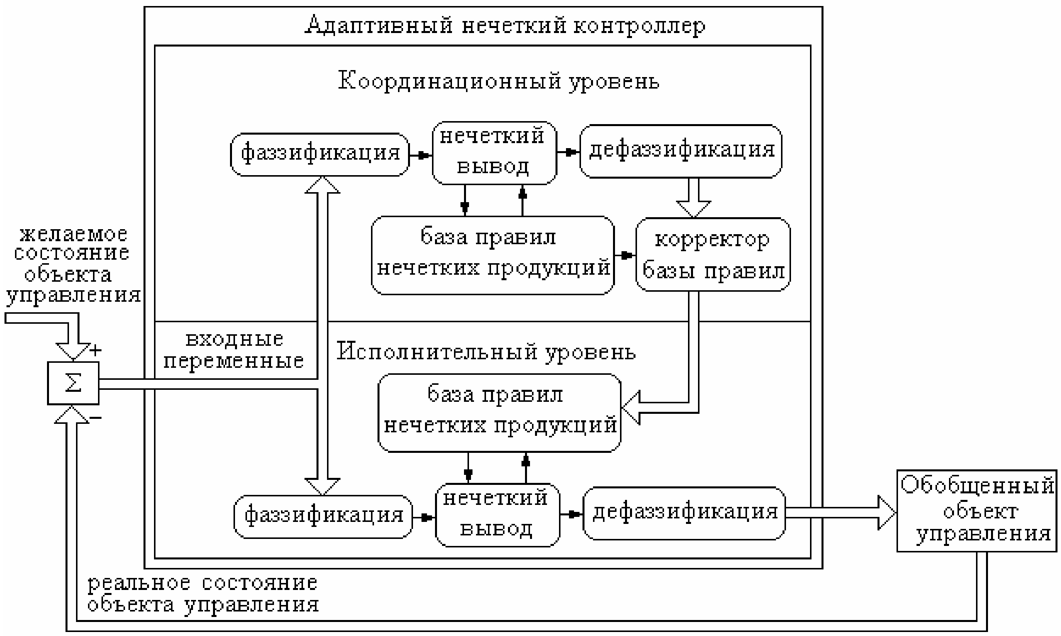
САУ с нечетким контроллером и управлением по отклонению

2) **Гибридные нечеткие САУ.** Замкнутая система управления с обратной связью, в прямом контуре которой в качестве регулятора используется **гибридный нечеткий контроллер** – двухуровневое иерархическое устройство, опрашивающее при помощи датчиков состояние объекта управления и вырабатывающее на первом уровне управляющее воздействие посредством реализации линейного или нелинейного закона управления, полученного методами классической ТАУ (например, ПИД-регулирование, релейный регулятор и т.п.). На втором уровне гибридного нечеткого контроллера осуществляется адаптация параметров регулятора посредством реализации одной из рассмотренных ранее схем нечеткого вывода, для которой в данном случае входными переменными являются переменные состояния объекта управления, а выходными переменными – параметры закона управления, реализованного на подчиненном уровне (например, коэффициенты усиления ПИД-регулятора). Поскольку такое устройство обладает определенной способностью приспосабливаться к изменению свойств объекта управления и самостоятельно модифицировать закон управления в соответствии с правилами, основанными на знаниях, то такая система управления обладает большей степенью интеллектуальности. Еще большее увеличение интеллектуальности системы может быть достигнуто, если и алгоритм управления, и методы его модификации используют методы искусственного интеллекта. Этим требованиям отвечают **адаптивные нечеткие САУ.**



Архитектура гибридной нечеткой САУ

3) **Адаптивные нечеткие САУ.** Замкнутая система управления с обратной связью, в прямом контуре которой в качестве регулятора используется **адаптивный нечеткий контроллер** – двухуровневое иерархическое устройство, опрашивающее при помощи датчиков состояние объекта управления и вырабатывающее на первом уровне управляющее воздействие посредством реализации одной из рассмотренных ранее схем нечеткого вывода. На втором уровне осуществляется коррекция базы правил системы нечеткого вывода при помощи одного из методов нечеткого вывода. Таким образом, при изменении среды функционирования нечеткой адаптивной САУ верхний уровень осуществляет интеллектуальную адаптацию системы нечеткого вывода нижнего уровня, который в свою очередь представляет устройство автоматического принятия решений на основе знаний эксперта.



Архитектура адаптивной нечеткой САУ

Регуляторы на основе нечетких нейронных сетей

Основное достоинство систем с нечеткой логикой – это способность использовать условия и методы решения задач, описанные на языке, близком к естественному. Однако классическим системам с нечеткой логикой, не способным к самообучению (поскольку возможности нечеткой адаптации нечетких САУ ограничены), свойственен и определенный недостаток: набор нечетких правил, вид и параметры функций принадлежности, описывающие входные и выходные переменные системы, а также вид алгоритма нечеткого вывода выбирается субъективно экспертом-человеком, и могут оказаться, как отмечалось, не вполне адекватными действительности.

Нечеткая нейронная сеть – это многослойная нейронная сеть, в которой слои выполняют функции элементов системы нечеткого вывода. Нейроны данной сети характеризуется набором параметров, настройка которых производится в процессе обучения, как у обычных нейронных сетей.

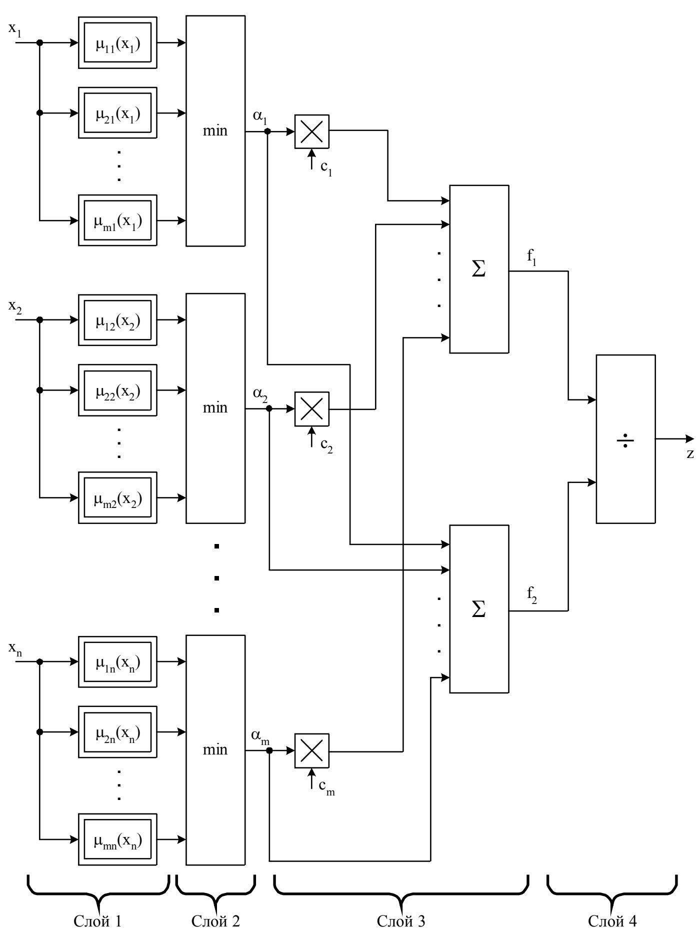
Для примера показана нечеткая нейронная сеть на базе алгоритма Сугено 0-го порядка.

Слой 1 осуществляет фаззификацию, нелинейные функции $\mu_{ij}(x_j)$, где i-номер продукционного правила, j-номер компоненты входного вектора $\vec{x}$, соответствуют функциям принадлежности предпосылок правил. Настраиваемые параметры данного слоя – параметры используемых функций принадлежности.

Слой 2 рассматриваемой сети осуществляет вычисление результирующих функций принадлежности предпосылок нечетких правил. В данном случае этот слой не имеет настраиваемых параметров.

Слой 3, состоящий из двух нейронов, осуществляет суммирование и взвешенное суммирование выходных сигналов слоя 2. Параметрами данного слоя являются весовые коэффициенты c_i.

Слой 4 реализует операцию деления $z=f_1/f_2$ и не содержит настраиваемых параметров.



Если в рассматриваемой сети использовать функции принадлежности $\mu_{ij}(x_j)$ гауссова типа с параметрами a_{ij} и λ_{ij}, а для вычисления результирующих функций принадлежности предпосылок правил (слой 2) – операцию умножение вместо операции минимизации (min), то приходим к достаточно распространенной нечеткой сети Ванга-Менделя.

Для сети Ванга-Менделя можно в аналитическом виде выразить градиент функции ошибки от параметров сети, что позволяет для ее обучения использовать метод обратного распространения, применяющийся в многослойных персептронах. Заметим, что параметры слоя 4 входят линейно в выражение для выхода сети z, и их настройка может проводиться за один шаг путем определения псевдообратной матрицы. Хорошо зарекомендовал себя гибридный алгоритм, в котором часть параметров настраиваются градиентным методом, а часть – с помощью вычисления псевдообратной матрицы.

Известны также гибридные нечеткие нейронные сети, представляющие собой последовательное соединение системы нечеткого логического вывода и обычной нейронной сети, например, многослойного персептрона.

Нечеткие нейронные сети могут использоваться во многих структурах нейросетевых систем управления, рассмотренных в предыдущей главе.

Следует отметить, в случае, если набор постулируемых правил нечеткой нейронной сети неадекватно описывает рассматриваемую задачу, никакой настройкой параметров добиться удовлетворительного результата не удается.

Для указанного случая рядом авторов предложены адаптивные нечеткие системы, корректирующие в процессе работы набор продукционных правил.

В литературе описано небольшое количество идей, позволяющих строить адаптивные (самоорганизующиеся) нечеткие нейронные сети, при этом одна из наиболее распространенных базируется на аналогии между обобщенно-регрессионными нейронными сетями и нечеткими сетями Ванга-Менделя, состоящей в том, что нелинейные функции, реализуемые GRNN и сетями Ванга-Менделя, при принятии одинаковых обозначений, совпадают. Это позволяет процесс обучения GRNN (добавление числа нейронов первого слоя) интерпретировать, как процесс самоорганизации сети Ванга-Менделя.

В настоящее время алгоритмы адаптации (самоорганизации) нечетких систем недостаточно развиты и нуждаются в дальнейшей разработке.