

Лабораторная работа №2
студента группы ИТ – 42
Курбатовой Софьи Андреевны

Выполнение: _____

Защита _____

ФУНКЦИИ В MAPLE. ОПЕРАЦИИ ОЦЕНИВАНИЯ. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ.

Содержание работы

1. Выполнила действия, указанные в первом задании в разделе «Способы задания функций. Замена переменных». В результате был получен результат, представленный на Рис. 2.1.

```

> f:= sqrt(1-x^2-y^2);
f:=sqrt(1-x^2-y^2) (1)

>
Переход к полярным координатам

> f:= subs( {x=rho*cos(phi), y=rho*sin(phi)}, f);
f:=sqrt(1-rho^2*cos(phi)^2-rho^2*sin(phi)^2) (2)

>
Упрощение

> f:= simplify(%);
f:=sqrt(1-rho^2) (3)

>
Определение функции:

> f:= piecewise(x < -1, x, -1 <= x and x < 1, -x^2, x >= 1, -x);
f:= { x, x < -1
      -x^2, -1 <= x and x < 1
      -x, 1 <= x } (4)

>
Прибавление X

> % + x : simplify(%);
{ 2x, x < -1
  x-x^2, x < 1
  0, 1 <= x } (5)
  
```

Рис. 2.1. Выполнение Задания 1

2. Задание 2 было сформулировано следующим образом: Дано число $a=57/13$. Найти его целую часть x и дробную часть y и убедиться, что $a=x+y$. Выполнив операции $\text{frac}(\text{expr})$ – вычисление дробной части выражения expr и $\text{trunc}(\text{expr})$ – вычисление целой части выражения expr получила значения y и x соответственно. Далее проверила, что сумма полученных значений переменных равна a . Результат на Рис. 2.2

```

Задание №2

> a := 57/13 :
> y := frac(a);
y:= 5/13 (6)

> x := trunc(a);
x:= 4 (7)

> x + y;
57/13 (8)
  
```

Рис. 2.2. Выполнение п.1 Задания 2

В следующем пункте было необходимо для данного комплексного числа z найти его вещественную и мнимую части, а затем комплексно сопряженное ему число w и убедиться, что $w+z=2\text{Re}(z)$. Результат выполнения представлен на Рис. 2.3. Выполнение п.3 представлено на Рис. 2.4 .

```
Работа с комплексными числами
> z := (2-3*I)/(1+4*I) + I^6 :
> Re(z); Im(z);
- 27/17
- 11/17
(9)
> w := conjugate(z);
w := - 27/17 + 11/17 I
(10)
> z + w;
- 54/17
(11)
> 2*Re(z);
- 54/17
(12)
```

Рис. 2.3. Выполнение п.2 Задания 2

```
Поиск модуля и аргумента комплексного числа
> z := -1-I*sqrt(3) :
> readlib(polar) : polar(z);
polar(2, - 2/3 π)
(13)
> evalc(z^4);
-8 - 8 I sqrt(3)
(14)
```

Рис. 2.4. Выполнение п3. Задания 2

3. Результат выполнения задания 3, связанного с поиском решения уравнений через команды solve, fsolve представлен на Рис. 2.5 и Рис. 2.6.

Задание №3

```
> restart
> eq := {x^2 - y^2 = 1, x^2 + x*y = 2};
eq := {x^2 - y^2 = 1, x^2 + xy = 2}
(15)
> _EnvExplicit := true :
> s := solve(eq, {x, y});
s := {x = 2/3 sqrt(3), y = 1/3 sqrt(3)}, {x = -2/3 sqrt(3), y = -1/3 sqrt(3)}
(16)
>
Поиск суммы двух наборов решений:
> x1 := subs(s[1], x) : y1 := subs(s[1], y) : x2 := subs(s[2], x) : y2 := subs(s[2], y) :
> x1 + x2; y1 + y2;
0
0
(17)
```

Рис. 2.5. Решение задания 3 ч.1

Численное решение:

```
[> x:=fsolve(x^2 = cos(x), x);
                                     x = 0.8241323123 (18)
```

```
[>
```

Поиск функции удовл. уравнению

```
[> restart
> F := solve(f(x)^2 - 2*f(x) = x, f);
                                     F := x → RootOf(_Z^2 - 2_Z - x) (19)
```

```
[> f := convert(F(x), radical);
                                     f := 1 + √(1 + x) (20)
```

```
[>
```

Поиск всех решений

```
[> restart
> _EnvAllSolutions := true:
> solve(5*sin(x) + 12*cos(x) = 13, x);
                                     arctan(5/12) + 2π_Z1~, arctan(5/12) + 2π_Z2~ (21)
```

Рис. 2.6. Решение задания 3 ч.2

4. Решение задания 4 представлено на рисунке Рис. 2.7

Задание №4

```
[> restart
> solve(13*x^3 - 25*x^2 - x^4 - 129*x + 270 > 0, x);
                                     RealRange(Open(-3), Open(2)), RealRange(Open(5), Open(9)) (22)
```

```
[> solve(13*x^3 - 25*x^2 - x^4 - 129*x + 270 > 0, {x});
                                     {-3 < x, x < 2}, {5 < x, x < 9} (23)
```

```
[> solve(exp(2*x + 3) < 1, x);
                                     RealRange(-∞, Open(-3/2)) (24)
```

```
[> solve(exp(2*x + 3) < 1, {x});
                                     {x < -3/2} (25)
```

```
[> restart
```

Рис. 2.7. Решение задания 4

5. Далее выполнила контрольные задания. Результаты выполнения представлены на

```

> restart;
> z := (2 * exp(I * Pi / 6))^5;
                                     z := 32 (1/2 sqrt(3) + 1/2 I)^5 (26)
> z := evalc(%);
                                     z := -16 sqrt(3) + 16 I (27)
> Re(z);
                                     -16 sqrt(3) (28)
> Im(z);
                                     16 (29)
> polar(z);
                                     polar(32, 5/6 pi) (30)

```

Рис. 2.8. Контрольное задание 1

```

> restart
> f := (x, y) -> (arctan(x + y) / arctan(x - y))^2;
                                     f := (x, y) -> arctan(x + y)^2 / arctan(x - y)^2 (31)
> f(1, 0);
                                     1 (32)
> f( (1 + sqrt(3)) / 2, (1 - sqrt(3)) / 2 );
                                     9 / 16 (33)

```

Рис. 2.9. Контрольное задание 2

```

> f := (x^3 y^2 - x^2 y^3) / (x y)^5;
                                     f := (x^3 y^2 - x^2 y^3) / x^5 y^5 (34)
> subs( [x = a, y = 1/a], f );
                                     a - 1/a (35)

```

Рис. 2.10. Контрольное задание 3

```

> restart
> systema := {x^2 - 5 * x * y + 6 * y^2 = 0, x^2 + y^2 = 10};
                                     systema := {x^2 + y^2 = 10, x^2 - 5 * x * y + 6 * y^2 = 0} (36)
> _EnvExplicit := true;
> solve(systema);
                                     {x = 2 sqrt(2), y = sqrt(2)}, {x = -2 sqrt(2), y = -sqrt(2)}, {x = 3, y = 1}, {x = -3, y = -1} (37)

```

Рис. 2.11. Контрольное задание 4

```

> restart
> _EnvAllSolutions := true;
> solve( sin(x)^4 - cos(x)^4 = 1/2, x );
                                     2/3 pi + 2 pi _Z1~, -2/3 pi + 2 pi _Z1~, 1/3 pi + 2 pi _Z2~, -1/3 pi + 2 pi _Z2~ (38)
>

```

Рис. 2.12. Контрольное задание 5

```

[> restart
> eq := exp(x) = 2(1 - x)^2;
                                     eq := e^x = 2(1 - x)^2
[> fsolve(exp(x) = 2(1 - x)^2);
                                     0.2133086343
[>

```

(39)

(40)

Рис. 2.13. Контрольное задание 6

```

[> restart;
> eq := 2*ln(x)^2 - ln(x) < 1 :
> solve(eq, x);
                                     RealRange( Open( 1/e^2 ), Open(e) )
[> solve(eq, {x});
                                     { x < e, 1/e^2 < x }
[

```

(41)

(42)

Рис. 2.14. Контрольное задание 7

Ответы на контрольные вопросы

1. Опишите способы задания функций в Maple?

Первый способ заключается в определении функции с помощью оператора присваивания ($:=$): Например: $f := \sin(x)$. Если задать конкретное значение переменной x , то получится значение функции f для этого x . Чтобы насовсем не присваивать переменной конкретного значения, удобнее использовать команду подстановки $\text{subs}(\{x1=a1, x2=a2, \dots\}, f)$, где в фигурных скобках указываются переменные x_i и их новые значения a_i ($i=1,2,\dots$), которые следует подставить в функцию f .

Определение функции с помощью функционального оператора, который ставит в соответствие набору переменных ($x1, x2, \dots$) одно или несколько выражений ($f1, f2, \dots$). Например, определение функции двух переменных с помощью функционального оператора выглядит следующим образом: $> f := (x, y) \rightarrow \sin(x+y)$.

С помощью команды $\text{unapply}(expr, x1, x2, \dots)$, где $expr$ – выражение, $x1, x2, \dots$ – набор переменных, от которых оно зависит, можно преобразовать выражение $expr$ в функциональный оператор.

2. Какие операции оценивания производятся в Maple с действительными выражениями?

В Maple имеются следующие команды оценивания вещественных выражений:

$\text{frac}(expr)$ – вычисление дробной части выражения $expr$;

$\text{trunc}(expr)$ – вычисление целой части выражения $expr$;

$\text{round}(expr)$ – округление выражения $expr$.

3. Для чего предназначена команда evalf?

Все вычисления в Maple по умолчанию производятся символично, то есть результат будет содержать в явном виде иррациональные константы, e и другие. Чтобы получить приближенное значение в виде числа с плавающей запятой, следует использовать команду $\text{evalf}(expr, t)$, где $expr$ – выражение, t – точность, выраженная в числах после запятой.

4. С помощью каких команд можно найти вещественную и мнимую части комплексного выражения, а также его модуль и аргумент, и комплексно сопряженное ему число? Какую роль выполняет команда evalc?

Вещественную и мнимую части комплексного выражения $z=x+iy$ можно найти с помощью команд $\text{Re}(z)$ и $\text{Im}(z)$.

Если $z=x+iy$, то комплексно сопряженное ему выражение $w=z^*=x-iy$ можно найти с помощью команды $\text{conjugate}(z)$.

Модуль и аргумент комплексного выражения z можно найти с помощью команды $\text{polar}(z)$, которую необходимо предварительно вызвать из стандартной библиотеки командой readlib .

Получить вещественную и мнимую части комплексного выражения z можно, если использовать команду преобразования комплексных выражений $\text{evalc}(z)$.

5. Для чего предназначена команда solve?

Для решения уравнений в Maple существует универсальная команда $\text{solve}(eq,x)$, где eq – уравнение, x – переменная, относительно которой уравнение надо разрешить. В результате выполнения этой команды в строке вывода появится выражение, которое является решением данного уравнения.

6. Какие команды используются для численного решения уравнений и для решения рекуррентных уравнений?

Для численного решения уравнений, в тех случаях, когда трансцендентные уравнения не имеют аналитических решений, используется специальная команда $\text{fsolve}(eq,x)$, параметры которой такие же, как и команды solve . Команда $\text{rsolve}(eq,f)$ позволяет решить рекуррентное уравнение eq для целой функции f . Можно задать некоторое начальное условие для функции $f(n)$, тогда получится частное решение данного рекуррентного уравнения.

7. Какие дополнительные команды следует ввести для того, чтобы получить точное решение уравнения, все решения уравнения?

Для получения решения в явном виде перед командой solve следует ввести дополнительную команду $_EnvExplicit:=true$. Для получения всех решений ввести $_EnvAllSolutions:=true$:

8. В каком виде выдается решение неравенства? Как отличить в строке вывода закрытый интервал от открытого?

Решение неравенства выдается в виде интервала изменения искомой переменной. В том случае, если решение неравенства полуось, то в поле вывода появляется конструкция вида $\text{RealRange}(-\infty, \text{Open}(a))$, которая означает, что $x \in (-\infty, a)$, a – некоторое число. Слово Open означает, что интервал с открытой границей. Если этого слова нет, то соответствующая граница интервала включена во множество решений.

Вывод: Таким образом в ходе выполнения лабораторной работы было осуществлено знакомство со способами задания функций в Maple. Были изучены операции оценивания.

В ходе выполнения поставленных заданий были рассмотрен процесс решения уравнений и неравенств.

Таким образом можно говорить о том, что Maple можно использовать для решения сложных задач связанными с решением систем уравнений, комплексными числами, а также неравенствами.