Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне

Кузнецова София Вадимовна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

Выполнение лабораторной работы

Цель работы

Решить задачу о погоне и изучить основы языка программирования Julia.

Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

Выполнение лабораторной работы

Расчитаем свой вариант по формуле и получаем наш вариант №59.

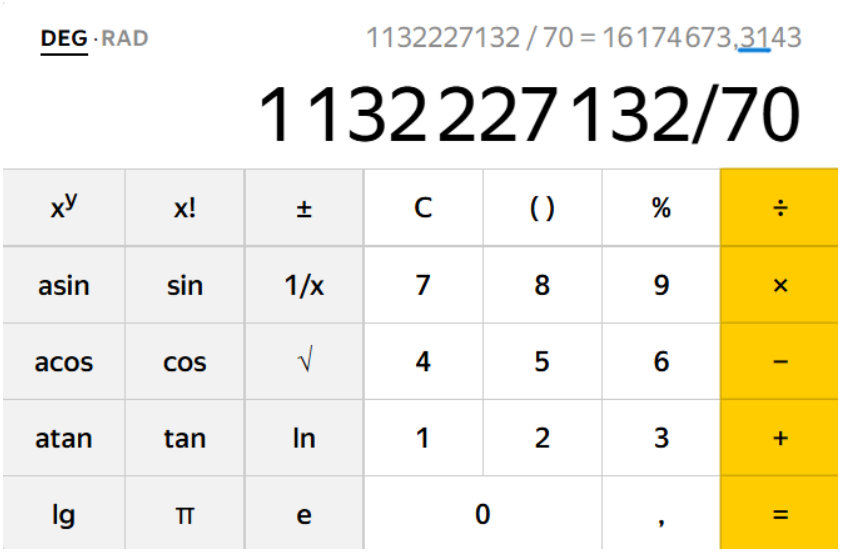

Рис. 0.1: Получение нужного номера варианта

1. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 20,3 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

2. Примем за момент отсчета времени момент первого рассеивания тумана. Введем полярные координаты с центром в точке нахождения браконьеров и осью, проходящей через катер береговой охраны. Тогда начальные координаты катера (20,3; 0). Обозначим скорость лодки v.

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса. Только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Пусть время t - время, через которое катер и лодка окажутся на одном расстоянии от начальной точки.

$$t = \frac{x}{v}$$

$$t = \frac{20,3 - x}{5,2v}$$

$$t = \frac{20,3 + x}{5,2v}$$

Из этих уравнений получаем объедиение двух уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{x}{v} = \frac{20,3-x}{5,2v} \\ \frac{x}{v} = \frac{20,3+x}{5,2v} \end{array} \right.$$

Решая это, получаем два значения для x:

$$x1 = 3,27419355$$

$$x2 = 4,83333333$$

$$v_\tau$$

– тангенциальная скорость

$$v$$

– радиальная скорость

$$v = \frac{dr}{dt}$$

$$v_\tau = \sqrt{((5,2 * v)^2 - v^2)} = \frac{\sqrt{651} * v}{5}$$

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = \frac{\sqrt{651} * v}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 = 3,27419355 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 = 4,83333333 \end{cases}$$

Итоговое уравнение после того, как убрали производную по t:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{5r}{\sqrt{651}}$$

Моделирование с помощью Julia

1. Скачиваем Julia.

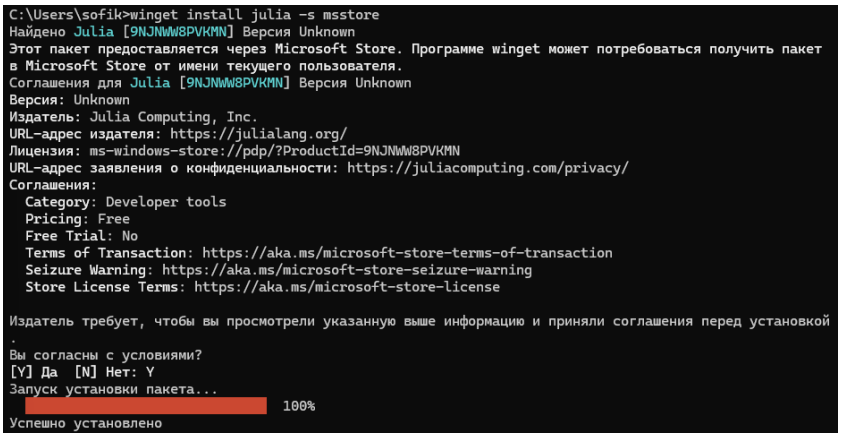

Рис. 0.1: Скачивание Julia

2. Запускаем Julia.

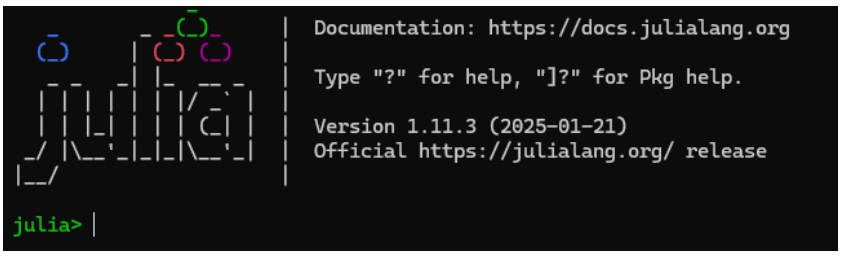

Рис. 0.2: Процесс запуска Julia

3. Скачиваем необходимые для работы пакеты.

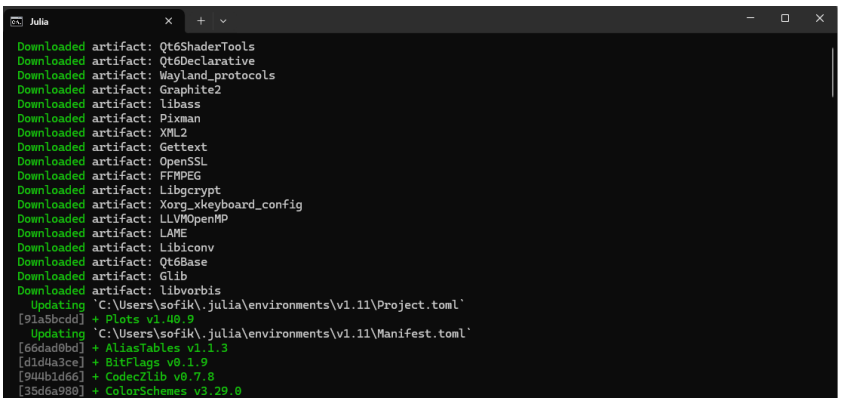

Рис. 0.3: Скачивание необходимых для работы пакетов

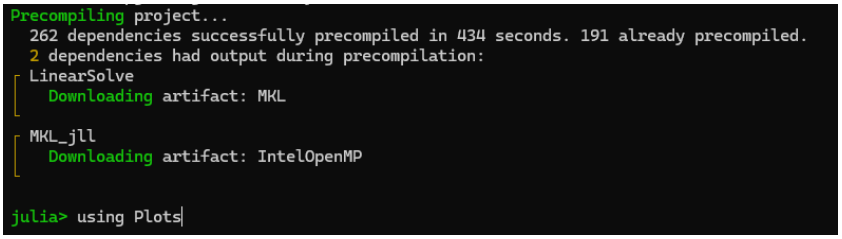

Рис. 0.4: Скачивание необходимых для работы пакетов

4. Код для файла lab2.jl:

import Pkg Pkg.add(“Plots”) Pkg.add(“DifferentialEquations”)

using Plots using DifferentialEquations

const a = 10.5 const n = 4.3 const r0 = a / (n + 1) const r0_2 = a / (n - 1) const T = (0, 2 * pi) const T_2 = (-pi, pi)

function F(u, p, t) return u / sqrt(n * n - 1) end

function F2(u, p, t) # Function for converging spiral damping = 0.01 # Adjust this value to control the damping strength return (u / sqrt(n * n - 1)) - damping * u # Apply dampening to radius end

problem = ODEProblem(F, r0, T) result = solve(problem, abstol=1e-8, reltol=1e-8)

dxR = rand(1:size(result.t)[1]) rAngels = [result.t[dxR] for i in 1:size(result.t)[1]]

plt = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, dpi=1000, legend=true, bg=:white) plot!(plt, xlabel=“theta”, ylabel=“r(t)”, title=“Случай №1”, legend=:outerbottom)

plot!(plt, [rAngels[1], rAngels[2]], [0.0, result.u[end]], label="Путь лодки", color=:red, lw=1) scatter!(plt, rAngels, result.u, label="", mc=:blue, ms=0.0005) plot!(plt, result.t, result.u, xlabel="theta", ylabel="r(t)", label="Путь катера", color=:blue, lw=1) scatter!(plt, result.t, result.u, label="", mc=:green, ms=0.0005)

savefig(plt, "lab2_01.png")

problem = ODEProblem(F2, r0_2, T_2) result = solve(problem, abstol=1e-8, reltol=1e-8)

dxR = rand(1:size(result.t)[1]) rAngels = [result.t[dxR] for i in 1:size(result.t)[1]]

plt1 = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, dpi=1000, legend=true, bg=:white) plot!(plt1, xlabel="theta", ylabel="r(t)", title="Случай №2", legend=:outerbottom) plot!(plt1, [rAngels[1], rAngels[2]], [0.0, result.u[end]], label="Путь лодки", color=:red, lw=1) scatter!(plt1, rAngels, result.u, label="", mc=:blue, ms=0.0005) plot!(plt1, result.t, result.u, xlabel="theta", ylabel="r(t)", label="Путь катера", color=:blue, lw=1) scatter!(plt1, result.t, result.u, label="", mc=:green, ms=0.0005)

savefig(plt1, "lab2_02.png")

6. Запускаем код.

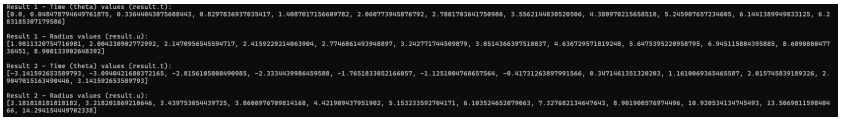

Рис. 0.5: Запуск кода

7. Просмотр результата работы.

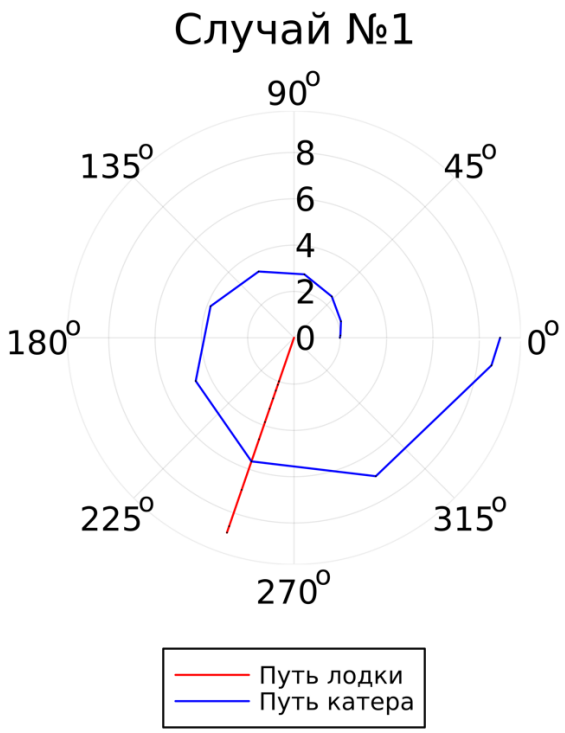

Рис. 0.6: Случай №1

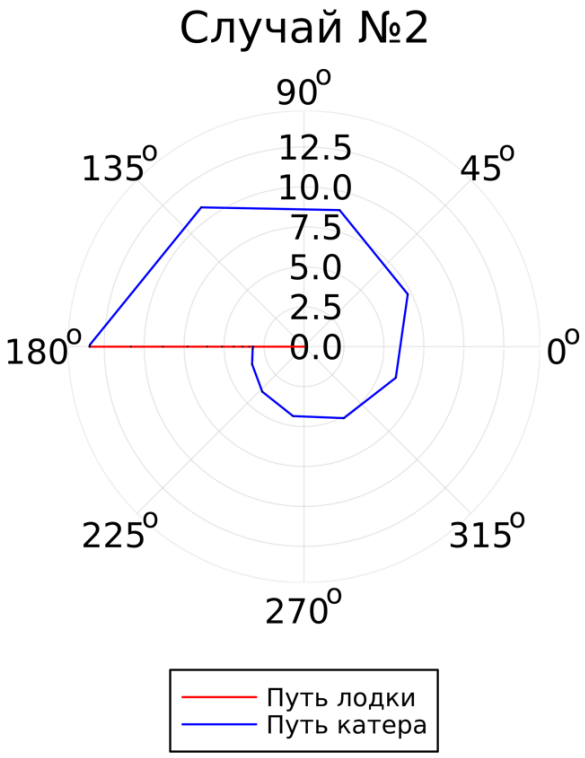

Рис. 0.7: Случай №2

Выводы

Были изучены основы языка программирования Julia и его библиотеки, которые используются для построения графиков и решения дифференциальных уравнений. А также решили задачу о погоне.

Список литературы

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/