

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНОМУ
УНІВЕРСИТЕТУ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконала:

студентка групи КН-114

Олескевич Софія

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019р.

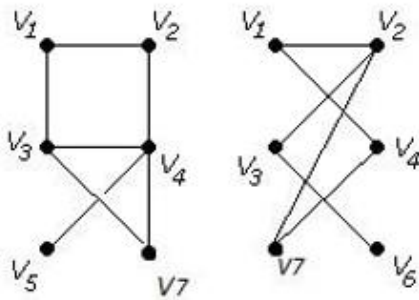
Індивідуальний варіант за номером залікової книги №8

Завдання № 1

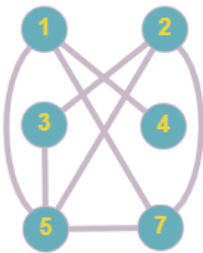
Виконати наступні операції над графами:

- 1) знайти доповнення до першого графу,
- 2) об'єднання графів,
- 3) кільцеву суму $G1 + G2$ ($G1 + G2$),
- 4) розмножити вершину у другому графі,
- 5) виділити підграф А - що складається з 3-х вершин в $G1$
- 6) добуток графів.

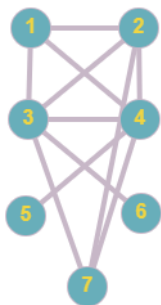
8)



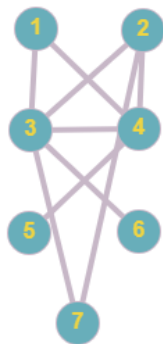
- 1) Доповнення до графа $G1$



- 2) Об'єднання $G1$ та $G2$

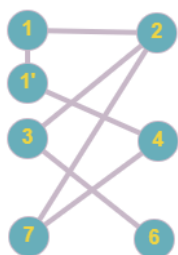


- 3) Кільцева сума $G1 \oplus G2$

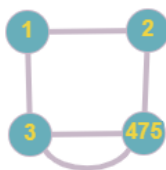
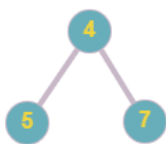


4) Розщепити вершину в G2

Розщеплю вершину 1:



5) Стягнути підграф A, який складається з трьох вершин



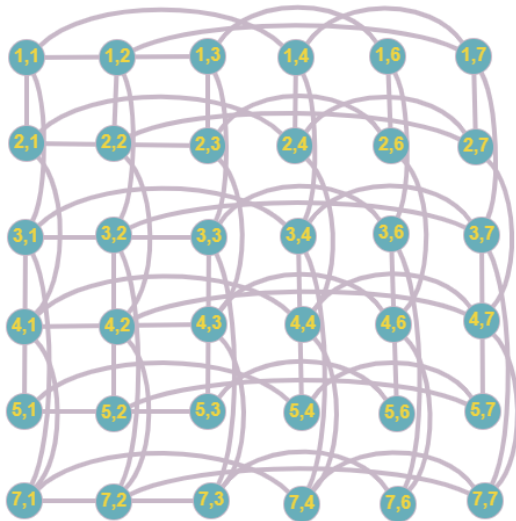
6) Добуток графів

G1:



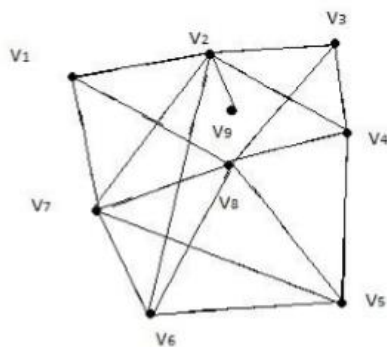
G2:





Завдання № 2

Скласти таблицю суміжності для неографа



| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Завдання № 3

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

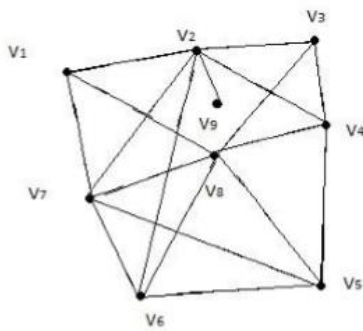
Почну з вершини 1

Діаметр графа = 3 (V5 V7 V2 V9)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | - | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | - | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | 2 | 1 | - | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 4 | 2 | 1 | 1 | - | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 5 | 2 | 2 | 2 | 1 | - | 1 | 1 | 1 | 3 |
| 6 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | - | 1 | 1 | 2 |
| 7 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | - | 1 | 2 |
| 8 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 3 |
| 9 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | - |

Завдання № 4

Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вшир (закінчується на парне число).



Почну пошук з вершини V1 і зроблю таблицю.

| Вершина | BFS номер | Черга |
|---------|-----------|----------------------|
| V1 | 0 | V1 |
| V2 | 1 | V1 V2 |
| V7 | 2 | V1 V2 V7 |
| V8 | 3 | V1 V2 V7 V8 |
| - | - | V2 V7 V8 |
| V3 | 4 | V2 V7 V8 V3 |
| V4 | 5 | V2 V7 V8 V3 V4 |
| V6 | 6 | V2 V7 V8 V3 V4 V6 |
| V9 | 7 | V2 V7 V8 V3 V4 V6 V9 |
| - | - | V7 V8 V3 V4 V6 V9 |
| V5 | 8 | V7 V8 V3 V4 V6 V9 V5 |
| - | - | V8 V3 V4 V6 V9 V5 |
| - | - | V3 V4 V6 V9 V5 |
| - | - | V4 V6 V9 V5 |
| - | - | V6 V9 V5 |
| - | - | V9 V5 |
| - | - | V5 |
| - | - | ∅ |

Програмна реалізація

```
1 #include <iostream>
2 #include <queue> // черга
3 using namespace std;
4 int main()
5 {
6     queue<int> Queue;
7     int mas[9][9] = { { 0, 1, 0,0,0,0,1,1,0 }, // матриця суміжності
8     { 1,0,1,1,0,1,1,0,1 },
9     { 0,1,0,1,0,0,0,1,0 },
10    { 0,1,1,0,1,0,0,1,0 },
11    { 0,0,0,1,0,1,1,1,0 },
12    { 0,1,0,0,1,0,1,1,0 },
13    { 1,1,0,0,1,1,0,1,0 },
14    { 1,0,1,1,1,1,1,0,0 },
15    { 0,1,0,0,0,0,0,0,0 } };
16    int nodes[9]; // вершини графа
17    for (int i = 0; i < 9; i++)
18        nodes[i] = 0; // всі вершини рівні 0
19    Queue.push(0); // ставимо в чергу першу вершину
20    while (!Queue.empty()) // поки черга не пуста
21    {
22        int node = Queue.front(); // вилучаємо вершину
23        Queue.pop();
24        nodes[node] = 2; // помічаємо її як пройдену
25        for (int j = 0; j < 9; j++)
26        { // перевіряємо для неї всі суміжні вершини
27            if (mas[node][j] == 1 && nodes[j] == 0)
28            { // якщо вершина суміжна і ще не в черзі
29                Queue.push(j); // додаємо її в чергу
30                nodes[j] = 1; // помічаємо вершину як пройдену
31            }
32        }
33        cout << node + 1 << endl; // виводимо номер вершини
34    }
35    cin.get();
36    return 0;
37 }
38
```

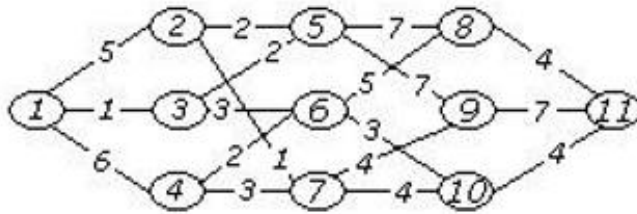
D:\code\т°шЕ\bin\Debug\т°шЕ.exe

```
1
2
7
8
3
4
6
9
5
```

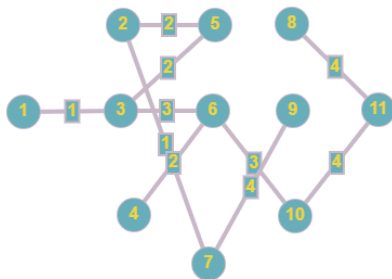
Завдання № 5

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

8)



Метод Краскала



Пошук ребер з найменшою довжиною 1: 1-3, 2-7

Ребра з довжиною 2: 2-5, 3-5, 4-6 і тд шукаємо ребра з більшою довжиною ніж попередня, але слідкувати щоб не утворювався цикл.

$V: \{1,3,2,7,5,4,6,10,9,8,11\}$

$E: \{(1,3) (2,7)(2,5)(3,5)(3,6)(4,6)(10,6)(7,9)(10,11)(11,8)\}$

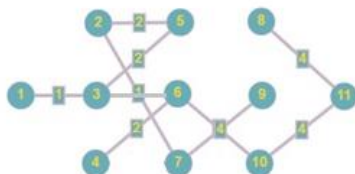
Сума мінімального остового дерева дорівнює 26

Метод Прима

З вершини 1 шукаю ребра з мінімальною вагою, які виходять з цієї точки, або входять в неї. Позначу ребро з мінімальною вагою(наразі з вагою 1). Оскільки з вершини 1 нема більше ребер з малою вагою, то переходимо до вершини 3 і з неї так само шукаємо ребра з мінімальною вагою

$V: \{1,3,5,2,7,4,6,10,9,11,8\}$

$E: \{(1,3)(3,5) (5,2) (2,7) (3,6) (4,6) (6,10) (7,9) (10,11) (11,8)\}$



Сума мінімального остового дерева дорівнює 26.

Краскала:

```
2 #include <algorithm>
Enter E: 18
1 2 5
1 3 1
1 4 6
2 7 1
2 5 2
3 5 2
3 6 3
4 7 3
4 6 2
7 9 4
7 10 4
10 6 3
6 8 5
5 8 7
5 9 7
10 11 4
9 11 7
11 8 4

Min ostov tree:
1 3 1
2 7 1
2 5 2
3 5 2
4 6 2
3 6 3
6 10 3
8 11 4
10 11 4
7 9 4
```

```
1 #include <iostream>
2 #include <algorithm>
3 #include <functional>
4 #include <iostream>
5 #include <iterator>
6 using namespace std;
7 class Edge{
8 public:
9     int source;
10    int dest;
11    int weight;
12 };
13
14 int compare(Edge e1, Edge e2){
15     return e1.weight< e2.weight;
16 }
17
18 int findParent(int v, int* parent){
19     if (parent[v]==v){
20         return v;
21     }
22     return findParent(parent[v], parent);
23 }
24
25 void kruskal(Edge *input , int n, int E)//передаю кількість вершин, ребер
26 {
27     sort(input, input+E, compare);//сортує за зростанням і порівнює
28
29     Edge *output=new Edge[n-1];//ост дерево скл з n-1 ел
30
31     int *parent=new int [n];
32     for(int i=0; i<n; i++){
33         parent[i]=i;
34     }
35     int count=0, i=0;//слідкую яке ребро розглядається
36     while(count!=n-1){
37         Edge currentEdge=input[i];//ребро
38         //checking if can add currentEdge in MST
```

```
39     int sourceParent = findParent (currentEdge.source, parent ) ;
40     int destParent = findParent (currentEdge.dest, parent ) ;
41
42     if (sourceParent!=destParent){
43
44         output[count]=currentEdge;// на місце count ставлю поточне ребро
45         count++;
46         parent[sourceParent]=destParent;
47     }
48     i++;
49     cout<<"\nMin ostov tree: "<<endl;
50     for(int i=0; i<n-1; i++){
51         if(output[i].source< output[i].dest){
52             cout<<output[i].source<<" "<<output[i].dest<<" "<<output[i].weight<<endl;
53         }
54         else {
55             cout<<output[i].dest<<" "<<output[i].source<<" "<<output[i].weight<<endl;
56         }
57     }
58     for(int i=0; i<n-1; i++){
59         int sum=0;
60         sum+=output[i].weight;
61         //int sum;
62         cout<<"\nSum: "<<sum ;}}
63
64 int main()
65 {
66     int n, E, sum;
67     cout<<"Enter n: ";
68     cin>>n;
69     cout<<"Enter E: ";
70     cin>>E;
71     Edge *input= new Edge[E];
72     for(int i=0; i<E; i++){
73         int s,d,w;
74         cin>>s>>d>>w;
75         input[i].source=s;
76         input[i].dest=d;
77         input[i].weight=w;
78     }
79     kruskal(input, n, E);
80     return 0;}
```


Прима:

```
1 #include<iostream>
2 using namespace std;
3 int main()
4 {
5     int a,b,u,v,n,i,j,ne=1;
6     int visited[20]={0},min,mincost=0;
7     int cost[20][20];
8     int path[100]={0};
9     int path_index=0;
10
11     cout<<"Enter the number of vertices: ";
12     cin>>n;
13     cout<<"Enter the adjacency matrix: " << endl;
14     for(i=1;i<=n;i++){
15         for(j=1;j<=n;j++){
16             cin>>cost[i][j];
17             if(cost[i][j]==0)
18                 cost[i][j]=99;
19         }
20     }
21     visited[1]=1;
22     cout<<endl;
23
24     while(ne < n)
25     {
26         for(i=1,min=99;i<=n;i++)
27             for(j=1;j<=n;j++){
28                 if(cost[i][j]< min)
29                     if(visited[i]!=0)
30                     {
31                         min=cost[i][j];
32                         a=u=i;
33                         b=v=j;
34                     }
35             }
36         if(visited[u]==0 || visited[v]==0)
37         {
38             path[path_index]=b;
```

```
visited[1]=1;
cout<<endl;

while(ne < n)
{
    for(i=1,min=99;i<=n;i++)
        for(j=1;j<=n;j++){
            if(cost[i][j]< min)
                if(visited[i]!=0)
                {
                    min=cost[i][j];
                    a=u=i;
                    b=v=j;
                }

            if(visited[u]==0 || visited[v]==0)
            {
                path[path_index]=b;
                path_index++;
                ne++;
                mincost+=min;
                visited[b]=1;
            }
            cost[a][b]=cost[b][a]=99;
        }
    cout<<endl;
    cout<<"1->" << " ";
    for (int i=0;i<n-1;i++)
    {
        cout<<path[i];
        if (i<n-2) cout<<" -> ";
    }
    cout<< endl << "The least way is: " << mincost;
    cin.get();
    cin.get();
    return 0;
}
```

```
Enter the number of vertices: 11
Enter the adjacency matrix:
0 5 1 6 0 0 0 0 0 0 0
5 0 0 0 2 0 1 0 0 0 0
1 0 0 0 2 3 0 0 0 0 0
6 0 0 0 0 2 3 0 0 0 0
0 2 2 0 0 0 0 7 7 0 0
0 0 3 2 0 0 0 5 0 3 0
0 1 0 3 0 0 0 0 4 4 0
0 0 0 0 7 5 0 0 0 0 4
0 0 0 0 7 0 4 0 0 0 7
0 0 0 0 0 3 4 0 0 0 4
0 0 0 0 0 0 0 4 7 4 0

1 -> 3 -> 5 -> 2 -> 7 -> 6 -> 4 -> 10 -> 9 -> 11 -> 8
The least way is: 26
Process returned 0 (0x0)   execution time : 3.837 s
Press any key to continue.
```

Завдання № 6

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

Розглядаю 1 стовбець, мінімальне значення=2, перший стовбець та рядок викреслюю.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | ∞ | 7 | 3 | 5 | 4 | 6 | 2 | 3 |
| 2 | 7 | ∞ | 6 | 1 | 5 | 1 | 1 | 2 |
| 3 | 3 | 6 | ∞ | 5 | 1 | 7 | 5 | 5 |
| 4 | 5 | 1 | 5 | ∞ | 3 | 3 | 2 | 3 |
| 5 | 4 | 5 | 1 | 3 | ∞ | 2 | 2 | 3 |
| 6 | 6 | 1 | 7 | 3 | 2 | ∞ | 5 | 7 |
| 7 | 2 | 1 | 5 | 2 | 2 | 5 | ∞ | 5 |
| 8 | 3 | 2 | 5 | 3 | 3 | 7 | 5 | ∞ |

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 17 | 8 |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2 | ∞ | 6 | 1 | 5 | 1 | 1 | 2 |
| 3 | 6 | ∞ | 5 | 1 | 7 | 5 | 5 |
| 4 | 1 | 5 | ∞ | 3 | 3 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 1 | 3 | ∞ | 2 | 2 | 3 |
| 6 | 1 | 7 | 3 | 2 | ∞ | 5 | 7 |
| 17 | 1 | 5 | 2 | 2 | 5 | ∞ | 5 |
| 8 | 2 | 5 | 3 | 3 | 7 | 5 | ∞ |

| | 172 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 172 | ∞ | 6 | 1 | 5 | 1 | 2 |
| 3 | 6 | ∞ | 5 | 1 | 7 | 5 |
| 4 | 1 | 5 | ∞ | 3 | 3 | 3 |
| 5 | 5 | 1 | 3 | ∞ | 2 | 3 |
| 6 | 1 | 7 | 3 | 2 | ∞ | 7 |
| 8 | 2 | 5 | 3 | 3 | 7 | ∞ |

| | 3 | 1724 | 5 | 6 | 8 |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 3 | ∞ | 5 | 1 | 7 | 5 |
| 1724 | 5 | ∞ | 3 | 3 | 3 |
| 5 | 1 | 3 | ∞ | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 3 | 2 | ∞ | 7 |
| 8 | 5 | 3 | 3 | 7 | ∞ |

| | 3 | 17245 | 6 | 8 |
|-------|----------|----------|----------|----------|
| 3 | ∞ | 1 | 7 | 5 |
| 17245 | 1 | ∞ | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 2 | ∞ | 7 |
| 8 | 5 | 3 | 7 | ∞ |

| | | | |
|--------|----------|----------|----------|
| | 172453 | 6 | 8 |
| 172453 | ∞ | 7 | 5 |
| 6 | 7 | ∞ | 7 |
| 8 | 5 | 7 | ∞ |

| | | |
|---------|----------|----------|
| | 6 | 1724538 |
| 6 | ∞ | 7 |
| 1724538 | 7 | ∞ |

Шлях 1724538. Вага 20. Аналогічно можна зробити обхід з інших вершин. Для кращого розуміння розпочну з вершини 2

| | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | ∞ | 7 | 3 | 5 | 4 | 6 | 2 | 3 |
| 2 | 7 | ∞ | 6 | 1 | 5 | 1 | 1 | 2 |
| 3 | 3 | 6 | ∞ | 5 | 1 | 7 | 5 | 5 |
| 4 | 5 | 1 | 5 | ∞ | 3 | 3 | 2 | 3 |
| 5 | 4 | 5 | 1 | 3 | ∞ | 2 | 2 | 3 |
| 6 | 6 | 1 | 7 | 3 | 2 | ∞ | 5 | 7 |
| 7 | 2 | 1 | 5 | 2 | 2 | 5 | ∞ | 5 |
| 8 | 3 | 2 | 5 | 3 | 3 | 7 | 5 | ∞ |

| | | | | | | | |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 1 | 3 | 24 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | ∞ | 3 | 5 | 4 | 6 | 2 | 3 |
| 3 | 3 | ∞ | 5 | 1 | 7 | 5 | 5 |
| 24 | 5 | 5 | ∞ | 3 | 3 | 2 | 3 |
| 5 | 4 | 1 | 3 | ∞ | 2 | 2 | 3 |
| 6 | 6 | 7 | 3 | 2 | ∞ | 5 | 7 |
| 7 | 2 | 5 | 2 | 2 | 5 | ∞ | 5 |
| 8 | 3 | 5 | 3 | 3 | 7 | 5 | ∞ |

| | | | | | | |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 1 | 3 | 5 | 6 | 247 | 8 |
| 1 | ∞ | 3 | 4 | 6 | 2 | 3 |
| 3 | 3 | ∞ | 1 | 7 | 5 | 5 |
| 5 | 4 | 1 | ∞ | 2 | 2 | 3 |
| 6 | 6 | 7 | 2 | ∞ | 5 | 7 |
| 247 | 2 | 5 | 2 | 5 | ∞ | 5 |
| 8 | 3 | 5 | 3 | 7 | 5 | ∞ |

| | | | | | |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 2471 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| 2471 | ∞ | 3 | 4 | 6 | 3 |
| 3 | 3 | ∞ | 1 | 7 | 5 |
| 5 | 4 | 1 | ∞ | 2 | 3 |
| 6 | 6 | 7 | 2 | ∞ | 7 |
| 8 | 3 | 5 | 3 | 7 | ∞ |

| | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|
| | 24713 | 5 | 6 | 8 |
| 24713 | ∞ | 1 | 7 | 5 |
| 5 | 1 | ∞ | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 2 | ∞ | 7 |
| 8 | 5 | 3 | 7 | ∞ |

| | | | |
|--------|----------|----------|----------|
| | 247135 | 6 | 8 |
| 247135 | ∞ | 2 | 3 |
| 6 | 2 | ∞ | 7 |
| 8 | 3 | 7 | ∞ |

| | | |
|---------|----------|----------|
| | 2471356 | 8 |
| 2471356 | ∞ | 7 |
| 8 | 7 | ∞ |

Bara= 1+2+2+3+1+2+7=11+7=18

```

#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <string>
using namespace std;
int formation(int vershunu, int **arr);
void print(int vershunu, int **arr);
bool check_node(int *V, int vershunu, int Node);
int build(int vershunu, int **arr, int *V, int *counter_of_nodes);
void del(int vershunu, int **arr);
int min_numb(int vershunu, int min, int **arr, int *V, int i);

int main() {
    int vershunu, counter_of_nodes = 1, min = 999, rez = 0;
    cout << "Input size: ";
    cin >> vershunu;
    int *V = new int[vershunu];
    int *Vcon = new int[vershunu];

    int **arr = new int *[vershunu];
    for (int i = 0; i < vershunu; i++)
        arr[i] = new int[vershunu];
    cout << "Input matrix=";
    if (formation(vershunu, arr) == -1) {
        cout << "Program error" << endl;
    } else {
        print(vershunu, arr);
        cout << endl;
        delete[] V;
        for (int i = 0; i < vershunu; i++) {
            int *V = new int[vershunu];
            V[0] = i;
            counter_of_nodes = 1;
            rez = build(vershunu, arr, V, &counter_of_nodes);
        }
        cout << endl << "The shortest way:" << rez << endl;
        for (int i = 0; i < vershunu; i++) {
            if (i == vershunu - 1)

```

```

38         if (i == vershunu - 1)
39             cout << V[i] + 1;
40         else cout << V[i] + 1 << " -> ";
41     }
42     del(vershunu, arr);
43     delete[] Vcon;
44     return 0;
45 }
46 }
47 int formation(int vershunu, int **arr) {
48     for (int i = 0; i < vershunu; i++) {
49         for (int j = 0; j < vershunu; j++) {
50             cin >> arr[i][j];
51             if (cin.fail()) {
52                 cout << "Input error" << endl;
53                 return -1;
54             }
55         }
56     }
57     return 1;
58 }
59 void print(int vershunu, int **arr) {
60     for (int i = 0; i < vershunu; i++) {
61         for (int j = 0; j < vershunu; j++) {
62             cout << setw(4) << arr[i][j];
63         }
64         cout << endl;
65     }
66 }
67 void del(int vershunu, int **arr) {
68     for (int i = 0; i < vershunu; i++) {
69         delete[] arr[i];
70     }
71     delete[] arr;
72 }
73 }
74 bool check_node(int *V, int vershunu, int Node) {
75     for (int i = 0; i < vershunu; i++)

```

```

62         cout << setw(4) << arr[i][j];
63     }
64     cout << endl;
65 }
66 }
67 void del(int vershunu, int **arr) {
68     for (int i = 0; i < vershunu; i++) {
69         delete[] arr[i];
70     }
71     delete[] arr;
72 }
73 }
74 bool check_node(int *V, int vershunu, int Node) {
75     for (int i = 0; i < vershunu; i++)
76         if (V[i] == Node) return false;
77     return true;
78 }
79
80 int build(int vershunu, int **arr, int *V, int *counter_of_nodes) {
81     int sum = 0, min;
82     for (int i = 0; i < *counter_of_nodes; i++) {
83         min = min_numb(vershunu, 999, arr, V, i);
84         for (int j = 0; j < vershunu; j++)
85             if (arr[V[i]][j] == min && check_node(V, vershunu, j)) {
86                 V[*counter_of_nodes] = j;
87                 (*counter_of_nodes)++;
88                 sum += arr[V[i]][j];
89                 break;
90             }
91     }
92     return sum;
93 }
94 int min_numb(int vershunu, int min, int **arr, int *V, int i) {
95     for (int j = 0; j < vershunu; j++)
96         if (min > arr[V[i]][j] && arr[V[i]][j] != 0 && check_node(V, vershunu, j)) min = arr[V[i]][j];
97     return min;
98 }

```

```

Input size: 8
Input matrix= 0 7 3 5 4 6 2 3
7 0 6 1 5 1 1 2
3 6 0 5 1 7 5 5
5 1 5 0 3 3 2 3
4 5 1 3 0 2 2 3
6 1 7 3 2 0 5 7
2 1 5 2 2 5 0 5
3 2 5 3 3 7 5 0

  0  7  3  5  4  6  2  3
  7  0  6  1  5  1  1  2
  3  6  0  5  1  7  5  5
  5  1  5  0  3  3  2  3
  4  5  1  3  0  2  2  3
  6  1  7  3  2  0  5  7
  2  1  5  2  2  5  0  5
  3  2  5  3  3  7  5  0

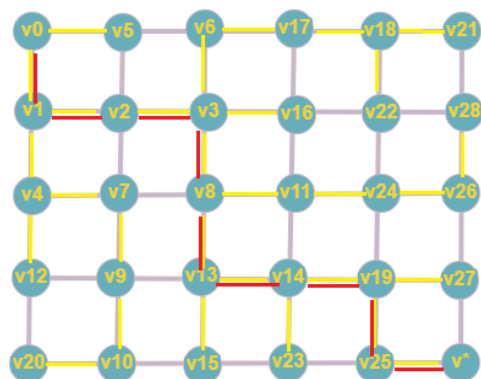
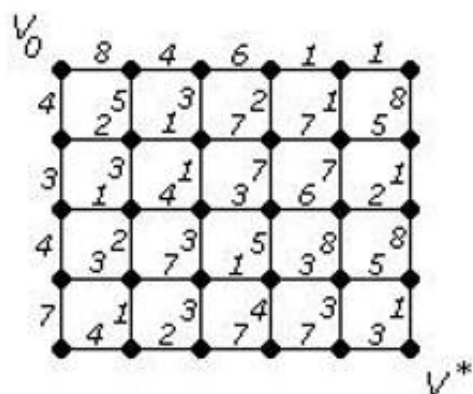
The shortest way:15
1 -> 7 -> 2 -> 4 -> 5 -> 3 -> 8 -> 6
Process returned 0 (0x0)   execution time : 104.388 s
Press any key to continue.

```

Завдання № 7

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V_0 і V^* .

8)



Розпишу найменші відстані до кожної вершини

$L(v_1)=4$

$$L(v_2)=6$$

$$L(v_3)=7$$

$$L(v_4)=7$$

$$L(v_5)=8$$

$$L(v_6)=8$$

$$L(v_7)=8$$

$$L(v_8)=8$$

$$L(v_9)=10$$

$$L(v_{10})=11$$

$$L(v_{11})=11$$

$$L(v_{12})=11$$

$$L(v_{13})=11$$

$$L(v_{14})=12$$

$$L(v_{15})=13$$

$$L(v_{16})=14$$

$$L(v_{17})=14$$

$$L(v_{18})=15$$

$$L(v_{19})=15$$

$$L(v_{20})=15$$

$$L(v_{21})=16$$

$$L(v_{22})=16$$

$$L(v_{23})=16$$

$$L(v_{24})=17$$

$$L(v_{25})=18$$

$$L(v_{26})=19$$

$$L(v_{27})=20$$

$$L(v_{28})=20$$

$$L(v^*)=21$$

Мінімальна відстань від v_0 до v^* дорівнює 21.

Дейкстра:

D:\code\DM5\bin\Debug\DM5.exe

```
top11 to top12 :5
top11 to top17 :7
top12 to top13 :0
top12 to top18 :1
top13 to top14 :1
top13 to top19 :4
top14 to top15 :4
top14 to top20 :2
top15 to top16 :3
top15 to top21 :3
top16 to top17 :6
top16 to top22 :5
top17 to top18 :2
top17 to top23 :8
top18 to top19 :0
top18 to top24 :8
top19 to top20 :3
top19 to top25 :7
top20 to top21 :7
top20 to top26 :1
top21 to top22 :1
top21 to top27 :3
top22 to top23 :3
top22 to top28 :4
top23 to top24 :5
top23 to top29 :3
top24 to top25 :0
top24 to top30 :1
top25 to top26 :4
top26 to top27 :2
top27 to top28 :7
top28 to top29 :7
top29 to top30 :3
Enter the Source Node : 1
The least way is: 21
The way is: Top -> Top7 -> Top8 -> Top9 -> Top15 -> Top21 -> Top22 -> Top23 -> Top29 -> Top30 -> finish
Process returned 0 (0x0)   execution time : 121.316 s
Press any key to continue.
```

```
#include <iostream>
using namespace std;
int n;
int g[50][50];

bool visited[50];
int dist[50];
int pred[50];

void graf(int g[50][50])
{
    //int g[50][50];
    cout<<"Number of tops?";
    cin>>n;
    for(int i=0; i<n; i++){
        for(int j=0; j<n; j++){
            g[i][j]=0;
        }
    }

    int t1, t2;
    cout<<"Number of rows and columns?"; //6 5
    cin>>t1>>t2;

    for (int i=0; i<n; i++){
        for(int j=i+1; j<n; j++){
            if(j==i+1 || j==i+t1){
                cout<<"top"<<i+1<<" to top"<<j+1<<" :";
                cin>>g[i][j];
            }else { g[i][j]=0; }
        }
    }

    int distance()
    {
        int minimum = 10000, minDist;
```



```

cpp x
5 int distance()
6 {
7
8     int minimum = 10000, minDist;
9     for (int z = 0; z < n; z++)
10         if (visited[z] == false && dist[z] <= minimum) // якщо відстань не пройдена і відстань до неї менша за мінімум, то вона стає мінімальною
11         {
12             minimum = dist[z];
13             minDist = z;
14         }
15     return minDist;
16 }
17
18 void printPath(int j)
19 {
20     if (pred[j] == -1)
21         return;
22     printPath(pred[j]);
23     cout << "Top" << j+1 << " -> ";
24 }
25
26 void dijkstra(int g[50][50])
27 {
28     //int g[50][50];
29     int src;
30     cout << "Enter the Source Node : ";
31     cin >> src;
32     for (int i = 0; i < n; i++)
33     {
34         pred[i] = -1;
35         dist[i] = 10000;
36         visited[i] = false;
37     }
38     dist[src-1] = 0;
39     for (int count = 0; count < n - 1; count++)
40     {
41         int u = distance();
42
43         for (int i = 0; i < n; i++)
44         {
45             pred[i] = -1;
46             dist[i] = 10000;
47             visited[i] = false;
48         }
49         dist[src-1] = 0;
50         for (int count = 0; count < n - 1; count++)
51         {
52             int u = distance();
53             int q;
54             visited[u] = true;
55             for (int z = 0; z < n; z++)
56                 if (!visited[z] && g[u][z] && dist[u] + g[u][z] < dist[z]) // якщо відстань менша ніж була раніше
57                 {
58                     pred[z] = u; // ставляємо значення яке веде до найкоротшого шляху
59                     q++;
60                     dist[z] = dist[u] + g[u][z]; // + значення від якої були до u
61                 }
62             }
63         cout << "The least way is: ";
64         cout << dist[29] << endl;
65         cout << "The way is: ";
66         cout << "Top -> ";
67         printPath(29);
68         cout << "finish" << endl;
69     }
70 }
71
72 int main()
73 {
74     int g[50][50];
75     graf(g);
76     dijkstra(g);
77     return 0;
78 }

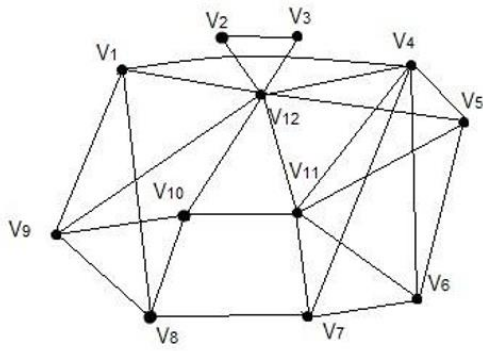
```

Завдання № 8

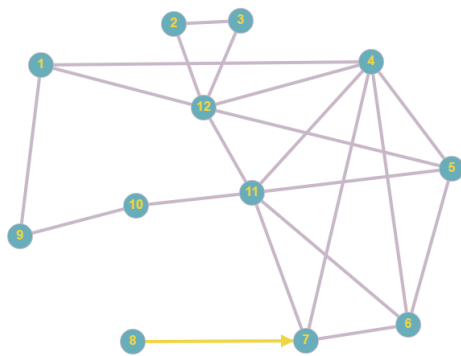
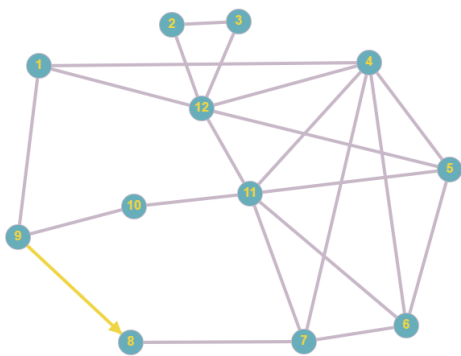
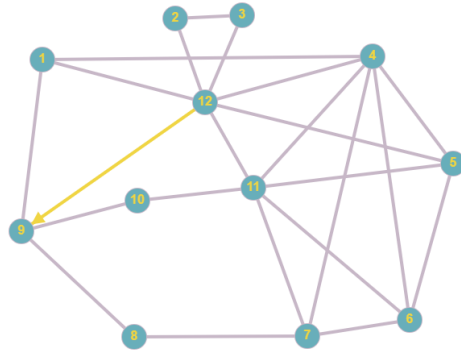
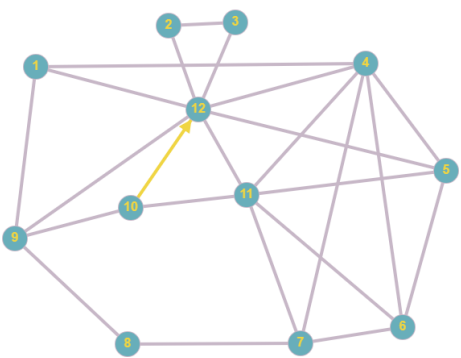
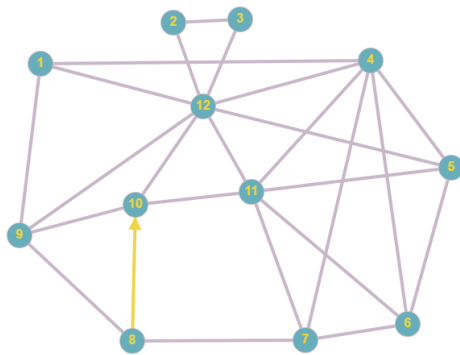
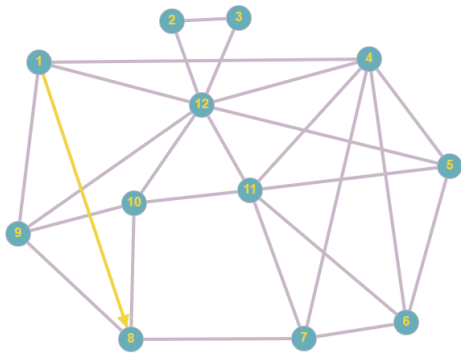
Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами:

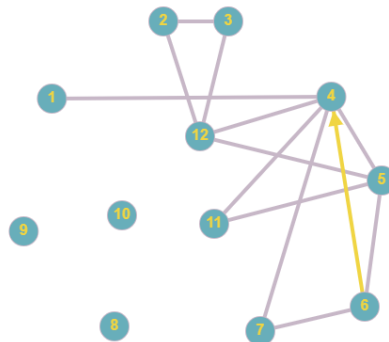
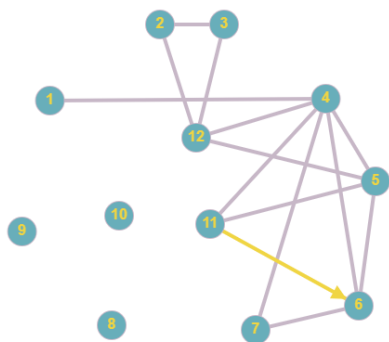
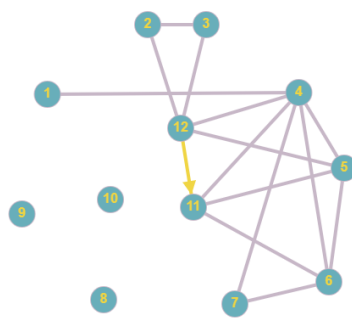
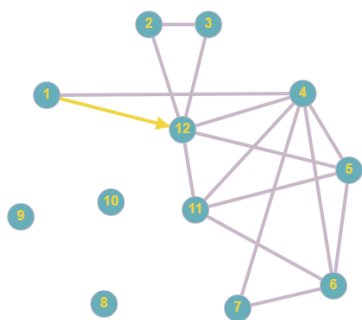
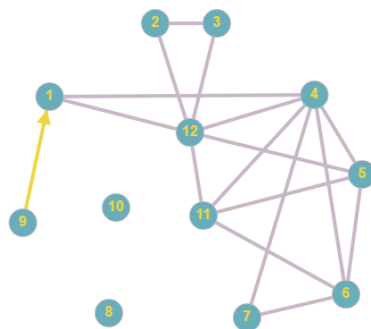
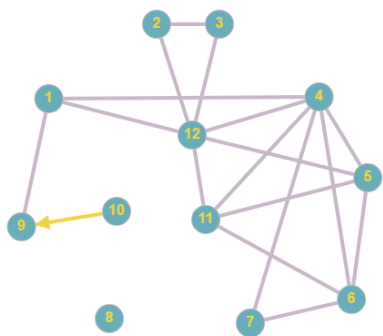
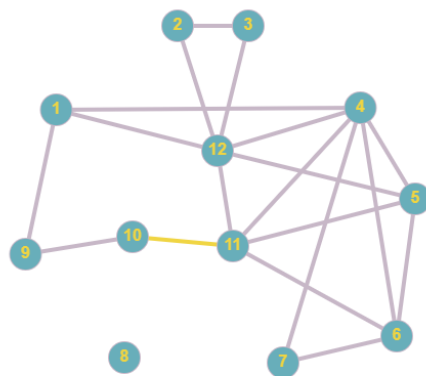
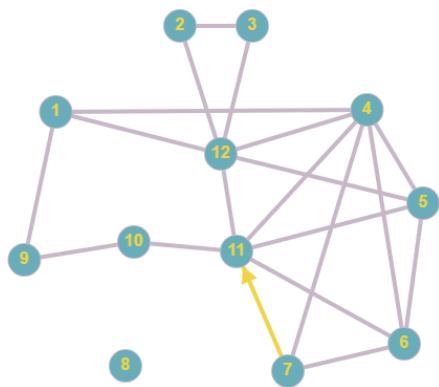
- Флері;
- елементарних циклів.

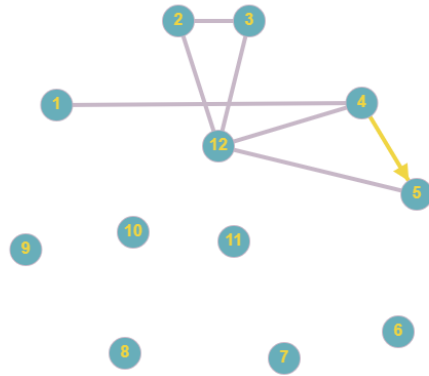
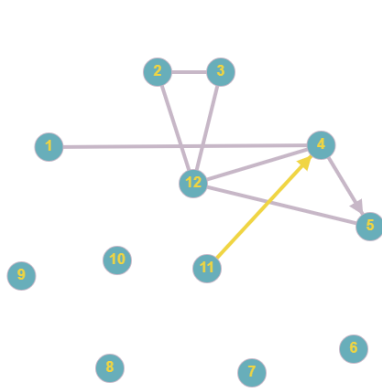
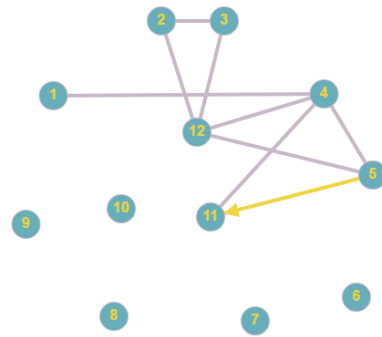
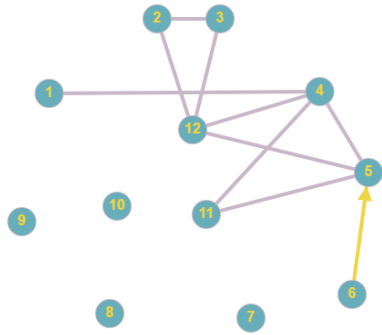
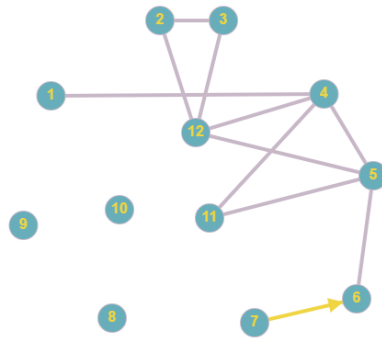
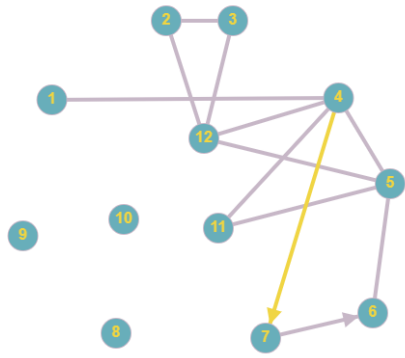
8)

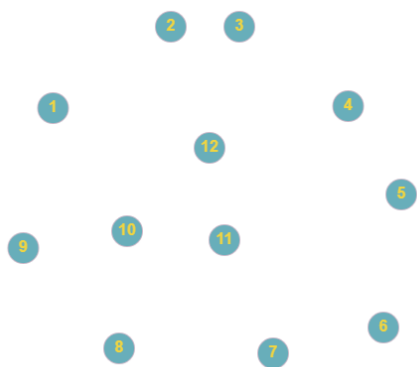
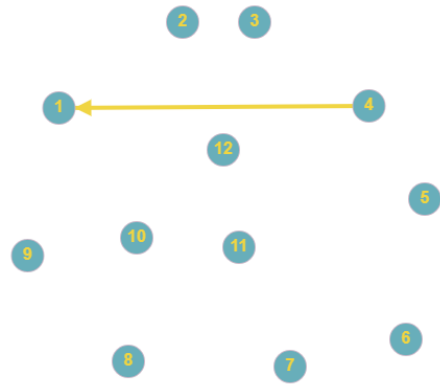
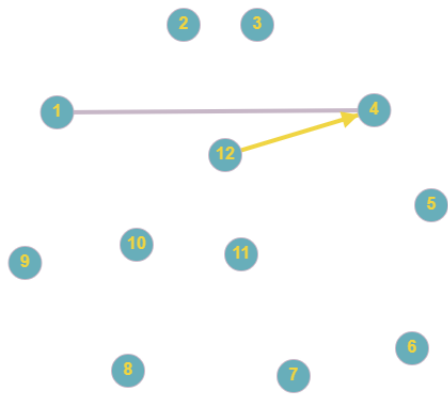
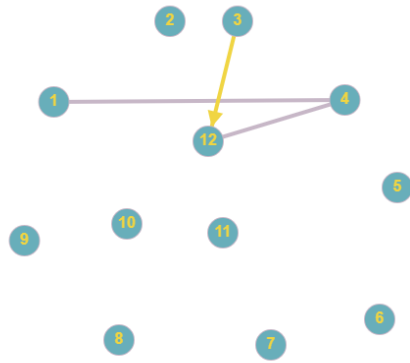
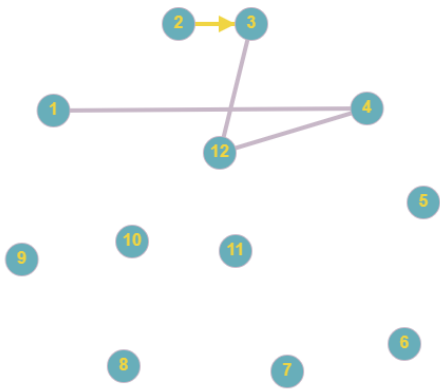
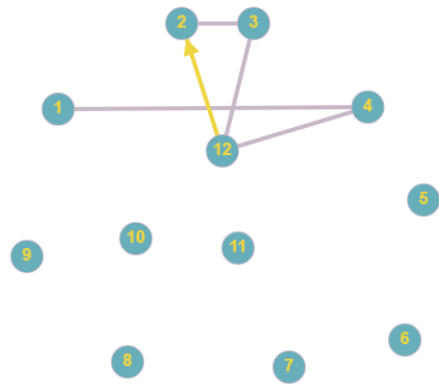
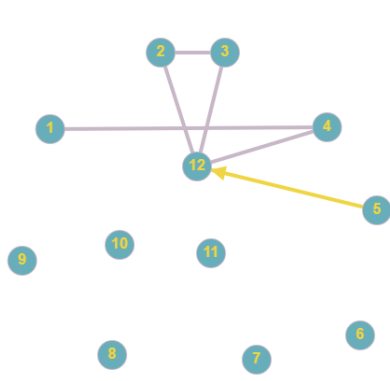


Почну з вершини V1









```

pp x
#include <iostream>
using namespace std;
#define N 12
#define STACK_SIZE 100
int G[N][N] =
{
    {0,0,0,1,0,0,0,1,1,0,0,1},
    {0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1},
    {0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1},
    {1,0,0,0,1,1,1,0,0,0,1,1},
    {0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,1,1},
    {0,0,0,1,1,0,1,0,0,0,1,0},
    {0,0,0,1,0,1,0,1,0,0,1,0},
    {1,0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,0},
    {1,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,1},
    {0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,1},
    {0,0,0,1,1,1,1,0,0,1,0,1},
    {1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,0}};

int k;
int Stack[STACK_SIZE];

void Search(int V)
{
    int i;
    for(i = 0; i < N; i++)
        if(G[V][i])
        {
            G[V][i] = G[i][V] = 0;
            Search(i);
        }
    Stack[++k] = V;
}

int main()
{
    int T, p, q, s;
    int j, vv;

    T = 1;
    for(p = 0; p < N; p++)
    {
        s = 0;
        for(q = 0; q < N; q++)
        {
            s += G[p][q];
        }
        if(s%2) T = 0;
    }
    k = -1;
    cout<<"start vertex: ";
    cin>>vv;
    vv--;
    if(T)
    {
        Search (vv);
        for(j = 0; j <= k; j++)
            cout<<Stack[j]+1<<" ";
    }
    else
        cout<<"not Eulerian graph\n";
    return 0;
}

```

Декілька можливих варіантів з різних точок

```

D:\code\lyx\bin\Debug\lyx.exe
start vertex: 1
1 9 10 12 11 10 8 9 12 3 2 12 5 11 7 8 1 12 4 11 6 7 4 6 5 4 1
Process returned 0 (0x0)   execution time : 2.308 s
Press any key to continue.

```

```

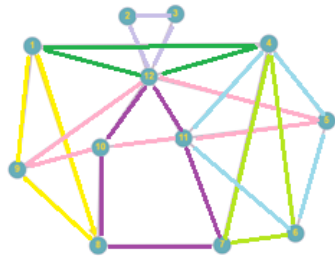
D:\code\lyxt\bin\Debug\lyxt.exe
start vertex: 5
5 12 11 7 6 11 10 12 3 2 12 9 10 8 9 1 12 4 11 5 6 4 7 8 1 4 5
Process returned 0 (0x0)   execution time : 1.259 s
Press any key to continue.

D:\code\lyxt\bin\Debug\lyxt.exe
start vertex: 12
12 11 10 12 9 10 8 9 1 8 7 11 5 12 3 2 12 4 11 6 7 4 6 5 4 1 12
Process returned 0 (0x0)   execution time : 1.648 s
Press any key to continue.

```

Елементарні цикли:

Виділила 7 простих циклів



Жовтий з ребрами (1,8),(8,9),(9,1)

Рожевий з ребрами (9,12),(12,5),(5,11),(11,10),(11,9)

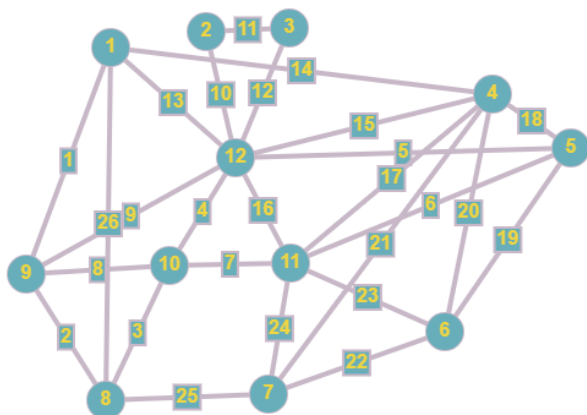
Фіолетовий з ребрами (12,10), (10,8), (8,7),(7,11),(11,12)

Зелений з ребрами (1,4),(4,12),(12,1)

Синій з ребрами (11,4),(4,5),(5,6),(6,11)

Світлозелений з ребрами (7,4),(4,6),(6,7)

Бузовий з ребрами (2,3),(3,12),(12,2)



in.cpp X

```

1  #include <iostream>
2  #include <vector>
3  #include <stack>
4  #include <algorithm>
5  #include <list>
6  using namespace std;
7
8  vector < list<int> > graph;
9  vector <int> deg;
10 stack<int> head, tail;
11 int main()
12 {
13     //deg is the degree of a given vertex
14     int n, a, x, y;
15     cout<<"Enter count of tops / edges: ";
16     cin >> n >> a; //12 26
17     graph.resize(n + 1);
18     deg.resize(n + 1);
19     for (; a--;)
20     {
21         cin >> x >> y;
22         graph[x].push_back(y);
23         graph[y].push_back(x);
24         ++deg[x];
25         ++deg[y];
26     }
27
28     if (any_of(deg.begin() + 1, deg.end(), [](int i) {return i & 1; }))
29         cout << "-1";          /*< no euler cycle exists (all degrees must be even) */
30
31     else
32     {
33         head.push(1);
34         while (!head.empty())
35         {
36             while (deg[head.top()])
37             {
38                 int v = graph[head.top()].back();

```

```

20     {
21         cin >> x >> y;
22         graph[x].push_back(y);
23         graph[y].push_back(x);
24         ++deg[x];
25         ++deg[y];
26     }
27
28     if (any_of(deg.begin() + 1, deg.end(), [](int i) {return i & 1; }))
29         cout << "-1";          /*< no euler cycle exists (all degrees must be even) */
30
31     else
32     {
33         head.push(1);
34         while (!head.empty())
35         {
36             while (deg[head.top()])
37             {
38                 int v = graph[head.top()].back();
39                 graph[head.top()].pop_back();
40                 graph[v].remove(head.top());
41                 --deg[head.top()];
42                 head.push(v);
43                 --deg[v]; }
44
45             while (!head.empty() && !deg[head.top()])
46             {
47                 tail.push(head.top());
48                 head.pop(); }
49         }
50         /*< tail is the eulerian cycle */
51         while (!tail.empty())
52         {
53             cout << tail.top() << ' ';
54             tail.pop();
55         } }
56

```


D:\code\хыўшыш\bin\Debug\хыўшыш.exe

```
12
11
10
11
8
7
7
11
11
4
12
5
5
4
4
7
4
6
11
5
11
6
7
6
6
5
1 8 7 6 5 11 6 4 7 11 4 5 12 11 10 12 9 8 10 9 1 4 12 3 2 12 1
Process returned 0 (0x0)   execution time : 186.289 s
Press any key to continue.
```

Завдання №9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

$$8. (y \cdot x \cdot \bar{y}) \vee x \vee (y \cdot x \cdot \bar{x})$$

$$(y \cdot x \cdot \bar{y}) \vee x \vee (y \cdot x \cdot \bar{x})$$

$$(x \cdot F) \vee x \vee (y \cdot F \neg)$$

$$(x \cdot F) \vee x \vee (y \cdot T)$$

$$F \vee x \vee y$$

$$F \vee x \vee y = x \vee y.$$