

Модель хищник-жертва Лотки-Вольтерры.

Вариант 19

Дмитревская Софья Алексеевна НФИбд-01-19¹

12 марта, 2022, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Изучить простейшую модель Лотки-Вольтерры хищник-жертва, основанную на нескольких предположениях. Построить модель с помощью дифференциальных уравнений. Сделать выводы по заданию

Задание к лабораторной работе

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t)$, $y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

Теоретический материал

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

- Рассмотрим базисные компоненты системы: X хищников и Y жертв.
- Пусть для этой системы выполняются следующие предположения:
 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает

3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

Условия варианта

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + by(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = cy(t) - dy(t)x(t) \end{cases}$$

Стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.71x(t) + 0.072y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.73y(t) - 0.074y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8$, $y_0 = 21$ Найдите стационарное состояние системы

Результаты работы:

График численности жертв и хищников от времени

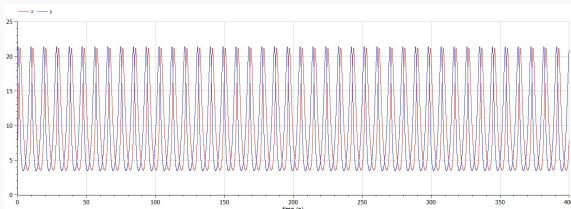


Figure 1: График численности жертв и хищников от времени

График численности хищников от численности жертв

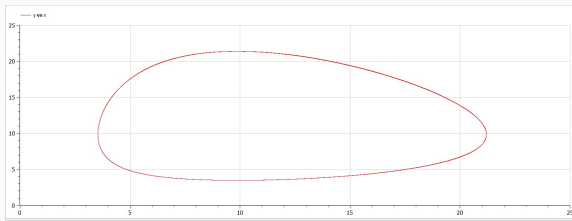


Figure 2: График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние

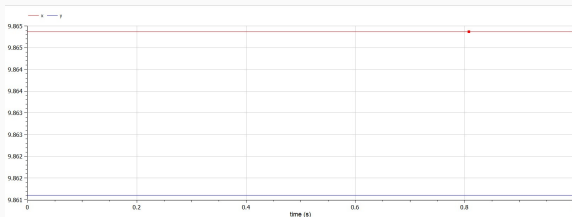


Figure 3: Стационарное состояние

Стационарное состояние

$$x_0 = \frac{a}{b} = 9.86486, y_0 = \frac{c}{d} = 9.86111$$

Выводы по проделанной работе

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики зависимости количества хищников и жертв в разных отношениях и в разные периоды времени.