

# **Отчет по ходу лабораторной работы №6**

**Модель эпидемии - вариант 19**

Дмитревская Софья Алексеевна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
1.1	Цель лабораторной работы: . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Задачи</b>	<b>5</b>
2.1	Задачи лабораторной работы: . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Ход выполнения лабораторной работы:</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Теоретические сведения . . . . .	7
3.3	Теоретические сведения . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Задача</b>	<b>8</b>
4.1	Условие задачи: . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Код программы</b>	<b>9</b>
5.1	Код программы . . . . .	9
5.2	Код программы . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Результаты работы</b>	<b>11</b>
6.1	Результаты работы . . . . .	11
<b>7</b>	<b>Выводы</b>	<b>13</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>14</b>

# List of Figures

6.1	Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$ . . . . .	11
6.2	Графики численности в случае $I(0) > I^*$ . . . . .	12

# 1 Цель работы

## 1.1 Цель лабораторной работы:

Изучить простейшую модель эпидемии  $SIR$ . Используя условия из варианты, задать в уравнение начальные условия и коэффициенты. После построить графики изменения численностей трех групп в двух случаях.

## 2 Задачи

### 2.1 Задачи лабораторной работы:

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп.
3. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:  $I(0) \leq I^*$ ,  $I(0) > I^*$

## 3 Ход выполнения лабораторной работы:

### 3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

## 3.2 Теоретические сведения

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

## 3.3 Теоретические сведения

Рассмотрим скорость изменения выздоравливающих особей, которые при этом приобретают иммунитет к болезни:

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

## 4 Задача

### 4.1 Условие задачи:

На одном небольшом острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 10600$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 133$ . Число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 33$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1.  $I(0) \leq I^*$  2.  $I(0) > I^*$



## 5 Код программы

### 5.1 Код программы

```
model lab6
parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
parameter Real N = 10600; // общая численность популяции
parameter Real I0 = 133; // количество инфицированных особей в начальный момент
parameter Real R0 = 33; // количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент
parameter Real S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни особей
Real S(start=S0);
Real I(start=I0);
Real R(start=R0);

equation
// случай, когда  $I(0) \leq I^*$ 
der(S) = 0;
der(I) = -b*I;
der(R) = b*I;
end lab6;
```

## 5.2 Код программы

```
model lab62

  parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
  parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
  parameter Real N = 10600; // общая численность популяции
  parameter Real I0 = 133; // количество инфицированных особей в начальный момент
  parameter Real R0 = 33; // количество здоровых особей с иммунитетом в начале
  parameter Real S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни особей
  Real S(start=S0);
  Real I(start=I0);
  Real R(start=R0);

  equation

  // случай, когда  $I(0) > I^*$ 
  der(S) = a*S;
  der(I) = a*S - b*I;
  der(R) = b*I;

end lab62;
```

## 6 Результаты работы

### 6.1 Результаты работы

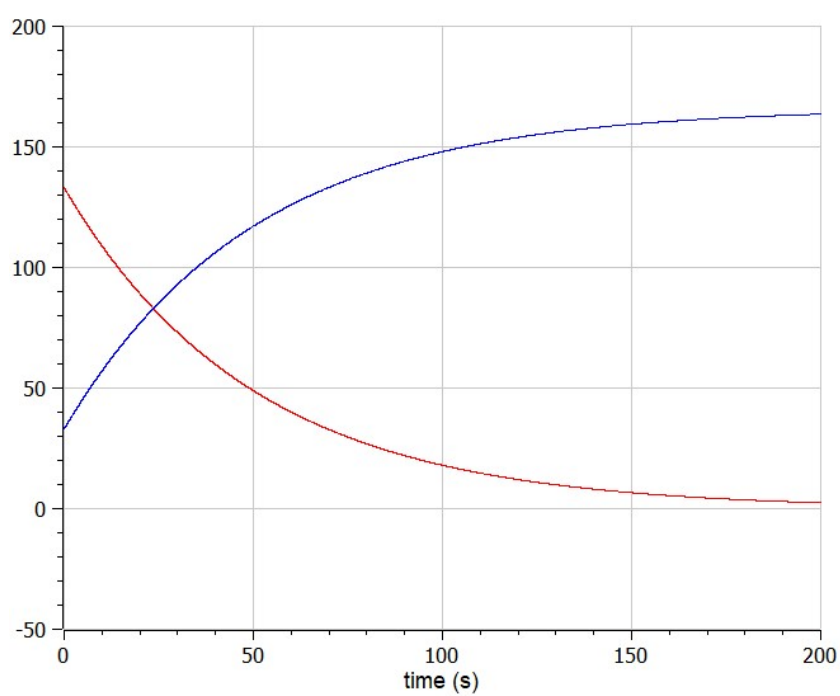


Figure 6.1: Графики численности в случае  $I(0) \leq I^*$

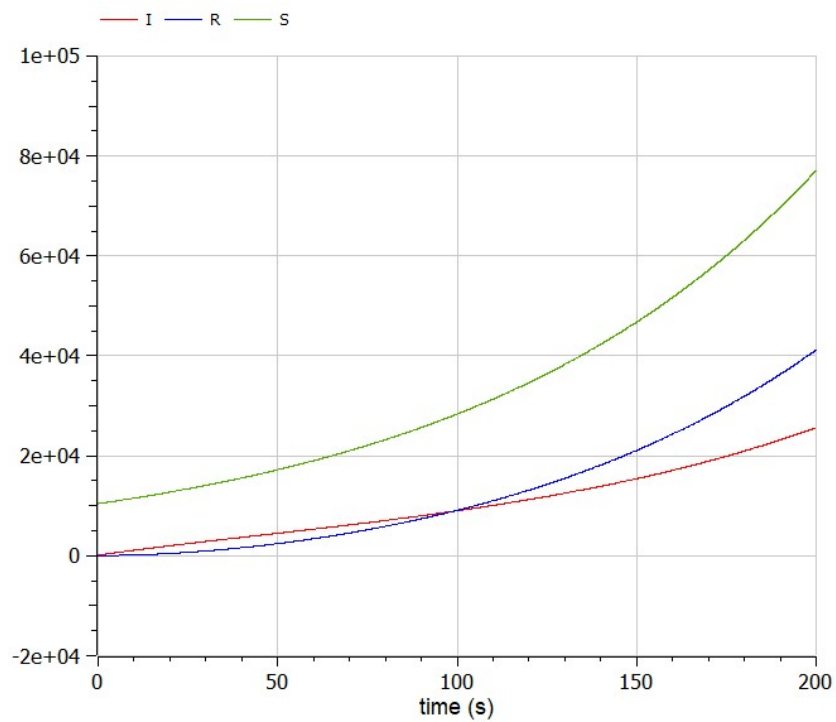


Figure 6.2: Графики численности в случае  $I(0) > I^*$

## 7 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена простейшая модель эпидемии и построены графики на основе условий задачи и начальных данных, которые были описаны в варианте лабораторной работы.

# Список литературы

1. Моделирование эпидемии простым языком, SIR модель
2. SIR models of epidemics
3. Конструирование эпидемиологических моделей