

Лабораторной работе №2. Задача о погоне

“Дмитревская Софья Алексеевна. НФИбд-01-19”¹

19 февраля, 2022, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель работы:

Цель работы - разобраться в алгоритме построения математической модели на примере задачи о погоне. Нам необходимо провести теоритические рассуждение и вывести дифференциальные уравнения, с помощью которых мы сможем определить точку пересечения лодки и катера из задачи. Для более наглядного примера нам были выданы варианты, с помощью которых можно будет смоделировать траектории движения лодки и катера. Условия задачи: “На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо

Задача:

Задача:

1. Изучить условия задачи. Провести теоритические рассуждения используя данные из варианта
2. Вывести дифференциальное уравнение, соответствующее условиям задачи
3. Написать программу для расчета траетории движения катера и лодки.
4. Построить модели.
5. Определить по моделям точку пересечения катера и лодки.

Ход работы лабораторной работы

Принимаем за $t_0 = 0$, $X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. После введем полярные координаты. Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v} \text{ - в первом случае, } \frac{x}{v} = \frac{x-k}{v} \text{ во втором случае.}$$

Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2 , задачу будем решать для двух случаев :

$$*x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$*x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$. Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна v , то тангенциальную скорость находим из уравнения $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$. Следовательно, $v_\tau = v \sqrt{n^2 - 1}$.

- Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

Произведение теоретических расчетов:

$$\begin{aligned}
 k &= 10 \text{ км}, \quad t_0 = 0, \quad X_0 = 0 \\
 X_{\text{до}} &= k \\
 t_n &= \frac{X_1}{v}, \quad t_k = \frac{k - X_1}{3,4v} \\
 \frac{1 \text{ см} \cdot \text{с} \cdot \text{с}}{v} &= \frac{k - X_1}{3,4v} & \frac{2 \text{ см} \cdot \text{с} \cdot \text{с}}{v} &= \frac{k + X_2}{3,4v} \\
 3,4v X_1 &= k - X_1 & 3,4v X_2 &= k + X_2 \\
 3,4 X_1 &= k - X_1 & 3,4 X_2 &= k + X_2 \\
 4,4 X_1 &= k & 4,4 X_2 &= k \\
 X_1 &= \frac{k}{4,4} & X_2 &= \frac{k}{4,4} \\
 v_r &= \frac{dv}{dt} = v \\
 v_T &= r \frac{d\theta}{dt} \\
 v_T = \sqrt{3,4^2 v^2 - v^2} &= \sqrt{11,56 v^2 - v^2} = \sqrt{10,56 v^2} \\
 r \frac{d\theta}{dt} &= v \sqrt{10,56} \\
 \begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{10,56} \end{cases} & \begin{cases} \text{max. угол} \\ \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{4,4} \\ \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{4,4} \end{cases} \\
 \frac{dr}{d\theta} &= \frac{r}{\sqrt{10,56}}
 \end{aligned}$$

Figure 1: Теоретические расчеты и вывод дифференциальных уравнений в соответствии с условием задачи

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$ Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

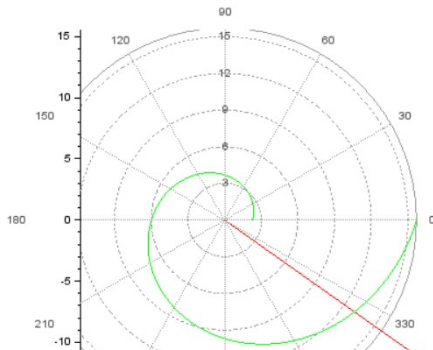
Условие задачи:

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.1 раза больше скорости браконьерской лодки

Результаты работы программы

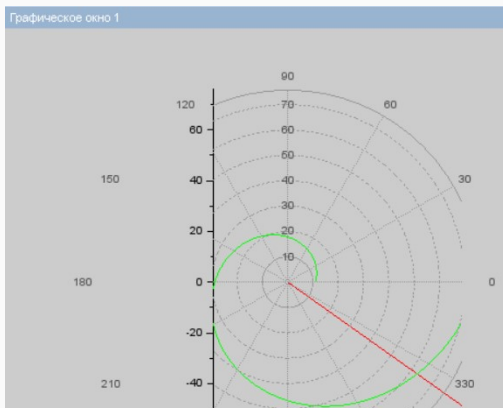
Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты: Координаты точки пересечения - (10.616 , -7.507)

Графическое окно 0



Результаты работы программы

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты: Координаты точки пересечения - (51.175 , -36.186)



Выводы

Мы рассмотрели задачу о погоне, также провели анализ с помощью данных которые нам были даны, составили и решили дифференциальные уравнения. С моделировали ситуацию и сделали вывод, что в первом случае погоня завершиться раньше.