Caracterización Geométrica de una taza a partir del sonido de su perturbación

Santiago Andrés Montes
María Sofía Cárdenas Canchon
Jonathan Blanco

Retos Científicos

Escuela de Física

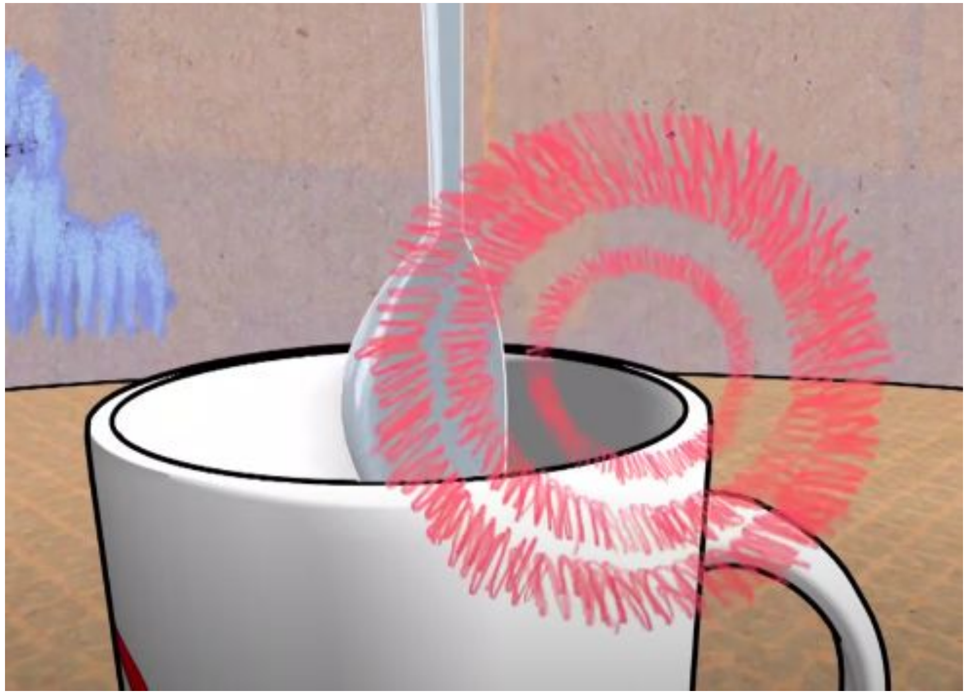
Bucaramanga, Santander

2024

Universidad Industrial de Santander

#LaUISqueQueremos

Planteamiento del problema



Al golpear la parte superior de una taza, es apreciable que el sonido depende en gran medida de la localización. Conociendo la geometría de la copa se puede predecir el espectro de frecuencia del sonido emitido al golpear en diferentes puntos.

Considerando el problema inverso, se plantea encontrar una técnica experimental para reconstruir la geometría de la copa a partir del sonido emitido.

Universidad Industrial de Santander

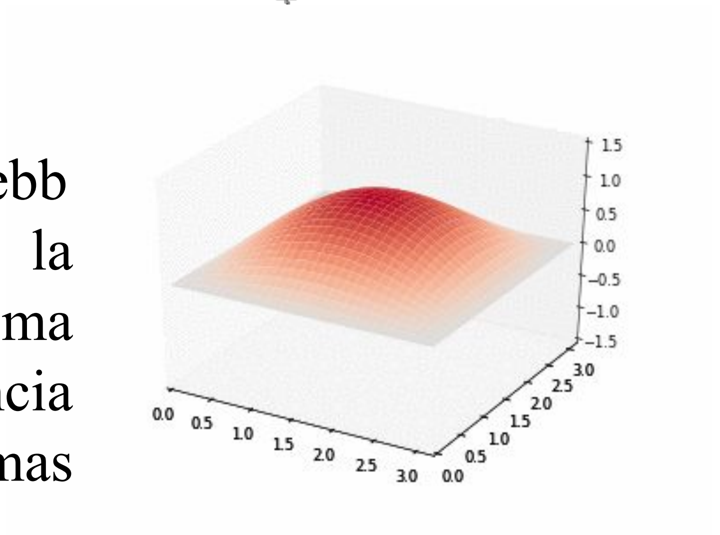
Pregunta investigación

¿Cuál es el conocimiento mínimo necesario sobre la geometría de la copa para que el problema tenga solución?

Estado del Arte

Uno de los puntos de partida más conocidos en el tema es la pregunta formulada por el matemático Mark Kac en 1966: "¿Se puede escuchar la forma de un tambor?" . Si dos tambores producen el mismo sonido, ¿significa esto que tienen la misma geometría?

En 1992, Carolyn Gordon, David Webb demuestran que, para ciertos casos, la oscilación de dos tambores con la misma secuencia de frecuencias de resonancia pueden en efecto presentar formas diferentes



Objetivos General

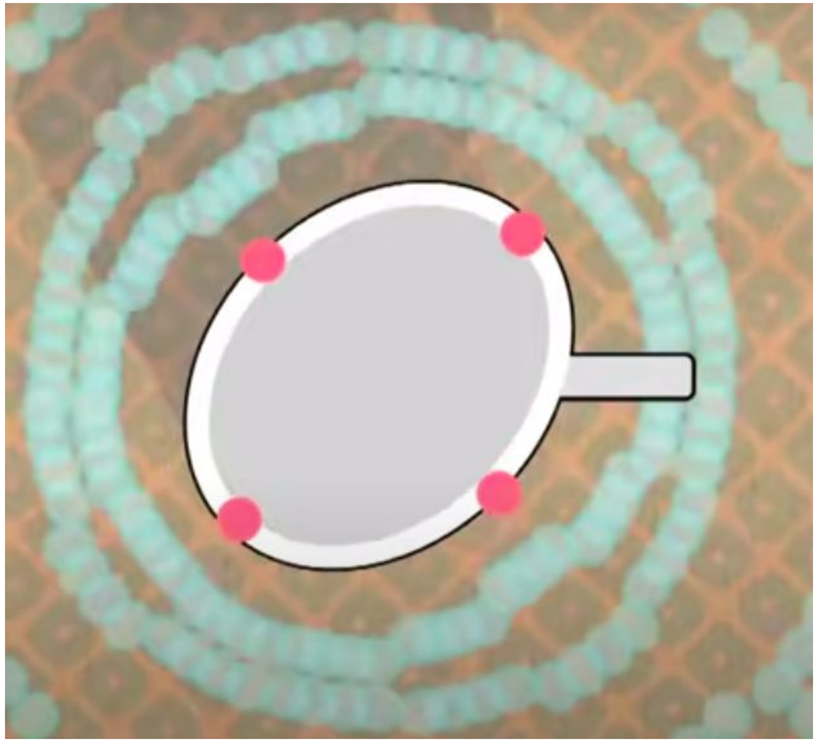
Predecir la geometría de la taza y la distribución de las asas sobre su superficie a partir de una cantidad determinada de perturbaciones locales.

Objetivos específicos

- Modelar la oscilación de las partículas que conforman el perímetro superior de una taza cilíndrica para diferentes puntos de perturbación, a partir del sonido recogido de 2 tazas con distinta geometría (con y sin mango).
- Ajustar un modelo de calibración entre frecuencias experimentales del sonido y las frecuencias de las oscilaciones modeladas para las partículas de la taza.
- Determinar las características presentes en el espectro de frecuencias que sean independientes del punto de perturbación.
- Evaluar el modelo calibrado para pequeñas variaciones de la geometría cilíndrica de la taza.

Universidad Industrial de Santander

Hipótesis iniciales



- Cada asa sobre la taza actúa como un nodo de la oscilación de las partículas que la conforman introduciendo asimetrías en las vibraciones de los puntos.

- Existe una relación entre los modos de oscilación de las partículas de la taza al ser perturbadas, y en los modos de oscilación del aire tras esta perturbación.

- Existen características del sonido independientes al punto de perturbación, por lo que serán intrínsecas a la geometría de la taza.

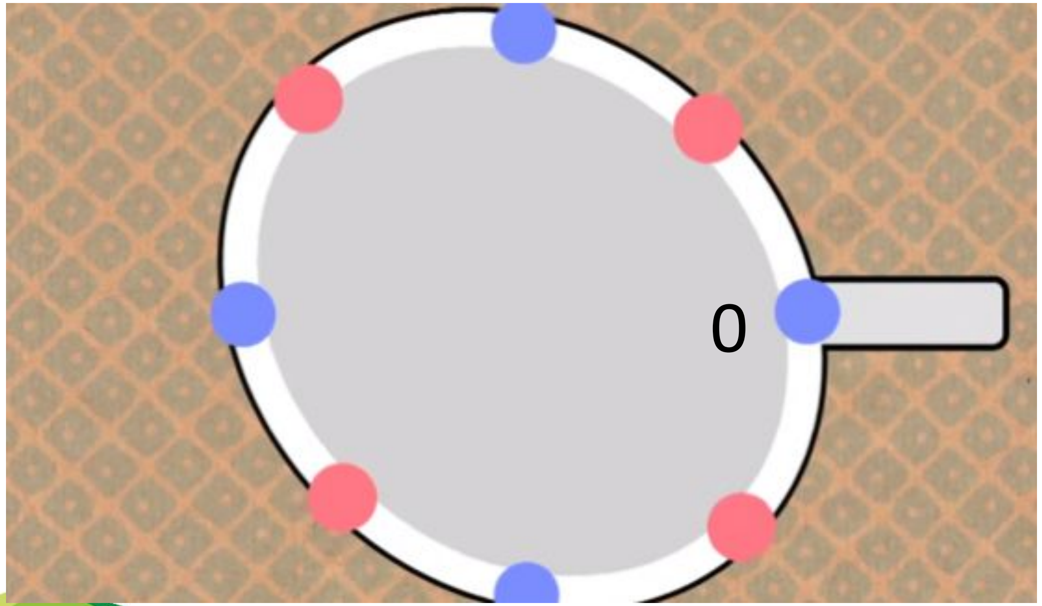
Universidad Industrial de Santander

Materiales

- Taza cilíndrica con mango (único mango)
- Taza sin mango
- Micrófono
- Cuchara
- PC

Metodología: Montaje experimental

Haciendo uso de una geometría cilíndrica, se hará uso de dos tazas: con y sin asa, se registrará la intensidad sonora producida por la perturbación de puntos angularmente equidistantes sobre el perímetro superior de la taza.



Ángulos de perturbación:

- $\theta = 0°$
- $\theta = 60°$
- $\theta = 120°$
- $\theta = 180°$
- $\theta = 240°$
- $\theta = 300°$

Metodología: Simulación de oscilación

- Considerando una perturbación gaussiana sobre un punto del perímetro, será efectúa la simulación correspondiente de la deformación de la red a lo largo del tiempo, garantizando como condición inicial la presencia de un nodo localizado en la posición del mango de la taza. Esto con el fin de poder estudiar su comportamiento tras la etapa transitoria.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \psi = 0$$

Aproximación de onda homogénea

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial \psi}{\partial t} - c^2 \nabla^2 \psi = 0$$

Consideración de la disipación

Universidad Industrial de Santander

Metodología: Análisis de espectros y calibración

Mediciones de la intensidad sonora en cada perturbación

Amplitud promedio de la oscilación de un punto de la red de la taza a través del tiempo en la simulación

FFT

Espectro de frecuencias sonoras

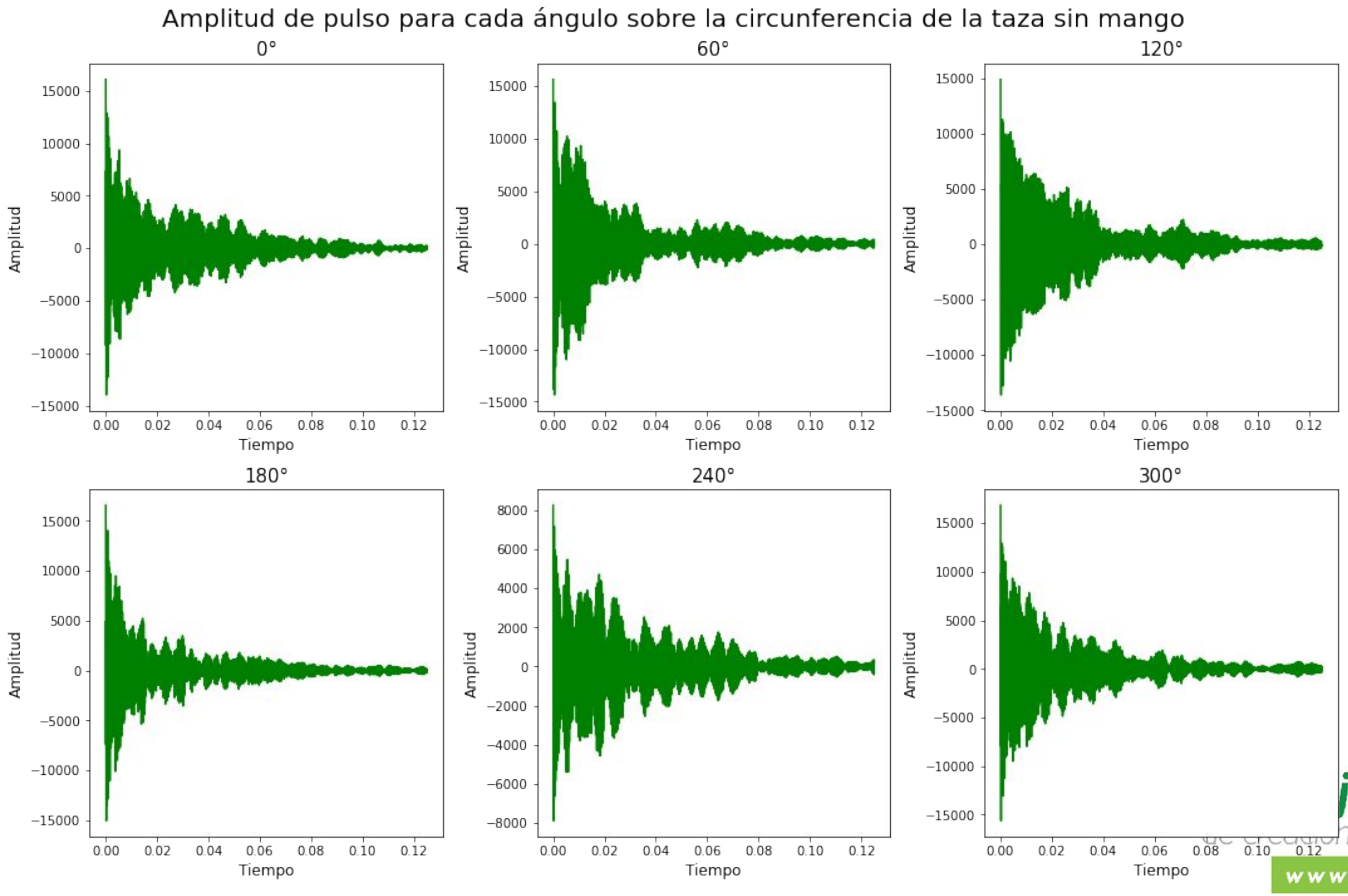
Espectro de frecuencias de la red

Universidad Industrial de Santander

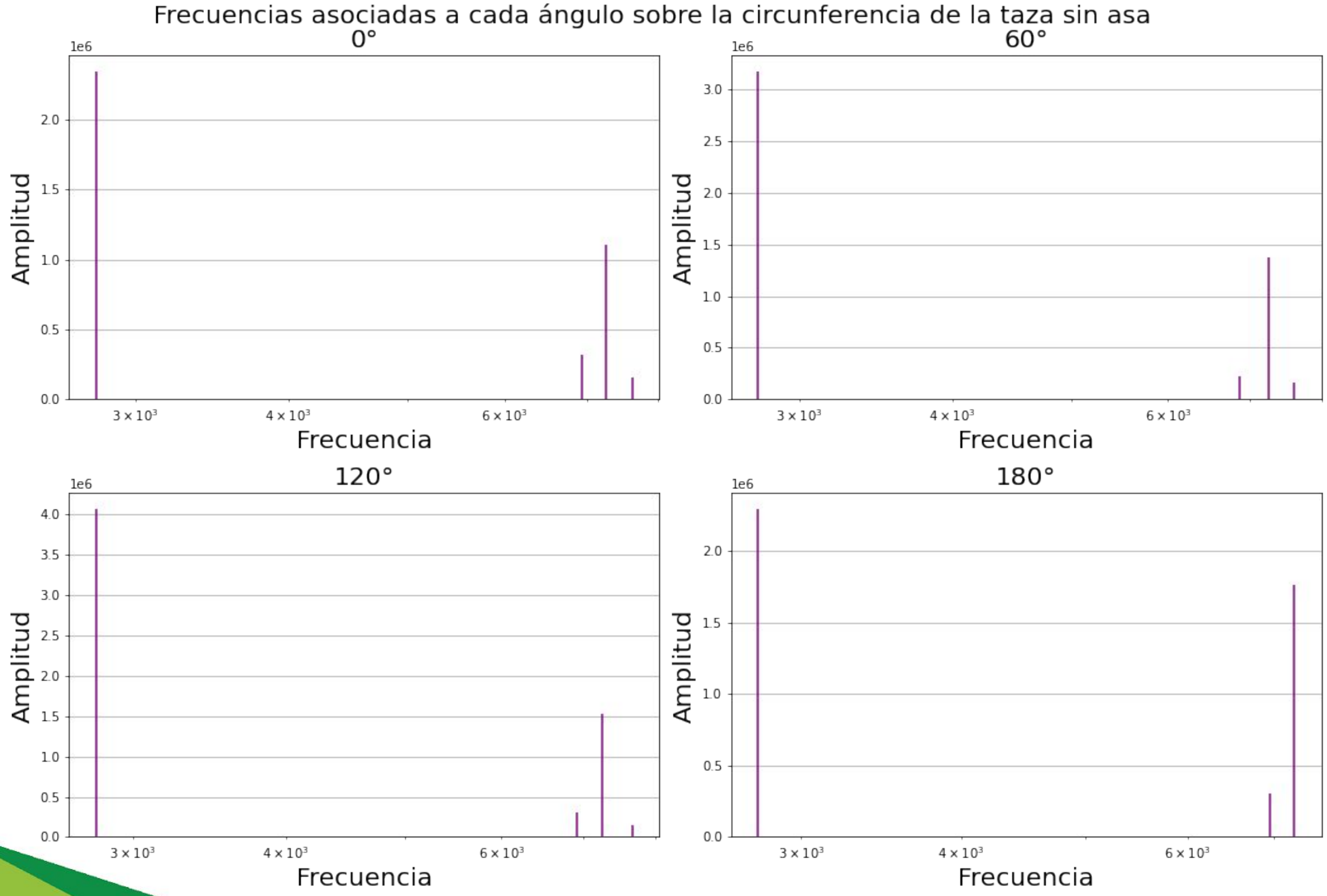
Resultados: Espectro sonoro

Se registraron las frecuencias del sonido al perturbar la parte superior de la taza sin asa. Se analizan los resultados mediante un código de Python

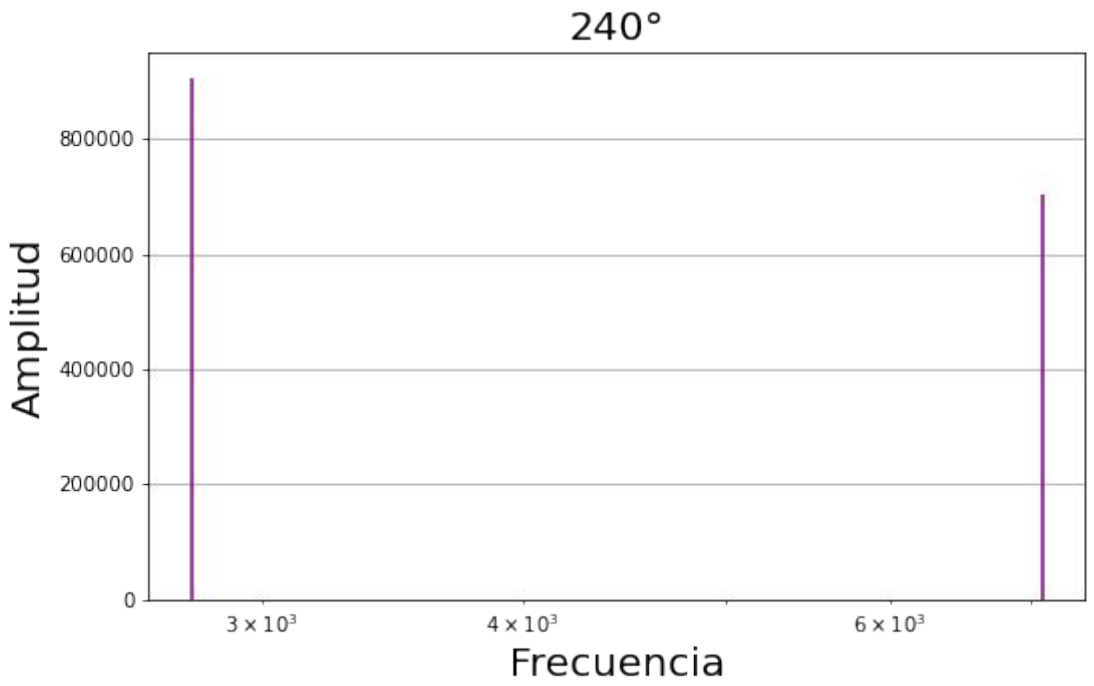
Se procesan las diferentes frecuencias, se limpian y se normalizan, de manera que se obtenga el espectro sonoro de la perturbación de la taza sin mango

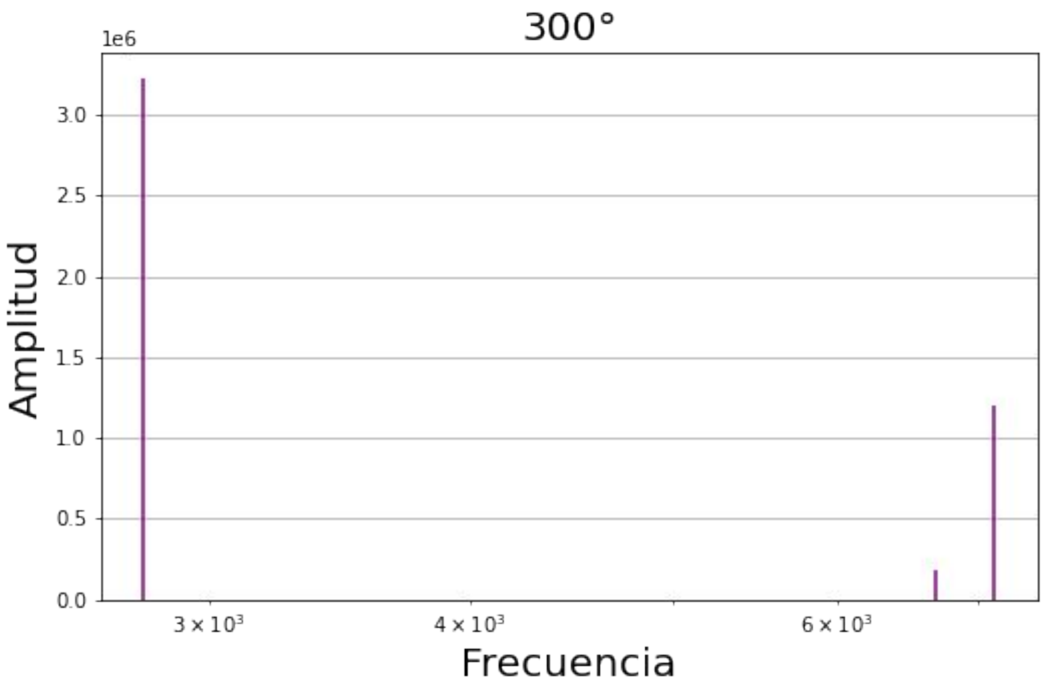


Resultados: Espectro sonoro taza sin asa



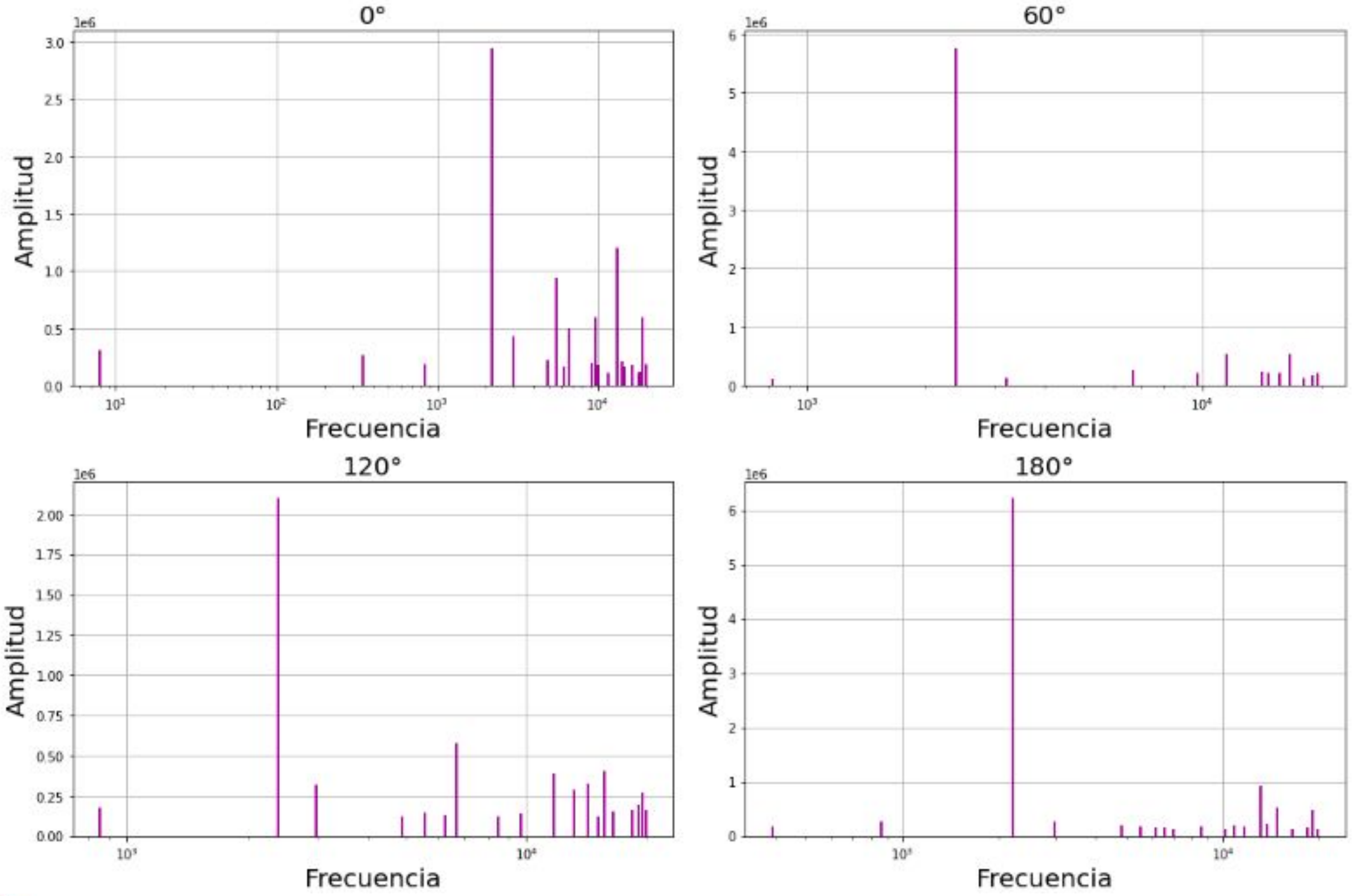
Resultados: Espectro sonoro taza sin asa



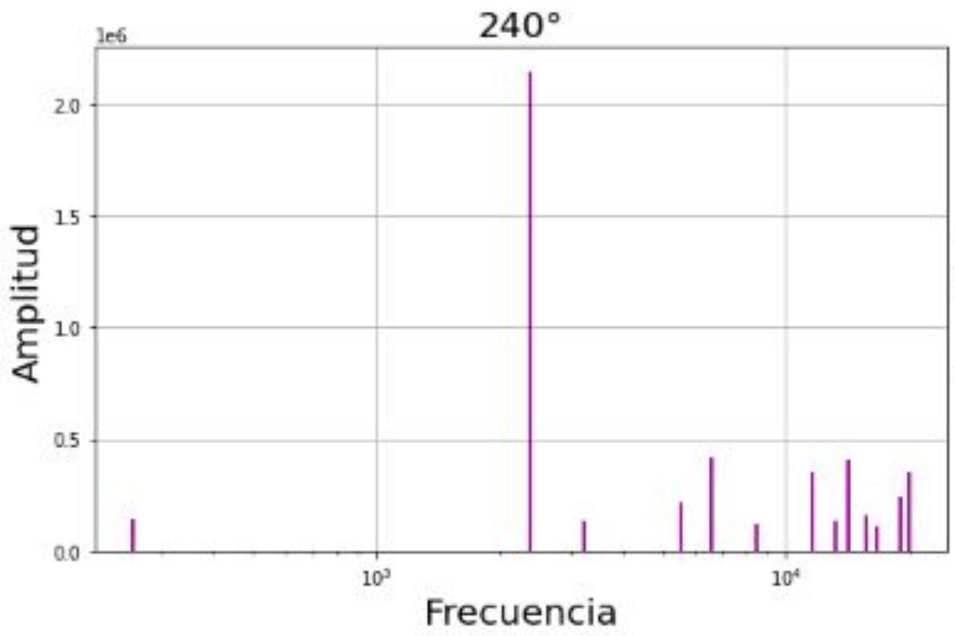


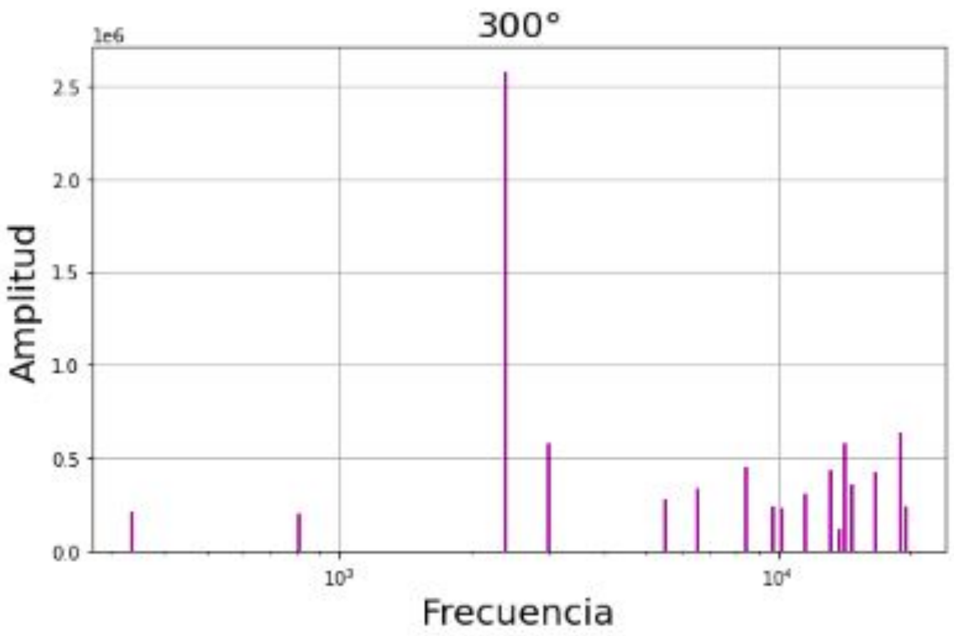
Resultados: Espectro sonoro taza con una asa

Universidad Industrial de Santander

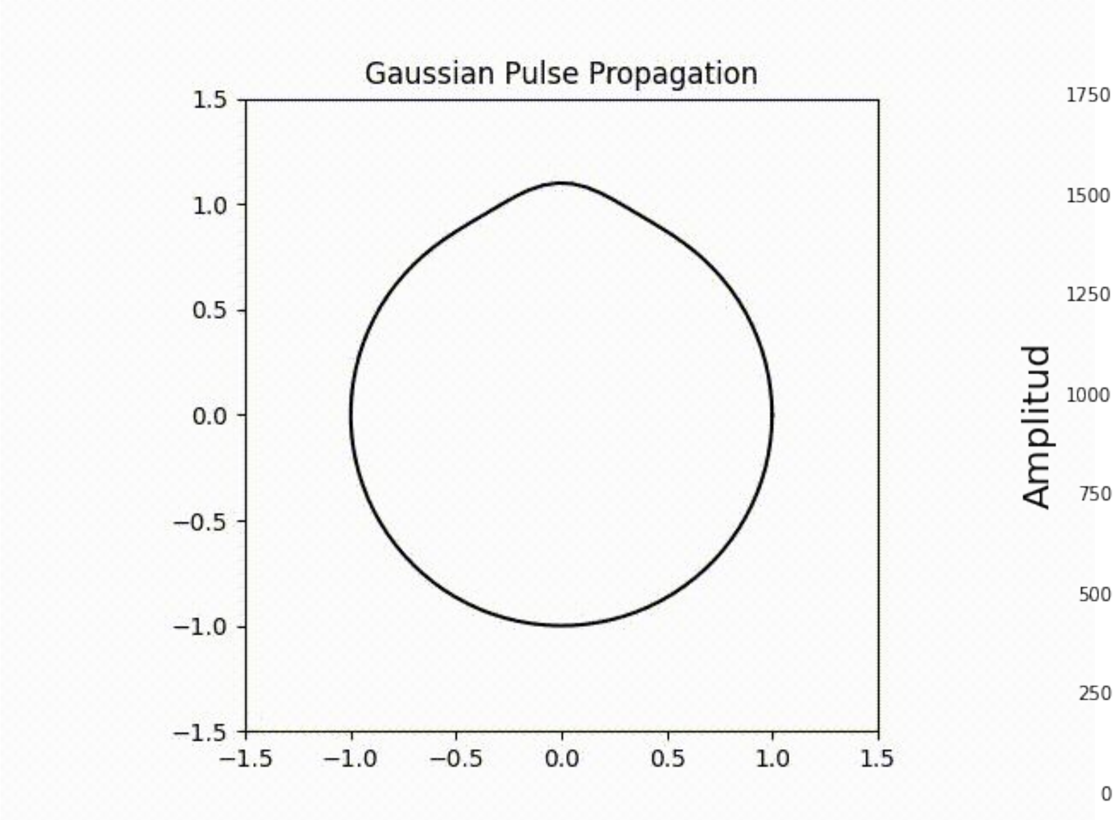


Resultados: Espectro sonoro taza con una asa

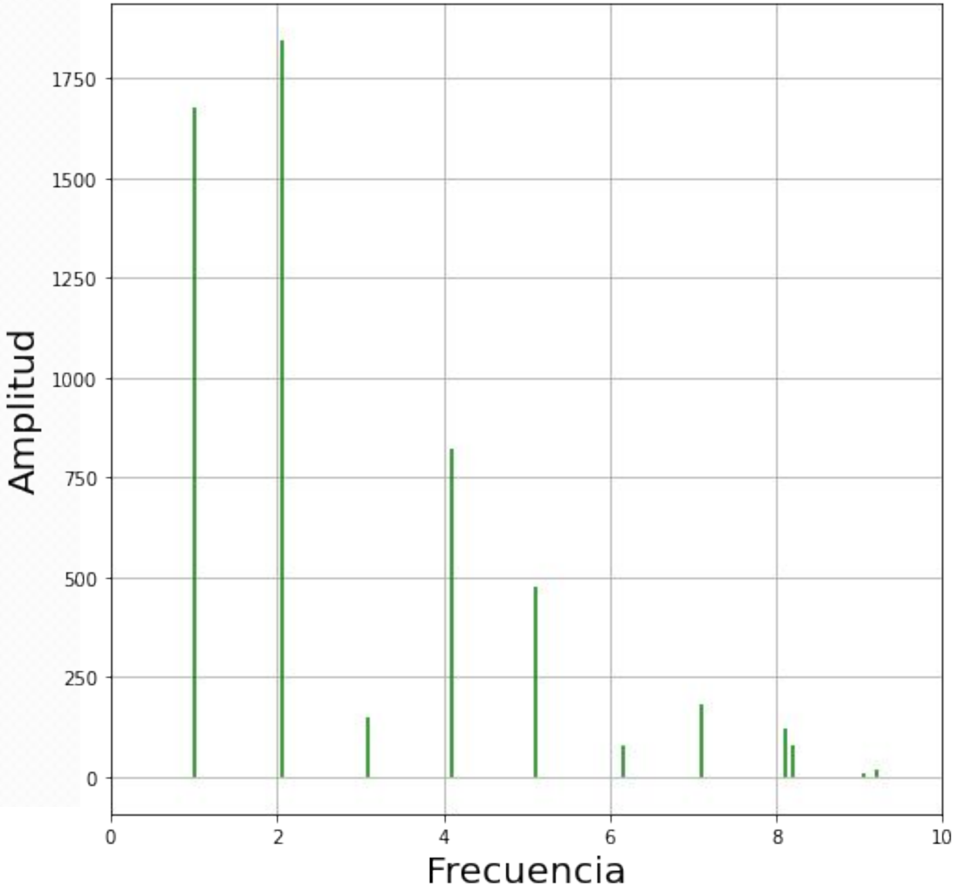




Resultados: Simulación de oscilación

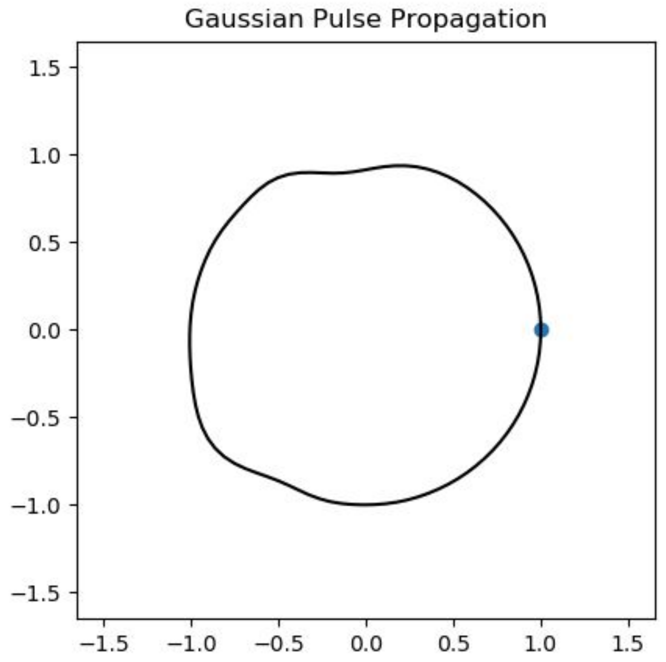


Espectro teórico de frecuencias de la taza sin asa

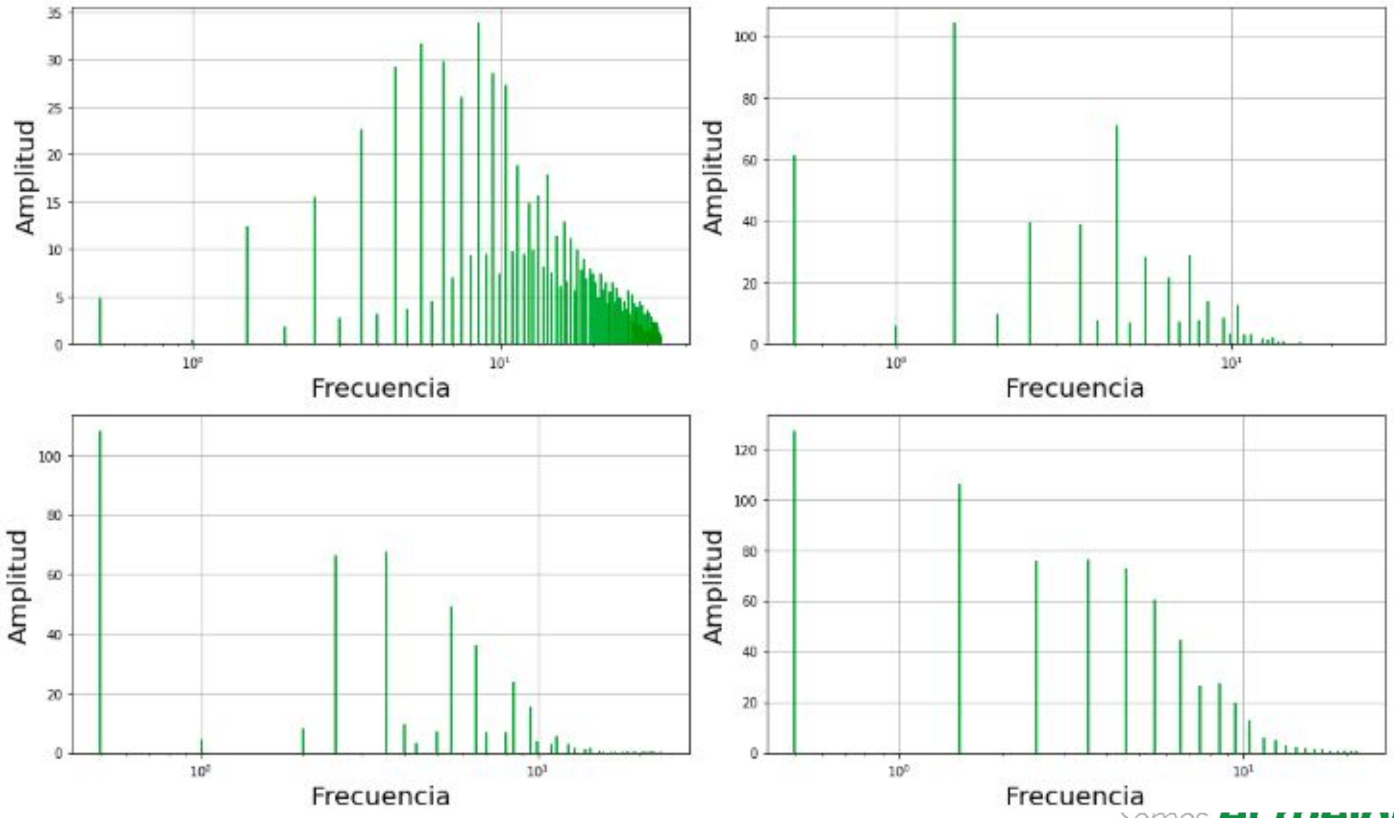


Universidad Industrial de Santander

Resultados: Simulación de oscilación

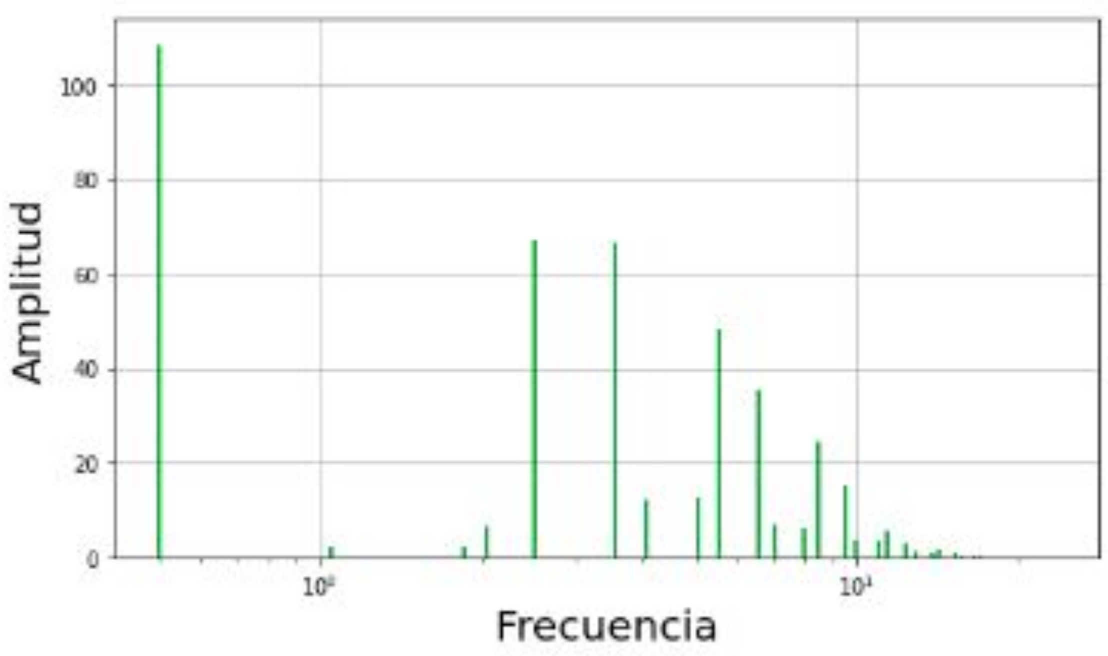


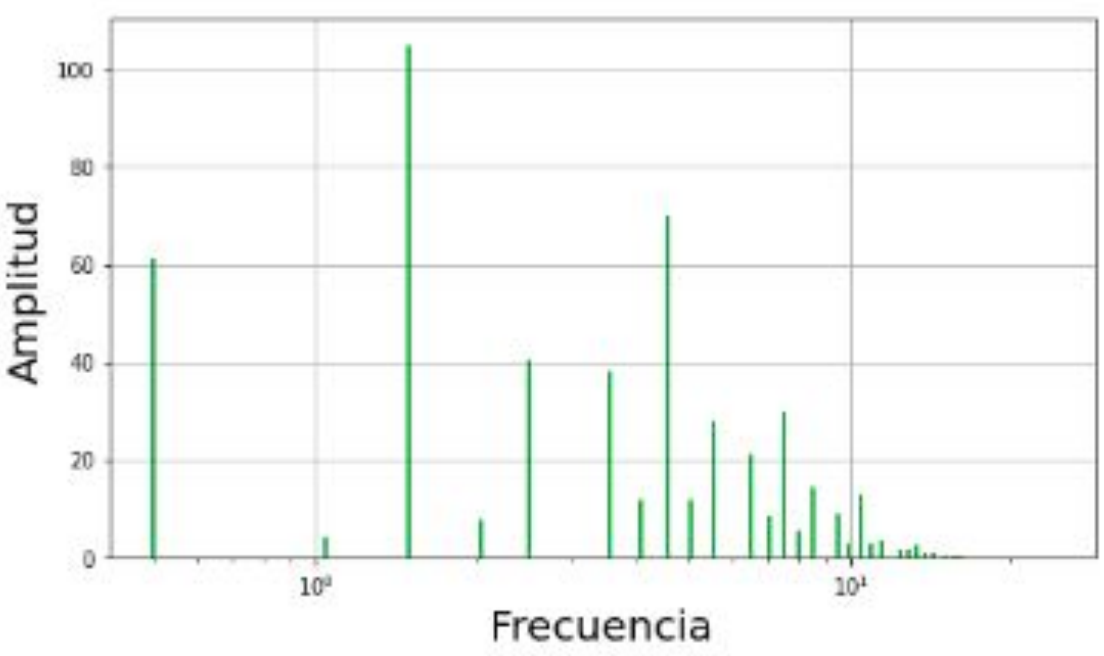
Análisis teórico de frecuencias de la taza con una asa



Universidad Industrial de Santander

Resultados: Simulación de oscilación

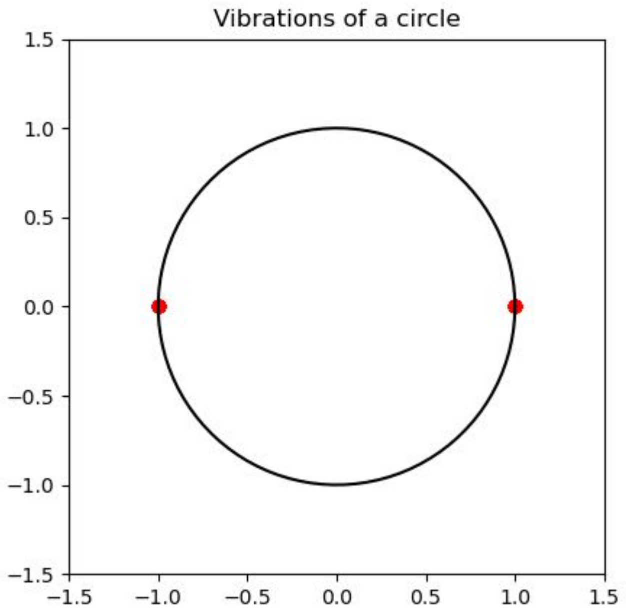


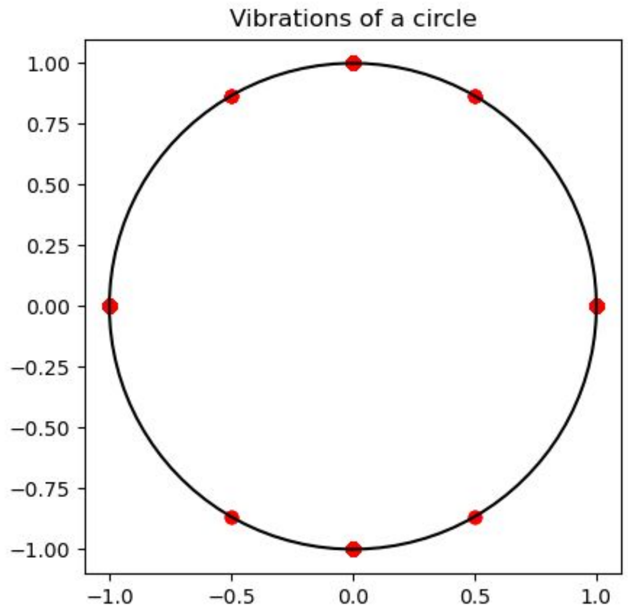


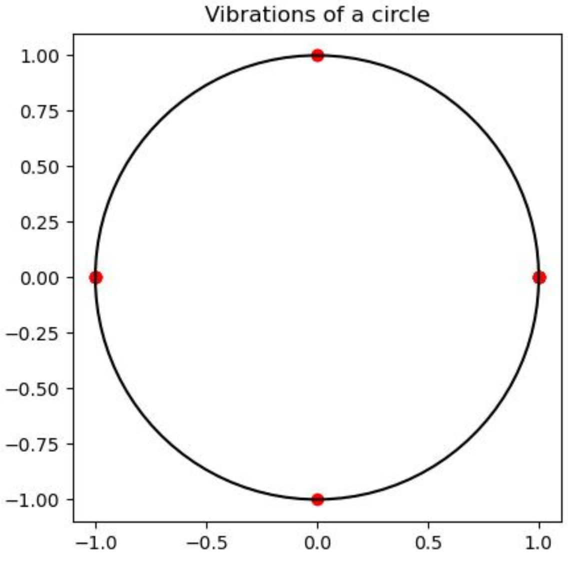
Universidad Industrial de Santander

Respaldos

Modos de oscilación





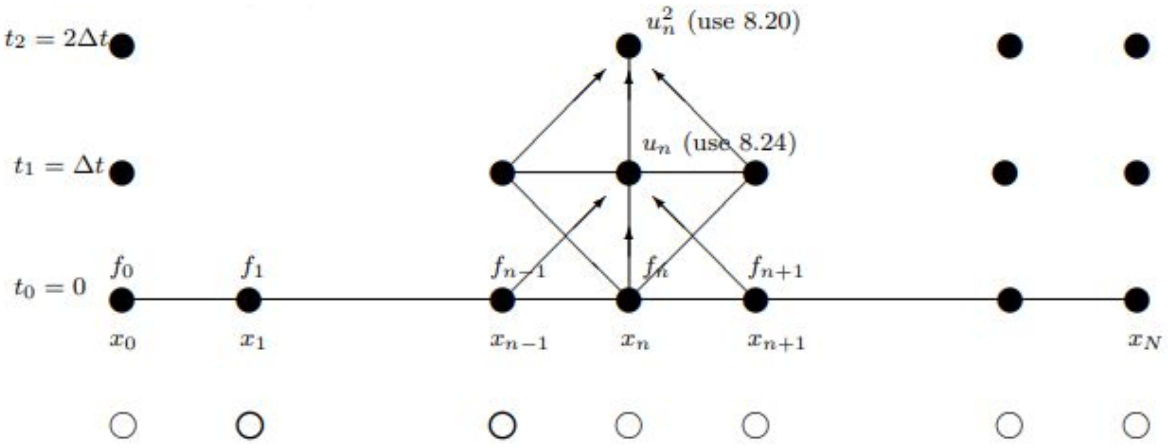


Universidad Industrial de Santander

Respaldos

Vistazo general del esquema de diferencias finitas, usando las condiciones que aseguran la geometría circular. Donde las condiciones de frontera la determina la posición del mango, y para las condiciones iniciales se considera un pulso gaussiano.

$$\underbrace{u_n^{k+1}}_{\text{time level } k+1} = \underbrace{r^2 u_{n+1}^k + 2(1-r^2)u_n^k + r^2 u_{n-1}^k}_{\text{time level } k} - \underbrace{u_n^{k-1}}_{\text{time level } k-1}$$



Universidad Industrial de Santander

Respaldos

Para la ecuación de onda con disipación, una aproximación más realista el método de diferencias finitas no converge a la solución, por lo se buscó si había la forma de convertir la solución sin disipación en la solución con disipación, con ayuda del análisis de fourier se llegó a que estas son las transformaciones que han de hacerse para tal transición.

$$A' = Ae^{-\beta t}$$

$$t' = t\frac{1}{\sqrt{1-(\beta/2k)^2/c^2}}$$

Universidad Industrial de Santander

#LaUISqueQueremos

¡Gracias!