Caracterización geométrica de una taza a partir del sonido de su perturbación

Santiago A. Montes 2210718
María Sofía Cárdenas 2201381
Jhonatan S. Blanco 2211497
Universidad Industrial de Santander - Escuela de física

12 de marzo de 2024

Resumen

La presente propuesta de investigación aborda el desafío de resolver el problema inverso relacionado con la geometría de las tazas de café a través del análisis del espectro de frecuencia del sonido emitido al golpear diferentes puntos de la taza. Se busca desarrollar una técnica experimental para reconstruir la geometría del recipiente a partir de la información acústica recopilada. La investigación se centra en determinar el conocimiento mínimo sobre la geometría de la taza necesario para abordar eficazmente este problema.

1. Introducción

El sonido emitido al golpear la parte superior de una taza de café varía significativamente según la geometría del recipiente. Este fenómeno plantea un desafío interesante: ¿es posible reconstruir la forma del recipiente a partir de las características del sonido emitido?

Primero, de ser necesario aclarar, lo escrito en este documento se basa en el conocimiento actual que tenemos del tema y de las cosas que creemos que nos pueden ayudar a encontrar su resolución y por lo tanto es de esperar que nuestra investigación completa que realizaremos difiera en varios aspectos con respecto a lo que expondremos en este documento.

Las sonido son ondas mecánicas corresponden a perturbaciones de un medio material fácilmente perceptibles por el oído humano, pues este ha sido adaptado para poder distinguir las diferentes vibraciones que en el tímpano se producen cuando estas ondas impactan en él. A través de esto es posible caracterizar la posible distancia de una fuente emisora, el tipo de fuente considerando la frecuencia así como el timbre, asociado a capacidad de distinción del espectro de frecuencias que dos o más sonidos aparentemente iguales puedan tener. De este modo, es apreciable la cantidad de información que una onda sonora es capaz de brindar.

Un aspecto que puede ser fundamental conocer en cuanto a la información de la fuente emisora es su geometría, pues permitiría caracterizar al objeto emisor de manera más completa, es bien sabido que los murciélagos usan la comparación de un sonido emitido por ellos y el que emite la reflexión con objetos materiales para determinar la distancia a el y así hacerle una idea de la geometría completa del lugar en el que se encuentre Peña (2010).

El fenómeno a estudiar es las vibraciones de la taza, en principio ningún sonido debe emitirse por el emisor, se contara únicamente con el sonido que producen las vibraciones de la taza al ser golpeada para a partir de este dilucidar la mayor cantidad de información posible de su geometría.

En este sentido se espera de que, conociendo la geometría de la taza, sea posible predecir los diferentes modos de vibración al solucionar la ecuación de onda con las condiciones de frontera que introduce la geometría Aslak Tveito (2008).

Lo que se espera resolver es el problema inverso, es decir, partiendo del sonido producido por la vibración de la taza reconstruir su geometría, investigando a su vez la mínima información inicial que se necesite conocer sobre su geometría para abordar el problema.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Predecir la geometría de la taza a partir de una cantidad determinada de perturbaciones puntuales sobre su superficie.

2.2. Objetivos Específicos

- Modelar la oscilación de las partículas que conforman el perímetro superior de la taza cilíndrica con una sola asa para diferentes puntos de perturbación, y obtener su espectro de frecuencias espacial y temporal.
- Medir la amplitud en el tiempo del sonido generado tras perturbar la taza en diferentes puntos, y obtener su espectro de frecuencias espacial y temporal.
- Ajustar un modelo de calibración entre las frecuencias experimentales del sonido y las frecuencias modeladas para las oscilaciones de las partículas de la taza.
- Determinar las características presentes en el espectro de frecuencias que sean independientes del punto de perturbación.
- Evaluar el modelo calibrado para cantidades diferentes de asas, y considerar su extrapolación a pequeñas variaciones de la geometría cilíndrica de la taza.

2.3. Objetivos específicos

3. Metodología

En la etapa inicial, el problema será abordado bajo la consideración de una geometría cilíndrica de la taza con una sola asa, con el fin de tener una primera aproximación a la predicción de la localización del asa, mientras se determina el comportamiento de la vibración según el punto de perturbación. De igual forma, será enfrentado el problema de relacionar las vibraciones del aire con las vibraciones de las moléculas que conforman la taza, bajo el supuesto de que los modos de vibración de ambos medios son físicamente relacionables. Posteriormente a esta primera etapa, se plantea aumentar la complejidad del problema, explorando los modos de vibración de tazas con geometrías diferentes a la cilíndrica, como lo es el caso de un cono recortado, con el fin de obtener una solución extrapolable al mayor bagaje de geometrías disponibles.

De este modo, siguiendo la primera etapa de aproximación expuesta, será explicada la metodología a emplear, mientras se plantea los posibles fases que conformarían la etapa posterior a esta.

3.1. Aproximación cilíndrica y con un asa

Para esta primera etapa, los únicos materiales utilizados corresponderán a una taza cilíndrica con un asa sobre su superficie, al igual que un micrófono para la grabación del sonido de perturbación.

Sobre la geometría cilíndrica de estudio, serán considerados únicamente puntos de perturbación sobre el perímetro superior del cilindro, localizados cada uno a partir de una separación angular de 60° desde la posición $\theta = 0^\circ$ dada por la ubicación de la asa sobre la circunferencia en cuestión, se tomaran múltiples datos (6) para cada uno de sus ángulos para realizar un promedio con el fin de eliminar ruido (Ver imagen 1).

A través de estas elecciones, se pretende modelar las oscilaciones de la red de puntos que conforman la circunferencia, de modo que cada asa actuaría como un nodo de la oscilación, por lo que, se tendrían distintos modos de oscilación dependiendo de la cantidad de nodos localizados (1). Por ello se expresa a ψ como los desplazamientos de las moléculas de la taza en su perímetro circular, y se modela estas oscilaciones con el fin de que sigan

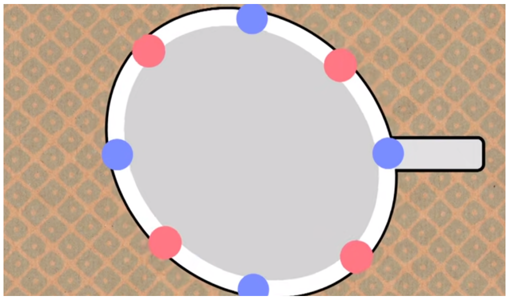

Figura 1: circunferencia de una taza con los modos de oscilación posibles. Los diferentes modos de oscilación pueden influir en la frecuencia y el espectro de sonido emitido al golpear la taza en diferentes puntos. Haran (2017)

la ecuación de onda homogénea 1 por sencillez, que luego se remplazará con la ecuación de onda con disipación 2 para así tantear qué información adicional puede ser obtenida con este modelo mejor ajustado.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \psi = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial \psi}{\partial t} - c^2 \nabla^2 \psi = 0 \tag{2}$$

donde α y c son constantes asociadas al material, que se determinaran de forma experimental.

Se hará uso del algoritmo FFT, una vez se obtenga el espectro de las frecuencias temporales asociado a cada punto. Considerando una velocidad del sonido $v_s \approx 340$ $[m/s]$, para cada frecuencia temporal f se puede obtener su correspondiente frecuencia espacial:

$$\xi = \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{v_s}.$$

y así obtener el espectro espacial de las frecuencias. A partir de esto, se simularan los experimentos realizados y se compararan los espectros obtenidos de forma experimental y teórica, para la comparación es necesario primero encontrar una relación entre la señal sonora $\phi(t)$ que se mide con el micrófono con las vibraciones de la taza $\psi(x,t)$; esta comparación se hace con el fin de dilucidar que tan afín es el modelo teórico con lo medido de forma experimental para encontrar los puntos débiles y fuertes del modelo en favor de la búsqueda del modelo que mejor nos sirva para los objetivos propuestos.

5. Referencias

Aslak Tveito, R. W. (2008). *Introduction to Partial Differential Equations: A Computational Approach*. Texts in Applied Mathematics. Springer, 1st ed. 2004. 2nd printing edition.

Haran, B. (2017). Soccer ball physics with numberphile. YouTube video. Accessed: Inserte la fecha de acceso aquí.

Peña, J. (2010). Descripción fenomenológica de la ecolocalización, imágenes a partir de sonidos. *Revista Habitus: Semilleros de investigación*, (2):48–52.