МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого»

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа технологий искусственного интеллекта

Направление: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Отчет о выполнении лабораторной работы №2
«Аппроксимация методом наименьших квадратов»
Дисциплина «Вычислительная математика»
Вариант 14.

Выполнил студент группы
№5130201/30001 __________ Мелещенко С.И.

Проверил __________ Пак В. Г.

Санкт-Петербург, 2024

Введение

Данный отчет содержит в себе описание выполнения лабораторной работы №2 «Аппроксимация методом наименьших квадратов» по дисциплине «Вычислительная математика».

Математическое моделирование является важным инструментом для анализа данных и нахождения зависимостей между величинами. Одним из наиболее часто применяемых методов для построения моделей является метод наименьших квадратов (МНК). Этот метод позволяет подобрать такие параметры модели, которые минимизируют сумму квадратов отклонений модели от заданных табличных значений функции.

В рамках данного задания мы будем работать с табличной функцией, для которой методом наименьших квадратов построим:

1. Линейную модель (первого порядка).
2. Квадратичную модель (второго порядка).

Каждая из этих моделей позволяет аппроксимировать исходные данные, оценивая, насколько хорошо они описываются соответствующей полиномиальной зависимостью. Для проверки точности модели будет вычислено среднеквадратическое отклонение, которое показывает, насколько полученная модель отклоняется от реальных значений.

Работа будет выполняться в математической среде Engeneering Equation Solver (Engee), которая предоставляет мощные инструменты для анализа данных, моделирования и вычислений.

Цель: научиться строить полиномиальные аналитические модели табличных функций методом наименьших квадратов.

Задание: для данной таблицы значений функции построить методом наименьших квадратов линейную и квадратичную полиномиальные модели, вычислить наилучшие среднеквадратические отклонения.

1 Решение

Была дана таблица.

x_i	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	3,9
y_i	3,30	2,49	3,02	3,27	3,43	3,70	3,70	3,85	3,89	3,98	4,02	4,21	4,22	4,37	4,36	4,39	4,54	4,33	4,54	4,53

Для построения моделей и вычисления наилучшего СКО была использована среда Engee.

Напишем код, основанный на методических указаниях, для решения данного задания и вывода графика.

```
x = [0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, 1.9, 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9,

3.1, 3.3, 3.5, 3.7, 3.9]
y = [3.30, 2.49, 3.02, 3.27, 3.43, 3.70, 3.70, 3.85, 3.89, 3.98, 4.02, 4.21, 4.22,

4.37, 4.36, 4.39, 4.54, 4.33, 4.54, 4.53]

function linear_model(x, y)
    N = length(x)
    X = [ones(N) x]
    coeffs = X \ y
    a, b = coeffs[2], coeffs[1]
    predicted = X * coeffs
    error = sqrt(sum((y .- predicted).^2) / length(y))
    return a, b, predicted, error
end

function quadratic_model(x, y)
    N = length(x)
    X = [ones(N) x x.^2]
    coeffs = X \ y
    a, b, c = coeffs[3], coeffs[2], coeffs[1]
    predicted = X * coeffs
    error = sqrt(sum((y .- predicted).^2) / length(y))
    return a, b, c, predicted, error
end

a1, b1, y_pred_linear, error_linear = linear_model(x, y)
a2, b2, c2, y_pred_quad, error_quad = quadratic_model(x, y)

println("y = $a1*x + $b1")
println("$error_linear")
println("y = $a2*x^2 + $b2*x + $c2")
println("$error_quad")

using Plots
plot(x, y, label="", seriestype=:scatter)
plot!(x, y_pred_linear, label="", linewidth=2)
plot!(x, y_pred_quad, label="", linewidth=2)
```

В консоль получен следующий вывод.

1. Линейная модель.
   a. $y = 0.4451879699248119 * x + 3.0166240601503764$
   b. $\text{СКО} = 0.20529296872401345$

2. Квадратичная модель.

a. $y = -0.10093415356573265 * x^2 + 0.8489245841877424 * x +$
$+ 2.7471298701298696$

b. СКО $= 0.16684357164134483$

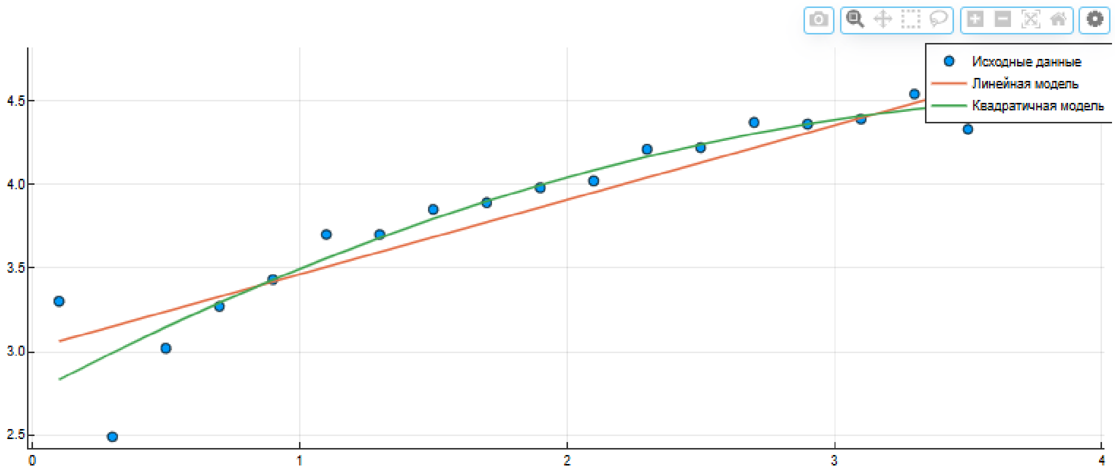
2 Вывод

Были получены все результаты.

```
Линейная модель: y = 0.4451879699248119*x + 3.0166240601503764
0.20529296872401345
Квадратичная модель: y = -0.10093415356573265*x^2 + 0.8489245841877424*x + 2.7471298701298696
0.16684357164134483
```

В ходе выполненной работы были построены линейная и квадратичная полиномиальные модели для заданной таблицы значений функции с использованием метода наименьших квадратов. Было определено, что квадратичная модель лучше описывает зависимость между заданными значениями x и y, так как имеет меньшее среднеквадратическое отклонение (СКО).

График:



Линейная модель показала СКО равное 0.2053, тогда как квадратичная модель улучшила точность аппроксимации, снизив СКО до 0.1668. Это свидетельствует о том, что квадратичная модель лучше учитывает нелинейный характер исходной зависимости.

Таким образом, в зависимости от требований к точности модели и допустимой сложности расчетов, предпочтение следует отдавать квадратичной модели для описания данной таблицы значений функции.