

# Tarea programada 4 de métodos numéricos

Sofía Thiel Pizarro  
B36953

June 2019

## Parte A

La ecuación dada se puede separar si se toma  $u = \theta$  y  $v = \theta'$  al derivar se obtienen las siguientes ecuaciones acopladas de primer orden:

$$\begin{aligned}u' &= \theta' = v \\v' &= \theta'' = -\frac{g}{L} \operatorname{sen}(u)\end{aligned}$$

por lo tanto, al compilar el código de RK4 para un sistema de ecuaciones se obtienen las siguientes gráficas para distintos ángulos iniciales,  $\theta$  vs.  $t$ :

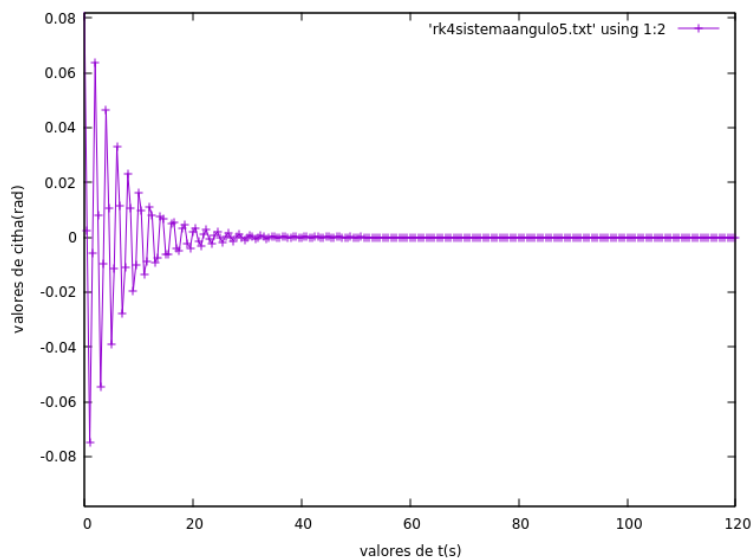


Figura 1: Gráfica de los valores obtenidos para el método de RK4 con Gnuplot del ángulo  $\theta$  vs. tiempo

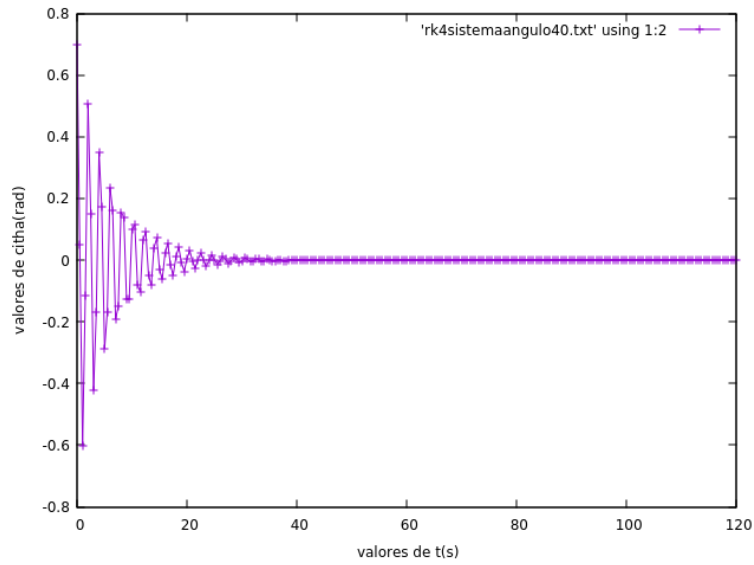


Figura 2: Gráfica de los valores obtenidos para el método de RK4 con Gnuplot del ángulo 40,  $\theta$  vs. tiempo

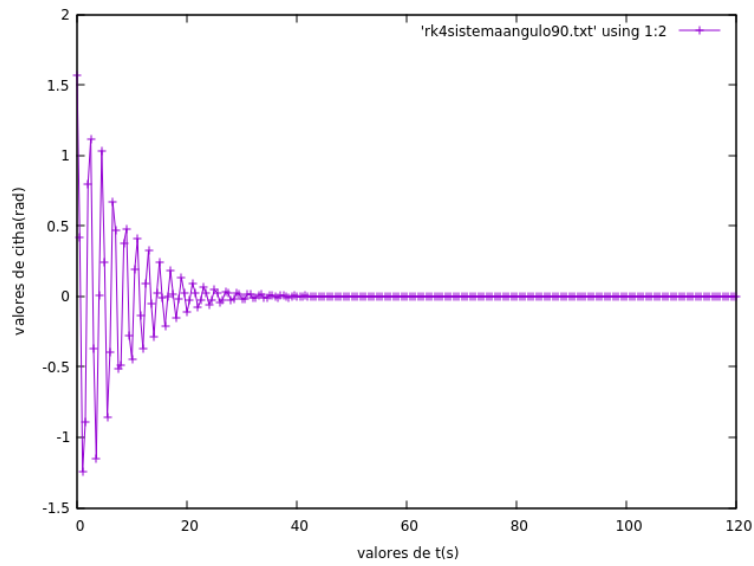


Figura 3: Gráfica de los valores obtenidos para el método de RK4 con Gnuplot del ángulo 90,  $\theta$  vs. tiempo

Estas gráficas no dan un resultado esperado para un péndulo sin fricción,

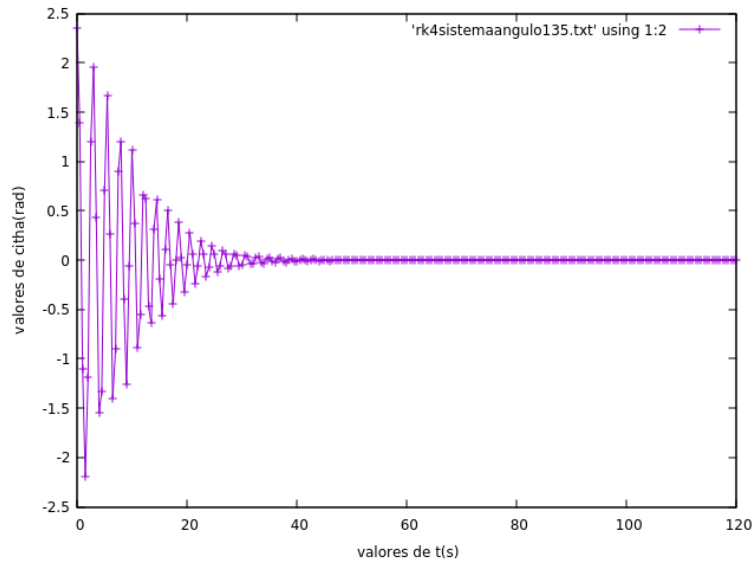


Figura 4: Gráfica de los valores obtenidos para el método de RK4 con Gnuplot del ángulo 135,  $\theta$  vs. tiempo

ya que este debería oscilar entre los mismos ángulos iniciales durante todo el tiempo. Las unidades del ángulo ya sea en radianes o ángulos no afectan los valores obtenidos. Lo que esté afectando puede ser debido al paso  $h$  utilizado, o que este método dé valores precisos cada vez que se vayan haciendo más pequeños los ángulos.

El código es el mismo pero con distintos valores del ángulo inicial. Se va a mostrar en este documento el código para el ángulo 5 y los demás se van a adjuntar en el correo respectivo.

```
program rk4tarea4angulo5
implicit none
```

```
!Declarando funciones:
```

```
integer i, N, a, b
real :: h, g
real u(241)
real v(241)
real t(241)
real k11(241)
real k12(241)
real k21(241)
real k22(241)
real k31(241)
```

```

real k32(241)
real k41(241)
real k42(241)

h = 0.5
a = 0
b = 120
g = -9.8

!Con la formula vista en clase obtener el número de iteraciones
que hay que realizar para obtener t=0 hasta t=120
N = (b-a)/h
print*, 'El valor de iteraciones N es:', N

!El problema nos da los siguientes valores iniciales ya que comienza
en el reposo y con un angulo de 5 grados osea 0.0872664626 en radianes
u(1) = 0.0872664626
v(1) = 0.0
t(1) = 0.0

print*, 'El valor de t:', t(1)
print*, 'El valor de citha:', u(1)
print*, 'El valor de velocidad angular:', v(1)
print*, ' '

!Se realiza el método de Runge Kutta 4 para aproximar la integral
do i=1, N
    u(1) = 0.0872664626
    v(1) = 0.0
    t(1) = 0.0

    k11(i) = h*v(i)
    k12(i) = h*g*sin(u(i))
    k21(i) = h*(v(i)+0.5*(k12(i)))
    k22(i) = h*g*sin(u(i)+0.5*(k11(i)))
    k31(i) = h*(v(i)+0.5*(k22(i)))
    k32(i) = h*g*sin(u(i)+0.5*(k21(i)))
    k41(i) = h*(v(i)+k32(i))
    k42(i) = h*g*sin(u(i)+k31(i))
    t(i+1)= t(i) + h
    u(i+1)= u(i)+(1/6.0)*(k11(i)+2.0*k21(i)+2.0*k31(i)+k41(i))
    v(i+1)= v(i)+(1/6.0)*(k12(i)+2.0*k22(i)+2.0*k32(i)+k42(i))
    print*, 'El valor de t:', t(i+1)
    print*, 'El valor de citha:', u(i+1)
    print*, 'El valor de velocidad angular:', v(i+1)
    print*, ' '

```

```

end do

!Crea un archivo .txt llamado rk4sistemaangulo5 con los datos de "t", "citha" y
"velocidad angular" obtenidos en segundos y radianes
open(1, file='rk4sistemaangulo5.txt', status = 'new')
  write(1,*) t(1), u(1), v(1)
  do i=1, N
    write(1,*) t(i+1), u(i+1), v(i+1)
  end do

close(1)

end

```

## Parte B

La gráfica obtenida para el espacio de fase es la siguiente :

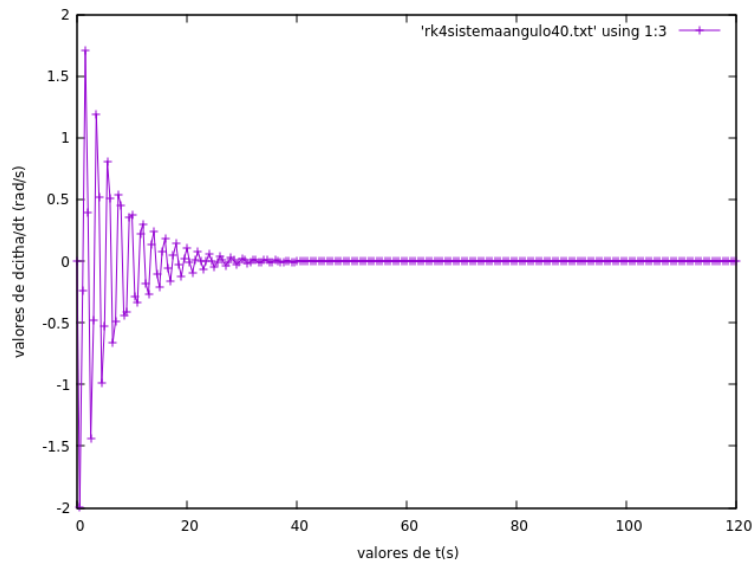


Figura 5: Gráfica de los valores obtenidos para el método de RK4 con Gnuplot del ángulo 40,  $\frac{d\theta}{dt}$  vs. tiempo

## Parte C

La ecuación dada se puede separar si se toma  $u = \theta$  y  $v = \theta'$  al derivar se obtienen las siguientes ecuaciones acopladas de primer orden:

$$u' = \theta' = v$$

$$v' = \theta'' = -\frac{g}{L}\text{sen}(u) - \frac{b}{m}v$$

por lo tanto se obtiene la gráfica 6 de  $\theta$  vs. t:

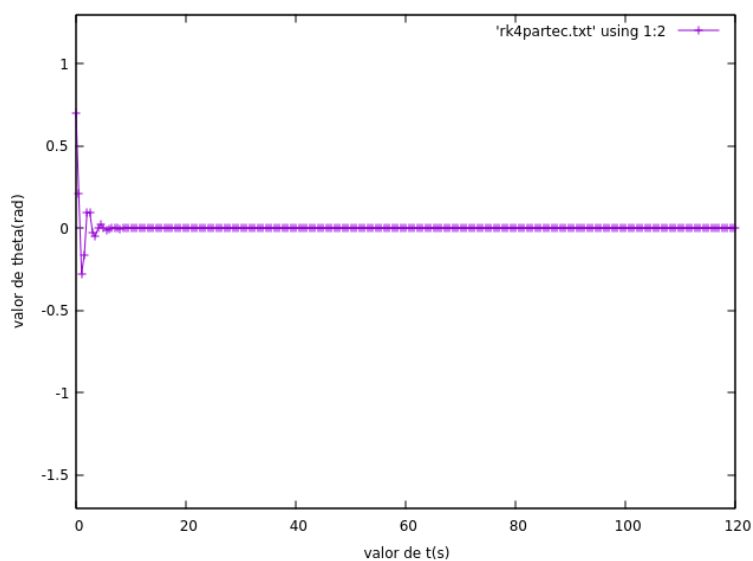


Figura 6: Gráfica de los valores obtenidos para el método de RK4 con Gnuplot,  $\theta$  vs. tiempo

La gráfica 7 para  $\frac{d\theta}{dt}$  vs. t es la siguiente:

El código utilizado es el mismo que para la parte a pero cambiando la ecuación por la obtenida para un péndulo con amortiguamiento:

```

program rk4partec
implicit none

!Declarando funciones:

integer i, N, a, b
real :: h, g, m
real u(241)
real v(241)

```

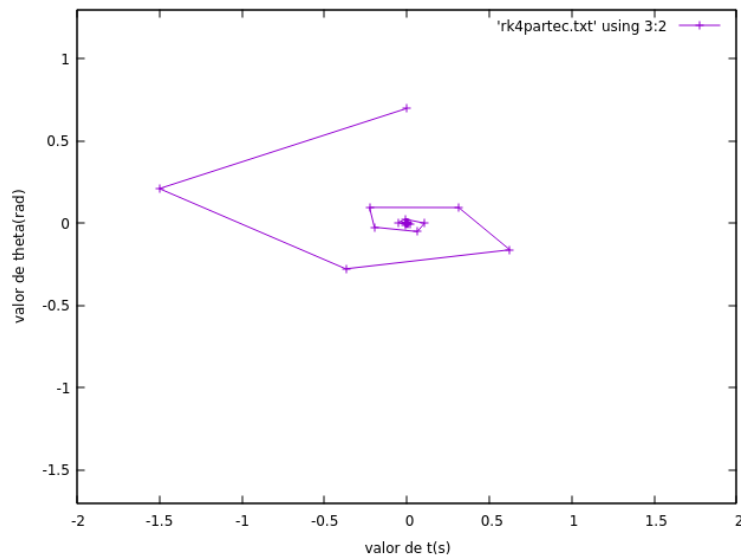


Figura 7: Gráfica de los valores obtenidos para el método de RK4 con Gnuplot,  $\frac{d\theta}{dt}$  vs.  $t$

```

real t(241)
real kuu
real kud
real kdu
real kdd
real ktu
real ktd
real kcu
real kcd

```

```

h = 0.5
a = 0
b = 120
g = -9.8
m = -1.5

```

!Con la formula vista en clase obtener el número de iteraciones que hay que realizar para obtener  $t=0$  hasta  $t=120$

```
N = (b-a)/h
```

```
print*, 'El valor de iteraciones N es:', N
```

!El problema nos da los siguientes valores iniciales ya que comienza en el reposo y con un angulo de 40 grados osea 0.6981317008 en radianes

```

u(1) = 0.6981317008
v(1) = 0.0
t(1) = 0.0

print*, 'El valor de t:', t(1)
print*, 'El valor de citha:', u(1)
print*, 'El valor de velocidad angular:', v(1)
print*, ' '

!Se realiza el método de Runge Kutta 4 para aproximar la integral
do i=1, N
    u(1) = 0.6981317008
    v(1) = 0.0
    t(1) = 0.0
    kuu = h*v(i)
    kud = h*(g*Sin(u(i))+m*v(i))
    kdu = h*(v(i)+kud/2)
    kdd = h*(g*Sin(u(i)+kuu/2)+m*(v(i)+kud/2))
    ktu = h*(v(i)+kdd/2)
    ktd = h*(g*Sin(u(i)+kdu/2)+m*(v(i)+kdd/2))
    kcu = h*(v(i)+ktd)
    kcd = h*(g*Sin(u(i)+ktu)+m*(v(i)+ktd))
    t(i+1)= t(i) + h
    u(i+1)= u(i)+(kuu+(2*kdu)+(2*ktu)+kcu)/6
    v(i+1) = v(i)+(kud+(2*kdd)+(2*ktd)+kcd)/6

    print*, 'El valor de t:', t(i+1)
    print*, 'El valor de citha:', u(i+1)
    print*, 'El valor de velocidad angular:', v(i+1)
    print*, ' '

end do

!Crea un archivo .txt llamado rk4sistemaangulo5 con los datos de "t", "citha"
y "velocidad angular" obtenidos en segundos y radianes
open(1, file='rk4partec.txt', status = 'new')
write(1,*) t(1), u(1), v(1)
do i=1, N
    write(1,*) t(i+1), u(i+1), v(i+1)
end do

close(1)

end

```