北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

2022—2023学年第1 学期

考试答题册

题号	一	二	三	四[四]	五[五]	总分
成绩						
阅卷人签字						
校对人签字						

考试课程： **概率统计A,概率统计B**

(A卷)

班级:____________ **学号:**____________

姓名:____________ **教师:**____________

考场:____________

2022 年12月20日

一　填空题(每小题4分，共32分)

1. 在区间$(0,1)$内随机取两个实数,则它们的乘积大于$\frac{1}{2}$的概率是__________.

2. 同时掷两颗匀称的骰子,观察它们出现的点数,令X为两颗骰子出现的最大点数,则X的分布律为__________________.

3. 设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$, 对$X$进行三次独立重复观察,则有两次观测值不超过$\frac{1}{2}$的概率为__________.

4. 设随机变量$X\sim N(0,1), P(|X|>a)=0.1$,若用标准正态分布的分位点表示$a$, 则$a=$__________.

5. 设$(X,Y)\sim N(0,1;0,1;0.5)$,则$Z=X+Y+1$的概率密度为__________.

6. 设随机变量(X,Y)的联合概率密度是

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x, 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则$Cov(X,Y)=$__________.

7. 设总体$X\sim N(0,\sigma^2)$,X_1,X_2为取自该总体的一个样本,则统计量$Y=\frac{(X_1+X_2)^2}{(X_1-X_2)^2}$服从的分布为__________.

8. 设随机变量$X_i, i=1,2$都服从正态分布$N(0,\sigma^2)$,且$P(X_1\le 1, X_2\le -1)=\frac{1}{3}$, 则$P(X_1>1, X_2>-1)=$__________.

二　选择题(每小题4分，共32分)

1.　设随机变量X的概率密度为$f(x), Y=-3X+2$,则Y的概率密度函数为__________.

(A) $\frac{1}{3}f\left(\frac{y-2}{-3}\right)$　　(B) $-\frac{1}{3}f\left(\frac{y-2}{-3}\right)$

(C) $\frac{1}{3}f\left(\frac{y-2}{3}\right)$　　(D) $-\frac{1}{3}f\left(\frac{y-2}{3}\right)$

2.　对事件A,B有$P(A\ B)=P(\overline{A}\ \ \overline{B})$,则下列命题正确的是__________.

(A) $B\supset\overline{A}$　　(B) $B=\overline{A}$

(C) $B\subset\overline{A}$　　(D) $P(A)+P(B)=1$

3.　设X_1和X_2是两个相互独立的连续型随机变量,它们的概率密度函数分别为$f_1(x)$和$f_2(x)$,分布函数分别为$F_1(x)$和$F_2(x)$,则下列说法<u>不正确</u>的是__________.

(A) $0.5f_1(x)+0.5f_2(x)$必为某一随机变量的概率密度函数

(B) $0.5F_1(x)+0.5F_2(x)$必为某一随机变量的概率分布函数

(C) $1.5f_1(x)-0.5f_2(x)$必为某一随机变量的概率密度函数

(D) $F_1(x)F_2(x)$必为某一随机变量的概率分布函数

4.　设随机变量X表示100次独立重复射击命中目标的次数,其中每次射击命中目标的概率为0.2,则$E(X^2)=$__________.

(A) 20　　(B) 16　　(C) 416　　(D) 4

5.　设总体$X\sim N(\mu,\sigma_0^2)$,σ_0^2已知,对假设$H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$进行检验, 若在显著性水平$\alpha_1$下拒绝域为$|\overline{X}-\mu_0|>1$,在显著性水平$\alpha_2$下拒绝域为$|\overline{X}-\mu_0|>2$, 则下列结论正确的是__________.

(A) $\alpha_1\geq\alpha_2$　　(B) $\alpha_1=\alpha_2$

(C) $\alpha_1\leq\alpha_2$　　(D) α_1和α_2大小关系不确定

6.　设随机变量X服从t分布$t(n)$,对给定的$\alpha(0<\alpha<1)$,数$t_\alpha(n)$满足$P(t\leq t_\alpha(n))=\alpha$,若$P(|X|\leq x)=1-\alpha$,则$x=$__________.

(A) $t_\alpha(n)$　　(B) $t_{1-\alpha}(n)$　　(C) $t_{\frac{\alpha}{2}}(n)$　　(D) $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$

7.　设$X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$为独立同分布的随机变量序列,且均服从参数为$\lambda$的泊松分布,记$\Phi(x)$为标准正态分布函数,则有__________.

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_{2i}-X_{2i-1})-2n\lambda}{\sqrt{2n\lambda}}\leq x\right)=\Phi(x)$

(B) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_{2i}-X_{2i-1})}{\sqrt{2n\lambda}}\leq x\right)=\Phi(x)$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_{2i}-X_{2i-1})-2n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}\le x\right)=\Phi(x)$

(D) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_{2i}-X_{2i-1})}{\sqrt{n\lambda}}\le x\right)=\Phi(x)$

8. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$的样本, $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$为样本均值, $S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$为样本方差, μ的置信度为$1-\alpha$的置信区间为$[\overline{X}-kS,\overline{X}+kS]$, 则下列说法正确的是__________.

(A) $P\left\{\overline{X}-kS\le\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma}\le\overline{X}+kS\right\}=1-\alpha$

(B) $P\{\overline{X}-kS\le\mu\le\overline{X}+kS\}=\alpha$

(C) α越小,则k越大

(D) α越大,则k越大

三 (本题12分)

设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}k(x+y) & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

(1)确定k的值;

(2)求(X,Y)分别关于X,Y的边沿密度函数;

(3)判断X和Y是否相互独立;

(4)求$P(X+Y\le 2)$.

[四] (本题学《概率统计A》的学生做，学《概率统计B》的学生不做,本题12分)

一批产品共有100个,其中混杂了4个次品,每次随机抽查一个产品,做有放回抽样,以X_n表示前n次抽查出次品的次数.

(1)写出状态空间和转移概率$P\{X_{n+1}=j|X_n=i\}$;

(2)$\{X_n, n=1,2,\cdots\}$是否为齐次马尔科夫链?

(3)求在抽查出2次次品的条件下,再抽查2次,共查出3次次品的概率.

四 (本题学《概率统计B》的学生做，学《概率统计A》的学生不做,本题12分)

设随机变量X和Y相互独立,X服从指数分布$e(2)$,Y服从均匀分布$U(1,2)$,令$Z=X+Y$,求随机变量Z 的概率密度函数.

[五] (本题学《概率统计A》的学生做，学《概率统计B》的学生不做,本题12分)

设随机过程$Z(t) = X + Yt (t > 1)$,X, Y是相互独立的随机变量,且同在$(0, 1)$上服从均匀分布.

(1)求$Z(t)$的一维分布函数;

(2)判断$Z(t)$是否为严平稳过程.

五 (本题学《概率统计B》的学生做，学《概率统计A》的学生不做,本题12分)

设总体X服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$,其中μ, σ^2未知,现有来自该总体容量为n的样本, 样本均值为$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, 样本方差为$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$.

(1)试推导检验$H_0 : \mu = \mu_0, H_1 : \mu \neq \mu_0$的拒绝域;

(2) 若$n = 25, \overline{X} = 5, S = 2$,试检验假设$H_0 : \mu = 4, H_1 : \mu \neq 4$,检验水平$\alpha = 0.05$.

(可能用到的数据:$z_{0.95} = 1.65, z_{0.975} = 1.96, t_{0.95}(24) = 1.71, t_{0.975}(24) = 2.07, t_{0.95}(25) = 1.70, t_{0.975}(25) = 2.06$)