北京航空航天大學 BEIHANG UNIVERSITY

2021—2022学年第2 学期

考试答题册

题号	一	二	三	四[四]	五[五]	总分
成绩						
阅卷人签字						
校对人签字						

考试课程： **概率统计A,概率统计B**

(A卷)

班级:____________ **学号:**____________

姓名:____________ **教师:**____________

考场:____________ **座位号:**__________

2022 年6月29日8:00-10:00

一　填空题(每小题4分，共32分)

1. 设有n个球,每个球都以同样的概率$\dfrac{1}{N}$落到$N(N \geq n)$个格子的每一个格子中,则至少有2个球落到同一个格子的概率是__________.

2. 已知离散型随机变量X的分布函数为$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.3, & 0 \leq x < 1 \\ 0.7, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$,

则随机变量X的分布律为__________________.

3. 有朋自远方来访,他乘火车、轮船、飞机来的概率分别是0.3,0.2,0.5,如果他乘火车、轮船来的话,迟到的概率分别是$\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}$,而乘飞机不会迟到,则他迟到的概率是__________.

4. 设随机变量X的概率密度为$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则$EX =$__________.

5. 设总体X 的概率密度为$f(x;\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\theta}, & 0 \leq x \leq 2\theta \\ 0, & 其他 \end{cases}$, $\theta > 0$, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X 的简单随机样本,则参数θ 的极大似然估计为__________.

6. 对圆的直径d进行近似测量,设其值在区间$[a, b]$上服从均匀分布,则其面积$V = \pi(\dfrac{d}{2})^2$的均值为__________.

7. 设随机变量X的概率密度为$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$,则随机变量$Y = e^X$的概率密度$f_y(y)$为__________.

8. 设(X_1, X_2, X_3, X_4)为来自于正态总体$N(0, 25)$的简单随机样本,则当$c =$__________ 时, 随机变量$Y = c[(X_1 + X_2)^2 + (X_3 + X_4)^2]$服从$\chi^2$分布.

二　选择题(每小题4分，共32分)

1. 设随机变量X的概率密度为$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$,则$P\{-\dfrac{1}{2} < X < \dfrac{1}{2}\} =$ __________.

(A) 0　　(B) 0.25　　(C) 0.5　　(D) 1

2. 对事件A, B,下列命题正确的是__________.

(A) 如果$P(A + B) = 1$,则$P(A) + P(B) = 1$

(B) 如果$P(AB) = 0$,则$P(A)P(B) = 0$

(C) 如果A, B相容,则$\overline{A}, \overline{B}$也相容

(D) 如果A, B互逆,则$\overline{A}, \overline{B}$也互逆

3. 设$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$为总体$X \sim N(-1, 2^2)$的一个样本,$\overline{X}$为样本均值,则$\overline{X}$的均值和方差分别为__________.

(A) $E\overline{X} = -1, D\overline{X} = 4$ (B) $E\overline{X} = 1, D\overline{X} = 4$

(C) $E\overline{X} = -1, D\overline{X} = 0.4$ (D) $E\overline{X} = 1, D\overline{X} = 0.4$

4. 从区间$(0, 1)$中随机取出两个数,则这两个数的和小于$\dfrac{3}{5}$的概率是 __________.

(A) $\dfrac{9}{25}$ (B) $\dfrac{16}{25}$ (C) $\dfrac{9}{50}$ (D) $\dfrac{41}{50}$

5. 设总体$X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$, σ_0^2已知,在显著性水平α下检验假设$H_0 : \mu = \mu_0, H_1 : \mu \neq \mu_0$,则下列说法正确的是__________.

(A) 犯第一类错误的概率为α (B) 犯第一类错误的概率为$1 - \alpha$

(C) 犯第二类错误的概率为α (D) 犯第二类错误的概率为$1 - \alpha$

6. 设X 是一个标准正态随机变量,其α 分位点记为Z_α, 即

$$\Phi(Z_\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Z_\alpha} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \alpha,$$

则下列结论中:

$$(1)\Phi(Z_\alpha) + \Phi(Z_{1-\alpha}) = 0; (2)Z_\alpha + Z_{1-\alpha} = 0; (3)P(|X| < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = \alpha,$$

正确结论的个数是__________.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

7. 设$X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$为独立同分布的随机变量序列,且均服从参数为$p$的两点分布,记$\Phi(x)$为标准正态分布函数,则有__________.

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - np}{\sqrt{p(1-p)}} \leq x\right) = \Phi(x)$; (B) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - p}{\sqrt{np(1-p)}} \leq x\right) = \Phi(x)$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - p}{\sqrt{p(1-p)}} \leq x\right) = \Phi(x)$; (D) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq x\right) = \Phi(x)$

8. 设$X_1, X_2, \cdots, X_n$为来自总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$的样本,$\overline{X}$为样本均值, μ的置信度为$1 - \alpha$的置信区间为$[a(X_1, X_2, \cdots, X_n), b(X_1, X_2, \cdots, X_n)]$, 则该区间的含义是__________.

(A) $P\{a(X_1, X_2, \cdots, X_n) \leq \overline{X} \leq b(X_1, X_2, \cdots, X_n)\} = 1 - \alpha$

(B) $P\left\{a(X_1, X_2, \cdots, X_n) \leq \dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma} \leq b(X_1, X_2, \cdots, X_n)\right\} = 1 - \alpha$

(C) $P\{a(X_1, X_2, \cdots, X_n) \leq \mu \leq b(X_1, X_2, \cdots, X_n)\} = \alpha$

(D) $P\{a(X_1, X_2, \cdots, X_n) \leq \mu \leq b(X_1, X_2, \cdots, X_n)\} = 1 - \alpha$

三　(本题12分)

设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{3}xy & 0\le x\le 1, 0\le y\le 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

(1)求(X,Y)分别关于X,Y的边沿密度函数;

(2)求$P(X+Y\le 2)$.

[四] (本题学《概率统计A》的学生做，学《概率统计B》的学生不做,本题12分)

设随机过程$X(t)=Vcos(\omega t), -\infty < t < +\infty$,其中$\omega$是常数,$V$服从区间$(0,1)$上的均匀分布,

(1)当V取值$v=\frac{1}{4},\frac{1}{2}$时相应的样本函数是什么?

(2)求$X(t)$ 在$t=\frac{\pi}{3\omega}$时的一维概率分布函数和一维概率密度函数.

四 (本题学《概率统计B》的学生做，学《概率统计A》的学生不做,本题12分)

设随机变量X服从$(0,3)$上的均匀分布,求随机变量$Y=X^2$的概率密度.

[五] (本题学《概率统计A》的学生做，学《概率统计B》的学生不做,本题12分)

设随机过程$Z(t) = Xcos\omega t + Ysin\omega t$,其中$\omega$是常数, X和Y是相互独立的标准正态随机变量,求:

(1) 求$Z(t)$ 的均值函数

(2) 求$Z(t)$ 的自相关函数

(3) 判断$Z(t)$ 是否为广义平稳过程并说明理由;

五 (本题学《概率统计B》的学生做，学《概率统计A》的学生不做,本题12分)

设总体X的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{6x}{\theta^3}(\theta - x), & 0 < x < \theta \\ 0, & 其他x \end{cases}$. $X_1, X_2, \cdots, X_n$为来自总体X的样本.

(1)求总体均值EX和总体方差DX;

(2)求θ的矩估计量$\widehat{\theta}$;

(3)判断$\widehat{\theta}$是否为θ的无偏估计;