

# Filtros

Martín Josemaría Vuelta Rojas

---

## Problema 1

Dada la señal en el dominio del tiempo:

$$x(t) = \sin(t) + 0,25 \sin(10t)$$

- En la gráfica del espectro de potencias, hallar la amplitud, la frecuencia y el periodo correspondiente a cada pico.
- Diseñe un filtro pasa-bajo y grafique la señal filtrada. ¿Cuál es la frecuencia de corte?
- Diseñe un filtro pasa-alto y grafique la señal filtrada.

## Solución

La solución a este problema está contenida en el siguiente *script*

```
Fs = 100;  
T = 1/Fs;  
t = 0:T:25;  
x = sin(t) + 0.25*sin(10*t);  
  
figure(1);  
plot(t, x);  
xlabel('Tiempo (s)');  
ylabel('x');  
title('Señal x(t)');  
  
L = length(t);  
X = fft(x);  
P = abs(X/L);  
P = P(1:round(L/2)+1);  
P(2:end-1) = 2*P(2:end-1);  
f = Fs*(0:round(L/2))/L;  
  
[pks, locs] = findpeaks(P, 'Sortstr', 'descend');  
f1 = f(locs(1));  
f2 = f(locs(2));
```

Continúa en la página siguiente

Continuación de la página anterior

```
figure(2);
plot(f, P);
hold on
plot(f1, pks(1));
plot(f2, pks(2));
hold off
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('P');
title('Espectro de potencia');

Fc = 0.5*(f1 + f2);
Bt = 1.0*Fc;
Rs = 50;
Rp = 1;
Wp = 2*(Fc - 0.8*Bt)/Fs;
Ws = 2*(Fc + 0.0*Bt)/Fs;
Gp = 10^(-Rp/20);
Gs = 10^(-Rs/20);
[n1b, wn1] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs);
[B1, A1] = butter(n1b, wn1, 'Low');
[z, p, k] = butter(n1b, wn1, 'Low');
[hf1, ff1] = freqz(B1, A1, 2048, Fs);
sos = zp2sos(z, p, k);
y = filtfilt(B1, A1, x);

figure(3);
plot(t, y);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('y');
title('Senal filtrada con pasa bajo');

figure(4);
plot(ff1, abs(hf1));
hold on
plot([0 Wp*Fs/2 Wp*Fs/2], [Gp Gp Gs]);
plot([Ws*Fs/2 Ws*Fs/2 5], [Gp Gs Gs]);
hold off
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('|H|');
title('Funcion de transferencia');

figure(5)
freqz(sos, 1024, Fs);

Fc = 0.5*(f1 + f2);
Bt = 1.0*Fc;
Rs = 30;
Rp = 2;
Wp = 2*(Fc + 0.6*Bt)/Fs;
Ws = 2*(Fc + 0.0*Bt)/Fs;
Gp = 10^(-Rp/20);
Gs = 10^(-Rs/20);
[n1b, wn1] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs);
[B1, A1] = butter(n1b, wn1, 'high');
[z, p, k] = butter(n1b, wn1, 'high');
[hf1, ff1] = freqz(B1, A1, 2048, Fs);
sos = zp2sos(z, p, k);
y = filtfilt(B1, A1, x);
```

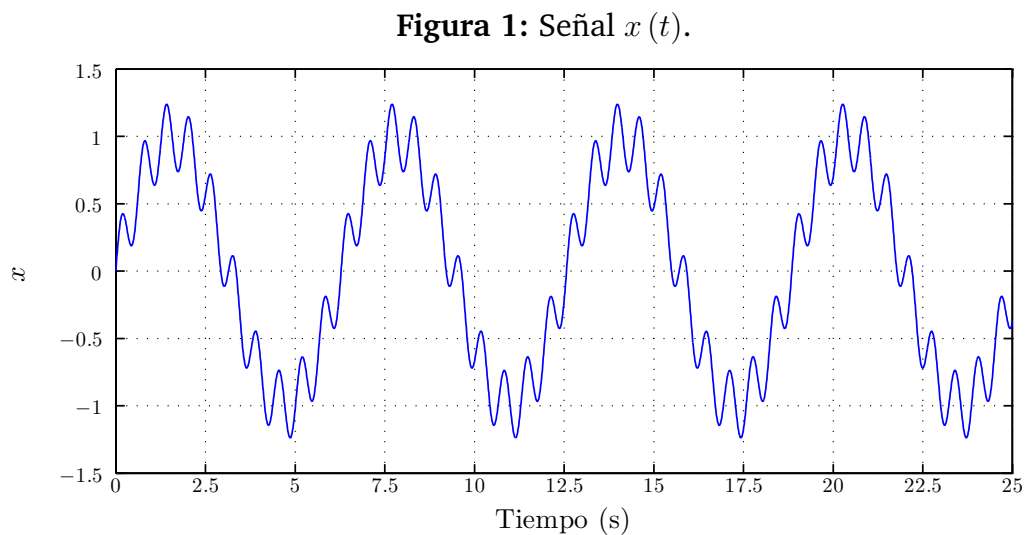
Continúa en la página siguiente

Continuación de la página anterior

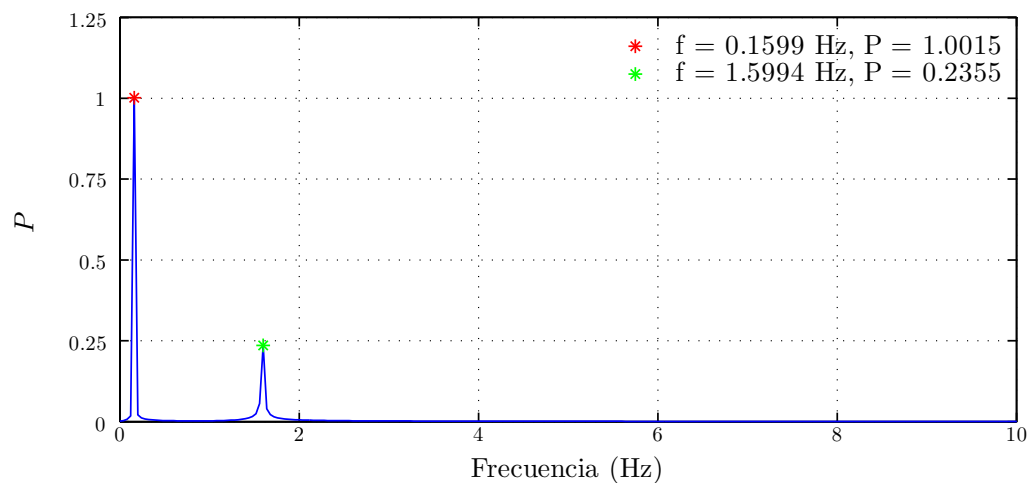
```
figure(6);
plot(t, y);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('y');
title('Señal filtrada con pasa alto');

figure(7);
plot(ff1, abs(hf1));
hold on
plot([0 Wp*Fs/2 Wp*Fs/2], [Gp Gp Gs]);
plot([Ws*Fs/2 Ws*Fs/2 5], [Gp Gs Gs]);
hold off
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('|H|');
title('Funcion de transferencia');

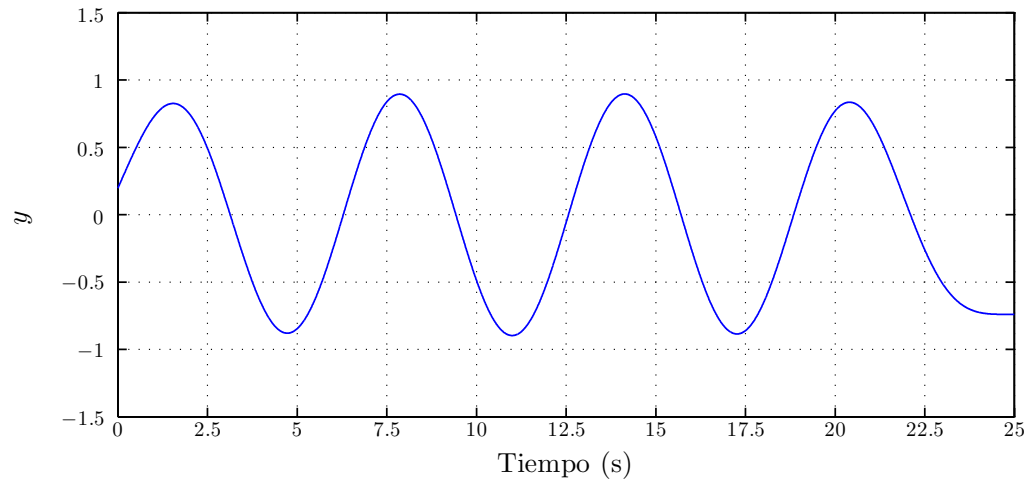
figure(8)
freqz(sos, 1024, Fs);
```



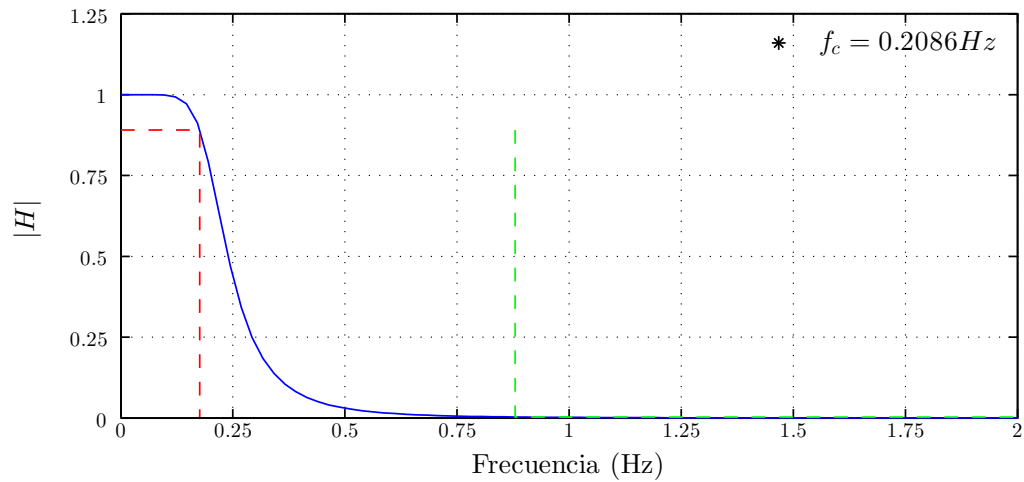
**Figura 2:** Espectro de potencias de la señal  $x(t)$  indicando los valores de las amplitudes y frecuencias de las componentes la señal..



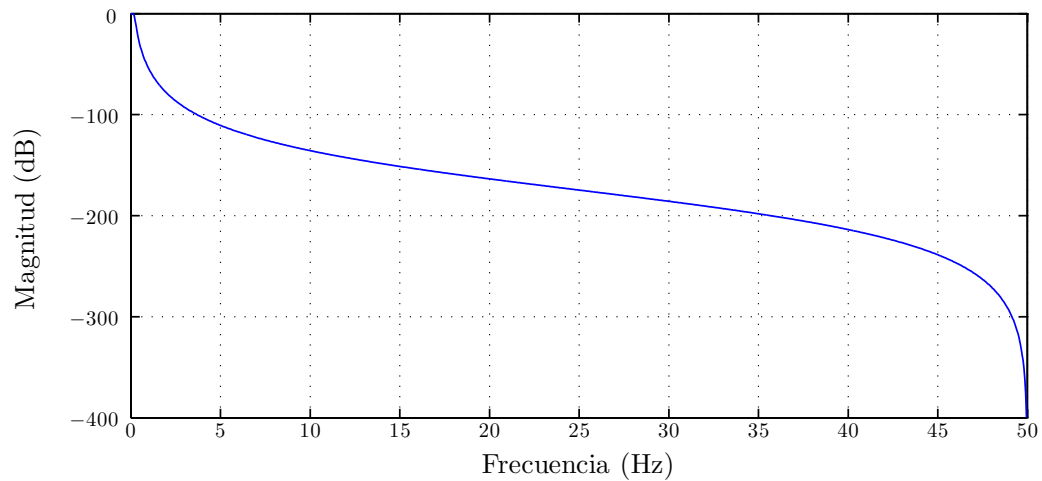
**Figura 3:** Señal  $x(t)$  sometida a un filtro pasa bajo.



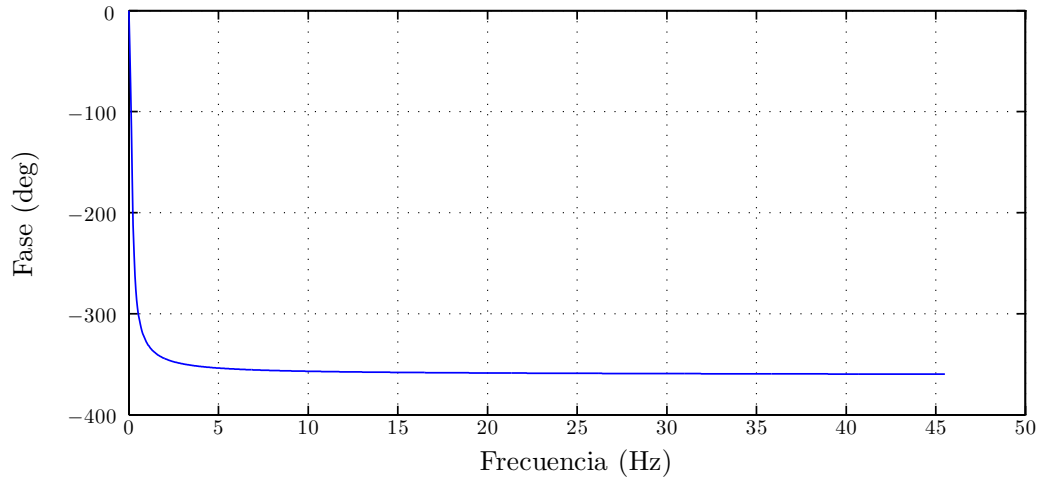
**Figura 4:** Función de transferencia del filtro pasa bajo usado para obtener la fig. 3. Se muestra la frecuencia de corte del filtro.



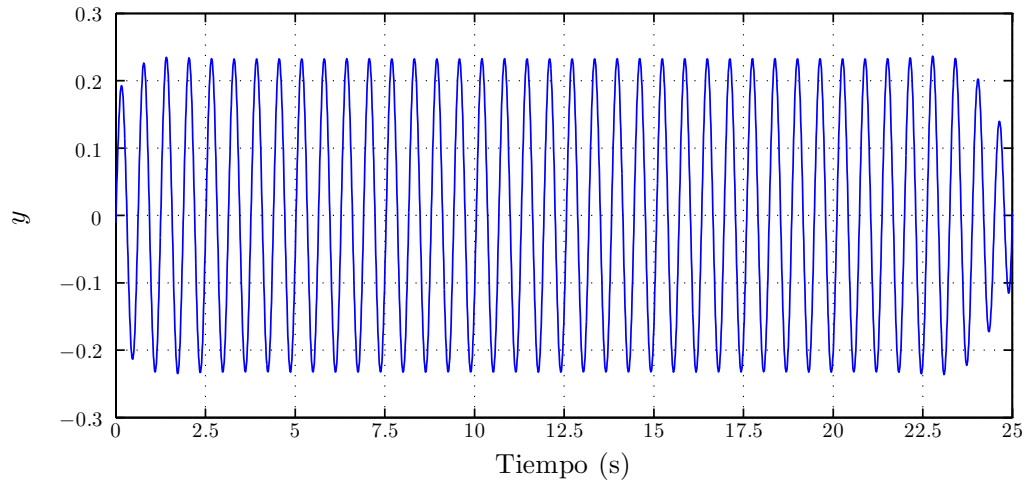
**Figura 5:** Respuesta en magnitud del filtro pasa bajo usado para obtener la fig. 3.



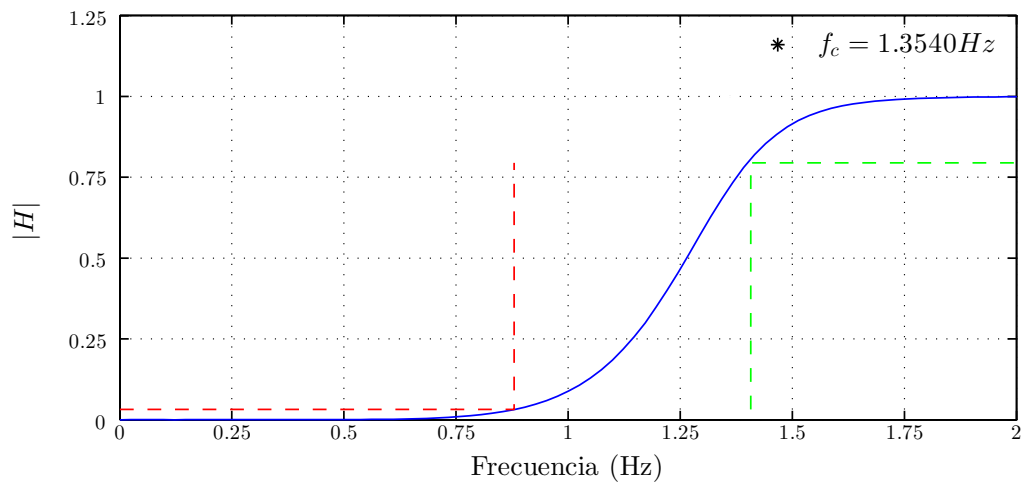
**Figura 6:** Respuesta en fase del filtro pasa bajo usado para obtener la fig. 3.



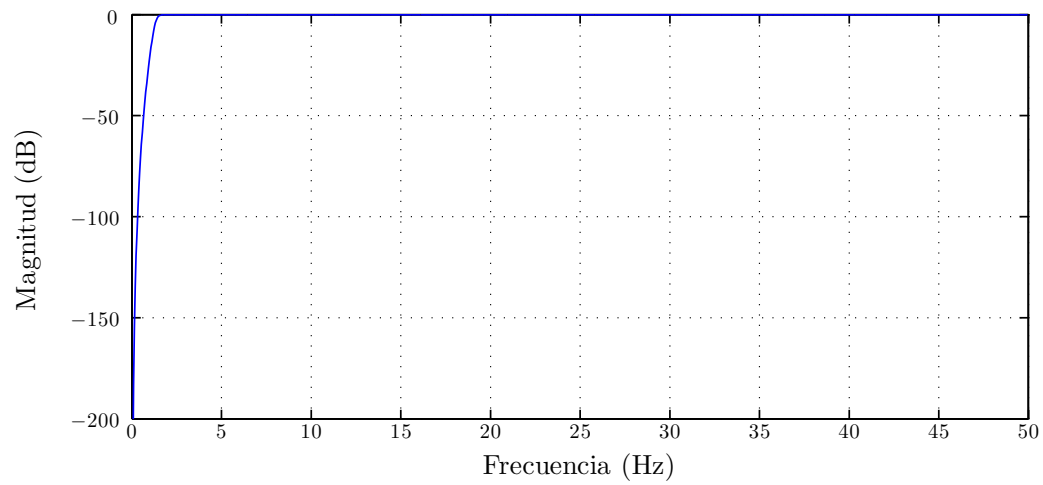
**Figura 7:** Señal  $x(t)$  sometida a un filtro pasa alto.



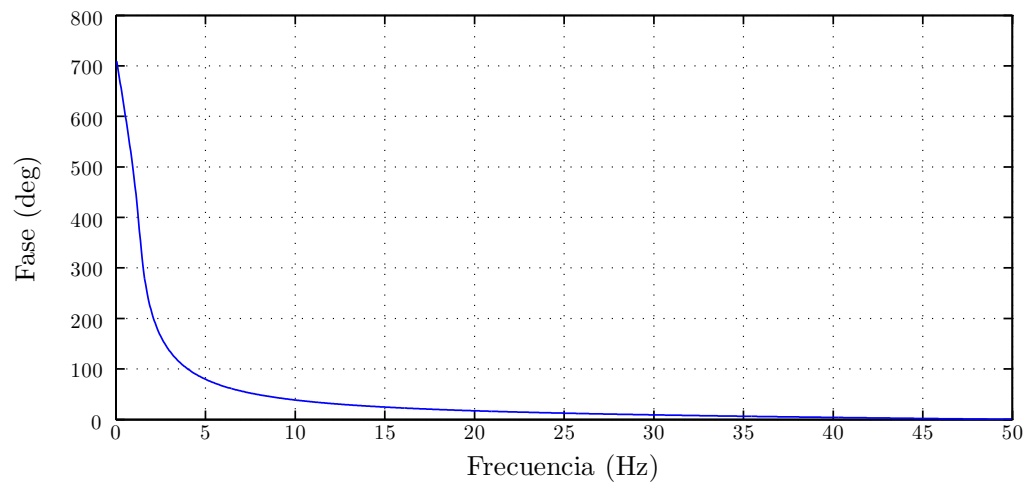
**Figura 8:** Función de transferencia del filtro pasa alto usado para obtener la fig. 7. Se muestra la frecuencia de corte del filtro.



**Figura 9:** Respuesta en magnitud del filtro pasa alto usado para obtener la fig. 7.



**Figura 10:** Respuesta en fase del filtro pasa alto usado para obtener la fig. 7.



## Problema 2

Con el programa de adquisición de datos `adqsonido.m`, realice la grabación durante 5 s de las voces de 2 personas diferentes.

- Aplique un filtro pasa-alto con frecuencia de corte de 100 Hz, grabe el archivo obtenido.
- Calcule la Transformada de Fourier discreta de las dos señales. Grafique.
- Calcule el coeficiente de correlación entre las TRF de ambas señales. ¿Qué puede concluir?

## Solución

La solución a este problema está contenida en el siguiente *script*

```
load sample01.mat
Fs = get(Recorder, 'SampleRate');
T = 1/Fs;
L = get(Recorder, 'TotalSamples');
s = Recorder.getaudiodata();
x = s - mean(s);
t = (1:L)*T;

figure(1);
plot(t, x);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Señal');
title('Muestra 1');

X = fft(x);
P = abs(X/L);
P = P(1:round(L/2)+1);
P(2:end-1) = 2*P(2:end-1);
f = Fs*(0:round(L/2))/L;
S01X = X;

figure(2);
plot(f, P);
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('P');
title('Espectro de potencia de la muestra 1');

Fc = 100;
Bt = 1.0*Fc;
Rs = 30;
Rp = 2;
Wp = 2*(Fc + 0.6*Bt)/Fs;
Ws = 2*(Fc + 0.0*Bt)/Fs;
Gp = 10^(-Rp/20);
Gs = 10^(-Rs/20);
[n1b, wn1] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs);
[B1, A1] = butter(5, 2*Fc/Fs, 'high');
[z, p, k] = butter(5, 2*Fc/Fs, 'high');
[hf1, ff1] = freqz(B1, A1, 2048, Fs);
sos = zp2sos(z, p, k);
y = filtfilt(B1, A1, x);
```

Continúa en la página siguiente

Continuación de la página anterior

```
figure(3);
plot(t, y);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Senal');
title('Senal filtrada de la muestra 1');

load sample02.mat
Fs = get(Recorder, 'SampleRate');
T = 1/Fs;
L = get(Recorder, 'TotalSamples');
s = Recorder.getaudiodata();
x = s - mean(s);
t = (1:L)*T;

figure(4);
plot(t, x);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Senal');
title('Muestra 2');

X = fft(x);
P = abs(X/L);
P = P(1:round(L/2)+1);
P(2:end-1) = 2*P(2:end-1);
f = Fs*(0:round(L/2))/L;
S02X = X;

figure(5);
plot(f, P);
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('P');
title('Espectro de potencia de la muestra 2');

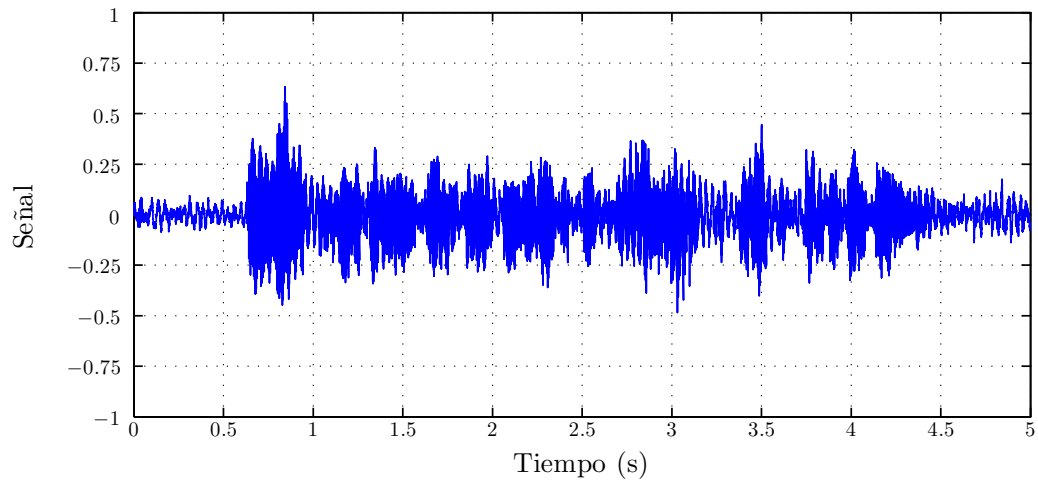
Fc = 100;
Bt = 1.0*Fc;
Rs = 30;
Rp = 2;
Wp = 2*(Fc + 0.6*Bt)/Fs;
Ws = 2*(Fc + 0.0*Bt)/Fs;
Gp = 10^(-Rp/20);
Gs = 10^(-Rs/20);
[n1b, wn1] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs);
[B1, A1] = butter(5, 2*Fc/Fs, 'high');
[z, p, k] = butter(5, 2*Fc/Fs, 'high');
[hf1, ff1] = freqz(B1, A1, 2048, Fs);
sos = zp2sos(z, p, k);
y = filtfilt(B1, A1, x);

figure(6);
plot(t, y);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Senal');
title('Senal filtrada de la muestra 2');

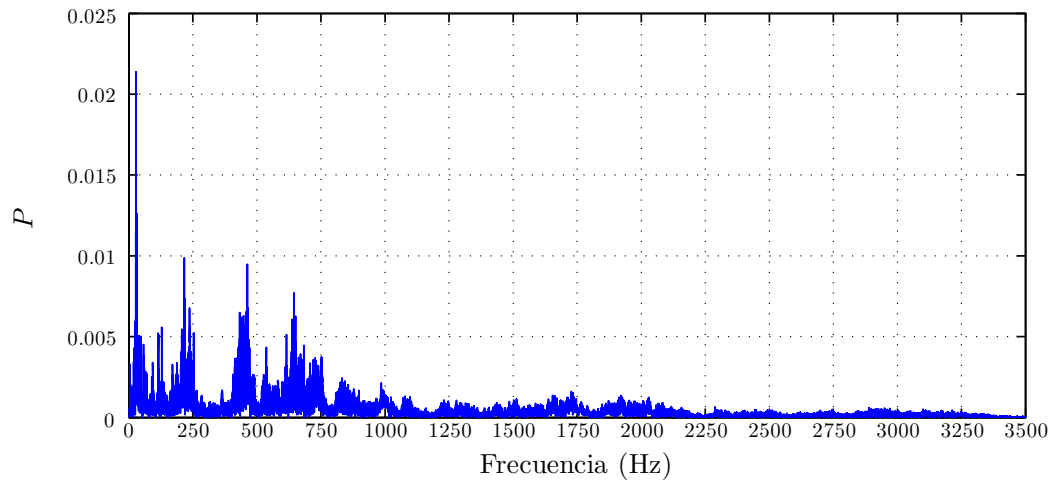
cc = abs(corr(S01X, S02X));
disp(cc);
```



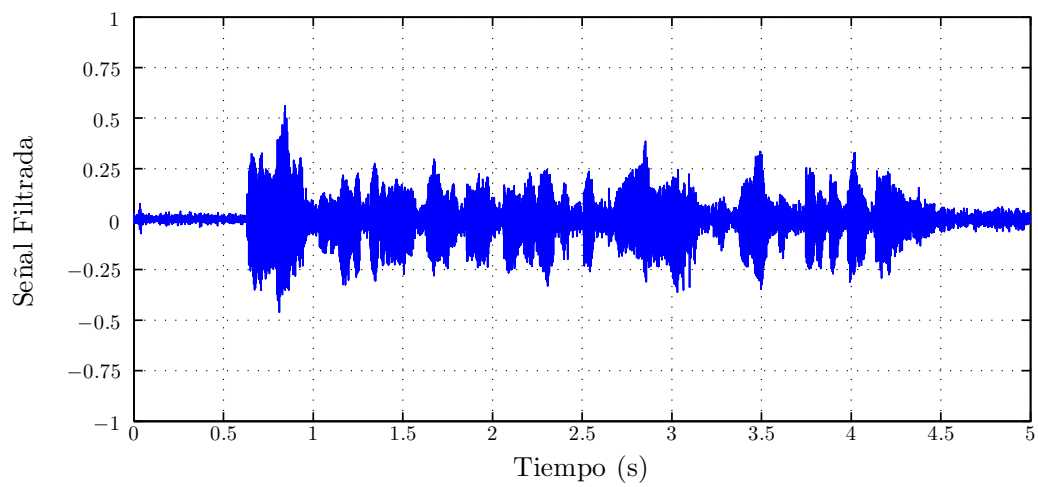
**Figura 11:** Muestra de audio N° 1.



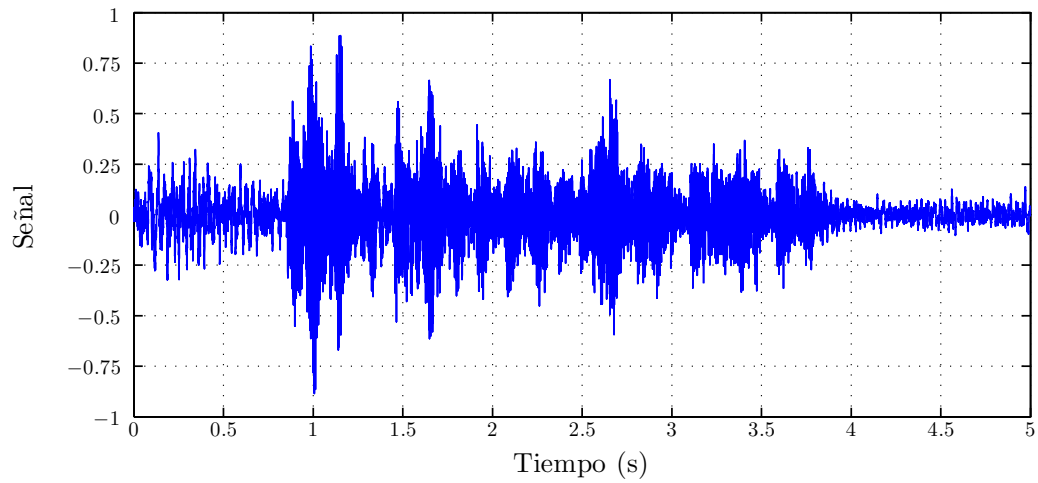
**Figura 12:** Espectro de potencia de la muestra de audio N° 1.



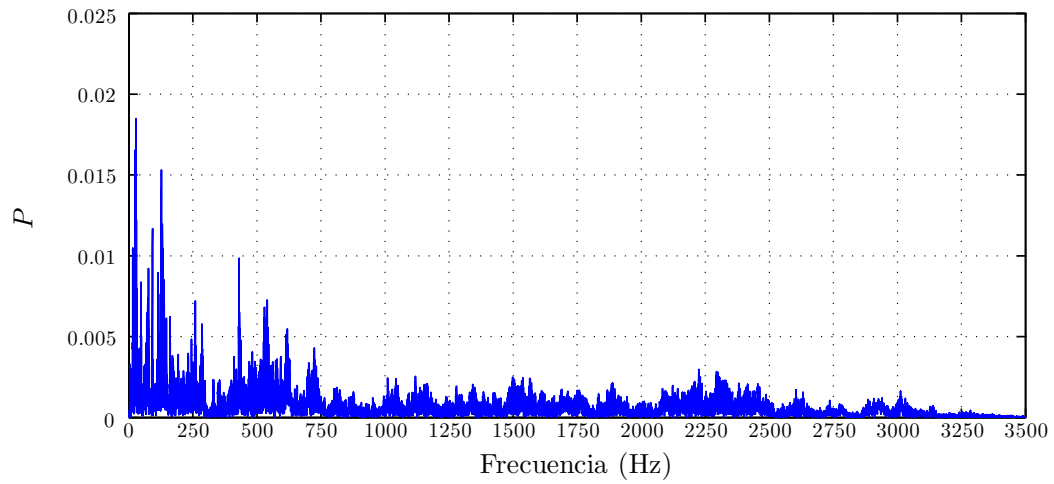
**Figura 13:** Muestra de audio N° 1 filtrada con un filtro pasa alto.



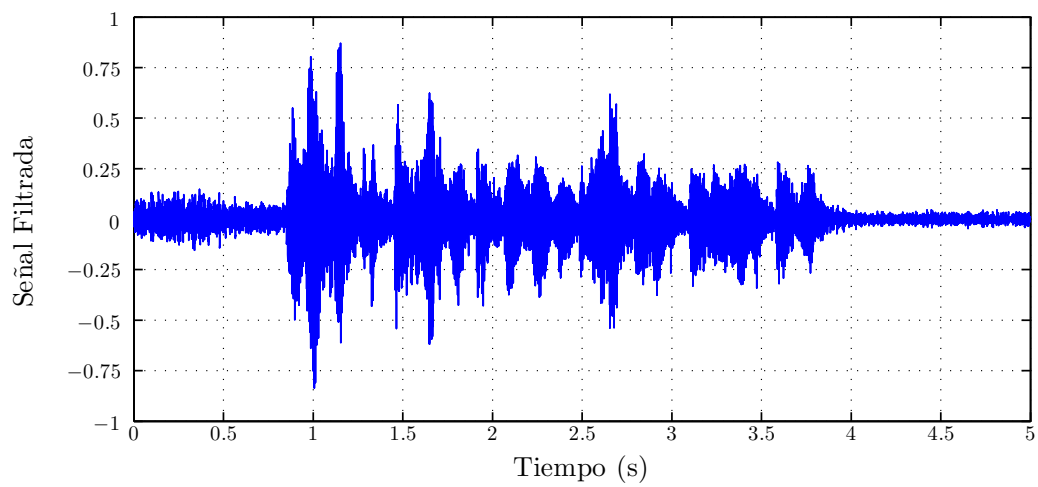
**Figura 14: Muestra de audio N° 2.**



**Figura 15: Espectro de potencia de la muestra de audio N° 2.**



**Figura 16: Muestra de audio N° 2 filtrada con un filtro pasa alto.**



El coeficiente de correlación de las transformadas de Fourier de ambas señales es de 0.0018 lo cual indica una la existencia de una correlación lineal extremadamente débil, al punto que uno puede indicar que tal relación no existe entre ambas señales. Para el caso de las muestras de audio podemos decir que ambas muestras corresponden a personas distintas.

## Problema 3

Descargue el archivo `pardata.txt` <sup>1</sup> que contiene una señal mareográfica real medida en la bahía de Paracas con un sensor de nivel ultrasónico

- Aplice un filtro mediano para eliminar los picos impulsivos. Grafique la señal antes y después de aplicar dicho filtro.
- Representar la señal en el dominio de la frecuencia. Identificar los picos principales y periodos de retorno.
- Aplicar un filtro adecuado para estudiar las mareas: ¿cuál es el periodo y amplitud de la marea?
- Aplicar un filtro adecuado para estudiar las olas: ¿cuál es el periodo y amplitud de las olas?

*Sugerencia:* Revisar el artículo «Estimación del nivel medio de bajamares de sicigias ordinarias en la bahía de Paracas» <sup>2</sup>.

## Solución

La solución a este problema está contenida en el siguiente *script*

```
Fs = 1;
T = 1/Fs;
s = load('pardata.txt');
L = length(s);
t = (1:L)*T;
sf = medfilt1(s);
x = sf - mean(sf);

figure(1);
plot(t, s);
xlabel('Tiempo (s)');
xlabel('Senal');
title('Senal mareografica');

figure(2);
plot(t, sf);
xlabel('Tiempo (s)');
xlabel('Senal');
title('Senal mareografica filtrada con filtro mediano');

figure(3);
plot(t, x);
xlabel('Tiempo (s)');
xlabel('Senal');
title('Senal mareografica filtrada con filtro mediano centrada en sin componente
↩ media');

L = length(t);
X = fft(x);
P = abs(X/L);
```

Continúa en la página siguiente

<sup>1</sup><http://fenlab.9k.com/pds/pardata.zip>

<sup>2</sup><http://www.rif-fisica.org/images/1/11/111402401.pdf>

Continuación de la página anterior

```
P = P(1:round(L/2)+1);
P(2:end-1) = 2*P(2:end-1);
f = Fs*(0:round(L/2))/L;

[pks, locs] = findpeaks(P, 'Sortstr', 'descend');
f1 = f(locs(1));
f2 = f(locs(2));

figure(4)
plot(f, P);
hold on
pf1 = plot(f1, pks(1), 'r*');
pf2 = plot(f2, pks(2), 'g*');
leg = legend([pf1, pf2], sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f1,
    ↵ (1/f1)/(60*60), pks(1)), sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f2,
    ↵ (1/f2)/(60*60), pks(2)));
set(leg, 'Box', 'Off')
hold off

xlabel('Frecuencia (Hz)');
xlabel('P');
title('Espectro de potencias de la señal mareográfica filtrada');
xlim([0.0, 0.0001]);
ylim([0.0, 0.25]);

Fc = 1/(0.5*60*60);
Bt = 1.0*Fc;
Rs = 50;
Rp = 1;
Wp = 2*(Fc - 0.8*Bt)/Fs;
Ws = 2*(Fc + 0.0*Bt)/Fs;
Gp = 10^(-Rp/20);
Gs = 10^(-Rs/20);
[n1b, wn1] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs);
[B1, A1] = butter(n1b, wn1, 'low');
[z, p, k] = butter(n1b, wn1, 'low');
[hf1, ff1] = freqz(B1, A1, 2048, Fs);
sos = zp2sos(z, p, k);
y = filtfilt(B1, A1, x);

figure(5);
plot(t, y);
xlabel('Tiempo (s)');
xlabel('Senal');
title('Componente de mareas de la señal mareográfica');

L = length(t);
Y = fft(y);
P = abs(Y/L);
P = P(1:round(L/2)+1);
P(2:end-1) = 2*P(2:end-1);
f = Fs*(0:round(L/2))/L;

[pks, locs] = findpeaks(P, 'Sortstr', 'descend');
f1 = f(locs(1));
f2 = f(locs(2));
```

Continúa en la página siguiente

Continuación de la página anterior

```
figure(6);
plot(f, P);
hold on
pf1 = plot(f1, pks(1), 'r*');
pf2 = plot(f2, pks(2), 'g*');
leg = legend([pf1, pf2], sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f1,
    ↪ (1/f1)/(60*60), pks(1)), sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f2,
    ↪ (1/f2)/(60*60), pks(2)));
set(leg, 'Box', 'Off')
hold off

xlabel('Frecuencia (Hz)');
xlabel('P');
title('Espectro de potencias de la componente de mareas de la señal mareográfica
    ↪ filtrada');

wf = f((1./f)<60);
wP = P((1./f)<60);
wP = wP(8<1./wf);
wf = wf(8<1./wf);

figure(7);
plot(wf, wP);
hold on
pf1 = plot(f1, pks(1), 'r*');
pf2 = plot(f2, pks(2), 'g*');
leg = legend([pf1, pf2], sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f1,
    ↪ (1/f1)/(60*60), pks(1)), sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f2,
    ↪ (1/f2)/(60*60), pks(2)));
set(leg, 'Box', 'Off')
hold off

xlabel('Frecuencia (Hz)');
xlabel('P');
title('Espectro de potencias de la señal mareográfica filtrada');
xlim([0.0, 0.0001]);
ylim([0.0, 0.25]);

Fc = [1/60 1/8];
Bt = 0.5*(Fc(2) - Fc(1));
Rs = 50;
Rp = 2;
Wp = 2*Fc/Fs;
Ws = [2*(Fc(1) - 0.30*Bt)/Fs 2*(Fc(2) + 2.0*Bt)/Fs];
Gp = 10^(-Rp/20);
Gs = 10^(-Rs/20);
[n1b, wn1] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs);
[B1, A1] = butter(n1b, wn1, 'bandpass');
[z, p, k] = butter(n1b, wn1, 'bandpass');
[hf1, ff1] = freqz(B1, A1, 2048, Fs);
sos = zp2sos(z, p, k);
y = filtfilt(B1, A1, x);

figure(8);
plot(t, y);
xlabel('Tiempo (s)');
xlabel('Senal');
title('Componente de olas de la señal mareográfica');
```

Continúa en la página siguiente

Continuación de la página anterior

```
title('Componente de olas de la señal mareográfica');

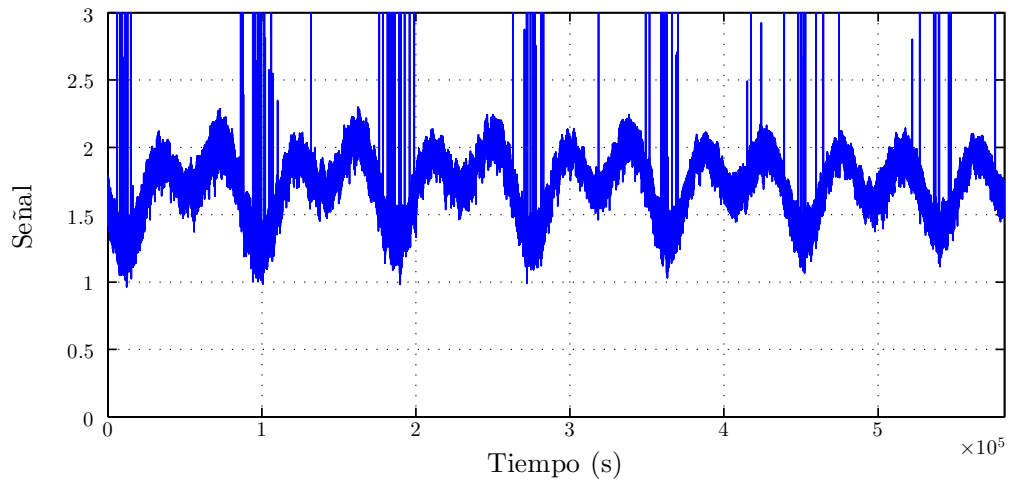
L = length(t);
Y = fft(y);
P = abs(Y/L);
P = P(1:round(L/2)+1);
P(2:end-1) = 2*P(2:end-1);
f = Fs*(0:round(L/2))/L;

[pks, locs] = findpeaks(P, 'Sortstr', 'descend');
f1 = f(locs(1));
f2 = f(locs(2));

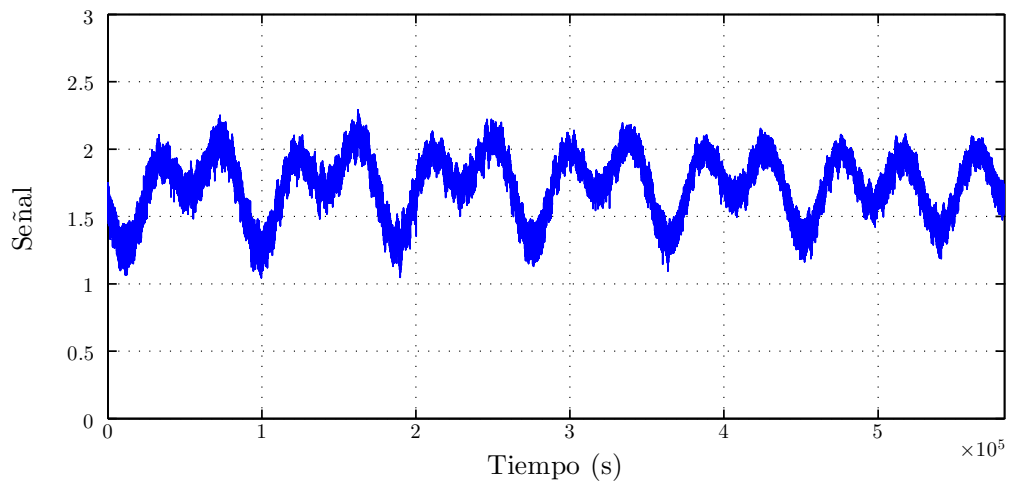
figure(9);
plot(f, P);
hold on
pf1 = plot(f1, pks(1), 'r*');
pf2 = plot(f2, pks(2), 'g*');
leg = legend([pf1, pf2], sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f1,
    ↪ (1/f1)/(60*60), pks(1)), sprintf('f = %7.4e Hz (T = %7.1f h), P = %7.4f', f2,
    ↪ (1/f2)/(60*60), pks(2))));
set(leg, 'Box', 'Off')
hold off

xlabel('Frecuencia (Hz)');
xlabel('P');
title('Espectro de potencias de la componente de olas de la señal mareográfica
    ↪ filtrada');
```

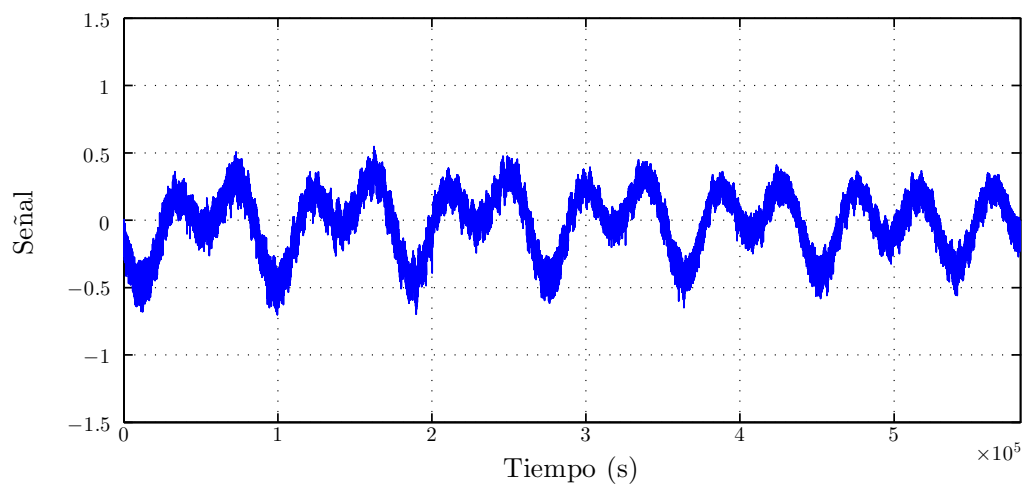
**Figura 17:** Señal mareográfica.



**Figura 18:** Señal mareográfica luego de aplicarle un filtro mediano.

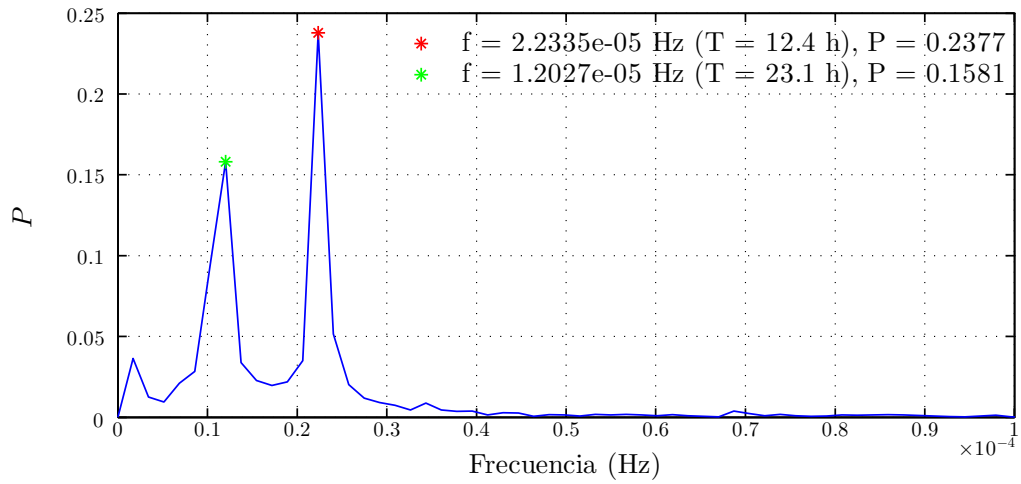


**Figura 19:** Señal mareográfica filtrada luego de remover la componente continua.

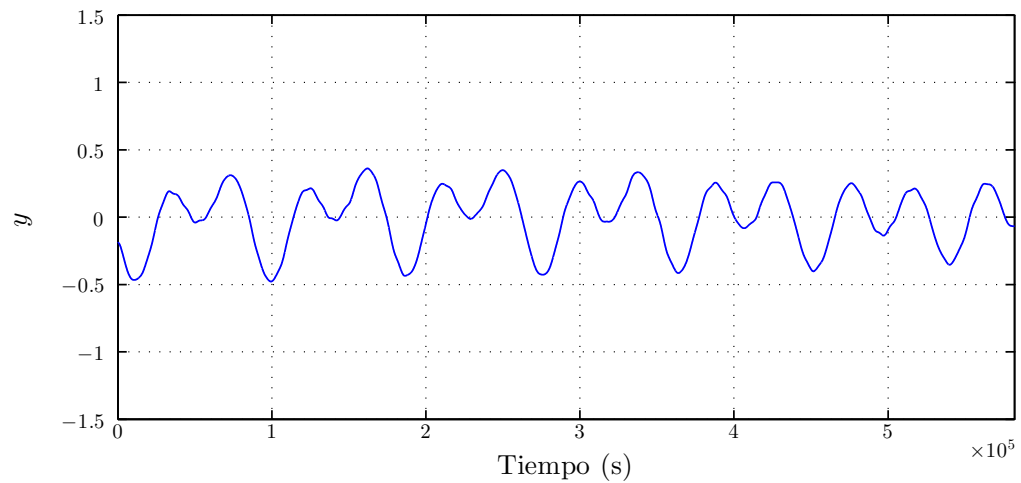




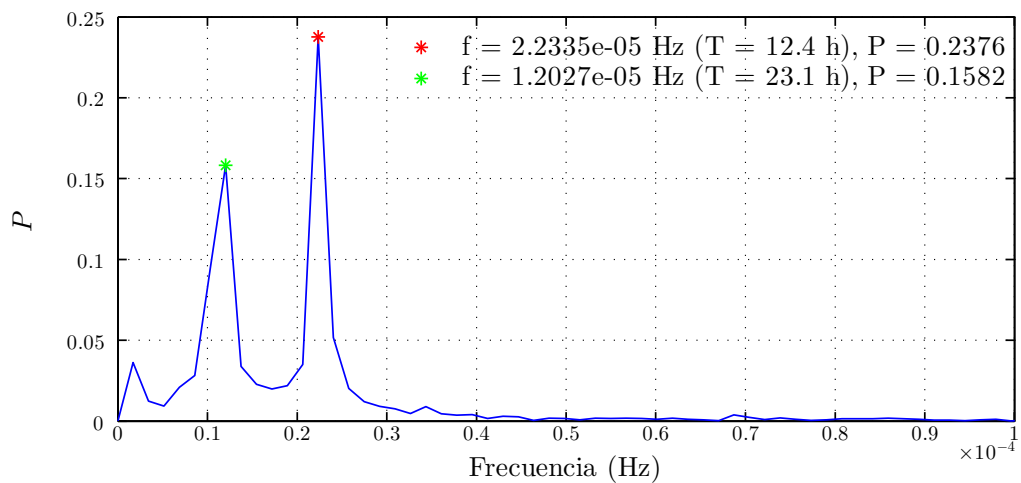
**Figura 20:** Espectro de potencia de la señal mareográfica filtrada indicando las frecuencias predominantes.



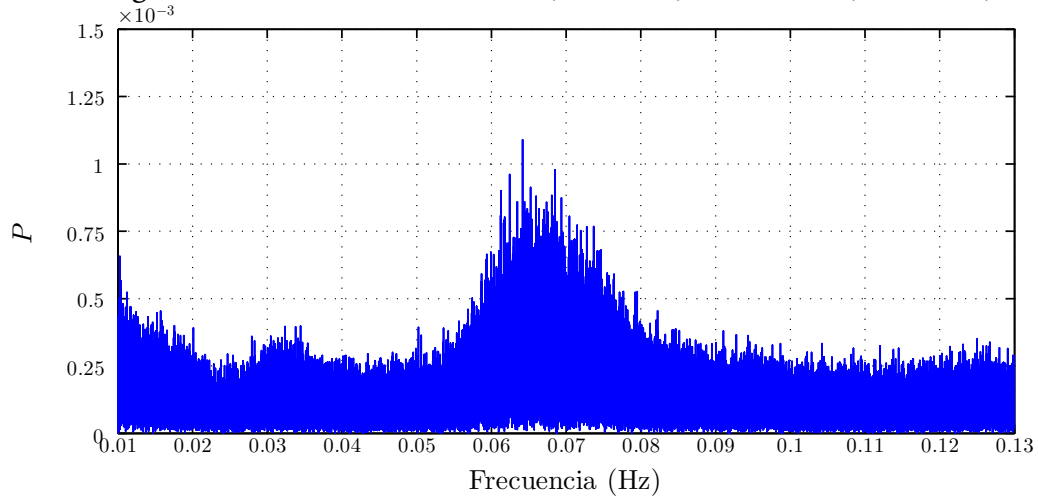
**Figura 21:** Señal mareográfica filtrada con un filtro pasa bajo con una frecuencias de corte de  $5,55 \times 10^{-4}$  Hz ( $T = 0.5$  h) para el estudio de la componente de mareas.



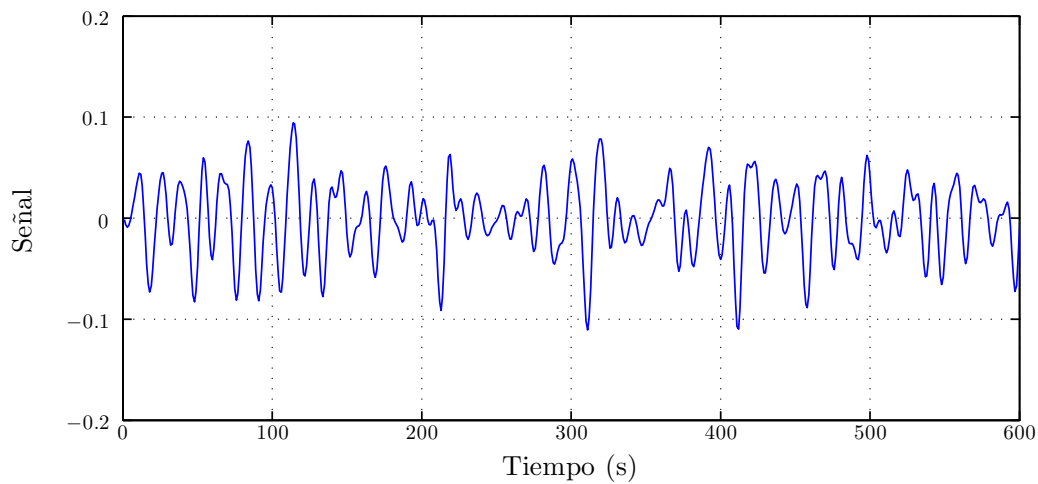
**Figura 22:** Espectro de potencia de la componente de mareas de la señal mareográfica filtrada indicando las frecuencias predominantes.



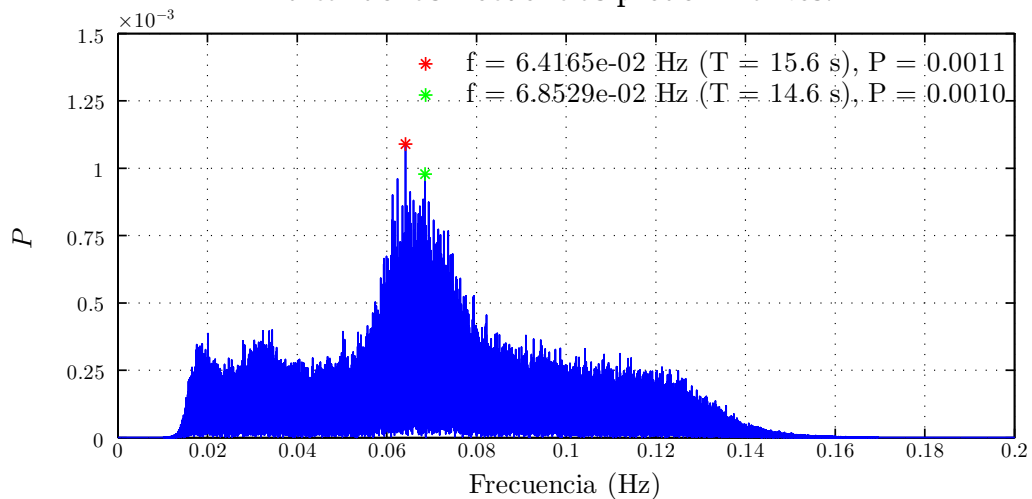
**Figura 23:** Acercamiento al espectro de potencia de la señal mareográfica filtrada en el rango de frecuencias de 0.01 Hz ( $T=100$  s) a 0.13 Hz ( $T=7.69$  s).



**Figura 24:** Seis (6) primeras horas de la señal mareográfica filtrada con un filtro pasa banda entre las frecuencias de 0.0167 Hz ( $T = 60$  s) y 0.1250 Hz ( $T = 8$  s) para el estudio de la componente de las olas.



**Figura 25:** Espectro de potencia de la componente de olas de la señal mareográfica filtrada indicando las frecuencias predominantes.



## Problema 4

Se tiene una señal sísmica de tres componentes para la estación de Ñaña <sup>3</sup>.

La estación está ubicada en :

- Latitud :  $11,988^\circ S$
- Longitud :  $76,842^\circ W$
- Altitud :  $575 \text{ m.s.n.m.}$

La ubicación del epicentro fue:

- Latitud :  $15,36^\circ S$
- Longitud :  $70,90^\circ W$
- Profundidad:  $180 \text{ km.}$

- a) Graficar la señal para las 3 componentes: Vertical (V), Norte (N), Este (E) en función del tiempo  $t$ .
- b) Hallar la distancia epicentral y la diferencia de tiempo de arribo entre la fase P y S.
- c) Hallar el contenido energético promedio de la señal.
- d) Hallar la magnitud del sismo.

*Sugerencia:* Revisar el artículo «Cálculo de la magnitud sísmica para la estación de Ñaña» <sup>4</sup>.

## Solución

---

<sup>3</sup><http://fenlab.9k.com/pds/nana.mat>

<sup>4</sup><http://www.rif-fisica.org/images/0/0b/101301755.pdf>

## Problema 5

Buscar los datos del precio del dólar desde el 1 de enero del 2013 hasta el 31 de diciembre del 2013.

- a) Completar la serie de tiempo para los sábados, domingos y feriados mediante interpolación. Graficar.
- b) Representar la serie en el dominio de la frecuencia. Identificar los picos principales y periodos de retorno.
- c) Filtre las fluctuaciones de alta frecuencia y grafique. ¿Cuál es la tendencia del precio del dólar?
- d) Pronostique el precio del dólar para el 1 de enero del 2014, en base a interpolación polinomial.

## Solución