Laboratorio N°4

Transformada de Fourier y filtros

Martín Josemaría Vuelta Rojas

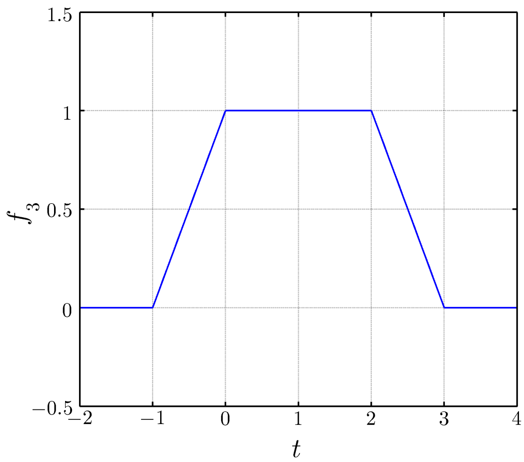
Problema 1

Graficar en MATLAB las señales a y b, y hallar la transformada de Fourier en forma analítica (usar propiedades):

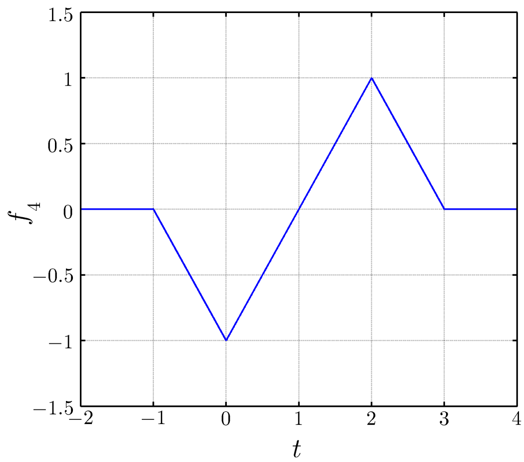
a) $f_1(t) = G\left(\frac{t}{2}\right) - G(t)$

b) $f_2(t) = 5G(t-1) - G(t+1)$

c) $f_3(t)$



d) $f_4(t)$



Nota: G es la función compuerta unitaria.

Solución

Definimos la función compuerta unitaria, G, empleando la función Θ de Heaviside de la siguiente manera

$$G(t) = \Theta\left(t + \frac{1}{2}\right) - \Theta\left(t - \frac{1}{2}\right).$$

Empleando la función G podemos definir la función triángulo, Λ, como

$$\Lambda(t) = (1 - 2|t|)\, G(t)$$

Con estas dos funciones definimos las funciones f_3 y f_4 como

$$f_3(t) = \Lambda\left(\frac{1}{2}t\right) + \Lambda\left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}\right) + \Lambda\left(\frac{1}{2}t + 1\right),$$

$$f_4(t) = -\Lambda\left(\frac{1}{2}t\right) + \Lambda\left(\frac{1}{2}t + 1\right).$$

Empleando la transformada de Fourier definida por

$$\mathcal{F}(f, t|\omega) = \widehat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t)\, dt$$

y que

$$\widehat{G}(\omega) = \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{2}\right),$$

$$\widehat{\Lambda}(\omega) = \frac{1}{2}\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{4}\right),$$

tenemos

a) $\widehat{f_1}(\omega)$

$$\begin{aligned}
\widehat{f_1}(\omega) &= \mathcal{F}\left(G, \left.\frac{t}{2}\right| \omega\right) - \mathcal{F}(G, t|\omega) \\
&= 2\mathcal{F}(G, t|2\omega) - \mathcal{F}(G, t|\omega) \\
&= 2\operatorname{sinc}(\omega) - \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{2}\right)
\end{aligned}$$

b) $\widehat{f_2}(\omega)$

$$\begin{aligned}
\widehat{f_2}(\omega) &= 5\mathcal{F}(G, t-1|\omega) - \mathcal{F}(G, t+1|\omega) \\
&= 5\exp(-i\omega)\,\mathcal{F}(G, t|\omega) - \exp(i\omega)\,\mathcal{F}(G, t|\omega) \\
&= 2\operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{2}\right)(2\cos(\omega) - 3i\sin(\omega))
\end{aligned}$$

c) $\widehat{f_3}(\omega)$

$$\begin{aligned}
\widehat{f_3}(\omega) &= \mathcal{F}\left(\Lambda, \left.\frac{t}{2}\right| \omega\right) + \mathcal{F}\left(\Lambda, \left.\frac{t}{2} + \frac{1}{2}\right| \omega\right) + \mathcal{F}\left(\Lambda, \left.\frac{t}{2} + 1\right| \omega\right) \\
&= 2\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) + 2\exp(i\omega)\,\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) + 2\exp(2i\omega)\,\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) \\
&= \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) + \exp(i\omega)\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) + \exp(2i\omega)\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \\
&= (1 + 2\cos(\omega))\exp(i\omega)\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right)
\end{aligned}$$

d) $\widehat{f_1}(\omega)$

$$\begin{aligned}
\widehat{f_3}(\omega) &= -\mathcal{F}\left(\Lambda, \left.\frac{t}{2}\right| \omega\right) + \mathcal{F}\left(\Lambda, \left.\frac{t}{2} + 1\right| \omega\right) \\
&= -2\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) + 2\exp(2i\omega)\,\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) \\
&= -\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) + \exp(2i\omega)\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \\
&= (\exp(2i\omega) - 1)\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right)
\end{aligned}$$

En MATLAB implementamos las funciones

Script 1 Función compuerta unitaria, $G(t)$.

```
function f = gate(t)
    f = heaviside(t+1/2)-heaviside(t-1/2);
end
```

Script 2 Función triángulo, $\Lambda(t)$.

```
function f = triangle(t)
    f = gate(t).*(1-2*abs(t));
end
```

Script 3 Función $f_1(t)$.

```
function f = p1_f1(t)
    f = gate(0.5*t) + gate(t);
end
```

Script 4 Función $f_2(t)$.

```
function f = p1_f2(t)
    f = 5*gate(t - 1) - gate(t + 1);
end
```

Script 5 Función $f_3(t)$.

```
function f = p1_f3(t)
    f = triangle(0.5*t)+triangle(0.5*(t-1))+triangle(0.5*(t-2));
end
```

Script 6 Función $f_4(t)$.

```
function f = p1_f4(t)
    f = -triangle(0.5*t)+triangle(0.5*(t-2));
end
```

Figura 1 Gráfico de la función f_1 y su espectro de potencia normalizado.

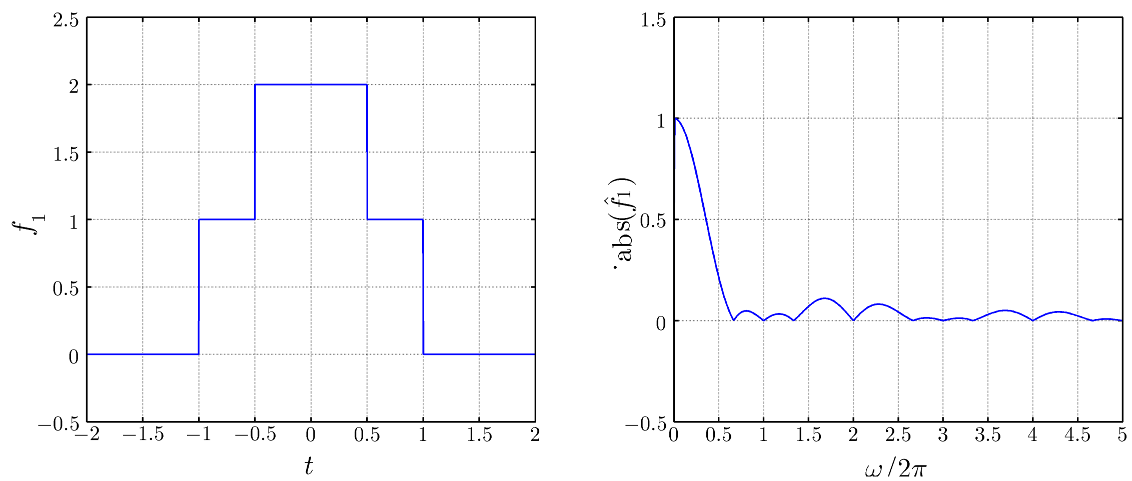


Figura 2 Gráfico de la función f_2 y su espectro de potencia normalizado.

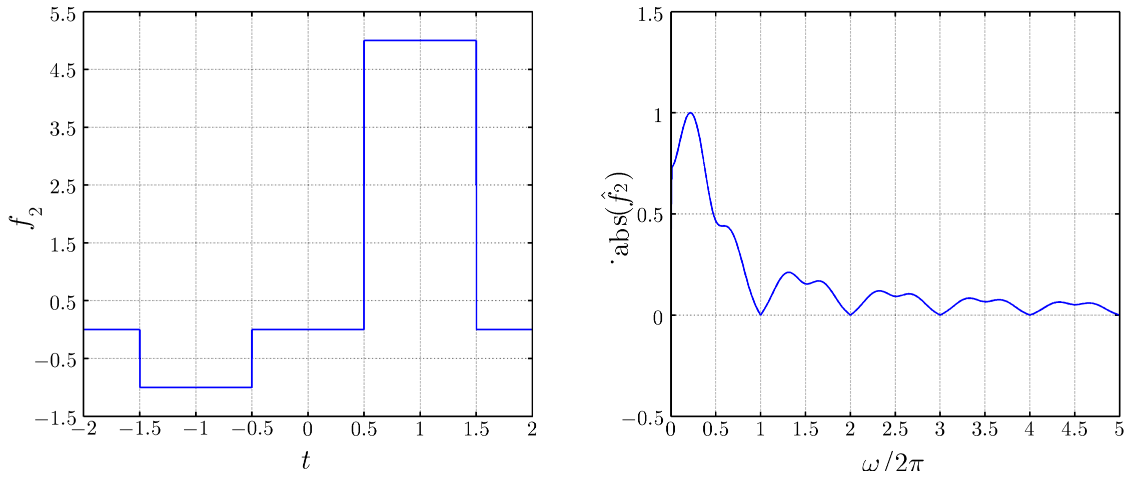


Figura 3 Gráfico de la función f_3 y su espectro de potencia normalizado.

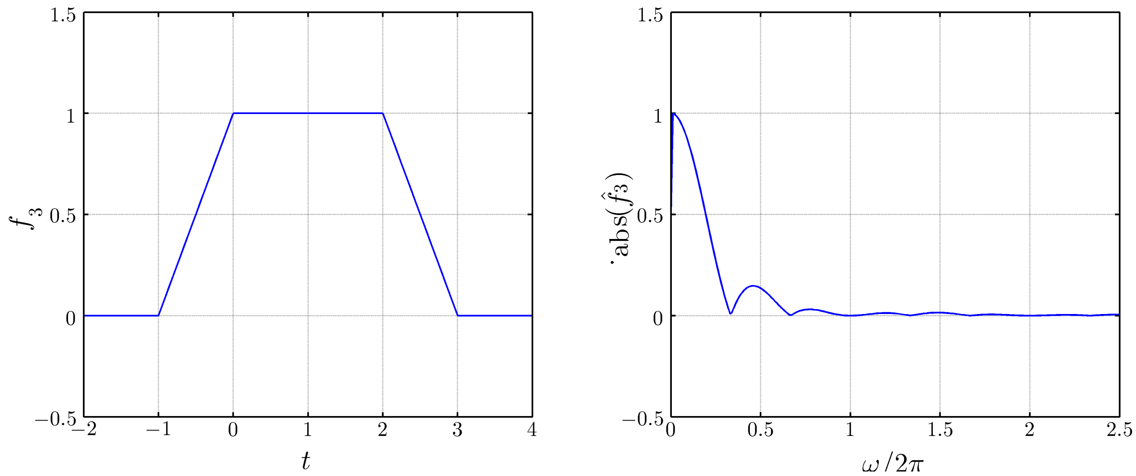
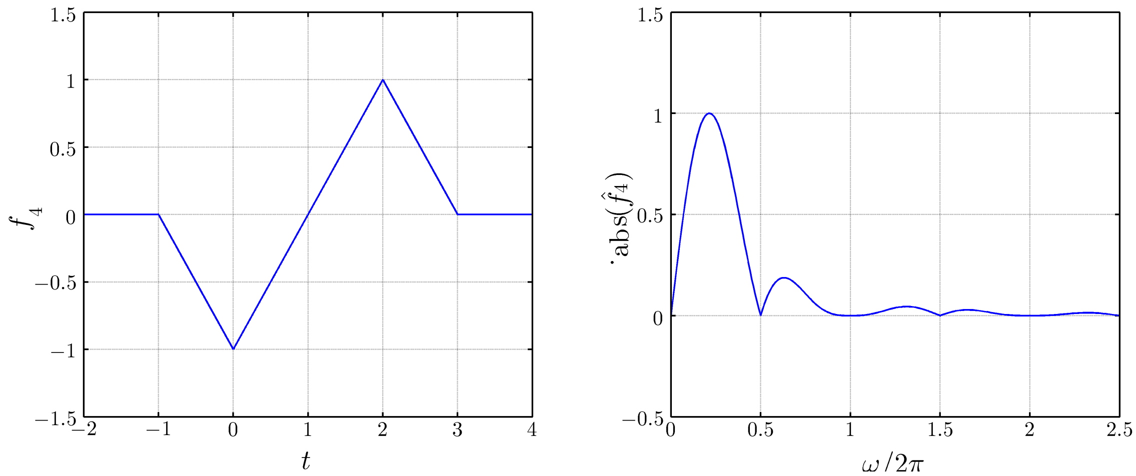


Figura 4 Gráfico de la función f_1 y su espectro de potencia normalizado.

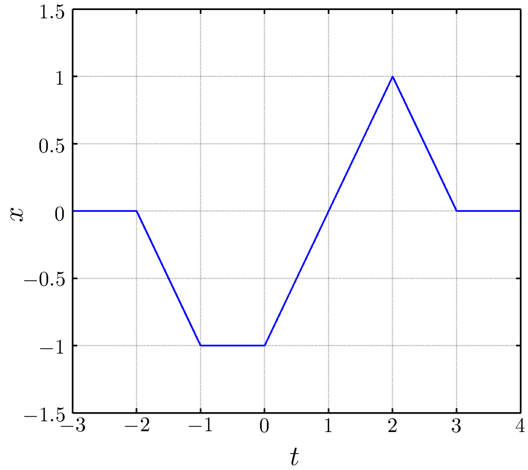


Script 7 Script para obtener las *figs.* 1, 2, 3 y 4.

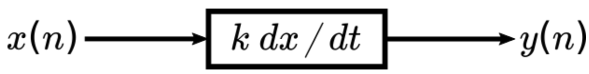
```
Fs = 1000;
T  = 1/Fs;
L  = 100000;

t = (-L/2:L/2)*T;
y = p1_f1(t);

plot(t,y)

Y = fft(y);
P2 = abs(Y/L);
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
P1 = P1/max(P1);
f = Fs*(0:(L/2))/L;

plot(f,P1)

t = (-L/2:L/2)*T;
y = p1_f2(t);

plot(t,y)

Y = fft(y);
P2 = abs(Y/L);
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
P1 = P1/max(P1);
f = Fs*(0:(L/2))/L;

plot(f,P1)

t = (-L/2:L/2)*T;
y = p1_f3(t);

plot(t,y)

Y = fft(y);
P2 = abs(Y/L);
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
P1 = P1/max(P1);
f = Fs*(0:(L/2))/L;

plot(f,P1)

t = (-L/2:L/2)*T;
y = p1_f4(t);

plot(t,y)

Y = fft(y);
P2 = abs(Y/L);
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
P1 = P1/max(P1);
f = Fs*(0:(L/2))/L;

plot(f,P1)
```

Problema 2

Hallar la transformada de Fourier de $x(t)$ y graficar en Matlab:



Si $x(t)$ pasa a través del bloque de la figura, calcule la transformada de Fourier de $y(t)$.



Solución

La función $x(t)$ se puede modelar empleando la función triángulo como

$$x(t) = -\Lambda\left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}\right) - \Lambda\left(\frac{1}{2}t\right) + \Lambda\left(\frac{1}{2}t - 1\right).$$

Así, la transformada de fourier vendrá dada por:

$$\begin{aligned}
\widehat{f}(\omega) &= -\mathcal{F}\left(\Lambda, \frac{t}{2} + \frac{1}{2}\middle|\, \omega\right) - \mathcal{F}\left(\Lambda, \frac{t}{2}\middle|\, \omega\right) + \mathcal{F}\left(\Lambda, \frac{t}{2}\middle|\, \omega\right) \\
&= -2\mathcal{F}(\Lambda, t+1|2\omega) - 2\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) + 2\mathcal{F}(\Lambda, t-2|\,2\omega) \\
&= -2\exp(i\omega)\,\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) - 2\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) + 2\exp(-2i\omega)\,\mathcal{F}(\Lambda, t|2\omega) \\
&= -\exp(i\omega)\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) - \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) + \exp(-2i\omega)\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \\
&= (-\exp(i\omega) - 1 + \exp(-2i\omega))\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right)
\end{aligned}$$

En MATLAB implementamos la función $x(t)$ en términos de la función triángulo tal como muestra el *script 8* y calculamos su espectro de potencia según el *script 9* para obtner la *figura 5*

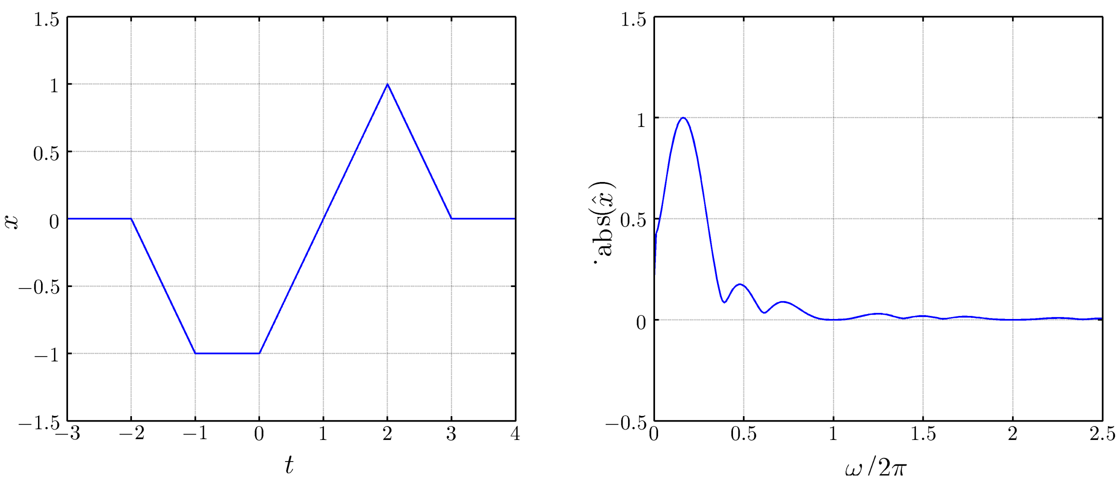
Script 8 Función $x(t)$.

```
function f = p2_x(t)
  f = -triangle(0.5*(t+1))-triangle(0.5*(t))+triangle(0.5*(t-2));
end
```

Script 9 Función $x(t)$.

```
Fs = 1000;
T  = 1/Fs;
L  = 100000;

t = (-L/2:L/2)*T;
x = p2_x(t);

plot(t,x)

X = fft(x);
P2 = abs(X/L);
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
P1 = P1/max(P1);
f = Fs*(0:(L/2))/L;

plot(f,P1)
```

Figura 5 Función $x(t)$ y espectro su espectro de potencia normalizado.



La respuesta del sistema, representado por el bloque, al paso de la señal $x(t)$ será

$$y(t) = kx(\tau) * \frac{dx(\tau)}{d\tau}$$

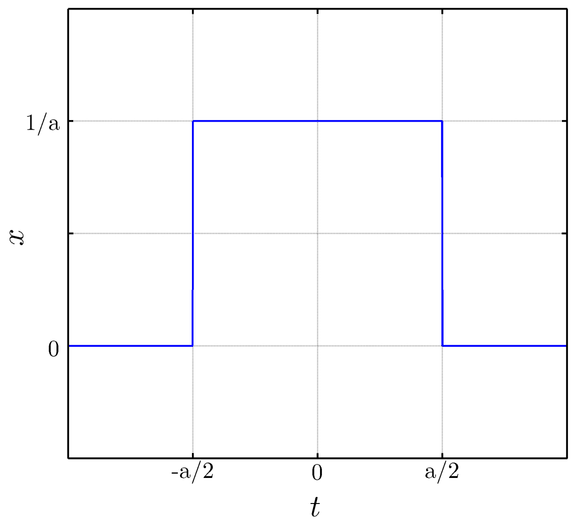
La transformada de Fourier de la salida $y(t)$ estará dada por

$$\begin{aligned}
\widehat{y}(\omega) &= \mathcal{F}\left(kx * \frac{dx}{dt}, t \middle| \omega\right) \\
&= k\mathcal{F}(x, t|\omega)\,\mathcal{F}\left(\frac{dx}{dt}, t \middle| \omega\right) \\
&= i\omega k\mathcal{F}(x, t|\omega)\,\mathcal{F}(x, t|\omega) \\
&= i\omega k\left(-\exp(i\omega) - 1 + \exp(-2i\omega)\right)^2 \operatorname{sinc}^4\left(\frac{\omega}{2}\right)
\end{aligned}$$

Problema 3

Halle y grafique la transformada de Fourier de las siguientes señales:

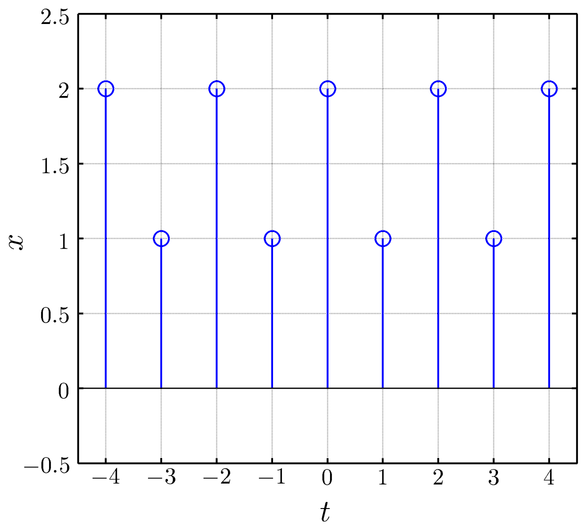
a) $x(t)$



b) La función periódica mostrada en la figura:

$$x(n) = \begin{cases} 1 & ; \quad \text{Si } n \text{ impar} \\ 2 & ; \quad \text{Si } n \text{ par} \end{cases}$$

con $n \in \mathbb{Z}$.



c) $f(t)$

$$f(t) = t^2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Solución

a) Modelamos la función $x(t)$ empleando la función Θ de Heavisde.

$$x(t) = \frac{1}{a}\left(\Theta\left(t+\frac{a}{2}\right) - \Theta\left(t-\frac{a}{2}\right)\right).$$

De modo que la transformada de Fourier estará dada por

$$\begin{aligned}
\widehat{x}(\omega) &= \frac{1}{a}\left(\mathcal{F}\left(\Theta, t+\frac{a}{2}\middle|\,\omega\right) - \mathcal{F}\left(\Theta, t-\frac{a}{2}\middle|\,\omega\right)\right) \\
&= \frac{1}{a}\left(\exp\left(i\omega\frac{a}{2}\right)\mathcal{F}(\Theta, t|\omega) - \exp\left(-i\omega\frac{a}{2}\right)\mathcal{F}(\Theta, t|\omega)\right) \\
&= \frac{1}{a}\left(-\frac{i}{\omega}\exp\left(i\omega\frac{a}{2}\right) + \frac{i}{\omega}\exp\left(-i\omega\frac{a}{2}\right)\right) \\
&= \operatorname{sinc}\left(\frac{a\omega}{2}\right)
\end{aligned}$$

b) Modelamos la función $x(x)$ como una serie infinita de impulsos unitarios

$$G(t) = \sum_{k=\infty}^{\infty}\left(\delta(t-k) + \delta(t-2k)\right).$$

De modo que la transformada de Fourier estará dada por

$$\begin{aligned}
\widehat{x}(\omega) &= \frac{1}{a}\left(\mathcal{F}\left(\Theta, t+\frac{a}{2}\middle|\,\omega\right) - \mathcal{F}\left(\Theta, t-\frac{a}{2}\middle|\,\omega\right)\right) \\
&= \frac{1}{a}\left(\exp\left(i\omega\frac{a}{2}\right)\mathcal{F}(\Theta, t|\omega) - \exp\left(-i\omega\frac{a}{2}\right)\mathcal{F}(\Theta, t|\omega)\right) \\
&= \frac{1}{a}\left(-\frac{i}{\omega}\exp\left(i\omega\frac{a}{2}\right) + \frac{i}{\omega}\exp\left(-i\omega\frac{a}{2}\right)\right) \\
&= \operatorname{sinc}\left(\frac{a\omega}{2}\right)
\end{aligned}$$

c) La transformada de $f(t)$ viene dada por

$$f(t) = t^2\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\begin{aligned}
\widehat{f}(\omega) &= \mathcal{F}(f, -t/|\omega) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} t^2\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\exp(-i\omega t)\,dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} t^2\exp\left(-i\left(\omega-\frac{i}{\tau}\right)t\right)dt \\
&= -2\pi\delta\left(\omega-\frac{i}{\tau}\right)
\end{aligned}$$

Donde δ es la función Delta de Dirac.

$x(n) = u(-n) - u(-n-2)$ y $h(n) = u(n-1) - u(n-4)$

$$\begin{aligned}
y(m) &= x(n) * h(n) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, h(m-n) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [u(-n) - u(-n-2)]\, [u(m-n-1) - u(m-n-4)] \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(-n)\, u(m-n-1) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(-n-2)\, u(m-n-1) - \\
&\quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(-n)\, u(m-n-4) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(-n-2)\, u(m-n-4)
\end{aligned}$$

Cuando $m < 0$:

$$\begin{aligned} y\left(m\right) &= \sum_{n=-\infty}^{m-1} 1 - \sum_{n=-\infty}^{m-1} 1 - \sum_{n=-\infty}^{m-4} 1 + \sum_{n=-\infty}^{m-4} 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Cuando $m = 0$:

$$\begin{aligned} y\left(m\right) &= \sum_{n=-\infty}^{-1} 1 - \sum_{n=-\infty}^{-2} 1 - \sum_{n=-\infty}^{-3} 1 + \sum_{n=-\infty}^{-3} 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Cuando $0 < m \wedge m < 3$:

$$\begin{aligned} y\left(m\right) &= \sum_{n=-\infty}^{0} 1 - \sum_{n=-\infty}^{-2} 1 - \sum_{n=-\infty}^{-2} 1 + \sum_{n=-\infty}^{-2} 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Cuando $m = 3$:

$$\begin{aligned} y\left(m\right) &= \sum_{n=-\infty}^{0} 1 - \sum_{n=-\infty}^{-2} 1 - \sum_{n=-\infty}^{-1} 1 + \sum_{n=-\infty}^{-2} 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Cuando $m > 3$:

$$\begin{aligned} y\left(m\right) &= \sum_{n=-\infty}^{0} 1 - \sum_{n=-\infty}^{-1} 1 - \sum_{n=-\infty}^{0} 1 + \sum_{n=-\infty}^{-1} 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Finalmente

$$y\left(m\right) = \begin{cases} 0 & ; \quad m < 0 \vee 3 < m \\ 1 & ; \quad m = 0 \vee m = 3 \\ 2 & ; \quad 0 < m \wedge m < 3 \end{cases}$$

d) $x(n) = u(n)$ y $h(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u(-n)$

$$\begin{aligned}
y(m) &= x(n) * h(n) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, h(m-n) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-m} u(n-m) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-m} u(n)\, u(n-m)
\end{aligned}$$

Cuando $m < 0$:

$$\begin{aligned}
y(m) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-m} u(n)\, u(n-m) \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-m} \\
&= 2^{m} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n} \\
&= 2^{1+m}
\end{aligned}$$

Cuando $0 \leq m$:

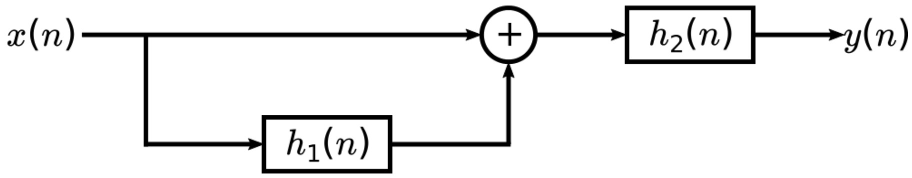
$$\begin{aligned}
y(m) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-m} u(n)\, u(n-m) \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-m} \\
&= 2^{m} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n} \\
&= 2^{1+m}
\end{aligned}$$

e) $x(t) = \exp(-at)\, u(t)$ y $h(t) = \exp(-at)\, u(t)$

$$\begin{aligned}
y(\tau) &= x(t) * h(t) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, h(\tau - t)\, dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-at)\, u(t) \exp(-a\tau + at)\, u(t-\tau) dt \\
&= \int_{0}^{\tau} \exp(-a\tau)\, dt \\
&= \exp(-a\tau)\, \tau
\end{aligned}$$

Problema 4

Para el diagrama de bloques mostrado



Donde

$$h_1(n) = \beta\delta(n-1)$$

y

$$h_2(n) = \exp(\alpha)\,\delta(n)$$

a) Escribir la ecuación en diferencias que relaciona la entrada con la salida

b) Hallar α y β, de tal forma que la salida sea el promedio entre la entrada en el instante n y la entrada en el instante $n-1$.

Solución

a) La ecuación en diferencias se obtiene de calcular

$$y(n) = [(x + x * h_1) * h_2](n)$$

Resolviendo $[x * h_1](n)$, tenemos

$$\begin{aligned} y_1(n) &= x(m) * h_1(m) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\,h_1(n-m) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\,\beta\delta(n-m-1) \\ &= \beta x(n-1) \end{aligned}$$

Haciendo $y_2(n) = y_1(n) + x(n)$, calculamos $[y_2 * h_2](n)$ como

$$\begin{aligned} y(n) &= y_2(m) * h_2(m) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y_2(m) h_2(n-m) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} [y_1(m) + x(m)] \exp(\alpha)\,\delta(n-m) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} [\beta x(m-1) + x(m)] \exp(\alpha)\,\delta(n-m) \\ &= [\beta x(n-1) + x(n)] \exp(\alpha) \end{aligned}$$

De modo que la ecuación en diferencias del sistema queda expresada como

$$y(n) = [\beta x(n-1) + x(n)] \exp(\alpha)$$

b) Para que la señal de salida sea igual al promedio de los valores de la señal de entrada en el instante n y en el instante $n-1$ se debe resolver el sistema

$$\begin{cases} \exp(\alpha) & = & \dfrac{1}{2} \\ \exp(\alpha)\,\beta & = & \dfrac{1}{2} \end{cases} \tag{1}$$

De donde resulta

$$\alpha = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \wedge \beta = 1$$

Problema 5

Dada la siguiente ecuación en diferencias

$$y\,(n) = -ay\,(n-1) + bx\,(n) + cx\,(n-1)\,,$$

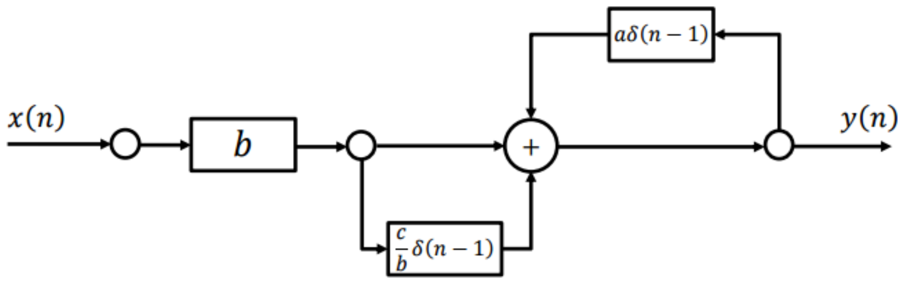
realizar una representación en diagrama de bloques.

Solución

Expresando la ecuación en diferencias como:

$$y\,(n) = -ay\,(n) * \delta\,(n-1) + bx\,(n) * \delta\,(n) + cx\,(n-1) * \delta\,(n-1)$$

De modo que el diagrama de bloques resultante es



Problema 6

Realizar en MATLAB la convolución del siguiente par de señales:

1. $x(n) = (-1)^n (u(n) - u(-n-8))$
2. $h(n) = u(n) - u(n-8)$

Graficar la señal resultante, $y(n) = x(n) * h(n)$. Usar el comando `stem`.

Solución

xpresamos las funciones x y h en términos de la función escalón unitario u.

Script 10 Función escalón unitario

```
function f = escalon(x,y,z)
    switch (nargin)
        case 1, f = 1.*(x>=0);
        case 2, f = 1.*(x>=y);
        case 3, f = z.*(x>=y);
        otherwise
            fprintf('Error: Revise los argumentos de entrada')
end
```

Script 11 Función $x(n)$

```
function f = p6_X( n )
    f = ((-1).^n).*(escalon(n)-escalon(-n-8));
end
```

Script 12 Función $h(n)$

```
function f = p3_H( n )
    f = escalon(n)-escalon(n-8);
end
```

Figura 6 Gráfico de la función $x(n)$ del *script 11*.

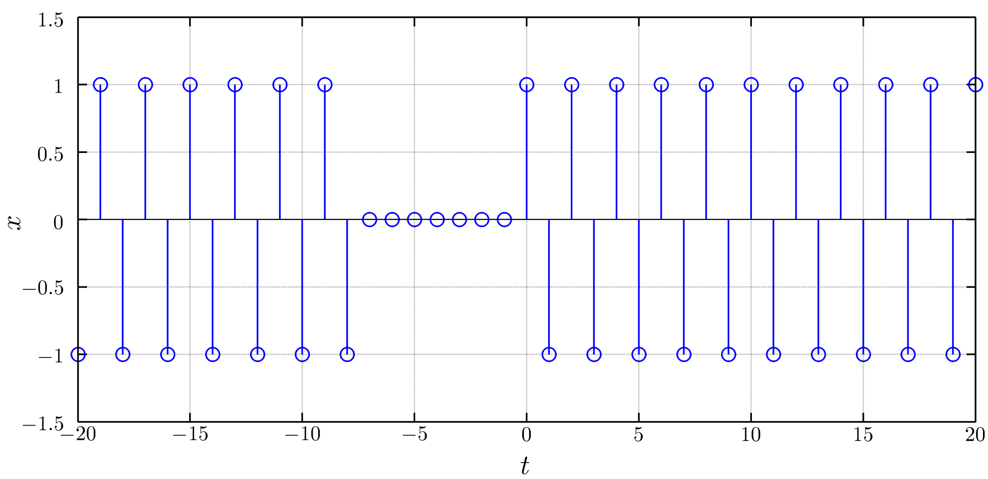
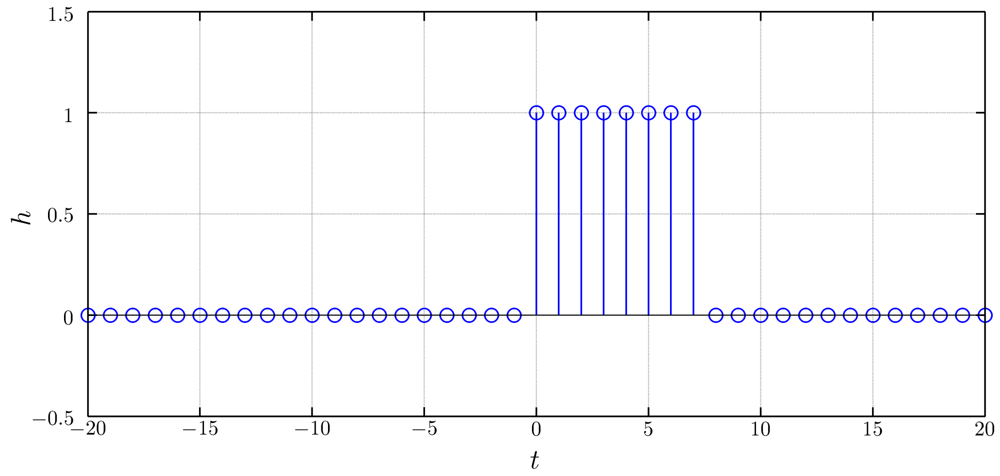


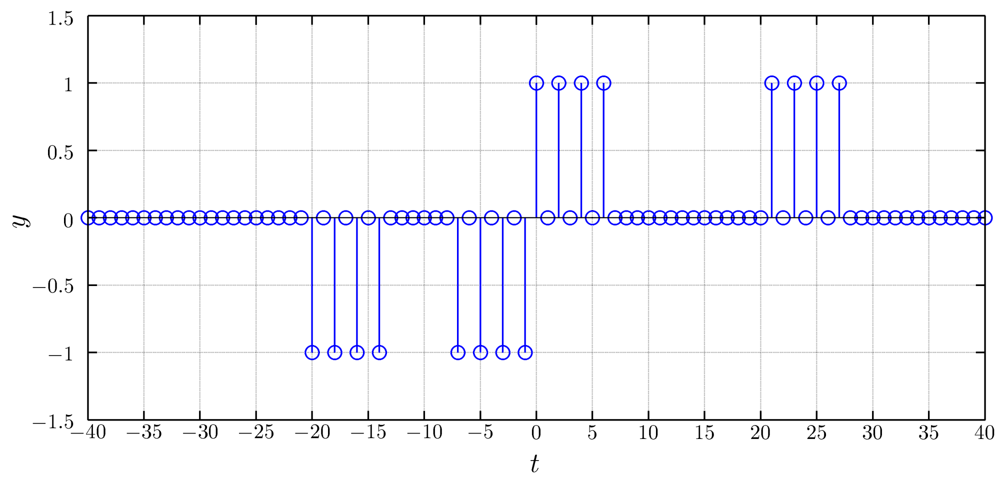
Figura 7 Gráfico de la función $x\left(n\right)$ del *script* *12*.



Script 13 Convlución de las señales $x\left(n\right)$ y $h\left(n\right)$

```
n = -20:1:20;
X = p6_X(n);
H = p6_H(n);
Y = conv(X,H);
stem(-40:1:40,Y)
```

Figura 8 Gráfico de la función $y\left(n\right) = x\left(n\right) * h\left(n\right)$ del *script* *13*.



Problema 7

Considere un sistema lineal e invariante en el tiempo, causal, cuya entrada $x(n)$ y salida $y(n)$ estén relacionadas por la ecuación de diferencias:

$$y(n) = 0{,}25y(n-1) + x(n)$$

Determine $y(n)$ si $x(n) = \delta(n-1)$.
Grafique en MATLAB la salida $y(n)$, use el comando `stem`.

Solución

Para $n = 1$ tenemos

$$\begin{aligned} y(1) &= 0{,}25y(0) + x(1) \\ &= 0{,}25y(0) + \delta(0) \\ &= 0{,}25y(0) + 1 \end{aligned}$$

Suponiendo que la señal $y(n)$ es nula antes antes de $n = 1$ tenemos

$$\begin{aligned} y(0) &= 0 \\ y(1) &= 1 \end{aligned}$$

Con estos valores en la definición de $y(n)$ obtenemos que

$$y(n) = \frac{1}{4^{n-1}} u(n-1)$$

La implementación y la gráfica que se obtienen de MATLAB se muestran en el *script 14* y la *script 9* respectivamente.

Script 14 Función $y(n)$

```
function f = p7_Y( n )
    f = ((0.25).^(n-1)).*escalon(n-1);
end
```

Figura 9 Gráfico de la función $y(n)$ calculada *figura 14*.