

ทวน



5. แรงของของไหลที่กระทำต่อแผ่นราบ(Hydrostatic Forces on Plane Surface)

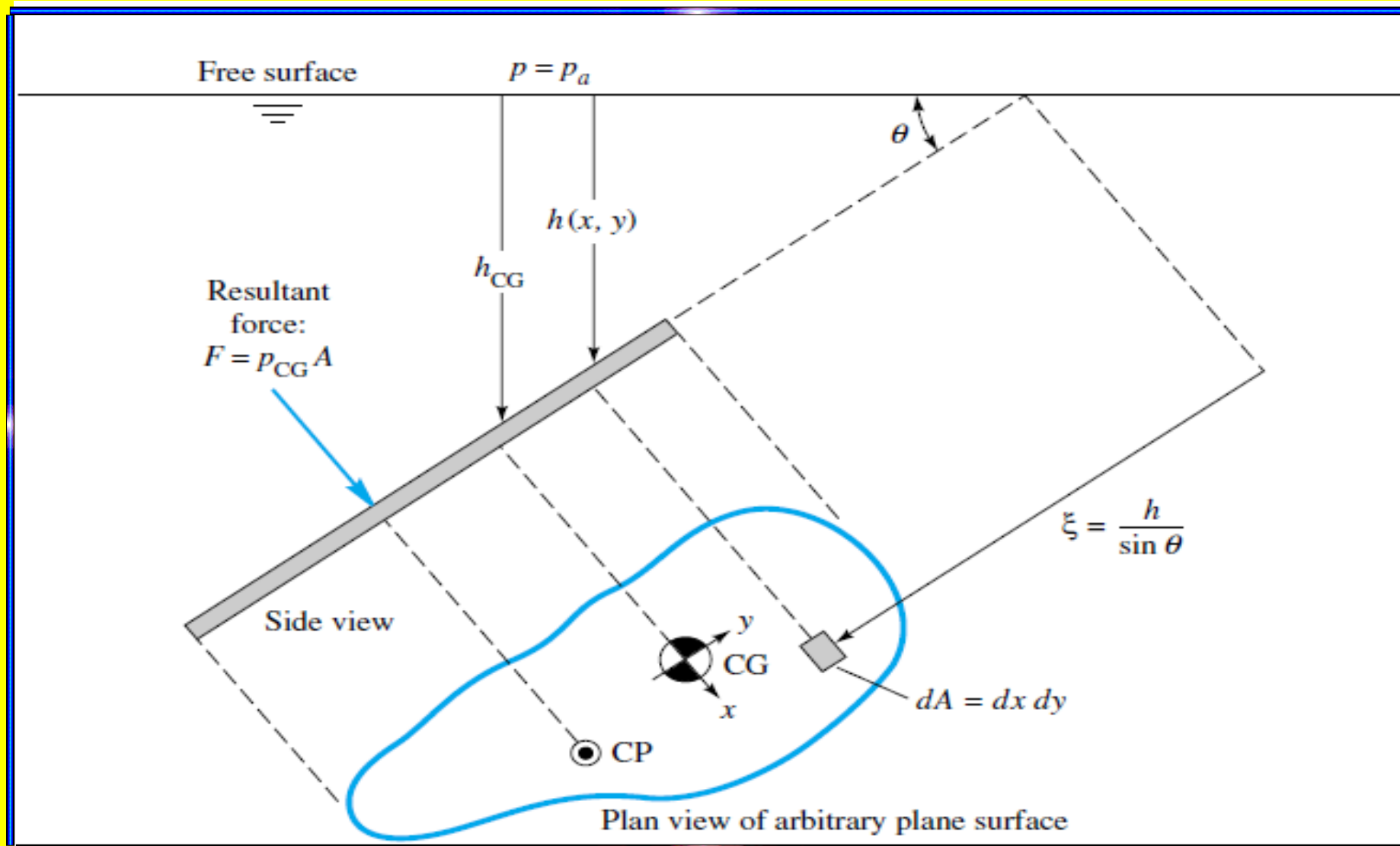
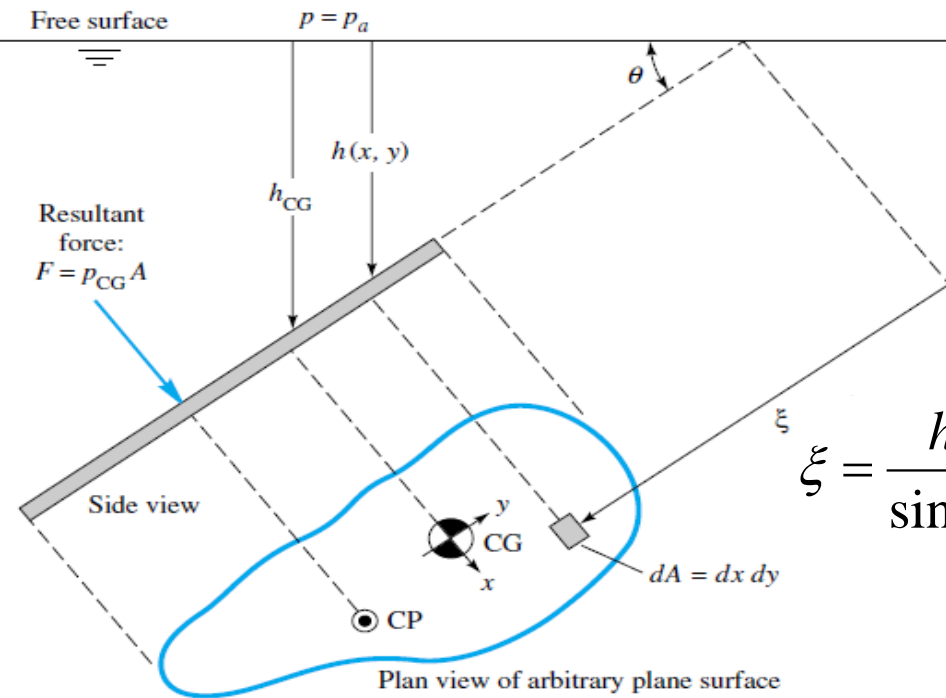


Fig Hydrostatic force and center of pressure on an arbitrary plane surface of area A inclined at an angle θ below the free surface.



$$F = \int p \, dA = \int (p_a + \gamma h) \, dA = p_a A + \gamma \int h \, dA \quad \dots(2.35)$$

$$\xi = \frac{h}{\sin \theta} \rightarrow h = \xi \sin \theta$$

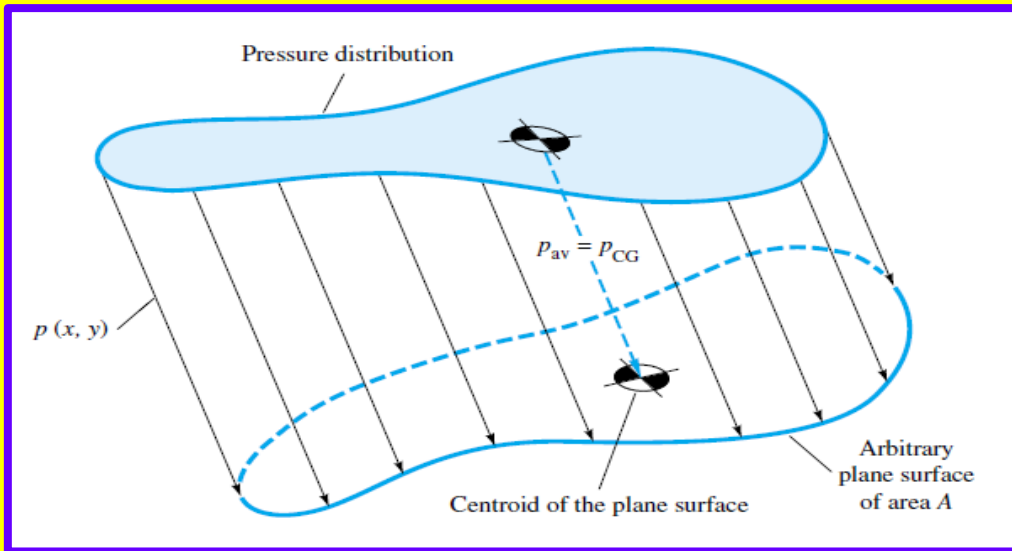
$$\xi_{CG} = \frac{1}{A} \int \xi \, dA \quad (2.36)$$

Therefore, since θ is constant along the plate, Eq. (2.35) becomes

$$F = p_a A + \gamma \sin \theta \int \xi \, dA = p_a A + \gamma \sin \theta \, \xi_{CG} A \quad (2.37)$$

Finally, unravel this by noticing that $\xi_{CG} \sin \theta = h_{CG}$, the depth straight down from the surface to the plate centroid. Thus

$$F = p_a A + \gamma h_{CG} A = (p_a + \gamma h_{CG}) A = p_{CG} A \quad (2.38)$$



$$F = p_{CG} A$$

หาจุด CP

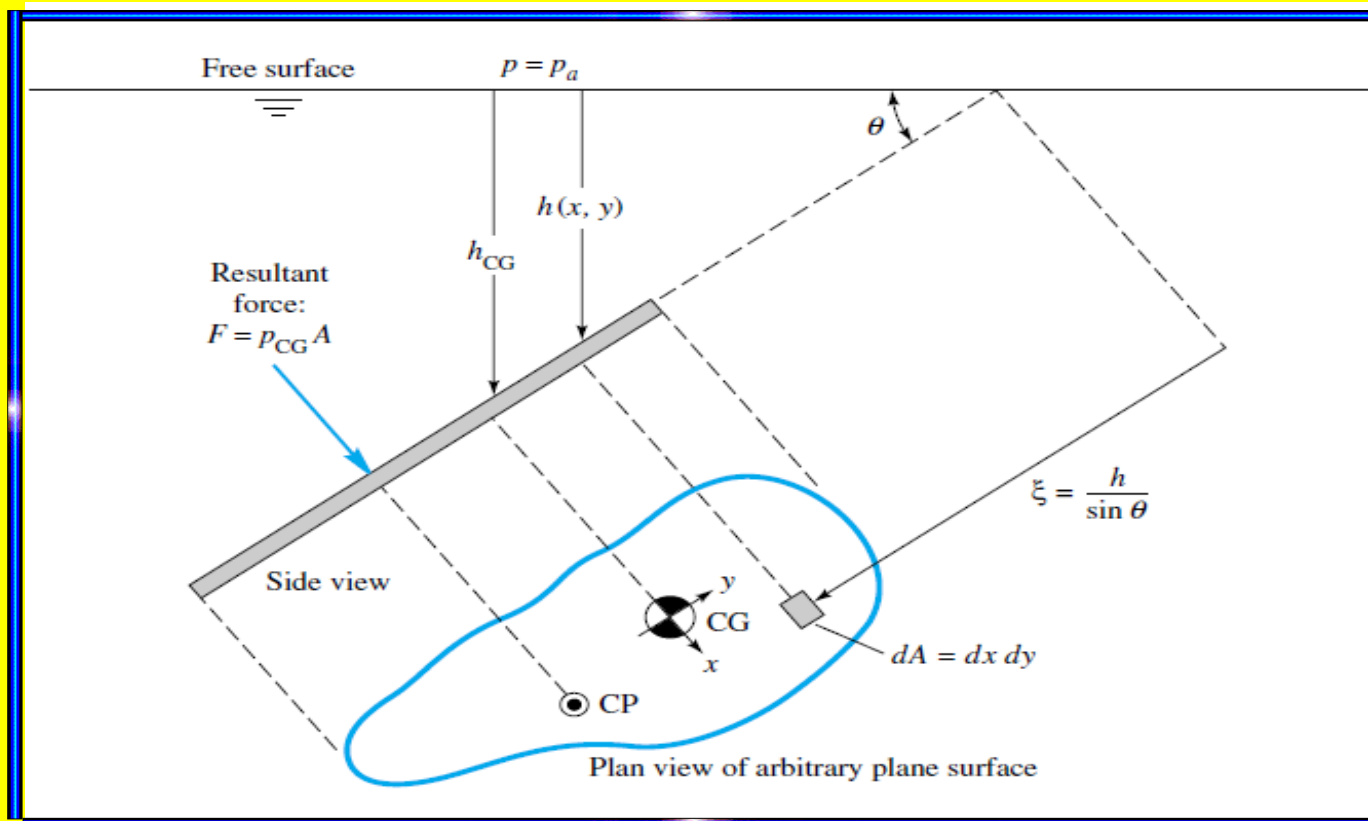
$$F y_{CP} = \int y p(dA) = \int y (p_a + \gamma \xi \sin \theta) dA$$

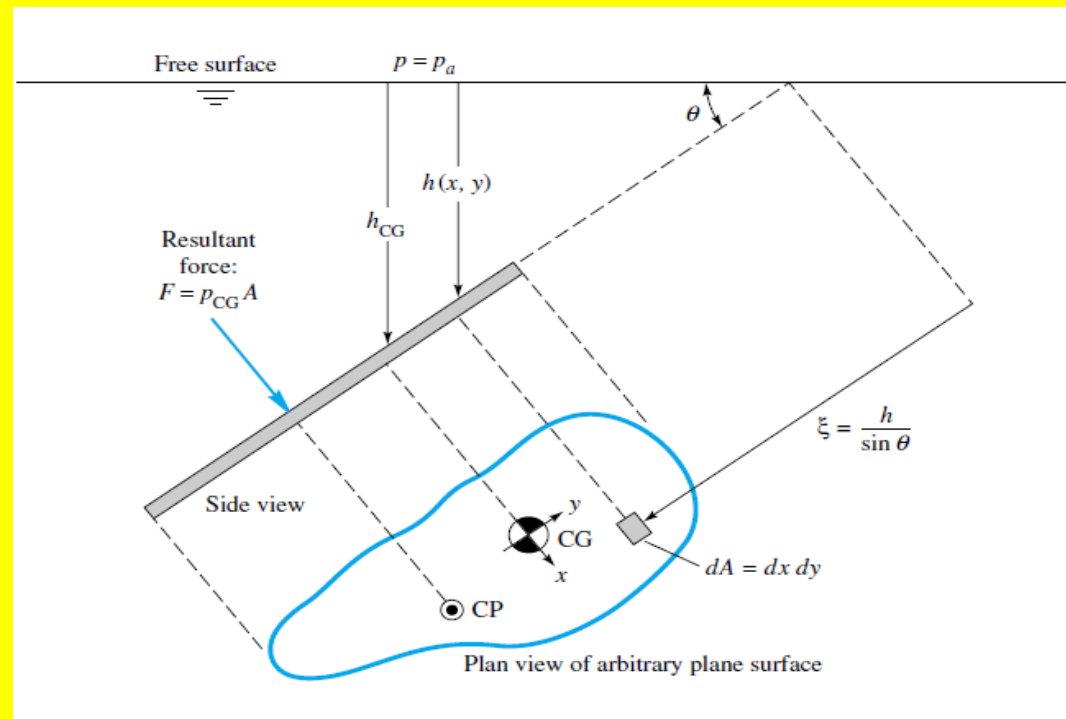
$$= \gamma \sin \theta \int y \xi dA \quad \dots (2.39)$$

$$\xi = \xi_{CG} - y$$

$$F Y_{CP} = \gamma \sin \theta \left(\xi_{CG} \int y dA - \int y^2 dA \right)$$

$$Y_{CP} = -\gamma (\sin \theta) \frac{I_{XX}}{p_{CG} A} \quad \dots (2.41)$$





$$\begin{aligned}
 Fx_{CP} &= \int xp \, dA = \int x[p_a + \gamma(\xi_{CG} - y) \sin \theta] \, dA \\
 &= -\gamma \sin \theta \int xy \, dA = -\gamma \sin \theta I_{xy}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

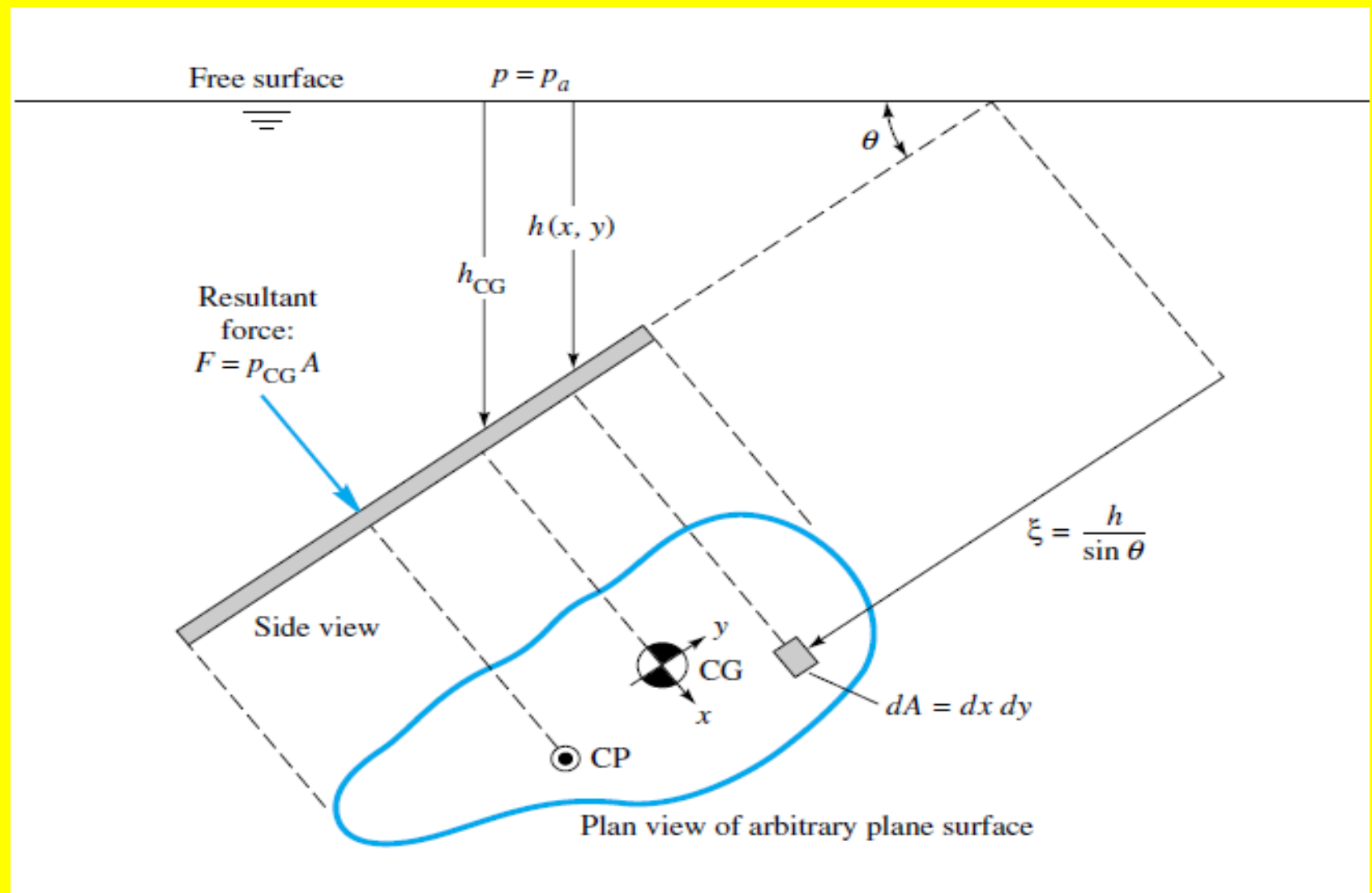
where I_{xy} is the product of inertia of the plate, again computed in the plane of the plate. Substituting for F gives

$$x_{CP} = -\gamma \sin \theta \frac{I_{xy}}{p_{CG}A} \tag{2.43}$$

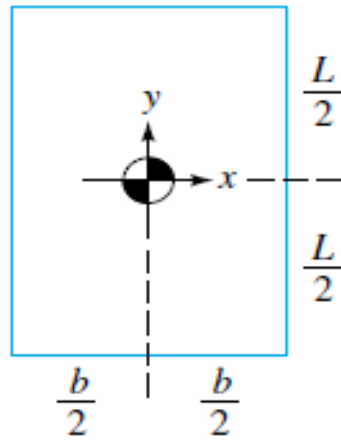
$$Y_{CP} = -\gamma \sin \theta \frac{I_{xx}}{p_{CG} A}$$

$$X_{CP} = -\gamma \sin \theta \frac{I_{xy}}{p_{CG} A}$$

$$p_{CG} = \gamma h_{CG} A$$



$$F = \gamma h_{CG} A \quad y_{CP} = -\frac{I_{xx} \sin \theta}{h_{CG} A} \quad x_{CP} = -\frac{I_{xy} \sin \theta}{h_{CG} A} \quad (2.44)$$

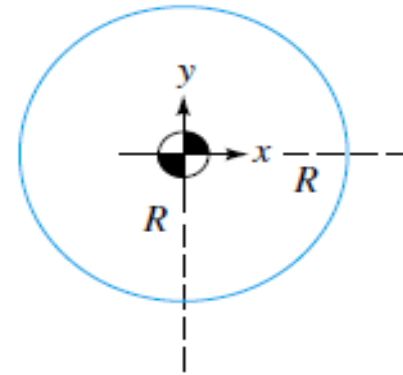


(a)

$$A = bL$$

$$I_{xx} = \frac{bL^3}{12}$$

$$I_{xy} = 0$$

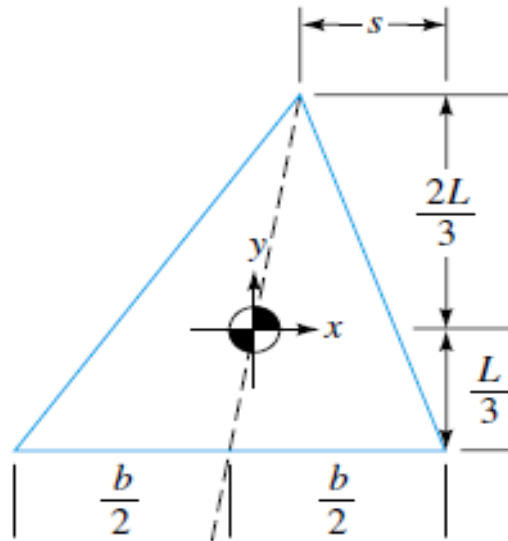


(b)

$$A = \pi R^2$$

$$I_{xx} = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$I_{xy} = 0$$

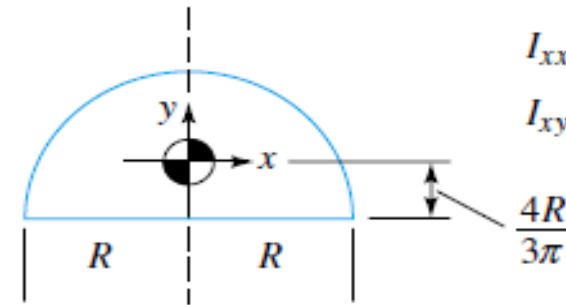


(c)

$$A = \frac{bL}{2}$$

$$I_{xx} = \frac{bL^3}{36}$$

$$I_{xy} = \frac{b(b-2s)L^2}{72}$$



(d)

$$A = \frac{\pi R^2}{2}$$

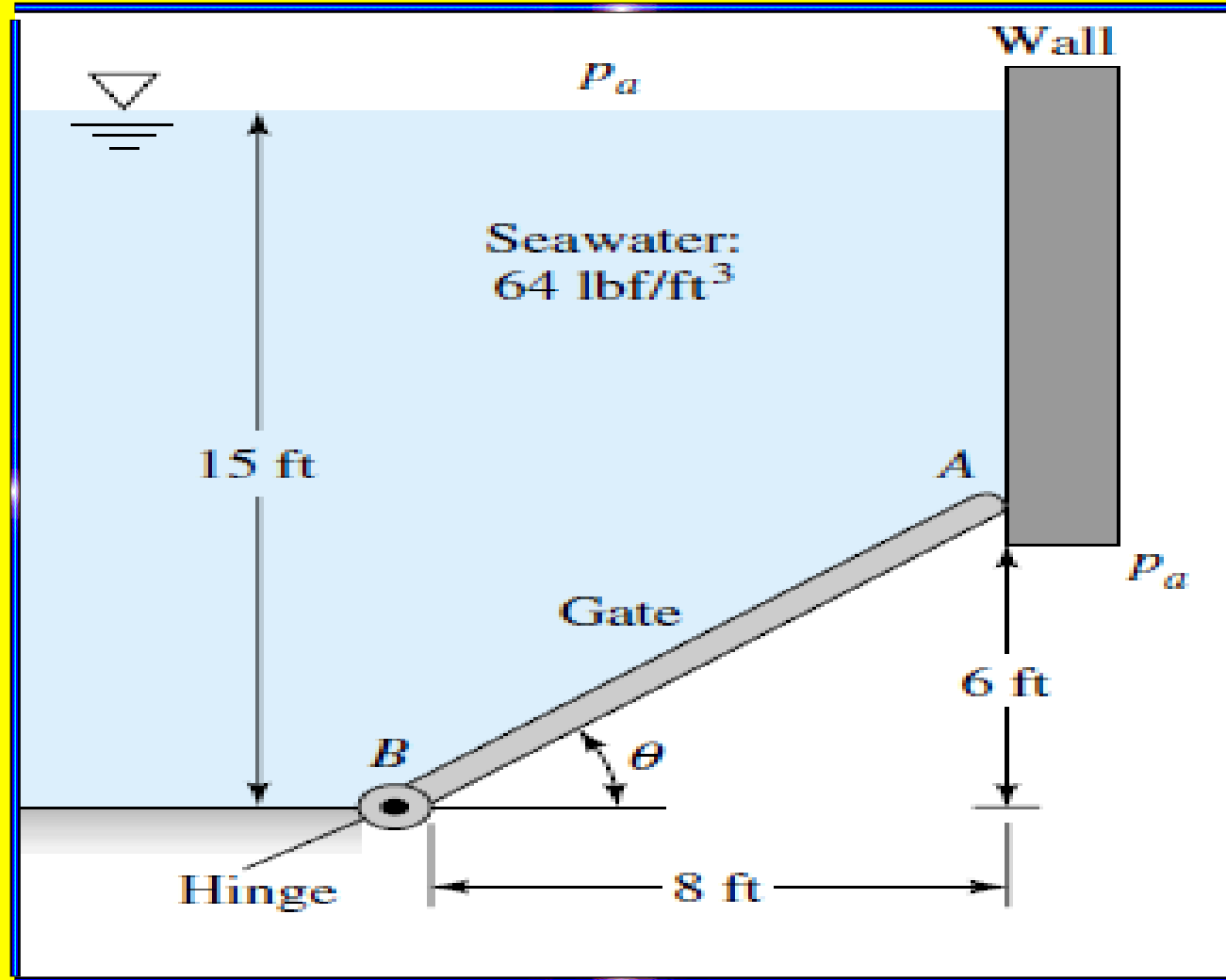
$$I_{xx} = 0.10976R^4$$

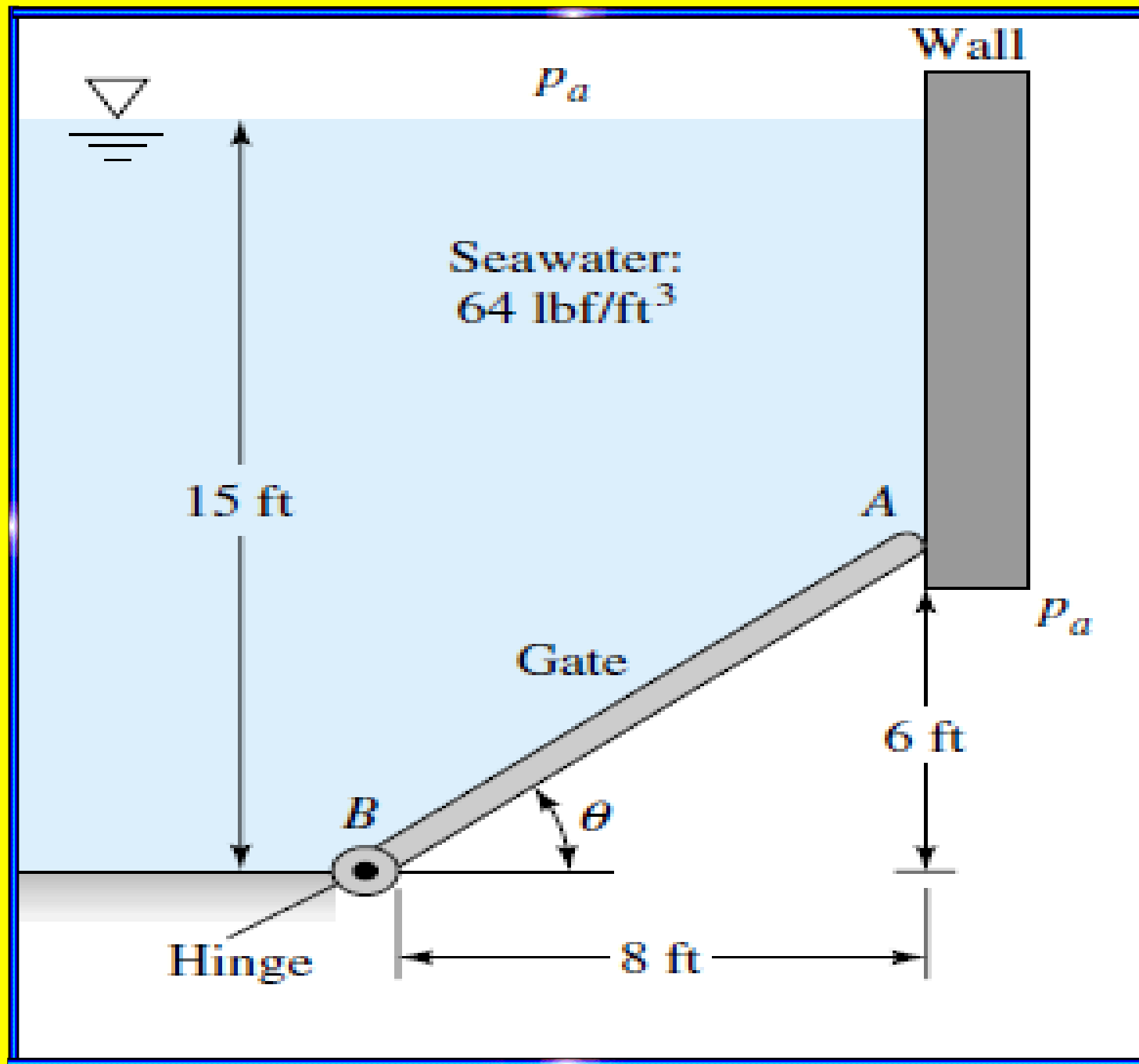
$$I_{xy} = 0$$

Fig Centroid moments of inertia for various cross section :
(a) rectangle (b) circle (c) triangle, and (d) semicircle

Ex

ประตูน้ำบานหนึ่ง กว้าง 5 ft ยึดไว้ด้วยบานพับที่จุด B ด้านปลายของบานประตูพิงกับผนังเรียบที่จุด A ให้หา ก) แรงที่ความดันของน้ำกระทำต่อบานประตู ข) แรง P ที่ผนังกระทำในแนวราบต่อบานประตู ค) แรงปฏิกิริยาที่ B





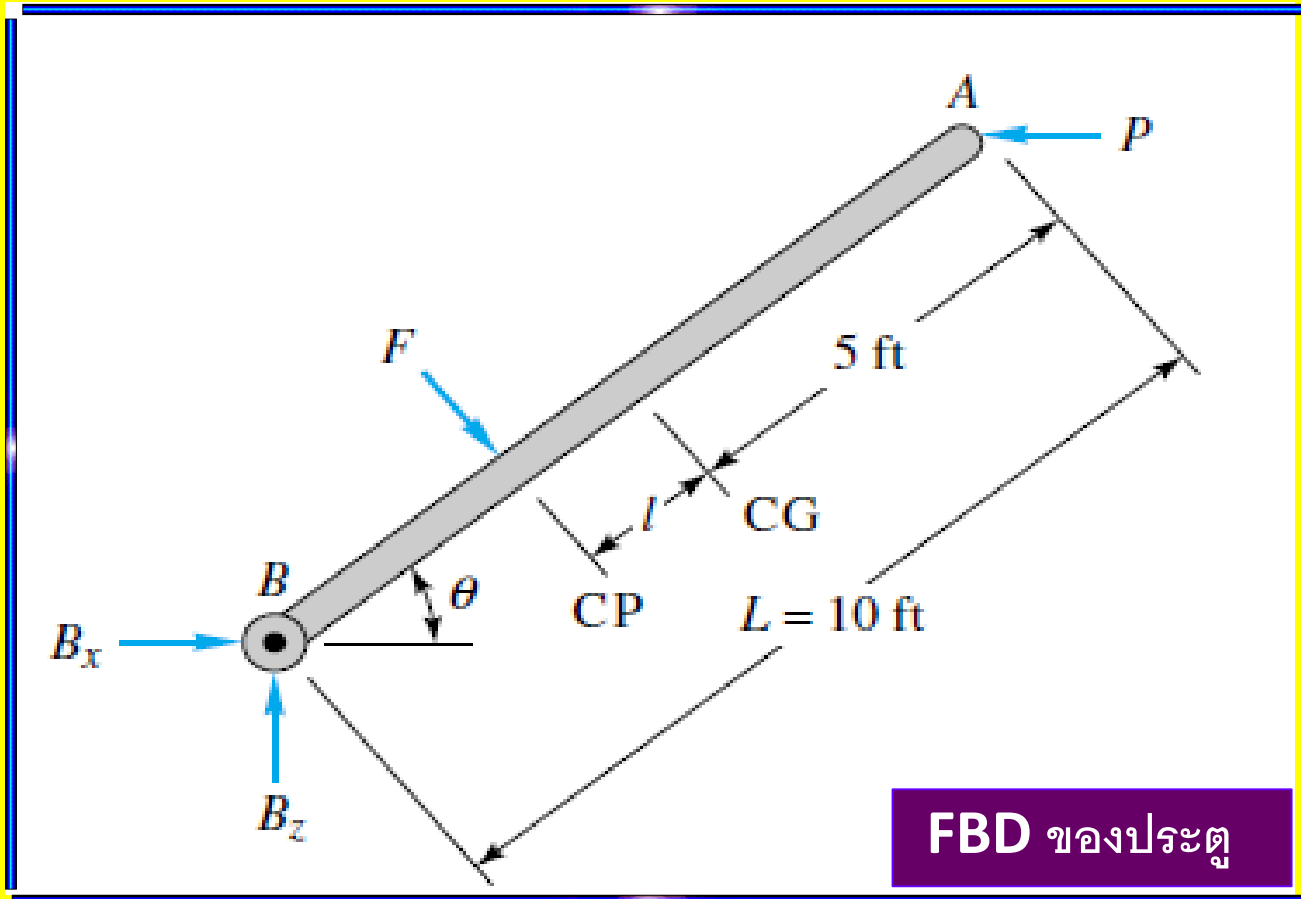
ก) แรงดันที่น้ำดันบานประตู

$$F = P_{CG} A = \gamma h_{CG} A$$

$$= (64 \text{ lbf} / \text{ft}^3)(12 \text{ ft})(50 \text{ ft}^2)$$

$$= 38,400 \text{ lbf} \quad \blacktriangleleft$$

ข) แรง P ที่ผนังกระทำในแนวราบต่อบานประตู



$$PL \sin \theta - F(5 - s) = 0$$

ประตูเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ; $I_{xy} = 0$

$$I_{xx} = \frac{bL^3}{12} = \frac{(5 \text{ ft})(10 \text{ ft})^3}{12} = 417 \text{ ft}^4$$

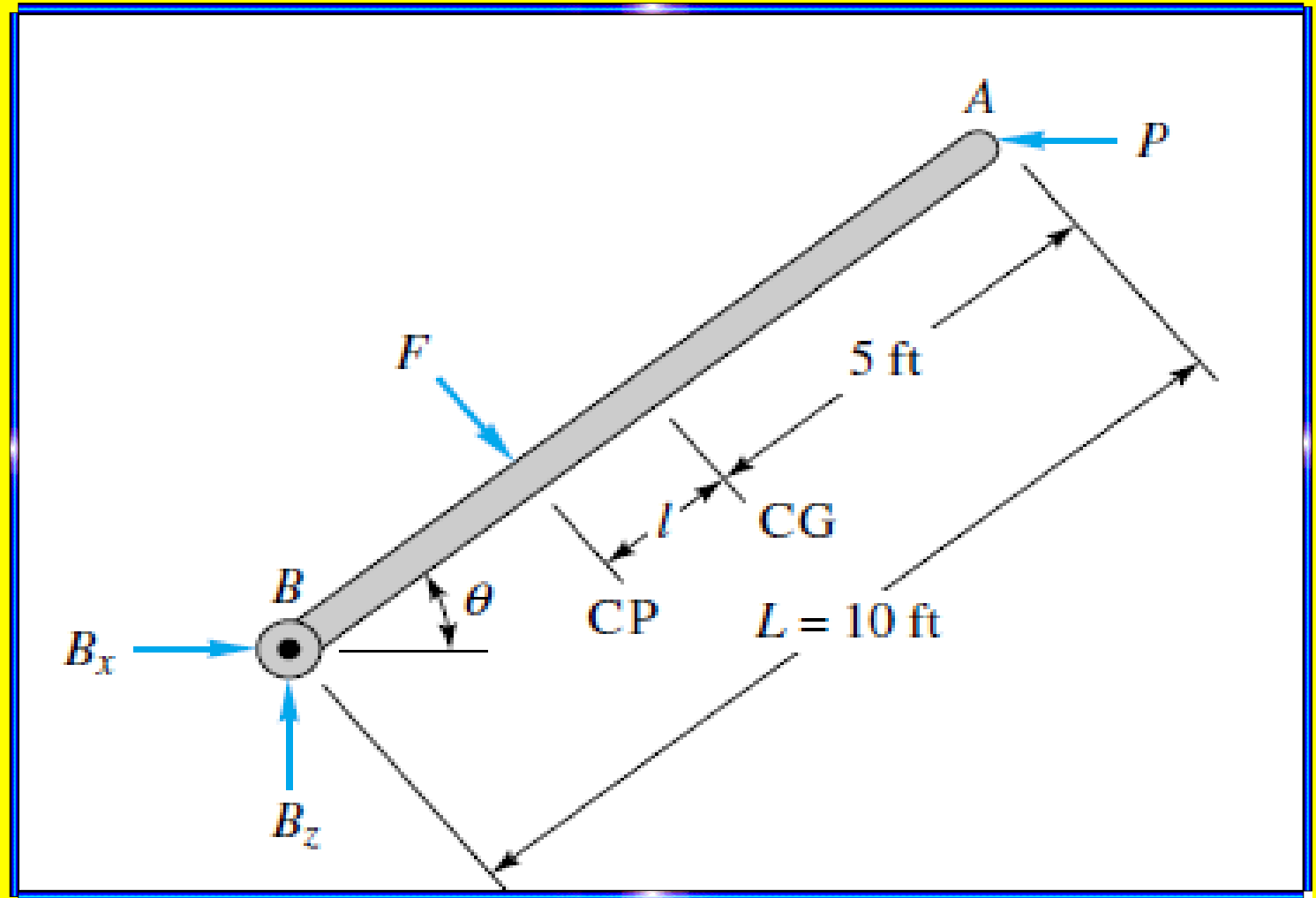
ใช้ (2.44) หาระยะ l จาก CG ถึง CP

$$l = -y_{CP} = + \frac{I_{xx} \sin \theta}{h_{CG} A}$$

$$= \frac{(417 \text{ ft}^4) \left(\frac{6}{10} \right)}{(12 \text{ ft})(50 \text{ ft}^2)} = 0.417 \text{ ft} \leftarrow$$

ข) แรง P ที่ผนังกระทำใน
แนวราบต่อบานประตู

ระยะจากจุด B ถึงแรง $F = 10 - l - 5$
 $= 4.583 \text{ ft}$



คิดโมเมนต์รอบจุด B ; $PL\sin\theta - F(5 - l) = P(6 \text{ ft}) - (38,400 \text{ lbf})(4.583 \text{ ft}) = 0$

$$P = 29,300 \text{ lbf} \quad \blacktriangleleft$$

ค) แรงปฏิกิริยาที่ B

หา แรงปฏิกิริยาที่ B

โดยคิดเป็น

องค์ประกอบย่อย B_x และ B_z

$$\sum F_x = 0 = B_x + F \sin \theta - P = B_x + 38,400(0.6) - 29,300$$

$$B_x = 6300 \text{ lbf}$$

$$\sum F_z = 0 = B_z - F \cos \theta = B_z - 38,400(0.8)$$

$$B_z = 30,700 \text{ lbf}$$

