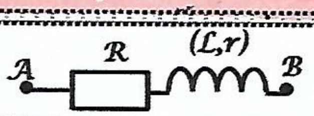
Bac 2020

Le dipôle RL



Classe : 4 M- Sc.exp

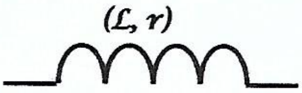
Mr : Tahar Gabsi

I- La bobine

1. Définition et symbole

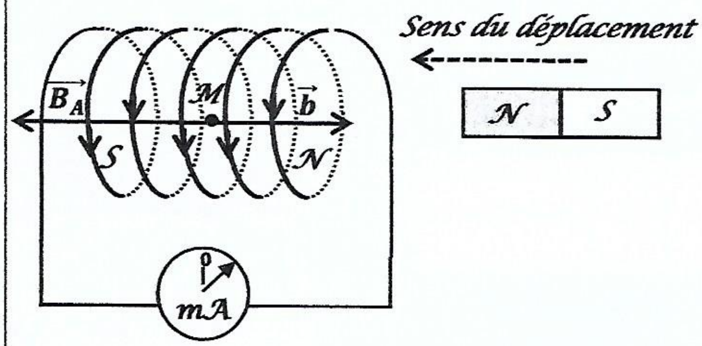
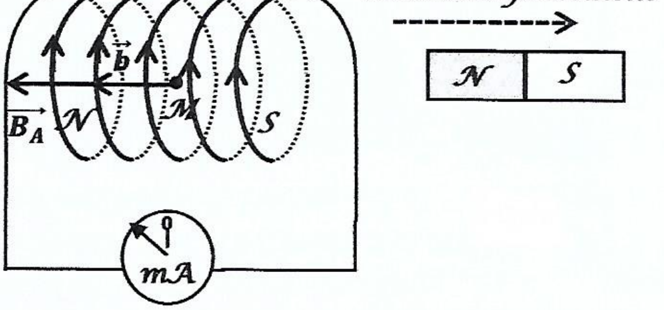
- Une **bobine** est un dipôle constitué de l'enroulement d'un fil conducteur.
  Elle est caractérisée par la **résistance** électrique du fil et par une **inductance** due à l'enroulement.

- Symbole :



$\begin{cases} r \text{ est la } \textbf{résistance interne} \text{ de la bobine} \\ L \text{ est l'}\textbf{inductance} \text{ de la bobine} \end{cases}$

2. Induction électromagnétique :

Expérience	Observation
	✓ **Déviation** de l'aiguille du (mA) dans un sens. ✓ La **bobine** présente une **face nord**. ✓ Le champ magnétique $\vec{b}$ crée par le **courant induit s'oppose** à l'**augmentation** du champ magnétique $\overrightarrow{B_A}$ crée par l'aimant ✓ **L'aiguille** du (mA) retourne à **zéro** dès que cesse **le déplacement** de l'aimant.
	✓ **Déviation** de l'aiguille du (mA) dans le sens contraire. ✓ La **bobine** présente une **face sud**. ✓ Le champ magnétique $\vec{b}$ crée par le **courant induit s'oppose** à la **diminution** du champ magnétique $\overrightarrow{B_A}$ crée par l'aimant

Conclusion :

Avec un déplacement relatif bobine-aimant, on peut produire un courant électrique dans la bobine en circuit fermé.

- Le courant électrique : courant induit,
- Aimant : inducteur,
- Bobine : induit

Toute **variation de champ magnétique** crée dans un circuit électrique fermé, situé à proximité du champ, un **courant induit** : c'est le **phénomène d'induction électromagnétique**.

- Le **sens du vecteur champ magnétique** inducteur est un facteur dont dépend le **sens du courant induit.**

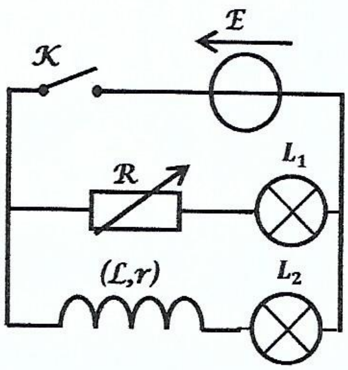
3. Loi de LENZ

Le courant induit a un sens tel que qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

4. L'auto-induction

a) Mise en évidence du phénomène d'auto-induction :

On vient de découvrir que le **courant induit** est produit sans aucun générateur. Donc, il est dû à une f.é.m. délocalisée appelée force électromotrice d'induction ou f.é.m. induite.



Observation :

- ✓ Les deux lampes sont identiques et $\mathbf{R} = \mathbf{r}$,
- ✓ En fermant l'interrupteur K on constate que :
  - La lampe (L_1) brille tout de suite,
  - La lampe (L_2) n'atteint son éclat maximal (identique à celui de (L_1)) qu'avec **un retard** de quelques ms.

Interprétation :

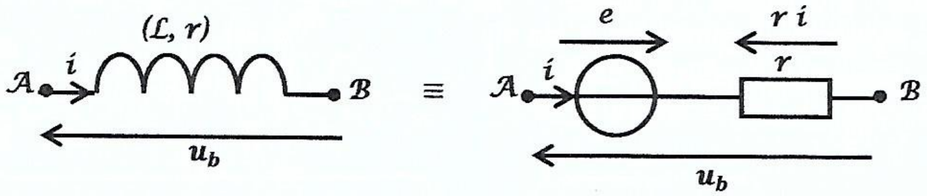
- ✓ Lors de la fermeture de K, il y a variation de l'intensité du courant électrique dans la bobine et par suite, variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine, celui-ci produit un courant induit.
- ✓ Une telle induction magnétique due à une variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine (le circuit induit est lui-même le circuit inducteur) est appelée auto-induction.
- ✓ La f.é.m. qui est à l'origine du courant induit est appelée f.é.m. d'auto-induction.

Conclusion :

- ✓ *Une bobine ne se comporte pas comme un conducteur ohmique.*
- ✓ *Dans un circuit, elle s'oppose aux variations brusques de l'intensité du courant électrique.*
- ✓ *L'auto-induction ne se manifeste qu'en régime variable.*

5. Détermination de l'inductance L d'une bobine.

Loi d'ohm aux bornes d'une bobine :



Modèle équivalent

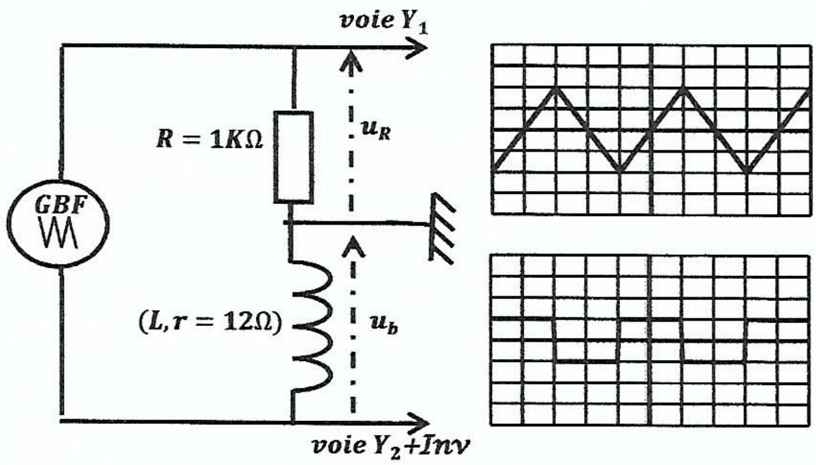
$$\boxed{u_b = -e + ri}$$

$$\boxed{e = -L\frac{di}{dt} \quad : f.é.m. d'auto-induction}$$

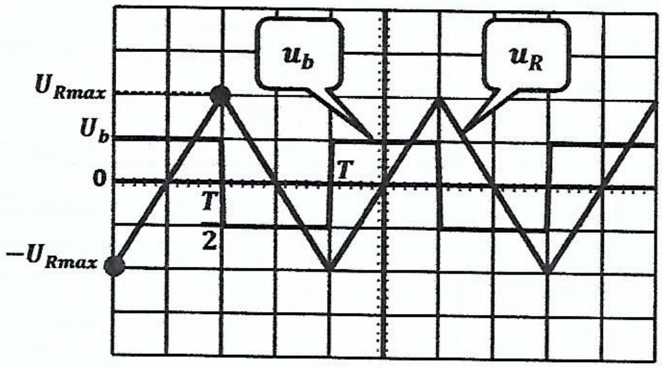
Traduit la loi de LENZ

$$\boxed{u_b = L\frac{di}{dt} + ri}$$

Montage :



❀ Les oscillogrammes des tensions u_R et u_b



✓ Remarque : $r = 12\Omega \ll R = 10K\Omega$ $\quad u_b = -e = L\frac{di}{dt}$; $\quad u_R = Ri$

✓ Pour $t \in \left[0, \frac{T}{2}\right]$; $\quad u_R = at + b = Ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{a}{R}t + \frac{b}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = \frac{a}{R}$

$u_b = L\frac{di}{dt} = L\frac{a}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = \frac{RU_b}{a}}$ avec $\boxed{a = \frac{U_{Rmax} - (-U_{Rmax})}{\frac{T}{2} - 0} = \frac{4U_{Rmax}}{T}}$

$\boxed{L = \frac{RU_bT}{4U_{Rmax}}}$ L s'exprime en henry, de symbole H

❀ Conclusion :

✓ Toute bobine d'inductance L parcourue par un courant électrique d'intensité i est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction : $e = -L\frac{di}{dt}$

✓ L'inductance L d'une bobine dépend essentiellement des caractéristiques géométriques de la bobine, comme la longueur ℓ, le nombre d'enroulement N, la surface S des spires.

6. Energie magnétique emmagasinée par une bobine

Une bobine d'inductance L parcourue par un courant d'intensité i possède une énergie magnétique E_L qui a pour expression :

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2 \quad (J)$$

- Lorsque la bobine est parcourue par un courant d'intensité i, elle emmagasine de l'énergie, qu'elle restitue dès l'ouverture du circuit. La bobine, à l'inverse d'un condensateur, ne peut pas restituer en différé l'énergie qu'elle a stockée.
- Le stockage d'énergie par une bobine et sa restitution sont utilisés dans de nombreux dispositifs : le soudage par arc électrique par arc électrique, les allumeurs électriques pour les cuisinières à gaz.

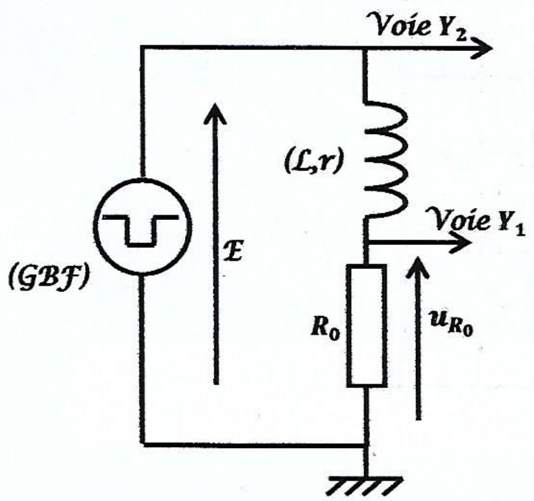
fréquence

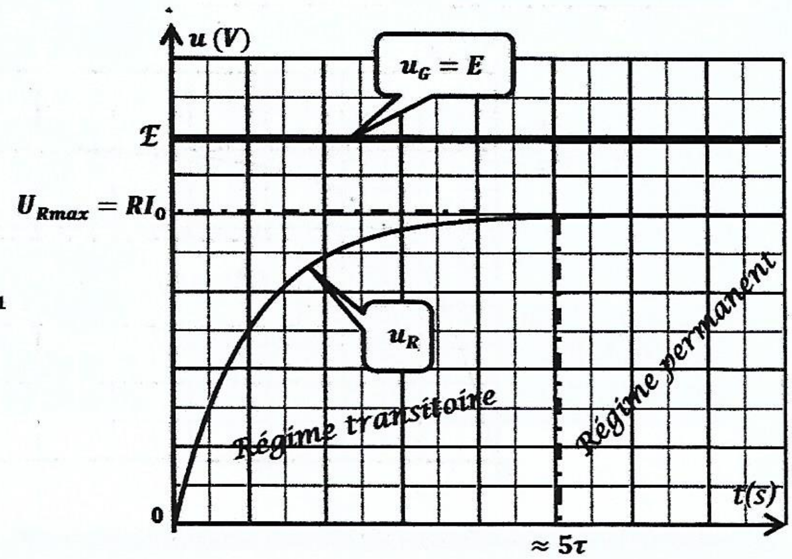
Rq : $N = \frac{1}{T}$ → période

II- Le dipôle RL

❀ ***Un dipôle RL** est l'association série d'une **résistance** R et d'une **bobine** d'inductance L et de résistance interne r*

1- Etude expérimentale





✓ *Lors de la réponse à un **échelon de tension** E, la courbe $u_R(t) = Ri$ présente :*

- *Une partie où **l'intensité du courant** $i(t)$ ne cesse d'augmenter. Elle dure environ 5τ et correspond au **régime transitoire**.*
- *Une partie où **l'intensité ne varie pas** quasiment plus : elle s'approche de sa valeur asymptotique $I_0 = \dfrac{E}{R+r}$. C'est le **régime permanent**.*

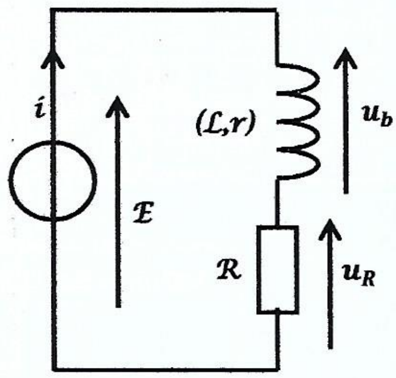
❀ *Conclusion :*

- *La réponse d'un **dipôle RL** à un échelon de tension E est un courant continu d'intensité $I_0 = \dfrac{E}{R+r}$. Celui-ci **ne s'établit pas instantanément** à cause de **l'inductance** L de la bobine.*
- ***Une bobine s'oppose à l'établissement du courant** électrique dans la portion de circuit où elle se trouve insérée.*

1. Etablissement du courant dans un dipôle RL

Q : établir l'équation différentielle en $i(t)$:

❀ *Schéma :*



❀ D'après la loi des mailles :

$$u_b + u_R - E = 0 \Rightarrow u_b + u_R = E$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$$

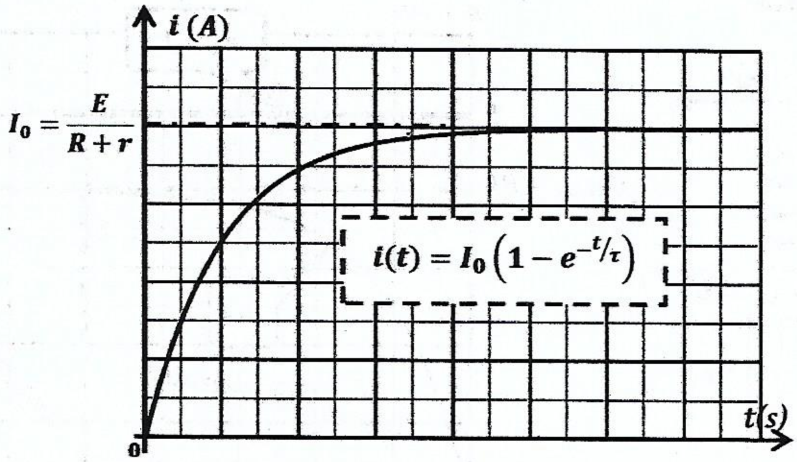
$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}\,i = \frac{E}{L} \quad avec\ \tau = \frac{L}{(R+r)}}$$

❀ *Cette équation différentielle admet comme solution :*

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

Avec

$$\boxed{I_0 = \frac{E}{R+r} \; ; \; \tau = \frac{L}{R+r}}$$



Q : établir l'équation différentielle en $u_R(t)$:

❀ *Schéma :*

❀ D'après la loi des mailles :

$u_b + u_R - E = 0 \Rightarrow u_b + u_R = E$

$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + ri + u_R = E$

$$\begin{cases} u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_R}{R} \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt} \end{cases}$$

$\Rightarrow \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \frac{r}{R}u_R + u_R = E \quad \Rightarrow \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r}{R}+1\right)u_R = E \quad \Rightarrow \left(\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r+R}{R}\right)u_R = E\right) \times \frac{R}{L}$

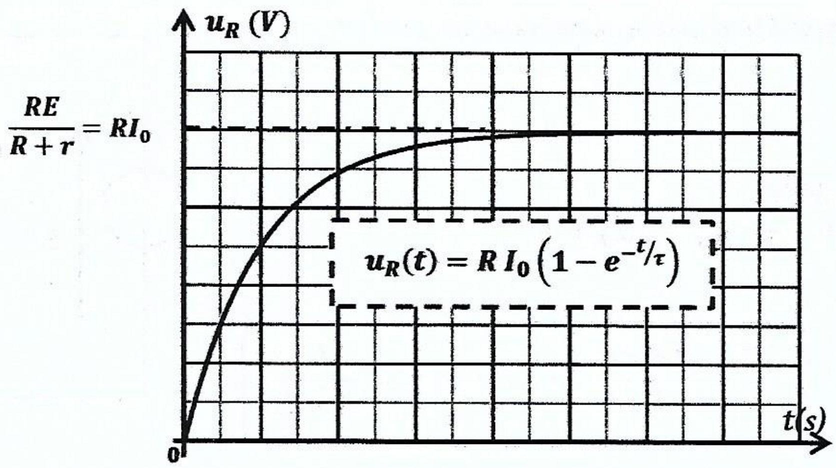
$$\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L}u_R = \frac{RE}{L} \quad avec\; \tau = \frac{L}{(R+r)}}$$

❀ *Cette équation différentielle admet comme solution :*

$$\boxed{u_R(t) = \frac{RE}{R+r}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = R\,I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

Avec

$$\boxed{I_0 = \frac{E}{R+r} \; ; \; \tau = \frac{L}{R+r}}$$



Q : établir l'équation différentielle en $u_b(t)$:

❀ Schéma :

❀ D'après la loi des mailles :

$$u_b + u_R - E = 0 \Rightarrow u_b + u_R = E \qquad \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)i = E \qquad \begin{cases} u_R = Ri \Rightarrow i = \dfrac{u_R}{R} \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{R}\dfrac{du_R}{dt} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r+R}{R}\right)u_R = E$$

D'autre part :

$$\begin{cases} u_R = E - u_b \\ \dfrac{du_R}{dt} = -\dfrac{du_b}{dt} \end{cases} \qquad \Rightarrow -\frac{L}{R}\frac{du_b}{dt} + \left(\frac{r+R}{R}\right)(E - u_b) = E$$

$$\Rightarrow -\frac{L}{R}\frac{du_b}{dt} - \left(\frac{r+R}{R}\right)u_b = E - \left(\frac{r+R}{R}\right)E = -\frac{rE}{R} \qquad \Rightarrow \left(\frac{L}{R}\frac{du_b}{dt} + \left(\frac{r+R}{R}\right)u_b = \frac{rE}{R}\right) \times \frac{R}{L}$$

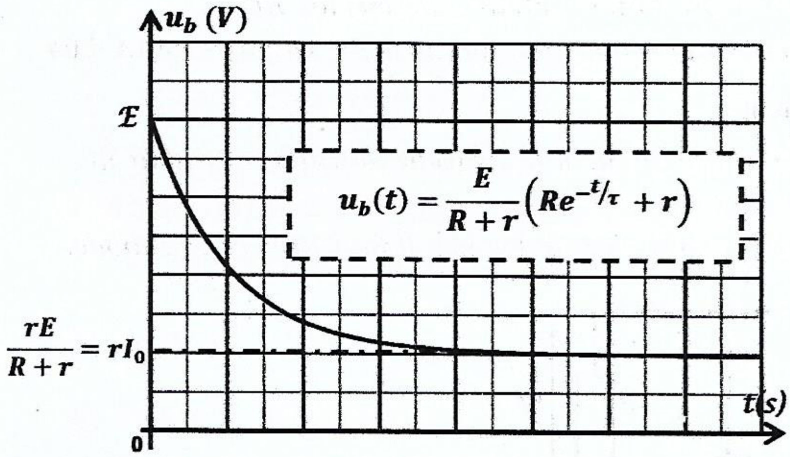
$$\boxed{\frac{du_b}{dt} + \frac{(R+r)}{L}u_b = \frac{rE}{L} \quad avec\ \tau = \frac{L}{(R+r)}} \qquad \boxed{\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}}$$

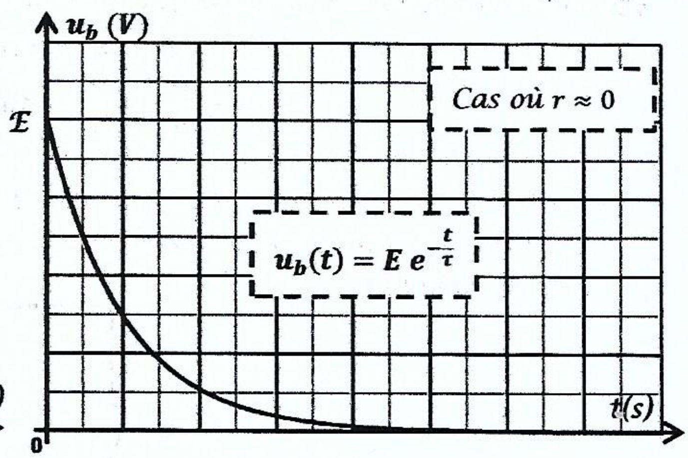
Q : expression de $u_b(t)$:

$$u_b + u_R = E \Rightarrow u_b = E - u_R \Rightarrow u_b = E - Ri \quad avec \qquad i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$u_b(t) = E - \frac{RE}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad \Rightarrow u_b(t) = \frac{RE}{R+r}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{rE}{R+r}$$

$$\boxed{u_b(t) = \frac{E}{R+r}\left(Re^{-\frac{t}{\tau}} + r\right) = I_0\left(Re^{-\frac{t}{\tau}} + r\right)} \qquad \begin{cases} u_b(0) = E \\ u_b(t \to \infty) = \dfrac{rE}{R+r} \end{cases}$$

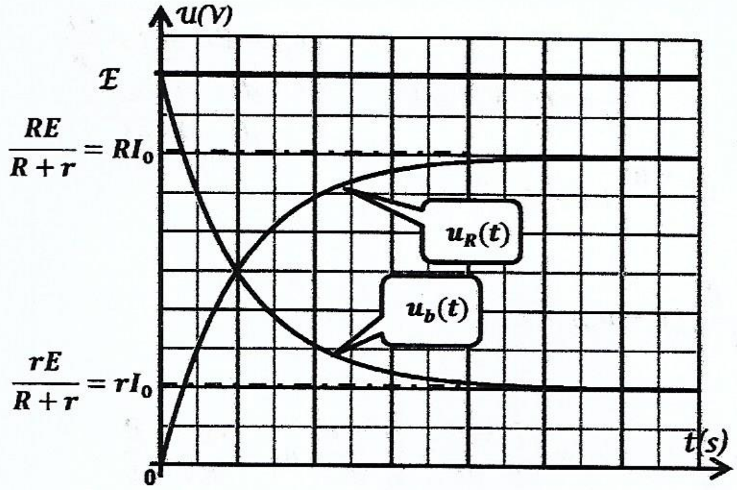


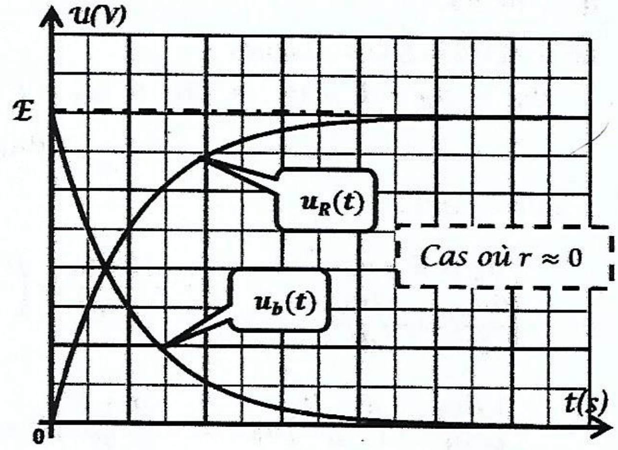


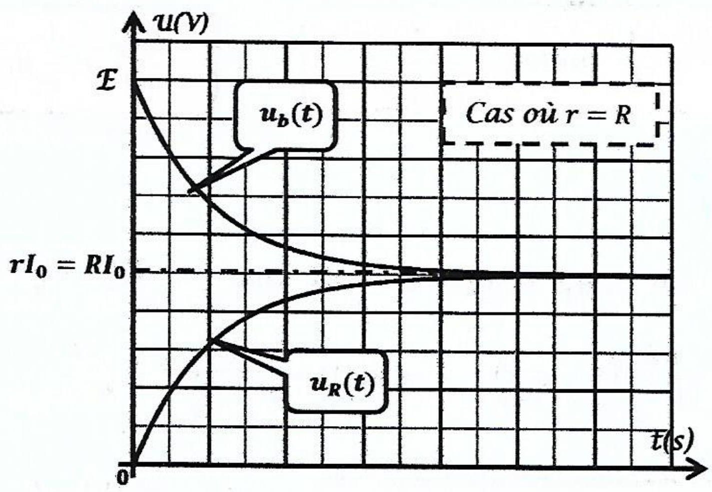
En régime permanent la bobine se comporte comme un résistor

$$u_b = \frac{rE}{R+r} = rI_0$$

❀ *Evolution de $u_R(t)$ et $u_b(t)$ au cours du temps :*







2. Rupture du courant dans un dipôle RL

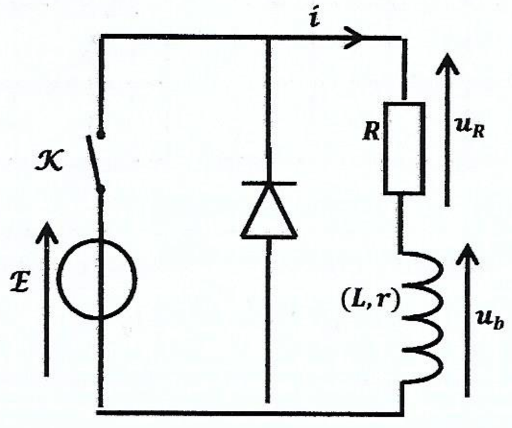
❀ *On provoque une **rupture du courant** en ouvrant l'interrupteur d'un **circuit RL**.*

*Si, par exemple, l'intensité i du courant dans une bobine d'inductance **L = 1H** passe de **1A à 0A** en **1ms**, alors :*

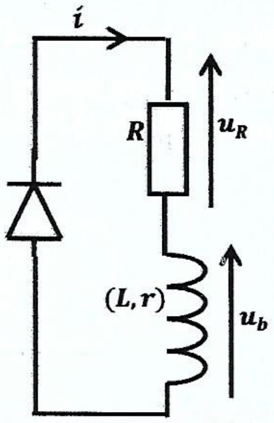
$$L = \frac{di}{dt} \approx L\frac{\Delta i}{\Delta t} = -1000V$$

*Cette **surtension** provoque aux bornes de l'interrupteur une **étincelle** destinée à rétablir la continuité du courant. Cette **étincelle** est à éviter.*

*Pour assurer sans danger la continuité du courant dans la bobine, il faut utiliser une **diode**, dite de **roue libre**.*



Q : établir l'équation différentielle en $i(t)$:



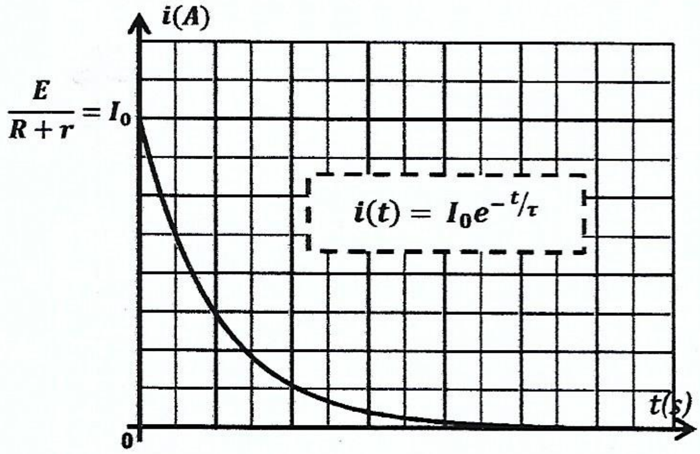
- *Schéma :*
- D'après la loi des mailles :

$$u_b + u_R = 0 \qquad \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)i = 0$$

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0 \quad avec\ \tau = \frac{L}{(R+r)}}$$

- *Cette équation différentielle admet comme solution :*

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}e^{-t/\tau} = I_0\, e^{-t/\tau}} \quad \mathcal{A}vec \quad \boxed{I_0 = \frac{E}{R+r}\ ;\ \tau = \frac{L}{R+r}}$$



Q : établir l'équation différentielle en $u_R(t)$:

- *Schéma :*
- D'après la loi des mailles :

$$u_b + u_R = 0 \qquad \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)i = 0$$

$$\begin{cases} u_R = Ri \Rightarrow i = \dfrac{u_R}{R} \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{R}\dfrac{du_R}{dt} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R = 0 \quad avec\ \tau = \frac{L}{(R+r)}}$$

- *Cette équation différentielle admet comme solution*

$$\boxed{u_R(t) = \frac{RE}{R+r}e^{-t/\tau} = RI_0\, e^{-t/\tau}}$$

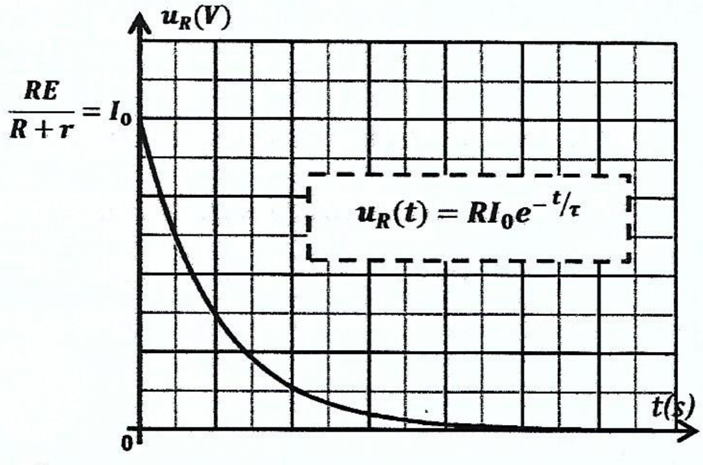


Schéma :

D'après la loi des mailles :

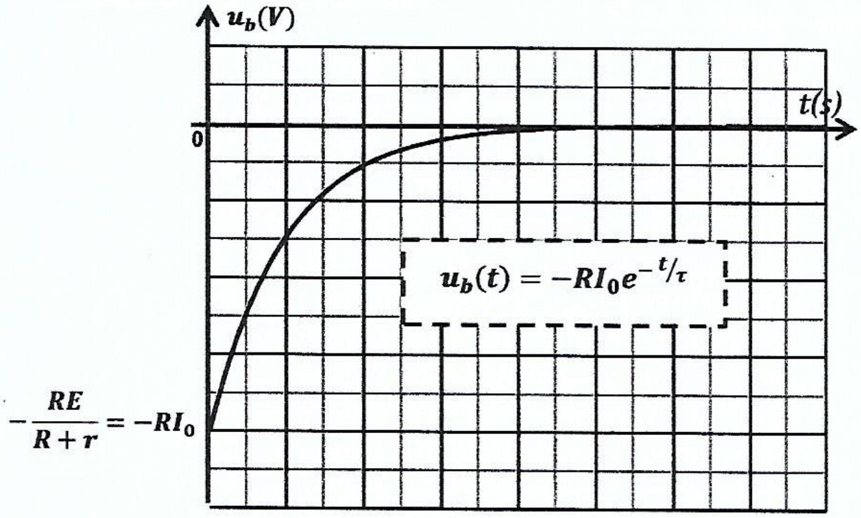
$$u_b + u_R = 0 \quad \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)i = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} u_R + u_b = 0 \Rightarrow i = -\dfrac{u_b}{R} \\ \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{du_b}{dt} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = 0 \quad avec\ \tau = \frac{L}{(R+r)}}$$

Q : expression de $u_b(t)$:

$$u_b + u_R = 0 \Rightarrow u_b(t) = -u_R(t)$$

$$\boxed{u_b(t) = -\frac{RE}{R+r}e^{-t/\tau} = -RI_0\, e^{-t/\tau}}$$



3. Constante de temps τ du dipôle RL

Définition :

*La **constante de temps τ** est une grandeur caractéristique du circuit RL, elle renseigne sur le **retard** avec lequel s'établit le **régime permanent** ou la **rupture** du courant dans le dipôle. Ayant la dimension d'un temps, τ s'exprime en seconde.*

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

Détermination de constante de temps :

- *On dispose de la courbe $i = f(t)$ lorsque le **dipôle RL** est soumis à **un échelon de tension** E.*

Puisque

$$i(\tau) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right) = I_0\left(1 - e^{-1}\right) = 0,63I_0$$

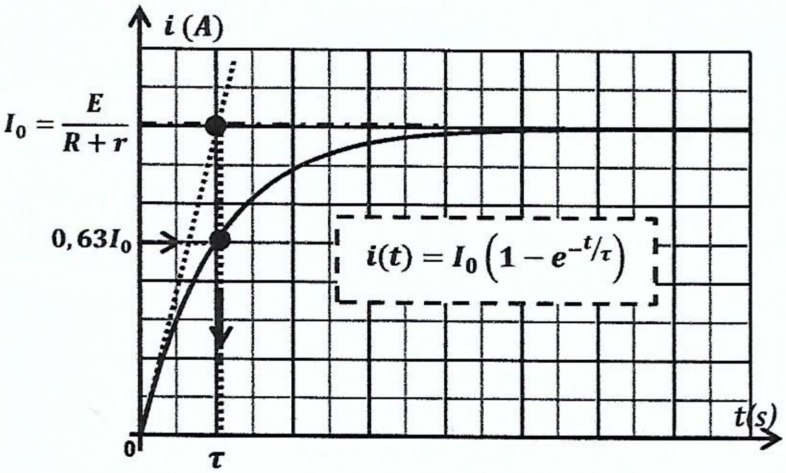
✓ *L'abscisse du point d'ordonnée égale à $0,63I_0$ est τ.*

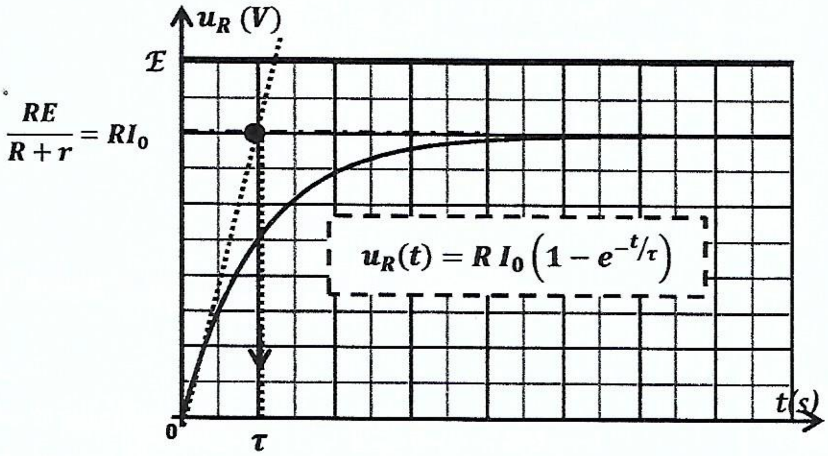
- *On peut également tracer la **tangente à l'origine** : elle coupe l'asymptote $i = I_0$ au point d'abscisse $t = \tau$.*
- *On dispose de la courbe $i = f(t)$ lors de la **rupture du courant dans le dipôle RL**.*

Puisque $$i(\tau) = \frac{E}{R+r}e^{-\tau/\tau} = I_0 e^{-1} = 0,37I_0$$

✓ ***L'abscisse du point d'ordonnée égale à $0,37I_0$ est τ.***

Etablissement du courant :





Rupture du courant :