САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе №3 по курсу «Алгоритмы и структуры данных» Тема: Быстрая сортировка, сортировки за линейное время Вариант 9

Выполнила:

Левчук С.А.

K3141

Проверил:

Афанасьев А. В.

Санкт-Петербург 2024 г.

Содержание отчета

Содержание отчета	2
Задачи по варианту	3
Задание №1. Улучшение Quick sort	3
Задание №6. Сортировка целых чисел	7
Задание №8. К ближайших точек к началу координат	11
Дополнительные задачи	15
Задание №2. Анти-quick sort	15
Задание №3. Сортировка пугалом	19
Задание №5. Индекс Хирша	22
Вывол	25

Задачи по варианту

Задание №1. Улучшение Quick sort

- Основное задание. Цель задачи переделать данную реализацию рандомизированного алгоритма быстрой сортировки, чтобы она работала быстро даже с последовательностями, содержащими много одинаковых элементов. Чтобы заставить алгоритм быстрой сортировки эффективно обрабатывать последовательности с несколькими уникальными элементами, нужно заменить двухстороннее разделение на трехстороннее (смотри в Лекции 3 слайд 17). То есть ваша новая процедура разделения должна разбить массив на три части:
 - A[k] < x для всех $\ell + 1 \le k \le m_1 1$
 - A[k] = x для всех $m_1 \le k \le m_2$
 - A[k] > x для всех $m_2 + 1 \le k \le r$
 - Формат входного и выходного файла аналогичен п.1.
 - Аналогично п.1 этого задания сравните Randomized-QuickSort +c Partition и ее с Partition3 на сетах случайных данных, в которых содержатся всего несколько уникальных элементов при $n=10^3, 10^4, 10^5$. Что быстрее, Randomized-QuickSort+c Partition3 или Merge-Sort?
 - Пример:

input.txt	output.txt
5	22239
23922	

```
A[i], A[m2] = A[m2], A[i]
m2 -= 1
else:
i += 1
return m1, m2

def randomized_quick_sort_p3(A, 1, r):
if l < r:
k = random.randint(l, r)
A[l], A[k] = A[k], A[l]
m1, m2 = partition3(A, 1, r)
randomized_quick_sort_p3(A, 1, m1-1)
randomized_quick_sort_p3(A, m2+1, r)

if __name__ == '__main__':
_, massive = read_file(task=1)
array = list(map(int, massive.split()))
randomized_quick_sort_p3(array, 0, len(array) - 1)
write_output(1, ' '.join(map(str, array)))
print(f'Время: {(time.perf_counter() - start_time):.6f} секунд')
print(f'Память: {psutil.Process().memory_info().rss / 1024 ** 2} мбайт')
```

- 1. Функция partition3: Реализует модификацию быстрой сортировки с тремя секциями. Она делит массив на три части: элементы меньше опорного (х), равные ему и больше него. Возвращает индексы начала и конца средней секции.
- 2. Функция randomized_quick_sort_p3: Это рекурсивная функция, которая выполняет быструю сортировку массива. Она выбирает случайный элемент как опорный, вызывает функцию partition3, а затем рекурсивно сортирует левую и правую части массива.
- 3. Основная часть программы: Читает входной файл через функцию read_file, преобразует его содержимое в список целых чисел, сортирует этот список с помощью randomized_quick_sort_p3, записывает отсортированный результат в выходной файл с помощью функции write_output. Также измеряет время выполнения программы и использование памяти.

Результат работы программы:

Входные данные:

```
5
2  3  9  2  2
```

Выходные данные:

```
2 2 2 3 9
```

Время выполнения и количество затраченной памяти:

Время: 0.010911 секунд

Память: 15.01953125 Мбайт

```
import unittest
from lab3.task1.src.randomized quick sort p3 import randomized quick sort p3
class TestRandomizedQuickSortP3(unittest.TestCase):
      self.assertEqual(array, [2, 2, 2, 3, 9])
      self.assertEqual(array, [1, 2, 3, 4, 5, 6])
      self.assertEqual(array, [1, 2, 3, 4, 5, 6])
      self.assertEqual(array, [0])
      self.assertEqual(array, [])
```

```
array = [1000000000, 9999999999, 9999999998]
# when
    randomized_quick_sort_p3(array, 0, len(array) - 1)
# then
    self.assertEqual(array, [999999998, 999999999, 1000000000])

if __name__ == '__main__':
    unittest.main()
```

В ходе решения данной задачи мы реализовали алгоритм более эффективной сортировки: рандомизированной с трехсторонним разделением.

Задание №6. Сортировка целых чисел

6 задача. Сортировка целых чисел

В этой задаче нужно будет отсортировать много неотрицательных целых чисел. Вам даны два массива, A и B, содержащие соответственно n и m элементов. Числа, которые нужно будет отсортировать, имеют вид $A_i \cdot B_j$, где $1 \le i \le n$ и $1 \le j \le m$. Иными словами, каждый элемент первого массива нужно умножить на каждый элемент второго массива.

Пусть из этих чисел получится отсортированная последовательность C длиной $n \cdot m$. Выведите сумму каждого десятого элемента этой последовательности (то есть, $C_1 + C_{11} + C_{21} + ...$).

• Формат входного файла (input.txt). В первой строке содержатся числа n и m ($1 \le n, m \le 6000$) — размеры массивов. Во второй строке содержится

n чисел — элементы массива A. Аналогично, в третьей строке содержится m чисел — элементы массива B. Элементы массива неотрицательны и не превосходят 40000.

- Формат выходного файла (output.txt). Выведите одно число сумму каждого десятого элемента последовательности, полученной сортировкой попарных произведенй элементов массивов A и B.
- Ограничение по времени. 2 сек.
- Ограничение по времени распространяется на сортировку, без учета времени на перемножение. Подумайте, какая сортировка будет эффективнее, сравните на практике.
- Однако бытует мнение на OpenEdu, неделя 3, задача 2, что эту задачу можно решить на Python и уложиться в 2 секунды, включая в общее время перемножение двух массивов.
- Ограничение по памяти. 512 мб.
- Пример:

input.txt	output.txt
4 4	51
7149	
27811	

```
import sys
import os
import psutil
import time
sys.path.append(os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__),
'../..')))
from utils import *

start_time = time.perf_counter()

def quick_sort(A, l, r):
    if l < r:
        m = partition(A, l, r)</pre>
```

```
A[j], A[i] = A[i], A[j]
def sum of tenths(A, B):
         C.append(a * b)
  B = list(map(int, B.split()))
  write output(6, str(result))
  print(f'Время: {(time.perf counter() - start time):.6f} секунд')
  print(f'Память: {psutil.Process().memory info().rss / 1024 ** 2} Мбайт')
```

- 1. Функция quick_sort: Реализована стандартная версия быстрой сортировки. Она разбивает массив на две части относительно опорного элемента и рекурсивно сортирует каждую из них.
- 2. Функция partition: Помогающая функция для quick_sort, которая делит массив на части относительно выбранного опорного элемента.
- 3. Функция sum_of_tenths: Главная логическая функция программы. Она делает следующее:
 - 1) Формирует новый список С, содержащий все возможные произведения элементов списков А и В.
 - 2) Сортирует полученный список С с помощью quick_sort.
 - 3) Вычисляет сумму каждого десятого элемента отсортированного списка С.
- 4. Основная часть программы: Читает данные из файла, разбивая их на списки A и B. Вызывает функцию sum_of_tenths, сохраняет

результат в выходной файл. Также измеряются время выполнения программы и объем используемой памяти.

Результат работы программы:

Входные данные:

```
4 4
7 1 4 9
2 7 8 11
```

Выходные данные:

51

Время выполнения и количество затраченной памяти:

Время: 0.006404 секунд

Память: 14.65234375 Мбайт

```
import unittest
from lab3.task6.src.sum of tenths import sum of tenths
class TestSumOfTenths(unittest.TestCase):
      result = sum of tenths(A, B)
       result = sum of tenths (A, B)
      self.assertEqual(result, 9)
       result = sum of tenths (A, B)
```

```
# given
A = []
B = []
# when
result = sum_of_tenths(A, B)
# then
self.assertEqual(result, 0)

if __name__ == '__main__':
unittest.main()
```

В ходе решения данной задачи мы реализовали алгоритм сортировки массива чисел вида A[i] * B[j], где 1 <= i <= n и ш <= j <= m и вывода суммы каждого десятого элемента полученной последовательности.

Задание №8. К ближайших точек к началу координат

8 задача. K ближайших точек к началу координат

В этой задаче, ваша цель - найти K ближайших точек к началу координат среди данных n точек.

- Цель. Заданы n точек на поверхности, найти K точек, которые находятся ближе к началу координат (0, 0), т.е. имеют наименьшее расстояние до начала координат. Напомним, что расстояние между двумя точками (x₁, y₁) и (x₂, y₂) равно √(x₁ − x₂)² + (y₁ − y₂)².
- Формат ввода или входного файла (input.txt). Первая строка содержит n общее количество точек на плоскости и через пробел K количество ближайший точек к началу координат, которые надо найти. Каждая следующая из n строк содержит 2 целых числа x_i, y_i , определяющие точку (x_i, y_i) . Ограничения: $1 \le n \le 10^5$; $-10^9 \le x_i, y_i \le 10^9$ целые числа.
- Формат выхода или выходного файла (output.txt). Выведите К ближайших точек к началу координат в строчку в квадратных скобках через запятую. Ответ вывести в порядке возрастания расстояния до начала координат. Если оно равно, порядок произвольный.
- Ограничение по времени. 10 сек.
- Ограничение по памяти. 256 мб.
- Пример 1.

input.txt	output.txt
2 1	[-2,2]
1 3	
-2 2	

Пример 2.

input.txt	output.txt
3 2	[3,3],[-2,4]
3 3	
5 -1	
-2 4	

```
import sys
import os
import psutil
import time
sys.path.append(os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__),
'../..')))
from utils import *

start_time = time.perf_counter()

def partition(A, l, r):
    x = A[1][0]
```

```
j = partition(A, l, r)
def closest points(array, k):
  points = []
      distance = int((x**2 + y**2)**0.5)
      points.append([distance, [x, y]])
  quick sort(points, 0, len(points)-1)
  return [elem[1] for elem in points[:k]]
if name == ' main ':
  n, k = list(map(int, data[0].split()))
  result = closest points(array, k)
  write output(8, result)
  print(f'Bpeмя: {(time.perf counter() - start time):.6f} секунд')
  print(f'Память: {psutil.Process().memory_info().rss / 1024 ** 2} Мбайт')
```

- 1. Функция partition: Помогающая функция для quick_sort, которая делит массив на части относительно выбранного опорного элемента.
- 2. Функция quick_sort: Реализованная стандартная версия быстрой сортировки. Она разбивает массив на две части относительно опорного элемента и рекурсивно сортирует каждую из них.
- 3. Функция closest_points: Главная логическая функция программы. Она делает следующее:
 - 1) Преобразует координаты каждой точки (x,y) в расстояние до начала координат.
 - 2) Создает список пар [расстояние, [x, y]].
 - 3) Сортирует этот список по возрастанию расстояния с помощью quick sort.
 - 4) Возвращает первые k точек, которые находятся ближе всего к началу координат.

4. Основная часть программы: Читает данные из файла, включая количество точек n, количество ближайших точек k, и сами координаты точек. Вызывает функцию closest_points, сохраняет результат в выходной файл. Также измеряются время выполнения программы и объем используемой памяти.

Результат работы программы:

1) Входные данные:

```
2 1
1 3
-2 2
```

Выходные данные:

```
[[-2, 2]]
```

Время выполнения и количество затраченной памяти:

Время: 0.005813 секунд Память: 14.7578125 Мбайт

```
import unittest
from lab3.task8.src.closest_points import closest_points

class TestClosestPoints(unittest.TestCase):

    def test_should_find_closest_points_example1_array(self):
        # given
        k = 1
        array = [[1, 3], [-2, 2]]
        # when
        result = closest_points(array, k)
        # then
        self.assertEqual(result, [[-2, 2]])

def test_should_find_closest_points_example2_array(self):
    # given
        k = 2
        array = [[3, 3], [5, -1], [-2, 4]]
        # when
        result = closest_points(array, k)
        # then
        self.assertEqual(result, [[3, 3], [-2, 4]])

def test_should_find_closest_points_sorted_array(self):
    # given
        k = 2
        array = [[1, 1], [-2, 2], [4, -3], [-7, -4]]
        # when
        result = closest_points(array, k)
        # then
        result = closest_points(array, k)
        # then
```

```
self.assertEqual(result, [[1, 1], [-2, 2]])

def test_should_find_closest_points_reverse_sorted_array(self):
    # given
    k = 2
    array = [[-7, -4], [4, -3], [-2, 2], [1, 1]]
    # when
    result = closest_points(array, k)
    # then
    self.assertEqual(result, [[1, 1], [-2, 2]])

def test_should_find_closest_points_empty_array(self):
    # given
    k = 4
    array = []
    # when
    result = closest_points(array, k)
    # then
    self.assertEqual(result, [])

if __name__ == '__main__':
    unittest.main()
```

В ходе решения данной задачи мы реализовали алгоритм поиска k ближайших к началу координат точек.

Дополнительные задачи

Задание №2. Анти-quick sort

2 задача. Анти-quick sort

Для сортировки последовательности чисел широко используется быстрая сортировка - QuickSort. Далее приведена программа на языке Pascal Python, которая сортирует массив а, используя этот алгоритм.

```
def qsort (left, right):
        key = a [(left + right) // 2]
        i = left
        j = right
        while i <= j:
                while a[i] < key: # first while
                        i += 1
                while a[j] > key : # second while
                        j = 1
                if i \le j:
                        a[i], a[j] = a[j], a[i]
                        i += 1
                        j = 1
        if left < j:
                qsort(left, j)
        if i < right:
                qsort(i, right)
qsort(0, n - 1)
```

Хотя QuickSort является очень быстрой сортировкой в среднем, существуют тесты, на которых она работает очень долго. Оценивать время работы алгоритма будем числом сравнений с элементами массива (то есть, суммарным числом сравнений в первом и втором while). Требуется написать программу, генерирующую тест, на котором быстрая сортировка сделает наибольшее число таких сравнений. Задача на астр.

- Формат входного файла (input.txt). В первой строке находится единственное число n ($1 \le n \le 10^6$).
- Формат выходного файла (output.txt). Вывести перестановку чисел от 1 до
 п, на которой быстрая сортировка выполнит максимальное число сравнений.
 Если таких перестановок несколько, вывести любую из них.
- Ограничение по времени. 2 сек.
- Ограничение по памяти. 256 мб.
- Пример:

input.txt	output.txt
3	132

```
import sys
import os
import psutil
import time
```

```
sys.path.append(os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname( file ),
start time = time.perf counter()
def qsort(a, left, right):
      while a[j] > key:
def anti quick sort(n):
  data = read file(task=2)[0]
  write_output(2, ' '.join(list(map(str, result))))
  print(f'Bpeмя: {(time.perf counter() - start time):.6f} секунд')
  print(f'Память: {psutil.Process().memory info().rss / 1024 ** 2} Мбайт')
```

- 1. Функция qsort: Реализация классической быстрой сортировки. Она использует средний элемент массива в качестве опорного (key) и рекурсивно сортирует подмассивы до тех пор, пока они не будут полностью отсортированы.
- 2. Функция anti_quick_sort: Основная логика создания "антиупорядоченного" массива. Функция создает массив из последовательных чисел от 1 до n, а затем перемешивает их таким образом, что каждый элемент на позиции і меняется местами с элементом на позиции і//2. Такой способ перемешивания приводит к

- тому, что результирующий массив оказывается крайне неблагоприятным для стандартной быстрой сортировки, так как увеличивает количество сравнений и перемещений.
- 3. Основная часть программы: В основной части программы читается входной файл, извлекается число п (размер массива), создается "антиотсортированный" массив, после чего он сохраняется в выходном файле. Программа также измеряет время выполнения и потребление памяти.

Входные данные:

3

Выходные данные:

```
1 3 2
```

Время выполнения и количество затраченной памяти:

Время: 0.000947 секунд

Память: 14.63671875 Мбайт

В ходе решения данной задачи мы реализовали алгоритм генерации тестов - перестановок чисел, на которых функция быстрой сортировки сделает наибольшее число сравнений.

Задание №3. Сортировка пугалом

3 задача. Сортировка пугалом

«Сортировка пугалом» — это давно забытая народная потешка. Участнику под верхнюю одежду продевают деревянную палку, так что у него оказываются растопырены руки, как у огородного пугала. Перед ним ставятся n матрёшек в ряд. Из-за палки единственное, что он может сделать — это взять в руки две матрешки на расстоянии k друг от друга (то есть i-ую и i+k-ую), развернуться и поставить их обратно в ряд, таким образом поменяв их местами.

Задача участника — расположить матрёшки по неубыванию размера. Может ли он это сделать?

- Формат входного файла (input.txt). В первой строчке содержатся числа n и k ($1 \le n, k \le 10^5$) число матрёшек и размах рук. Во второй строчке содержится n целых чисел, которые по модулю не превосходят 10^9 размеры матрёшек.
- Формат выходного файла (output.txt). Выведите «ДА», если возможно отсортировать матрёшки по неубыванию размера, и «НЕТ» в противном случае.
- Ограничение по времени. 2 сек.
- Ограничение по памяти. 256 мб.
- Примеры:

input.txt	output.txt
3 2	HET
2 1 3	
5 3	ДА
15341	

```
import sys
import os
import psutil
import time
sys.path.append(os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__),
'../..')))
from utils import *

start_time = time.perf_counter()

def scarecrow_sort(n, k, array):
    for i in range(0, n-k):
        if array[i] > array[i+k]:
            array[i], array[i+k] = array[i+k], array[i]
    return "YES" if array == sorted(array) else "NO"

if __name__ == '__main__':
    data, massive = read_file(task=3)
    n, k = list(map(int, data.split()))
```

```
array = list(map(int, massive.split()))
scarecrow_sort = scarecrow_sort(n, k, array)
write_output(3, scarecrow_sort)
print(f'Время: {(time.perf_counter() - start_time):.6f} секунд')
print(f'Память: {psutil.Process().memory_info().rss / 1024 ** 2} Мбайт')
```

- 1. Функция scarecrow_sort: Эта функция принимает три параметра: размер массива n, шаг k и сам массив array.
 - 1) Алгоритм проходит по массиву и сравнивает элементы, находящиеся на расстоянии k.
 - 2) Если текущий элемент больше элемента, находящегося на расстоянии k, то эти два элемента меняются местами.
 - 3) После завершения всех перестановок проверяется, стал ли массив отсортированным. Если да, возвращается "YES", иначе "NO".
- 2. Основная часть программы: Из файла считываются данные: размер массива n, шаг k и сам массив. Затем вызывается функция scarecrow_sort, которая возвращает результат проверки возможности сортировки. Результат записывается в выходной файл. Также измеряются время выполнения программы и объем использованной памяти.

Результат работы программы:

Входные данные:

```
3 2
2 1 3
Выходные данные:
```

10

Время выполнения и количество затраченной памяти:

Время: 0.004687 секунд Память: 14.59375 Мбайт

```
import unittest

from lab3.task3.src.scarecrow_sort import scarecrow_sort

class TestScarecrowSort(unittest.TestCase):

   def test_should_check_the_possibility_of_sorting_example1_array(self):
        # given
        n, k = 3, 2
        array = [2, 1, 3]
```

```
self.assertEqual(result, 'YES')
      self.assertEqual(result, 'NO')
test should check the possibility of sorting single element array(self):
      self.assertEqual(result, 'YES')
```

В ходе решения данной задачи мы реализовали алгоритм "сортировки пугалом" - проверки на то, возможно ли отсортировать массив, если мы можем переставлять только те элементы, которые находятся на расстоянии k друг от друга.

Задание №5. Индекс Хирша

5 задача. Индекс Хирша

Для заданного массива целых чисел citations, где каждое из этих чисел - число цитирований i-ой статьи ученого-исследователя, посчитайте индекс Хирша этого ученого.

По определению Индекса Хирша на Википедии: Учёный имеет индекс h, если h из его/её N_p статей цитируются как минимум h раз каждая, в то время как оставшиеся $(N_p - h)$ статей цитируются не более чем h раз каждая. Иными словами,

учёный с индексом h опубликовал как минимум h статей, на каждую из которых сослались как минимум h раз.

Если существует несколько возможных значений h, в качестве h-индекса принимается максимальное из них.

- Формат ввода или входного файла (input.txt). Одна строка citations, содержащая n целых чисел, по количеству статей ученого (длина citations), разделенных пробелом или запятой.
- Формат выхода или выходного файла (output.txt). Одно число индекс Хирша (h-индекс).
- Ограничения: $1 \le n \le 5000, 0 \le citations[i] \le 1000.$
- Пример.

input.txt	output.txt
3,0,6,1,5	3

Пояснение. citations = [3,0,6,1,5] означает, что ученый опубликовал 5 статей в целом, и каждая из них оказалась процитирована 3, 0, 6, 1, 5 раз соответственно. Поскольку у ученого есть 3 статьи с минимум тремя цитированиями, а у оставшихся двух - не более 3 цитирований, его индекс Хирша равен 3.

Пример.

input.txt	output.txt
1,3,1	1

```
import sys
import os
import psutil
import time
from lab3.task1.src.quick_sort import quick_sort
sys.path.append(os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__),
'../..')))
from utils import *

start_time = time.perf_counter()

def hirsch_index(citations):
    n = len(citations)
    quick sort(citations, 0, n-1)
```

```
for h in range(n):
    if (n - h) <= citations[h]:
        return n - h
    return 0

if __name__ == '__main__':
    citations = read_file(task=5)[0]
    array = list(map(int, citations.split()))
    result = hirsch_index(array)
    output = str(result)
    write_output(5, output)
    print(f'Bpemg: {(time.perf_counter() - start_time):.6f} секунд')
    print(f'Память: {psutil.Process().memory_info().rss / 1024 ** 2} Мбайт')
```

- 1. Функция hirsch_index: Эта функция принимает на вход список цитирований и возвращает индекс Хирша. Шаги выполнения следующие:
 - 1) Сортировка списка цитирований в порядке убывания с помощью функции quick_sort.
 - 2) Поиск максимального значения h, такого что n-h ≤ citations[h], где n длина списка. То есть ищется наибольшее значение h, для которого существует хотя бы h работ, каждая из которых имеет не менее h цитирований.
 - 3) Если такого значения нет, возвращается 0.
- 2. Основная часть программы: Читаются данные из файла, преобразуются в список целых чисел, передается в функцию hirsch_index, результат записывается в выходной файл. Время выполнения и память процесса также выводятся на экран.

Результат работы программы:

Входные данные:

```
3 0 6 1 5
Выходные данные:
```

Время выполнения и количество затраченной памяти:

Время: 0.006335 секунд Память: 14.796875 Мбайт

```
import unittest
from lab3.task5.src.hirsch_index import hirsch_index
```

```
class TestHirschIndex(unittest.TestCase):
      self.assertEqual(result, 3)
      self.assertEqual(result, 1)
      self.assertEqual(result, 2)
      self.assertEqual(result, 2)
      self.assertEqual(result, 0)
```

В ходе решения данной задачи мы реализовали алгоритм нахождения индекса Хирша для массива целых чисел.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы №3 мы изучили алгоритмы быстрой сортировки и разных ее интерпретаций, сортировки за линейное время. Протестировали скорость их работы.