অনেকদিন ধরেই লিখব লিখব করেও কিছু লেখা হয়ে উঠছিল না...অবশেষে চলেই এলাম খুব মজার একটা টপিক নিয়ে যার নাম – Digit DP 🚇

সত্যি কথা বলতে, আমি আসলে Lightoj এর কিছু ডিজিট ডিপি প্রব্লেমের অ্যানালাইসিস লিখতে বসেছিলাম প্রথমে। কিন্তু ডিজিট ডিপি নিয়ে প্রাথমিক কিছু লিখতে গিয়ে দেখা গেল, ব্লগটা বেশ বড় হয়ে যাচ্ছে আর বাংলায় ডিজিট ডিপি নিয়ে লেখা তেমন কোন ব্লগও খুঁজে পেলাম না। তাই এটাকে ডিজিট ডিপি এর টিউটোরিয়াল বলেই চালিয়ে দিলাম। 🕀

চলো, তাহলে এবার শুরু করা যাক। ডিজিট ডিপির যেকোন প্রব্লেম সলভ করার আগে কয়েকটা বিষয় মাথায় রাখতে হবে...

- ১) কোন একটা সংখ্যার প্রতিটা পজিশনে কোন কোন digit বসতে পারে, সেটা বসালে সংখ্যার অবস্থাটা কেমন হবে, পরবর্তী স্টেট কেমন হবে, মূল এন্সারে তার কি কি প্রভাব পড়বে, সেগুলো মাথায় রাখতে হবে। সংখ্যার প্রতিটা পজিশন নিয়ে সহজে কাজ করার জন্য সেই সংখ্যার প্রতিটা ডিজিটকে কোন একটা integer array কিংবা string হিসেবে স্টোর করে রাখতে পারো। আমি সাধারণত সংখ্যাটাকে স্ট্রিং এ কনভার্ট করে সেটা নিয়ে কাজ করতে পছন্দ করি! 🙂
- ২) সাধারণত ডিজিট ডিপি প্রব্লেমে কোন একটা রেঞ্জের মধ্যে কতগুলো সংখ্যার একটা নির্দিষ্ট প্রোপার্টি আছে, সেটা বের করতে বলা হয়। যেমন ধরো, ৫১০ থেকে ৯১৩১৫ এর মধ্যে কতগুলো সংখ্যায় অন্তত একটা শুন্য আছে, সেটা বের করতে বলা হল। ৫১০,৫২০,৫৩০.....৬০০,৬০১ এরা এরকম কয়েকটা সংখ্যা।

এক্ষেত্রে রেঞ্জের মধ্যে সংখ্যাগুলো বের করার চেয়ে ০ থেকে ওই সংখ্যা পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বের করার চিন্তা করলে সল্যুশনে পৌঁছাতে ও কোড করতে সহজ হবে। অর্থাৎ তুমি যদি ০ থেকে ৯১৩১৫ পর্যন্ত কতগুলো সংখ্যা আছে বের করো, এরপর সেটা থেকে ০ থেকে ৫০৯ পর্যন্ত কতগুলো সংখ্যা আছে সেটা বিয়োগ দাও, তাহলেই কিন্তু সহজেই ৫১০ থেকে ৯১৩১৫ পর্যন্ত কতগুলো সংখ্যা আছে সেটা বের হয়ে গেল!

অর্থাৎ আমাদের প্রব্লেমটা এবার অনেক সহজ হয়ে গেল। 🕲 আমাদের কাজ হচ্ছে, কোন একটা নির্দিষ্ট প্রোপার্টির জন্যে ০ থেকে কোন একটা সংখ্যা পর্যন্ত কতগুলো সংখ্যা আছে, সেটা বের করা! ৩) এবার চলো দেখি, কোন একটা পজিশনে কোন কোন ডিজিট বসতে পারে। ডিজিট বসানোর সময় মাথায় রাখতে হবে, সংখ্যাটা যেন কোনভাবেই ওই রেঞ্জের বাইরে চলে না যায়। একটা উদাহরণ দিলে সহজ হবে!

57035 **(৫৭০৩৫**)

এই সংখ্যার প্রথমে আছে ৫, একটু ভাবো তো এখানে আমরা কি কি ডিজিট বসাতে পারব?!

০-৫ সবগুলো ডিজিটই বসাতে পারব। ৬ কি বসাতে পারব?! না, কারণ ৬ বসালে পরের সবগুলো ০ বসালেও সেটা আমাদের সংখ্যার থেকে বড় হয়ে যাবে, অর্থাৎ রেঞ্জের বাইরে চলে যাবে।

৬০০০০ > ৫৭০৩৫

প্রথমে একদম Trivial কেসের কথা ভাবি, ৫ বসাই প্রথম পজিশনে, তাহলে পরের পজিশনে ৭ এর থেকে বেশি কিছু বসাতে পারব না, তাই তো?!

হ্যা, ৫৮০০০ > ৫৭০৩৫, তাই ৭ এর থেকে বেশি কিছু বসাতে পারব না।

তাহলে তো সহজ হয়েই গেল। প্রতিটা পজিশনে যেই ডিজিট আছে, তার থেকে ছোট ডিজিটগুলো বসাতে পারব, তাই তো?। না, ব্যাপারটা এতটাও সহজ না। এখানে খুব মজার একটা ব্যাপার ঘটে, বুঝতে পারলে আনন্দে শিহরিত হবে। পারলে খাতা কলম নিয়ে বসে যাও। 😜

এবার প্রথম পজিশনে ৫ এর থেকে ছোট যেকোন সংখ্যা বসিয়ে দেখো, ধরলাম ৩. এবার, পরের পজিশনে কি কি সংখ্যা বসাতে পারো?! ৭ পর্যন্ত তো বসাতেই পারবে – ৮,৯ কি বসানো যায়? চিন্তা করে দেখো! ① হ্যা, বসানো যায়, খেয়াল করে দেখো, ৩ এর পর যদি তুমি সবগুলো ৯ বসাও, তাহলেও সংখ্যাটা ৫৭০৩৫ এর থেকে ছোট হচ্ছে।

৩৯৯৯৯ < ৫৭০৩৫

মজাটা খেয়াল করেছো?! তুমি যদি কোন পজিশনে সেই ডিজিটের থেকে ছোট কোন ডিজিট বসিয়ে ফেলো তাহলে পরবর্তী যেকোন পজিশনে যেই ডিজিটই বসাও না কেন, সেটা ওই সংখ্যার থেকে ছোট সংখ্যাই হবে। কি অবাক করা ব্যাপার, তাই না!!! ③ আরেকটা উদারণ দিলেই ব্যাপারটা একদম জলের মত পরিষ্কার হয়ে যাবে।

প্রথম পজিশনে ৫ বসিয়ে তুমি ২য় পজিশনে আবার ৫ বসালে, তাহলে পরের সবগুলো পজিশনে যদি তুমি সর্বোচ্চ ৯ বসাতে থাকো, তাও তোমার সংখ্যাটা ছোটই থাকছে।

৫৫৯৯৯ < ৫৭০৩৫

এটাই ডিজিট ডিপির মূল রহস্য। ♥ তুমি প্রতিটা পজিশনে কিছু ডিজিট বসাতে বসাতে যাবে। আরেকটা স্টেটে রেখে দিবে, ডিজিটটা বসানোর পর তোমার সংখ্যাটা মূল সংখ্যার থেকে ছোট হয়ে গেল কিনা। যদি ছোট হয়ে যায়, তবে পরের পজিশনগুলোতে তুমি যেকোন সংখ্যা বসাতে পারবে। আর যদি এখনও সমান থাকে, তবে পরবর্তী পজিশনে যেই ডিজিট আছে, সেই ডিজিট ও তার ছোট ডিজিটগুলো বসাতে পারবে।

!!! RED ALERT RED ALERT!!!

এখানে আবারও বলে রাখি, কোনভাবেই যেন ডিপিতে তোমার তৈরি করা সংখ্যা মূল সংখ্যার থেকে বড় না হয়ে যায়!

তো তোমার মিনিমাম স্টেট হবে দুটো!

f(pos, choto)

 ${
m choto}=1$ হয়ে যাওয়া মানে তোমার সংখ্যাটা ছোট হয়ে গেছে, এখন তুমি এই পজিশনে যেকোন সংখ্যা বসাতে পারো। বাকি স্টেটগুলো প্রব্লেমের উপর নির্ভর করবে। যেমন, প্রথমে যেই প্রব্লেমটার কথা বললাম, সেক্ষেত্রে আরেকটা ${
m flag}$ রেখে দিলেই হয়। কোন পজিশনে ০ বসালেই ${
m flag}=1$ করে দাও, তারপর সবগুলো ডিজিট বসানো শেষ করার পরে যদি ${
m flag}=1$ হয়, তবে সেটা মূল এন্সারে যোগ করে দাও।

সামনের কোন পর্বে চেষ্টা করব কিছু ডিজিট ডিপি প্রব্লেম নিয়ে আলোচনা করতে। তোমরা আপাতত এই প্রব্লেমগুলো চেষ্টা করে দেখতে পারো...

1032 - Fast Bit Calculations (LightOJ)

1068 - Investigation (LightOJ)

1140 - How Many Zeroes? (LightOJ)

1205 - Palindromic Numbers (LightOJ)

628D. Magic Numbers (CF)

Chef and Digits (CodeChef)