

তুমি [Big Mod](#) সম্পর্কে জেনে থাকলে এই পোস্টটি continue করতে পারো।

তুমি  $(a*b)$  কে mod করতে পার। যদি বলি,  $(a/b)$  কে m দিয়ে mod করতে ? তখন তোমাকে প্রথমে  $(b \bmod m)$  এর [Modular Multiplicative Inverse](#) বের করতে হবে। তারপর সেই ভ্যালুকে a এর সাথে modular multiplicative এর নিয়ম অনুযায়ী গুণ করতে হবে। অর্থাৎ,  $x = \text{Modular Multiplicative Inverse of } (b \bmod m)$  হলে,

$$(a/b) \% m = ((a \% m) * (x \% m)) \% m$$

এই পোস্টে আমি বুঝানোর চেষ্টা করব, কিভাবে একটি নাম্বারের Modular Multiplicative Inverse বের করতে হয়।

ধরি, আমি  $(y \bmod m)$  এর Modular Multiplicative Inverse বের করব এবং তা হল x। তাহলে, লিখতে পারি,

$$y \equiv x \pmod{m}$$

একে আবার লিখা যায়,

$$yx \equiv 1 \pmod{m}$$

অর্থাৎ, x তখনই  $(y \bmod m)$  এর Modular Multiplicative Inverse হবে, যখন  $yx \equiv 1 \pmod{m}$  হবে।

এখন ব্যাপার হল, x কিভাবে বের করব। এই জন্য আমাদের [Fermat's Little Theorem](#) নামে একটা Theorem জানা লাগবে। এই Theorem অনুযায়ী,

যদি p একটি প্রাইম নাম্বার, a যেকোন integer হয় এবং a যদি p দিয়ে বিভাজ্য না হয়, তাহলে লিখা যায়,

$$a^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$$

এটাকে আবার আমরা লিখতে পারি,

$$a * a^{(p-2)} \equiv 1 \pmod{p}$$

অর্থাৎ, আমরা বলতে পারি, a এর Modular Multiplicative Inverse হচ্ছে  $a^{(p-2)}$ ।

এখানেই লাগছে, Big Mod এর concept। আমরা যখন Modular Multiplicative Inverse এর কোন প্রবলেম সল্ভ করার চেষ্টা করি, তখন ছোট কোন প্রাইম নিই না (কারণ কি?)। যার কারণে,  $(p-2)$  আসলে মোটামুটি বড় একটি নম্বর (আমি চেষ্টা করি,  $p = 1000000007$  রাখার)। এখন,  $a$  এর ভ্যালু ১ থেকে বড় যাই হোক, আমার  $(a^{(p-2)}) \% m$  বের করতে হলে, Big Mod ছাড়া আর কোন পথ নাই। 😊

এবার আসি কোড কেমন হবে...

যদি আমাকে  $(a/b) \% m$  বের করতে বলে, আমাকে  $(b \bmod m)$  এর Modular Multiplicative Inverse বের করতে হবে।  $x = \text{Modular Multiplicative Inverse of } (b \bmod m)$  হলে, আমি  $b \bmod()$  ফাংশনে পাঠাব,

$b, p-2, m$

যেখানে,  $b$  হচ্ছে যে নাম্বারের Modular Multiplicative Inverse বের করতে চাচ্ছি,  $p-2$  হচ্ছে আমার সিলেক্ট করা প্রাইম থেকে ২ বিয়োগ করে যে সংখ্যা আসে তা আর  $m$  হচ্ছে যা দিয়ে mod করছি। এই ফাংশন আমাকে যা রিটার্ন করবে, তাই হচ্ছে Modular Multiplicative Inverse of  $(b \bmod m)$ ।

```
int bmod(int a,int b,int m)
{
    if(b==0)
        return 1;

    int x=bmod(a,b/2,m);

    x=(x*x)%m;

    if(b%2==1)
        x=(x*a)%m;

    return x;
}
```

যদি পুরো পোস্ট বুঝতে পারো, নিচের প্রবলেমটি করে ফেল।

## Combinations