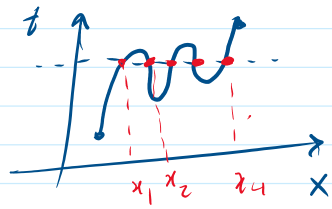
Monday, July 21, 2025 8:39 PM

هو

تقارن‌های کلاسیکی و قوانین پایستگی

کوانتوم + نسبیت ← QFT ؟ یک راه ساختن: انتگرال مسیر تک ذره نسبیتی ← field theory



$\rightsquigarrow$ $\underbrace{t = cte}$ $\rightsquigarrow$ $\underbrace{x_1, x_2, \dots}$

$$\int Dx\, e^{iS} \longrightarrow \phi(t, x)$$

تقارن‌ها کمک ما برای ساختن لاگرانژی هستن.

← (چرا شروع نظریه میدان معمولاً با لاگرانژی است بجای هامیلتونی؟ لورنتز ناوردا و کوواریانت بودن تئوری خیلی روشن‌تر و عیان‌تر است)

duncan 12

higher form sym
non-invertible symmetry

تقارن { فضا-زمان spacetime symmetry ; داخلی internal symmetries }

تقارن { موضعی gauge sym ; سراسری global }

چه چیز جدید نسبت به مکانیک کلاسیک در نظریه میدان: تقارن‌های درونی.

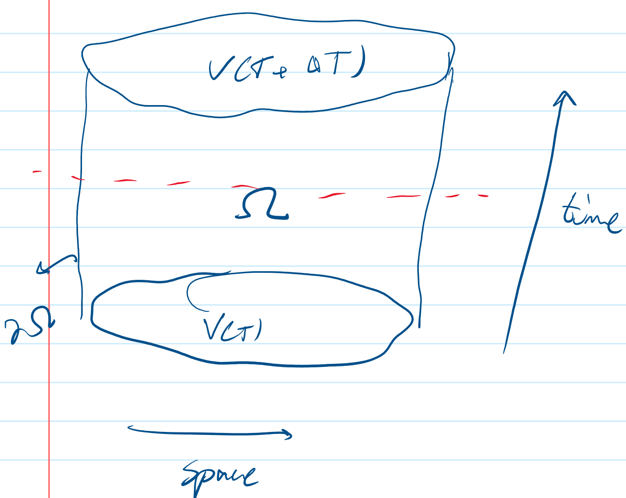
$$\partial_\mu J^\mu = 0$$ (locally conserved current)

ها
1.1.2

جریان.

$$\Downarrow$$

globally Conserved quantity



$$0 = \int_{\Omega} d^4x\, \partial_\mu j^\mu = \oint_{\partial\Omega} dS_\mu\, j^\mu$$

3-Volume

Ω در بخش فضایی به بی نهایت گسترده شود.

$$\lim_{|\vec{x}| \to \infty} j^\mu(\vec{x}, x_0) = 0 \qquad \text{(فرض معقولی؟!)}$$

$$0 = \int_{V(T+\Delta T)} dS_0\, j^0(\vec{x}, T+\Delta T) - \int_{V(T)} dS_0\, j^0(\vec{x}, T)$$

بار ۱۹۱

$$Q(T) = \int_{V(T)} d^3x\, j^0(x, T)$$

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \longrightarrow Q(T) = Q(T+\Delta T) \; ; \; \forall \Delta T$$

فضازمان

$$\phi(x) \xrightarrow{x \to x'} \phi'(x') = \phi(x) + \underbrace{\delta\phi(x)}_{\text{تغییر فرم}} + \cancel{\boxed{}}$$

فضا ز

$$\underbrace{\phi(x) \xrightarrow{\text{تقارن درونی}} \phi'(x)}_{\text{تقارن درونی}}$$

$$\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi, \phi^*, \partial_\mu\phi^*)$$

$$\phi(x) \to \phi'(x) = e^{i\alpha}\phi(x) = (1 + i\alpha + \cdots)\phi(x)$$

$$\phi^*(x) \to \phi'^*(x) = e^{-i\alpha}\phi^*(x)$$

$$\mathcal{L}(\phi, \cdots) = \mathcal{L}(\phi', \cdots)$$

$$\phi'(x) = \phi(x) + \delta\phi(x) + \cdots$$

$$\delta\phi = i\alpha\phi(x)$$

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\partial\phi}\delta\phi + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi}\delta\partial_\mu\phi + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi^*}\delta\phi^* + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi^*}\delta\partial_\mu\phi^*$$

on-shell : $\dfrac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi} - \partial_\mu \dfrac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi} = 0$ $\qquad \delta(\partial\phi) \overset{?}{=} \partial_\mu\delta\phi$

$$\delta\left(\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi}\partial_\mu\phi\right) - \partial_\mu\phi\,\delta\left(\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi}\right) =$$

$i(\vec{\lambda}\cdot\vec{\theta})^{ab}\phi_b$

$$\delta\mathcal{L} = \partial_\mu \left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi_a} \delta\phi_a + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi^*} \delta\phi^* \right]$$

$i(\vec{\lambda}\cdot\vec{\theta})^{ab}\phi_b$

$$0 = \delta\mathcal{L} = \partial_\mu \left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi} i\alpha\phi - \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi^*} i\alpha\phi^* \right] = \alpha\,\partial_\mu j^\mu = 0$$

$$j^\mu = i\left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi}\phi - \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi^*}\phi^* \right] \longrightarrow j^0$$

$\mathcal{L} = \mathcal{L}'$

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - V(|\phi|^2)$$

∂_r

$$Q = \int d^3x\, j^0 = i\int d^3x \left[\phi^*\Pi - \phi\,\Pi^*\right]$$

---

internal Symmetry $\longleftrightarrow$ Lie Group : G

$$\phi^a$$

$$G : \begin{cases} (a+b)+c = a+(b+c) : \\ 0+a = a \\ a+b = 0 = b+a \end{cases}$$

$(G, +)$

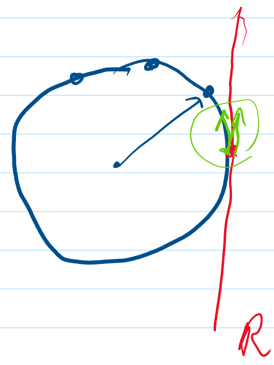
$$g \in U(1) : |e^{i\alpha}| = 1$$

$$(G, +) \cdot \phi \longrightarrow e^{i\alpha}\phi$$

$$(G, +) \, . \quad \phi \longrightarrow e^{i\alpha} \phi$$

$$|U(1)| = 2\pi$$

$$\begin{cases} \bullet \; e^{i\alpha} \cdot e^{i\beta} = e^{i(\alpha+\beta)} \in U(1) \\ \bullet \; 1 \, e^{i\alpha} = e^{i\alpha} \\ \bullet \; e^{i\alpha} \cdot e^{-i\alpha} = 1 \end{cases}$$



$$\phi^a = \begin{pmatrix} \phi^{(1)} \\ \phi^{(2)} \\ \vdots \\ \phi^{(N)} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \phi'^a_{(x)} = R^{ab} \phi^b_{(x)}$$

حقیقی

$$RR^T = \mathbb{1}$$

$O(N)$

ϕ^a مانند یک گروه N بعدی ($O(N)$) تبدیل می‌شود.

نمایش

مختلط

$$\phi'^a = U^{ab} \phi^b$$

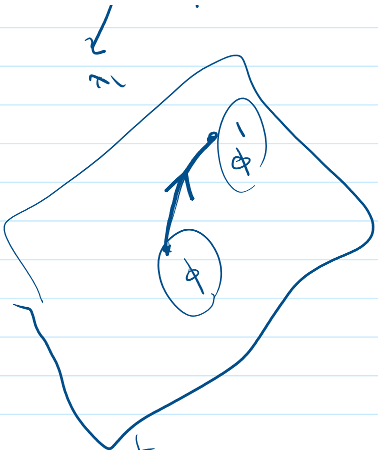
$$UU^\dagger = \mathbb{1}$$

$$SU(2) \, ; \quad \det U = 1 \, , N = 2$$

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$$

Continous Lie group : ماتریس $N \times N$ $\quad \vec{\theta} = \begin{pmatrix} \theta^1 \\ \vdots \\ \theta^{2N} \end{pmatrix}$

$$\phi' = \left(e^{i\lambda^k \theta^k} \right)_{ab} \phi_b(x)$$



$$\phi'_a = \left(e^{\cdots}\right)_{ab}\phi_b(x)$$

$\lambda = 1$

$$\phi' = e^{i\alpha}\phi$$

$$\phi' = e^{iJ^i\theta_i}\phi$$

Compact

$$[\lambda^j, \lambda^k] = i f^{jkl}\lambda^l \quad , \quad \lambda_j^\dagger = \lambda_j \quad , \quad tr\,\lambda_j = 0$$

مولد

ثابت ساختار

$$tr\,\lambda^a\lambda^b = \frac{1}{2}\delta^{ab}$$

$U(1) \to$ جبر I $\to$ مولد 1

$SU(2) \longrightarrow [J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}J_k$

$$tr\,J_iJ_j = \frac{1}{2}\delta_{ij} \quad ; \quad tr\,J_j = 0$$

$$J = \frac{1}{2} \longrightarrow J_i = \frac{1}{2}\sigma_i$$