

D 通过 $A \rightarrow B$ 与 $C \rightarrow D$ 的时间均为车流量除以 100，通过 $B \rightarrow D$ 与 $A \rightarrow C$ 的时间为固定的 45 分钟。在路径 $B \rightarrow C$ 没有开通时，从 $A \rightarrow D$

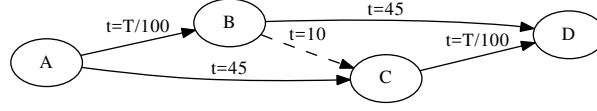


图 1: Braess 悖论的具体情况

的通过时间分别为 $\frac{A}{100} + 45$ 与 $\frac{B}{100} + 45$ ，达到均衡之后有 $A = B = 2000$ 这样每条路通过的时间都是 $\frac{2000}{100} + 45 = 65$ 分钟。

现在考虑 $B \rightarrow C$ 开通之后，其通过时间非常短，在这种情况下，所有司机都会选择 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 这条路线，因为即使所有车辆全部通过 $A \rightarrow B$ 所用时间也不超过 40 分钟，这样所有通过这条路径的时间为 $\frac{4000}{100} \times 2 + 10 = 90$ 分钟，Braess 悖论便是指这种情况。

3.1.4 基于 Braess 的评价系统

小区开放相当与在原有的交通网络中再次加入新的网路，其中必然会有某些情况导致 Braess 悖论的发生，而出现这种情况不宜开放小区。

查阅论文可知 Pas 和 Principipio 在其论文中指出了 Braess 悖论不发生的两种情况^[2]，一种时交通量低时，如 1，另一种时交通量高时 2，当交通量符合上述两种情况时，不发生 Braess 现象，如 3 所示。

$$Q > \frac{2(\alpha_n - \alpha_x)}{3\beta_n + \beta_x} \quad (1)$$

$$Q < \frac{2(\alpha_n - \alpha_x)}{\beta_n - \beta_x} \quad (2)$$

$$\frac{2(\alpha_n - \alpha_x)}{3\beta_n + \beta_x} < Q < \frac{2(\alpha_n - \alpha_x)}{\beta_n - \beta_x} \quad (3)$$

其中 Q 为交通需求，

3.2 问题二

考虑小区开放对周边道路通行的两个影响因素：道路条件、交通条件。

3.2.1 道路条件

首先，对小区周边道路条件进行分析。道路通行主要考虑从一点到另一点的实际通行时间，实际通行时间 $T = d_1 + D$ ，其中 d_1 为延误时间， D 为行程时间。

延误时间^[3]是指，道路上通行所需时间除行走时间外，也受市政道路交通信号灯的影响，如公式 (4) 所示。

$$d_1 = \frac{0.5T(1 - \frac{t_g}{T})}{1 - [\min(1, x) \cdot \frac{t_g}{T}]} \quad (4)$$

其中 T 表示信号灯周期长度， t_g 代表绿灯时间， x 代表最大交通量与基本交通量之比。

通行时间是指，在不考虑交通路口的通行状况下，通过某个路段所需时间。常用的通行时间函数美国联邦公路局函数 (即 BPR 函数) 如公式 (5) 所示。

$$t_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} f_{ij} \quad (5)$$

其中 ij 表示从 i 路段到 j 路段， t_{ij} 表示在该路段所花的时间， α_{ij} 为路段上的结合具体情况，对其改进^[4]，考虑到小区内道路上行人、自行车等非机动车较多的特点，增加行人对机动车的影响、自行车对机动车的影响。结合已有的研究成果，得到行人、自行车分别对车辆的影响系数，得到改进 BPR 函数。BPR 阻抗函数为：

3.2.2 行程时间

3.2.3 车流量

3.3 问题二

综合问题一的评价模型建立元胞自动机模型

$$A = (L, d, S, N, f) \quad (6)$$

其中 A 代表自动机模型，其中 L 为元胞空间； d 为元胞空间的维数； S 为状态集合； N 为某个邻域内所有元胞的集合； f 为局部映射或局部规则。根据问题一中的模型，建立一个二维元胞自动机模型，每个每个元胞具有几个固定的生成地点，在 L 中有确定的目的地。

参考文献

- [1] BRAESS P D D. Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung[J]. Unternehmensforschung, 1968, 12(1): 258–268.
- [2] PAS E I, PRINCIPIO S L. Braess' paradox: Some new insights[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 1997, 31(3): 265–276.
- [3] 任福田, 刘小明, 荣建. 交通工程学 [M]. [S.l.]: 人民交通出版社, 2003.
- [4] 李向朋. 城市交通拥堵对策—封闭型小区交通开放研究 [D]. [S.l.]: 长沙理工大学, 2014.