

هوش مصنوعی

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دکتر رهبان

بهار ۱۴۰۳

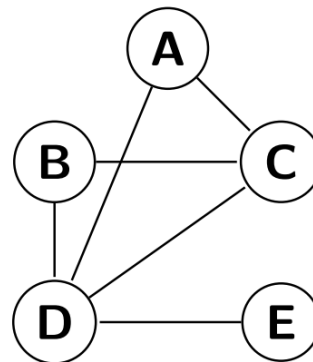
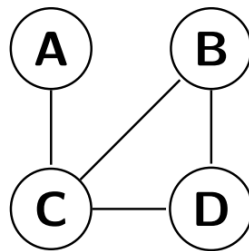
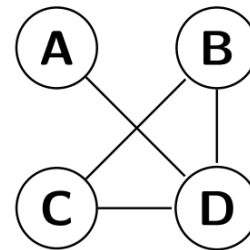
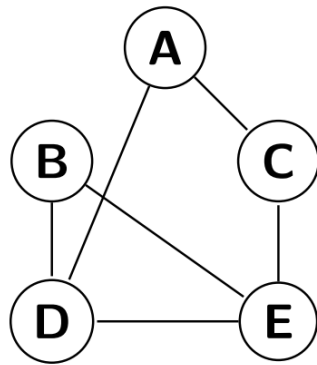
مهدی علی نژاد، ۴۰۱۱۰۶۲۶۶

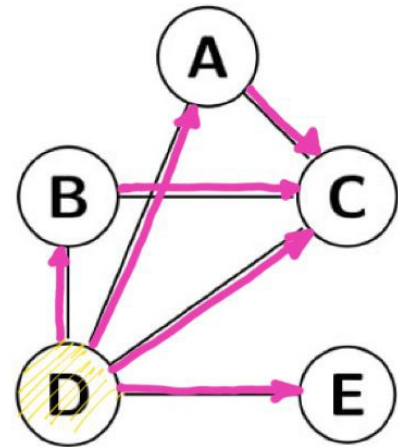
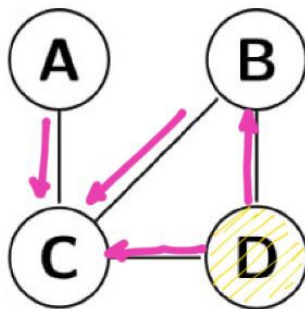
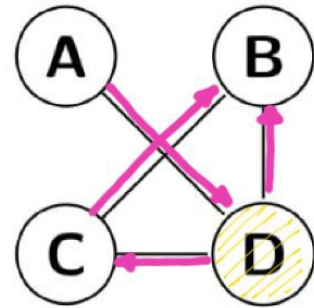
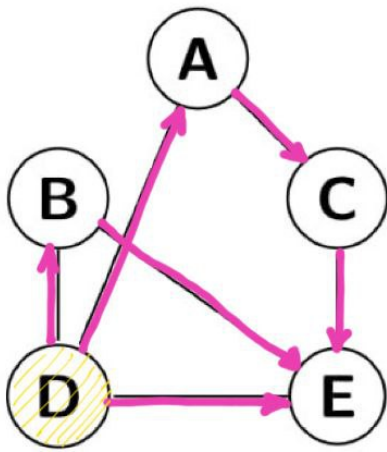


تمرین سوم تئوری، بخش اول

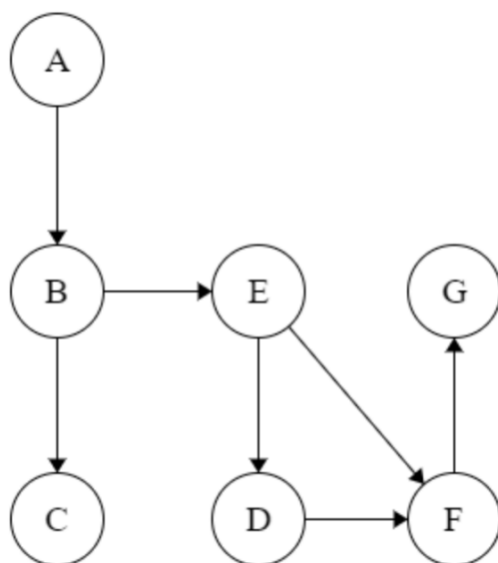
سوال ۱

۱. (۱۲ نمره، درجه سختی ۴) یال‌های شبکه‌ی بیزی زیر را جهت‌دار کنید بطوری که متغیرهای A و B به شرط D مستقل باشند. (توجه کنید که جواب لزوماً یکتا نیست و ذکر یک پاسخ صحیح کفایت می‌کند)





۲. (۸ نمره، درجه سختی ۳) در شبکه بیزی زیر، مقدار $P(A, C, D | f)$ را میخواهیم بدست بیاوریم. در صورتی که ترتیب حذف متغیرها به صورت B, G, E (از راست به چپ باشد)، مراحل variable elimination را بنویسید. در هر مرحله مشخص کنید کدام جداول با هم ادغام میشوند و کدام متغیر sum out میشود.



برای حذف E تمام جدول هایی که در آنها آمده است را مشخص می کنیم که می شود:

$$E|B, \quad D|E, \quad F|E, D$$

با ادغام این سه جدول و sum out کردن متغیر E به دو جدول $D|B$ و $F|B$ می رسم.

سپس به سراغ حذف متغیر G می رویم. این متغیر تنها در جدول $G|F$ دیده می شود که با sum out کردن آن این جدول حذف می شود.

سپس در حذف متغیر B جدول های زیر با هم ادغام می شوند.

$$B|A, \quad C|B, \quad D|B, \quad F|B$$

و پس از sum out کردن B سه جدول $D|A$ و $F|A$ و $C|A$ باقی می ماند.

۳. (۱۵ نمره، درجه سختی ۵) با توجه به جداول زیر به سوالات پاسخ دهید.

A	$P(A)$
F	0.6
T	0.4

A	B	$P(B A)$
F	F	0.7
T	F	0.2
F	T	0.3
T	T	0.8

A	D	$P(D A)$
F	F	0.5
T	F	0.85
F	T	0.5
T	T	0.15

B	A	C	$P(C A, B)$
F	F	F	0.9
T	F	F	0.75
F	T	F	0.2
T	T	F	0.6
F	F	T	0.1
T	F	T	0.25
F	T	T	0.8
T	T	T	0.4

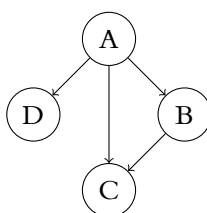
(آ) به کمک نمونه‌های زیر و با روش *Likelihood Weighting*، $P(+a | +b, -c)$ را بدست آورید.

$+a$	$+b$	$-c$	$+d$
$-a$	$+b$	$-c$	$+d$
$-a$	$+b$	$-c$	$-d$
$+a$	$+b$	$-c$	$-d$
$+a$	$+b$	$-c$	$+d$

(ب) حال با کمک نمونه‌های بخش آ، و با استفاده از روش *Prior Sampling*، مقدار $P(+d)$ را محاسبه کنید.

(ج) اگر در روش *Gibbs Sampling*، نمونه‌ی اولیه به صورت $(+a, +b, +c, +d)$ باشد و پس از آن مقدار B را برداریم، احتمال اینکه در نمونه‌ی بعدی مقدار B برابر $+b$ باشد چقدر است؟

نمودار کلی به این صورت است:



(آ)

برای اینکار به هرکدام از نمونه های به دست آمده، وزن مختص به آنها را نسبت می دهیم، اگر نمونه گیری ها را از ۱ تا ۵ شماره گذاری کنیم، داریم:

$$w_i = P(+b|a_i)P(-c|+b, a_i)$$

$$w_1 = 0.8 * 0.6 = 0.48$$

$$w_2 = 0.3 * 0.75 = 0.225$$

$$w_3 = 0.3 * 0.75 = 0.225$$

$$w_4 = 0.8 * 0.6 = 0.48$$

$$w_5 = 0.8 * 0.6 = 0.48$$

حال کفایت حاصل زیر را بدست آوریم:

$$P(+a|+b, -c) = \frac{w_1 + w_4 + w_5}{\sum_i w_i} = \frac{3 * 0.48}{3 * 0.48 + 2 * 0.225} \approx 0.76$$

(ب)

$$p(+d) = \frac{num(+d)}{num(d)} = 0.6$$

(ج)

$$p(+b|+a, +c, +d) = p(+b|+a, +c) = \frac{p(+a)p(+b|+a)p(+c|+b, +a)}{p(+a)p(+b|+a)p(+c|+b, +a) + p(+a)p(-b|+a)p(+c|-b, +a)}$$

$$= \frac{0.4 \times 0.8 \times 0.4}{0.4 \times 0.8 \times 0.4 + 0.4 \times 0.2 \times 0.8} = \frac{2}{3}$$