

Σπιτεργασία 02

20210310

Η παρούσα σπιτεργασία βασίζεται στην έννοια του *μεσου απολυτου σφαλματος* (Mean Absolute Error, MAE) το οποίο, με δεδομένα $x_1, x_2, \dots, x_N \in \mathbb{R}$, ορίζεται ως εξής:

$$J(z; x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |x_n - z|.$$

Το πρόβλημα το οποίο πρέπει να λύσετε είναι η εύρεση του *συνολου των* z τα οποία ελαχιστοποιούν το $J(z; x_1, x_2, \dots, x_N)$. Δηλαδή ορίζουμε

$$\text{ελαχιστο απολυτο σφαλμα: } \hat{J}(x_1, x_2, \dots, x_N) = \min_{z \in \mathbb{R}} J(z; x_1, x_2, \dots, x_N)$$

$$\text{ελαχιστοποιητης: } \hat{z} : J(\hat{z}; x_1, x_2, \dots, x_N) = \hat{J}(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

$$\text{ελαχιστοποιητικο συνολο: } \hat{Z} = \{z : J(z; x_1, x_2, \dots, x_N) = \hat{J}(x_1, x_2, \dots, x_N)\}$$

Για να συμπληρώσετε την σπιτεργασία πρέπει να κάνετε τα εξής.

1. (65%) Να γράψετε και να καταθέσετε κωδικά Octave ο οποίος, για δεδομένα $x_1, x_2, \dots, x_N \in \mathbb{R}$, θα υπολογίζει **ο**λα τα στοιχεία του \hat{Z} .

2. (35%) Να αποδείξετε ότι το \hat{Z} είναι αυτο που υπολογίζει ο κωδικας σας.

Τα παραδοτέα της σπιτεργασίας είναι τα εξής.

1. Τρία αρχεία Octave (εκδοση 6.2.0)

a. Η συνάρτηση **MyFun01.m** θα έχει εισοδο ένα $1 \times N$ διάνυσμα $X = [x_1, \dots, x_N]$ και εξοδο το συνολο \hat{Z} .

b. Η συνάρτηση **MAE.m** θα έχει εισόδους ένα $z \in \mathbb{R}$ και ένα $1 \times N$ διάνυσμα $X = [x_1, \dots, x_N]$ και εξοδο το $J(z; x_1, x_2, \dots, x_N)$.

c. Το script **MAE.m** θα ορίζει ένα $X = [x_1, \dots, x_N]$ και θα υπολογίζει τα \hat{Z} και $\hat{J}(x_1, x_2, \dots, x_N)$.

2. Το αρχείο MyTheorem.tex και το παραγώγο αυτού MyTheorem.pdf θα περιέχουν.

a. Την συμπληρωμένη διατύπωση του παρακατω θεωρηματος.

Θεωρημα. Για καθε $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N \in \mathbb{R}$, εχουμε

$\hat{Z} =$ (εδώ συμπληρώνετε)

- b.** Την αποδειξη του θεωρήματος, η οποία θα έχει μεγίστη έκταση 10 σειρές.