

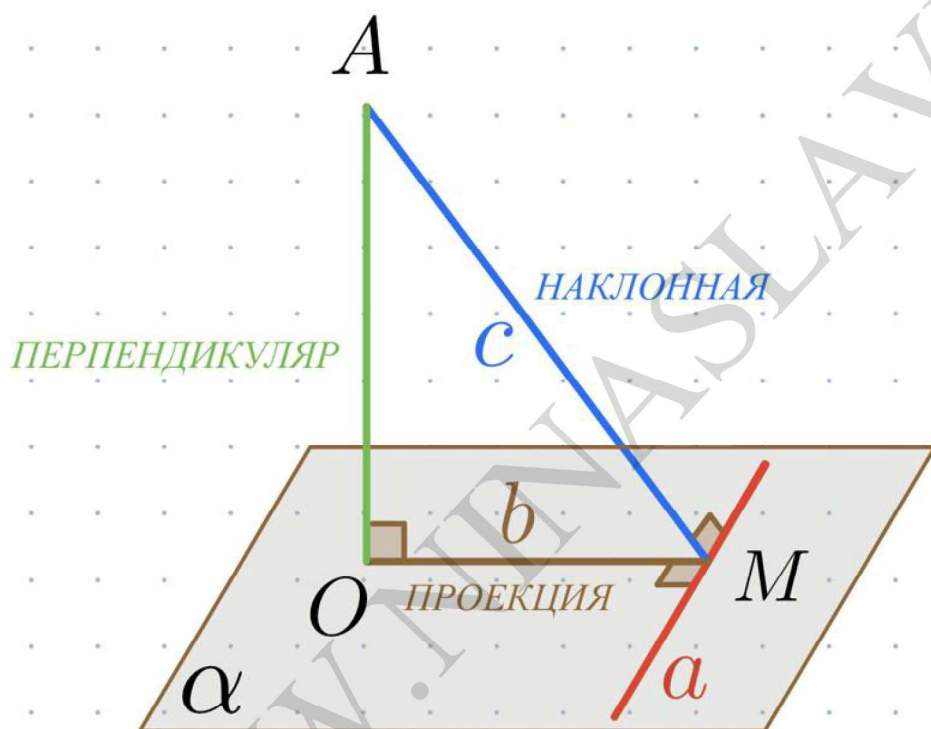
# Задачи на теорему о трёх перпендикулярах

## Теорема 1 (Теорема о трёх перпендикулярах)

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной, перпендикулярная к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной.

## Теорема 2 (Теорема обратная теореме о трёх перпендикулярах)

Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна самой наклонной, то она перпендикулярна и её проекции.



$$a \perp b \Rightarrow a \perp c$$

$$a \perp c \Rightarrow a \perp b$$

**Задача 1** Из вершины  $A$  прямоугольного треугольника  $ABC$  (угол  $B$ - прямой) к плоскости треугольника проведен перпендикуляр  $AK$ . Докажите, что прямые  $KB$  и  $BC$  взаимно перпендикулярны.

**Задача 2** В равнобедренном треугольнике  $SEN$  точка  $A$ - середина основания  $EN$ . Из точки  $S$  к плоскости треугольника проведен перпендикуляр  $SK$ . Докажите, что прямые  $AK$  и  $EN$  взаимно перпендикулярны.

**Задача 3** Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости треугольника  $ABC$  и имеет длину 24 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BC$ , если  $AB = 15$  см.,  $AC = 20$  см.,  $BC = 24$  см.

**Задача 4** В правильном треугольнике  $ABC$  точка  $O$  - центр.  $OM$  - перпендикуляр к плоскости  $ABC$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до стороны  $BC$ , если  $AB = 15$  см.,  $OM = 5$  см.

**Задача 5** Из вершины  $C$  правильного треугольника  $ABC$  со стороной 10 см проведен к его плоскости перпендикуляр  $CM$  длиной 6 см. Вычислить расстояние от точки  $M$  до стороны  $BC$ .

**Задача 6** Катеты прямоугольного треугольника  $ABC$  15 см и 20 см. Из вершины прямого угла  $C$  проведен отрезок  $CD$ , перпендикулярный плоскости этого треугольника.  $CD = 35$  см. Найдите расстояние от точки  $D$  до гипотенузы  $AB$ .

**Задача 7** Для куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  докажите перпендикулярность прямых: а)  $AA_1$  и  $AC$ , б)  $AC$  и  $BD_1$ , в)  $DC_1$  и  $A_1C$ , г)  $B_1D$  и  $CD_1$ , д)  $A_1B$  и  $DB_1$

**Задача 8** Докажите что в правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  прямые  $SA$  и  $BD$  перпендикулярны.

**Задача 9** Докажите что в правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  прямые  $SA$  и  $BF$  перпендикулярны.

**Задача 10** Докажите что в правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  прямые а)  $AC_1$  и  $BE$ , б)  $AD_1$  и  $BF$  перпендикулярны.