

Формулы тригонометрии

Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\cot \alpha \cdot \tan \alpha = 1$$

Двойные углы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = 2 \frac{\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Синус суммы, косинус разности ...

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \beta \sin \alpha$$

$$\tan (\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

Сумма синусов, разность косинусов ...

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Преобразование произведения в сумму

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)$$

$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)$$

Универсальная тригонометрическая замена

Пусть $t = \tan \frac{\alpha}{2}$. Тогда

$$\sin \alpha = \frac{2t}{1 + t^2} \quad \cos \alpha = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{2t}{1 - t^2}$$

Формулы понижения степени

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Тройные углы

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \quad \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$