

# **Versuch 28 - Elektronenspinresonanz**

**TU Dortmund, Fakultät Physik  
Fortgeschrittenen-Praktikum**

Jan Adam

jan.adam@tu-dortmund.de

Dimitrios Skodras

dimitrios.skodras@tu-dortmund.de

30. April 2014

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung und Aufbau</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>3</b>
3.1	Kalibrierung der Messachsen . . . . .	3
3.2	Magnetische Flussdichte der Erde . . . . .	5
3.3	Gyromagnetisches Verhältnis des Elektrons . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>6</b>
4.1	Erdmagnetfeld . . . . .	6
4.2	Landéfaktor . . . . .	6
	<b>Literatur</b>	<b>7</b>

# 1 Theorie

Die Hüllenelektronen eines Atoms, die einen Bahndrehimpuls besitzen, erzeugen auch ein magnetisches Moment. Laut einiger Experimente haben Elektronen jedoch außerdem einen „Eigendrehimpuls“ genannt „Spin“, der experimentell zu Tage tritt, wenn der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle verschwindet. Dies ist klassisch nicht zu erklären, da Elektronen punktförmig sind und keine Ausdehnung haben. In diesem Experiment soll nun versucht werden, den Betrag dieses Drehimpulses zu bestimmen.

Mit Überlegungen aus der Quantenmechanik lässt sich das gesuchte Bohrsche Magneton herleiten: Die Stromdichte eines Teilchenstroms aus Elektronen ist

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2im_0}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) \quad (1)$$

Mit  $\hbar$  dem Planckschen Wirkungsquantum und  $m_0$  der Elektronenmasse.

Setzt man für  $\Psi$  die Kugelförmige Wellenfunktion des Elektrons ein und integriert über die Querschnittsfläche der Elektronenhülle, so erhält man das Bohrsche Magneton  $\mu_B$ :

$$\mu_B := -\frac{1}{2} \frac{e_0}{m_0} \hbar = (9,274015 \pm 0,000003) \cdot 10^{-24} \frac{J}{T} \quad (2)$$

Neben dem Betrag des Drehimpulses ist auch seine Richtung gequantelt. Bezüglich einer ausgezeichneten Raumachse kann die Komponente  $l_z$  nur ganzzahlige Vielfache von  $\hbar$  annehmen:

$$l_z = m_l \hbar \quad (3)$$

Mit  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

Wird dieses magnetische Moment in ein äußeres Magnetfeld eingeführt, so erhält es, abhängig von seiner Ausrichtung, potentielle Energie. Seine Grundenergie  $E_0$  spaltet in  $2l + 1$  Unterniveaus auf, der Zeeman-Effekt wird beobachtet.

Der Eigenspin der Elektronen kann, wie im Stern-Gerlach-Versuch sichtbar wird, immer nur zwei Werte annehmen:  $m_s = \pm \frac{1}{2}$  und damit folgt für die z-Komponente  $S_z$ :

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar$$

Das Magnetische Moment wird nun zweckmäßigerweise in Einheiten des Bohrschen

Magnetons ausgedrückt

$$\mu S_z = -g m_s \mu_B = -g \frac{1}{2} \mu_B$$

der dabei auftretende Proportionalitätsfaktor wird „Landé-Faktor“  $g$  genannt. Dieser kann  $\neq 1$  sein, wodurch ein anderer Zusammenhang als beim Bahndrehimpuls impliziert wird und der genaue Wert soll im Folgenden berechnet werden.

## 2 Durchführung und Aufbau

Zur Bestimmung des  $g$ -Faktors wird die Elektronenspin-Resonanz-Methode (ESR) benutzt. Dazu wird eine Substanz mit freien Elektronen in ein homogenes Magnetfeld eingeführt und das Energieniveau  $E_0$  mittels Zeeman-Effekt aufgespalten.

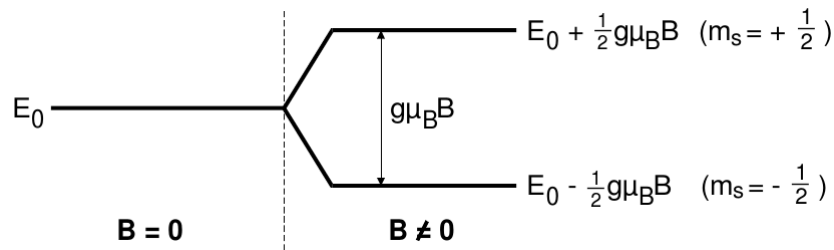


Abbildung 1: Darstellung der Aufspaltung des Grundniveaus in zwei weitere Niveaus für  $B \neq 0$ <sup>1</sup>

Die Energie-Differenz zwischen den beiden Niveaus beträgt dabei

$$h\nu = g\mu_B B \quad (4)$$

Gemäß der Maxwell-Boltzmann-Verteilung ist der obere Zustand schwächer besetzt als der untere. Durch Einstrahlung von Lichtquanten mit der Differenzenergie von etwa  $\hbar\nu \approx 6 \cdot 10^{-7} \text{ eV} \Rightarrow \nu \approx 140 \text{ MHz}$  bei einem Magnetfeld von  $B = 10 \text{ mT}$  kann man die Elektronen in das höhere Niveau anheben, wobei sie ihren Spin umklappen. Dies ist die sog. „Elektronenspin-Resonanz“.

Das Hochfrequenzfeld wird durch eine kleine Spule induziert. Das homogene Magnetfeld erzeugt eine Helmholtzspule. Wird die Resonanzfrequenz erreicht, so ändert sich die makroskopische Magnetisierung der Probe und damit die Impedanz der HF-Spule. Diese Verstimmung wird an der angeschlossenen Brückenschaltung durch eine Differenzspannung sichtbar, die auf einem empfindlichen Messinstrument abgelesen werden kann.

In Abbildung 2 ist der Aufbau der Messapparatur zu erkennen.

<sup>1</sup>Abbildung aus der Versuchsanleitung entnommen

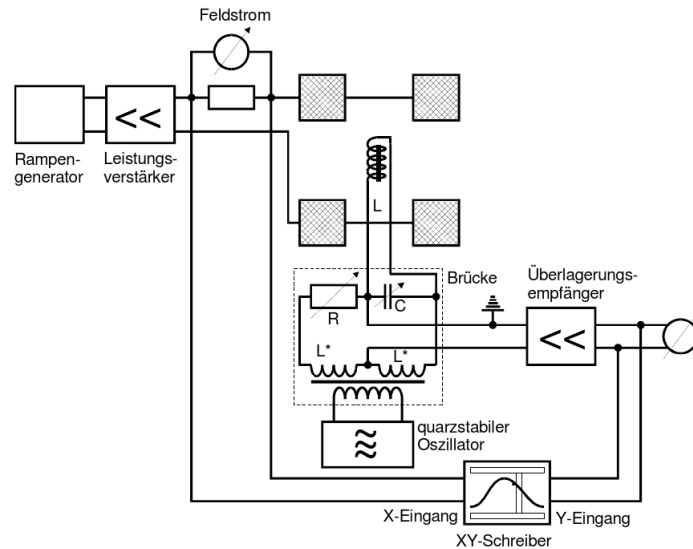


Abbildung 2: Aufbau der im Versuch verwendeten Messapparatur<sup>2</sup>

Die Brückenspannung wird nun verstärkt, gefiltert und zusammen mit dem Output eines Rampengenerators für die Spulenspannung an einen X-Y-Schreiber angeschlossen. Im Idealfall sollte eine Resonanz in Form von Abbildung 3

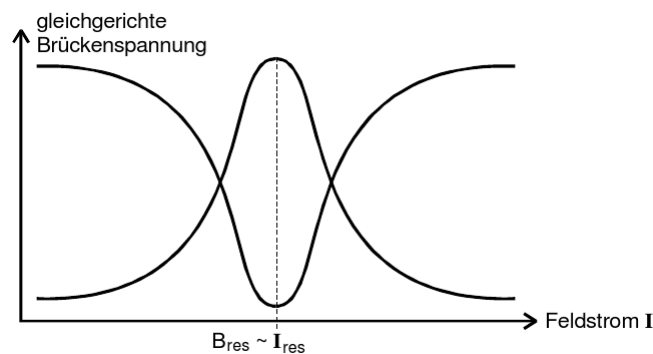


Abbildung 3: Absorptions-Resonanzsignal<sup>3</sup>

sichtbar werden. Aus dieser kann dann  $g$  berechnet werden.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Kalibrierung der Messachsen

Zur Bestimmung der für die Auswertung relevanten Resonanzstellen, ist es erforderlich, die im Anhang aufgeführten Messkurven entlang der X-Achse nach den gemessenen

<sup>2</sup>Abbildung aus der Versuchsanleitung entnommen

<sup>3</sup>Abbildung aus der Versuchsanleitung entnommen

Spannungen  $U_{\text{Rampe}} = U_{\text{R}}$  zu kalibrieren.

$$U_{\text{R}} = m \cdot x + U_0 \quad (5)$$

In den Tabellen 1 und 2 sind die Breite der Messung  $\Delta x$ , sowie deren Randpunkte  $U_{\text{R},0}$  und  $U_{\text{R},1}$  und die für die weitere Auswertung wichtige Resonanzstelle aufgeführt. Die Einspeisefrequenz  $\nu_e$  ermittelt sich durch Subtraktion der im Anhang gezeichneten Oszillationsfrequenzen  $\nu_{\text{Osz}}$  und der Zwischenfrequenz  $\nu_{\text{ZF}} = 552 \text{ kHz}$ .

$\nu_e$ in MHz	$\Delta x$ in cm	$U_{\text{R},0}$ in V	$U_{\text{R},1}$ in V	$m$ in V/cm	$x_{\text{res}}$ in cm	$U_{\text{res}}$ in V
14,798	21,5	10,0	32,0	1,02	9,50	19,72
19,448	19,0	15,0	32,5	0,92	11,75	25,82
23,888	17,5	23,0	41,0	1,03	7,75	30,97
29,448	19,6	24,0	45,0	1,07	12,50	37,39

Tabelle 1: Messdaten bei verschiedenen  $\nu_e$  für  $B_{\text{parallel}}$

$\nu_e$ in MHz	$\Delta x$ in cm	$U_{\text{R},0}$ in V	$U_{\text{R},1}$ in V	$m$ in V/cm	$x_{\text{res}}$ in cm	$U_{\text{res}}$ in V
14,798	19,8	5,0	29,0	1,21	10,00	17,12
19,448	16,5	14,0	33,0	1,15	8,00	23,21
23,888	16,8	17,0	39,0	1,31	9,00	28,79
29,448	19,5	26,0	47,0	1,08	8,75	35,42

Tabelle 2: Messdaten bei verschiedenen  $\nu_e$  für  $B_{\text{antiparallel}}$

Hieraus ergeben sich nun die jeweiligen Kalibrierungsfaktoren in Tabelle 3. Mit einem Widerstand von  $50 \Omega$  lassen sich die Rampengeneratorspannungen in Ströme  $I$  umrechnen.

$\nu_e$ in MHz	$m$ in V/cm	$U_{\text{res}}$ in V	$I_{\text{res}}$ in mA
14,798	1,02	19,72	394,4
	1,21	17,12	342,4
19,448	0,92	25,82	516,4
	1,15	23,21	464,2
23,888	1,03	30,97	619,4
	1,31	28,79	575,7
29,448	1,07	37,39	747,8
	1,08	35,42	708,5

Tabelle 3: Zusammengefasste Werte

### 3.2 Magnetische Flussdichte der Erde

Mit den Ergebnissen aus Abschnitt 3.1 lässt sich nun das Erdmagnetfeld bestimmen. Hierzu werden die Ströme  $I_{\text{res}}$  aus Tabelle 3 nach der Gleichung für die Helmholtzspulen

$$B(I) = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \frac{n}{r} I \quad (6)$$

in magnetische Flussdichten umgerechnet, wobei der Radius  $r = 0,1$  m und die Windungszahl  $N = 156$  ist. Da für gleiche Frequenzen  $\nu_e$  die Resonanzstellen verschieden sind, bewirkt das Erdmagnetfeld einen Einfluss in die jeweilige Richtung, je nachdem, ob die Spule parallel oder antiparallel dazu ausgerichtet ist. Diesen Einfluss kann man ermitteln, indem die zueinander gehörenden Flussdichten voneinander abgezogen und das Ergebnis halbiert wird

$$B_{\text{Erde}} = \frac{1}{2}(B_{\text{par}} - B_{\text{antipar}}). \quad (7)$$

In Tabelle 4 sind die jeweiligen Magnetfelder und das errechnete Erdmagnetfeld aufgeführt,

$\nu_e$ in MHz	$B_{\text{par}}$ in $\mu\text{T}$	$B_{\text{antipar}}$ in $\mu\text{T}$	$B_{\text{Erde}}$ in $\mu\text{T}$
14,798	553,3	480,3	36,5
19,448	724,4	651,2	36,6
23,888	868,9	807,6	30,7
29,448	1049,0	993,8	27,6

Tabelle 4: magnetische Flussdichte der Erde

was zu einem Erdmagnetfeld führt von

$$B_{\text{Erde}} = 32,8 \pm 1,9 \mu\text{T}. \quad (8)$$

### 3.3 Gyromagnetisches Verhältnis des Elektrons

Mit den vom Erdmagnetfeld bereinigten Spulenfeldern lässt sich nun schließlich das gyromagnetische Verhältnis des Elektrons nach Gleichung (4) berechnen. Hierzu wird eine Fitgerade

$$B = \frac{h}{\mu_B \cdot g} \nu = m_{\text{gyro}} \cdot \nu \quad (9)$$

mit GNUplot durch die Wertepaare  $\{\nu_{e,i}, B_{\text{res},i}\}$  gelegt, was in Abbildung 4 zu sehen ist

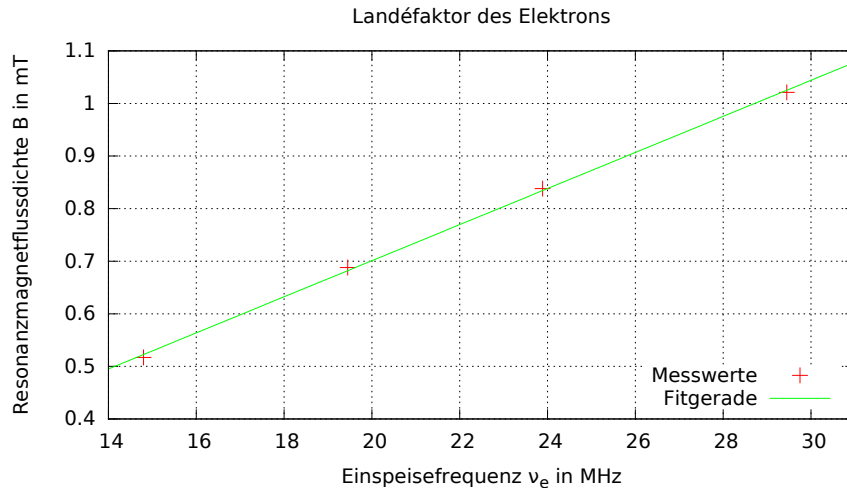


Abbildung 4: Gyromagnetisches Verhältnis oder Landéfaktor des Elektrons

und zu einem Steigungsparameter

$$m_{\text{gyro}} = 0,0343 \pm 0,0006 \text{ Ts} \quad (10)$$

führt und damit schließlich den Landéfaktor berechnen lässt.

$$g = \frac{h}{\mu_B \cdot m_{\text{gyro}}} = 2,082 \pm 0,037 \quad (11)$$

## 4 Diskussion

### 4.1 Erdmagnetfeld

Der berechnete Wert für das Erdmagnetfeld steht in folgendem Verhältnis zum Literaturwert [Chemie.de]

$$\frac{B_{\text{Mess}}}{B_{\text{Lit}}} = 68,3\%. \quad (12)$$

Die etwas hohe Abweichung spricht für eine unpräzise Ausrichtung der Helmholtzspule, was auf die sehr empfindliche Bussole zurückführbar ist, die auf diverse andere elektrische Geräte reagiert.

### 4.2 Landéfaktor

Das gyromagnetische Verhältnis wurde durch einen Fit ermittelt und hat eine Übereinstimmung zum Literaturwert [Universal Lexikon] von

$$\frac{g_{\text{Mess}}}{g_{\text{Lit}}} = 103,4\%. \quad (13)$$



Unabhängig von den Abweichungen vom Erdmagnetfeld ist eine sehr gute Bestimmung des Landé-faktors gelungen.

## **Literatur**

- |                     |  |
|---------------------|--|
| [Chemie.de]         | Form und Stärke des Erdmagnetfelds<br><a href="http://chemie.de/lexikon/Erdmagnetfeld">chemie.de/lexikon/Erdmagnetfeld</a> |
| [Universal Lexikon] | Landé-Faktor<br><a href="http://universal_lexikon.deacademic.com/144745/">universal_lexikon.deacademic.com/144745/</a>     |
| [Versuchsanleitung] | Versuch V28 Elektronen-Spin-Resonanz   |