

Der Zeeman-Effekt

Versuch 27

physikalisches
Fortgeschrittenen-Praktikum

vorgelegt von
Mona Abt und Sebastian Müller
mona.abt@tu-dortmund.de; sebastian8.mueller@tu-dortmund.de
durchgeführt am 30.04.2012

physikalisches Praktikum
Fakultät Physik
Technische Universität Dortmund
2012

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| 1 Theorie | 1 |
| 1.1 Das Phänomen des Zeeman-Effekts | 1 |
| 1.2 Der normale Zeeman-Effekt | 1 |
| 1.3 Der Zeeman-Effekt bei komplexeren Atomen und Spin | 4 |
| 2 Aufgaben | 6 |
| 3 Versuchsaufbau | 7 |
| 3.1 Cd-Lampe | 7 |
| 3.2 Elektromagnet | 7 |
| 3.3 Räumliche Trennung der Spektrallinien | 7 |
| 3.4 Bestimmung der Wellenlängen | 7 |
| 4 Messwerte | 9 |
| 5 Auswertung | 10 |
| 5.1 Vorbereitung | 10 |
| 5.1.1 Termschemata der Übergänge | 10 |
| 5.1.2 Berechnung des theoretischen Landéschen g-Faktors | 11 |
| 5.2 Hysteresekurve des Elektromagenten | 12 |
| 5.3 Aufspaltung der roten Spektrallinie | 13 |
| 5.4 Aufspaltung der blauen Spektrallinie | 15 |
| 6 Zusammenfassung und Diskussion | 17 |
| Quellenverzeichnis | 18 |

1 Theorie

1.1 Das Phänomen des Zeeman-Effekts

Atome emittieren und absorbieren Licht einer bestimmten Wellenlänge. Die Energien der wechselwirkenden Lichtquanten sind wegen den diskreten Eigenenergien E_n des jeweiligen Atomsystems nicht kontinuierlich besetzt. Heiße Gase emittieren Lichtquanten isotrop und unkorreliert mit Energien, die durch die Differenz der Eigenenergien des Atoms gegeben sind. P. Zeeman entdeckte, dass Atome im Magnetfeld Lichtquanten polarisiert und mit einer Farbaufspaltung emittieren. Dieser Effekt heißt Zeeman-Effekt.

1.2 Der normale Zeeman-Effekt

Der normale Zeeman-Effekt kann durch den Hamiltonoperator in Gleichung 1.1 beschrieben werden. Streng gilt dies nur für wasserstoffartige Atome. In Abschnitt 1.3 wird der Mechanismus durch Grenzfallbetrachtung auf komplexere Atome erweitert.

$$\left(H_0 - \frac{\mu_B}{\hbar} BL_z \right) |\psi_\nu\rangle = (E_\nu - m_\nu \mu_B B) |\psi_\nu\rangle \quad (1.1)$$

H_0 enthält die kinetische Energie und das radialsymmetrische Coulombpotential. Wegen Gleichung 1.2 sind die $|\psi_\nu\rangle$ Eigenzustände zu H_0 und zu $-\frac{\mu_B}{\hbar} BL_z$

$$[H_0, L_z]_- = 0 \quad (1.2)$$

Lichtquanten werden beim Übergang zwischen zwei Atomniveaus emittiert. Ein stationäres $|\phi\rangle$ kann als Überlagerung dieser zwei Niveaus $|\psi_\alpha\rangle$ und $|\psi_\beta\rangle$ geschrieben werden.

$$|\phi\rangle = \cos a |\psi_\alpha\rangle + \sin a |\psi_\beta\rangle \quad (1.3)$$

a ist ein beliebiger reeller Parameter. Die zeitabhängige Überlagerung $|\phi(t)\rangle$ ist durch die Eigenenergien von Gleichung 1.1 gegeben.

$$|\phi(t)\rangle = \cos a |\psi(t)_\alpha\rangle + \sin a |\psi(t)_\beta\rangle \quad (1.4)$$

$$= \cos a |\psi(t)_\alpha\rangle + \exp \left(-i \left(\underbrace{\frac{E_\beta - E_\alpha}{\hbar}}_{\Omega_{\alpha,\beta}} + \underbrace{(m_\beta - m_\alpha)\omega_L}_{\omega_{\alpha,\beta}} \right) t \right) \cdot \sin a |\psi(t)_\beta\rangle \quad (1.5)$$

$\omega_L = -\frac{\mu_B B}{\hbar}$ ist die Larmorfrequenz. Die globale Phase in Gleichung 1.5 wurde weggelassen. Die elektromagnetische Abstrahlcharakteristik des Atoms wird durch den Erwartungswert des

Dipoloperators in Gleichung 1.6 abgeschätzt.

$$\hat{D} = q\hat{r} \quad (1.6)$$

$$\langle D(t) \rangle = \langle \phi(t) | D | \phi(t) \rangle \quad (1.7)$$

$$= q(\quad (1.8)$$

$$+ \cos(a)^2 \langle \psi_\alpha | \hat{r} | \psi_\alpha \rangle \quad (1.9)$$

$$+ \sin(a)^2 \langle \psi_\beta | \hat{r} | \psi_\beta \rangle \quad (1.10)$$

$$+ \cos(a) \sin(a) e^{-i(\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t} \langle \psi_\alpha | \hat{r} | \psi_\beta \rangle \quad (1.11)$$

$$+ \sin(a) \cos(a) e^{+i(\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t} \langle \psi_\beta | \hat{r} | \psi_\alpha \rangle \quad (1.12)$$

$\langle \psi_\alpha | \hat{x} | \psi_\alpha \rangle$ und $\langle \psi_\beta | \hat{x} | \psi_\beta \rangle$ sind 0, da das Produkt aus geradem ψ und ungeradem Ortsoperator \hat{r} sich bei einer Integration über den gesamten Raum selbst aufhebt. In Gleichung 1.13 enthält die große Klammer die Summe einer komplexen Zahl mit ihrer komplexkonjugierten Form, was zu Gleichung 1.14 führt.

$$\langle \hat{D}(t) \rangle = q \sin(a) \cos(a) \left(e^{-i(\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t} \langle \psi_\beta | \hat{r} | \psi_\alpha \rangle + e^{+i(\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t} \langle \psi_\alpha | \hat{r} | \psi_\beta \rangle \right) \quad (1.13)$$

$$= q \underbrace{\sin(a) \cos(a)}_{\sin(2a)} 2 (\langle \psi_\beta | \hat{r} | \psi_\alpha \rangle \cos((\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t)) \quad (1.14)$$

Um den Erwartungswert des Ortsoperators in Gleichung 1.14 zu bestimmen, wird ausgenutzt, dass sich $|\psi_\nu\rangle$ nach Gleichung 1.15 mit einem Separationsansatz schreiben lässt.

$$|\psi_\nu\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} R_\nu(r) \Theta_\nu(\theta) \Phi_\nu(\phi) \quad (1.15)$$

$$\Phi_\nu(\phi) = e^{im_\nu \phi} \quad (1.16)$$

Der Ortsoperator \hat{r} wird passend zu Gleichung 1.15 in Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) dargestellt.

$$x = r \sin \theta \sin \phi \quad (1.17)$$

$$y = r \sin \theta \cos \phi \quad (1.18)$$

$$z = r \cos \theta \quad (1.19)$$

$$dxdydz = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (1.20)$$

Durch Ausschreiben des Erwartungswertes von der Ortsoperatoren x,y und z ergeben sich Auswahlregeln für die Orientierungsquantenzahl m_ν .

$$\langle \psi_\beta | x | \psi_\alpha \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty R_\alpha R_\beta r^3 dr \int_0^\pi \Theta_\alpha \Theta_\beta \sin^2 \theta d\theta \int_0^{2\pi} e^{i(m_\alpha - m_\beta)} \cos \phi d\phi \quad (1.21)$$

$$\langle \psi_\beta | y | \psi_\alpha \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty R_\alpha R_\beta r^3 dr \int_0^\pi \Theta_\alpha \Theta_\beta \sin^2 \theta d\theta \int_0^{2\pi} e^{i(m_\alpha - m_\beta)} \sin \phi d\phi \quad (1.22)$$

$$\langle \psi_\beta | z | \psi_\alpha \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty R_\alpha R_\beta r^3 dr \int_0^\pi \Theta_\alpha \Theta_\beta \sin \theta \cos \theta d\theta \int_0^{2\pi} e^{i(m_\alpha - m_\beta)} d\phi \quad (1.23)$$

Der Erwartungswert für $\langle \psi_\beta | z | \psi_\alpha \rangle$ ist gleich Null, außer wenn $m_\beta = m_\alpha$ ist. Für $\langle \psi_\beta | x | \psi_\alpha \rangle$ und $\langle \psi_\beta | y | \psi_\alpha \rangle$ können mit $\cos \phi = 1/2 (e^{i\phi} + e^{-i\phi})$ und $\sin \phi = 1/2i (e^{i\phi} - e^{-i\phi})$ die drei Auswahlregeln für die Überlagerungen von x und y gefunden werden.

- $m_\beta - m_\alpha = 1$

$$\langle \psi_\beta | D_x | \psi_\alpha \rangle = +\frac{q \sin(2a)}{2\pi} \chi_R \chi_{\Theta,1} \cos((\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t) \quad (1.24)$$

$$\langle \psi_\beta | D_y | \psi_\alpha \rangle = -\frac{q \sin(2a)}{2\pi} \chi_R \chi_{\Theta,1} \sin((\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t) \quad (1.25)$$

$$\langle \psi_\beta | D_z | \psi_\alpha \rangle = 0 \quad (1.26)$$

$$\omega_{\alpha,\beta} = \omega_L(+1) \quad (1.27)$$

Die Ladung rotiert in der x,y -Ebene. Lichtquanten, die parallel zur z -Achse abgestrahlt werden sind zirkular polarisiert. Lichtquanten, die in der x,y -Ebene abgestrahlt werden sind linear polarisiert. Ihre Polarisation steht senkrecht zu Ausbreitung und z -Achse.

Die Rotationsgeschwindigkeit der Ladung ist um ω_L größer als bei $B = 0$. Die emittierten Lichtquanten sind somit energiereicher und ihre Wellenlängen kürzer. Dies ist der σ_+ -Übergang.

- $m_\beta - m_\alpha = -1$

$$\langle \psi_\beta | D_x | \psi_\alpha \rangle = -\frac{q \sin(2a)}{2\pi} \chi_R \chi_{\Theta,1} \cos((\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t) \quad (1.28)$$

$$\langle \psi_\beta | D_y | \psi_\alpha \rangle = -\frac{q \sin(2a)}{2\pi} \chi_R \chi_{\Theta,1} \sin((\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t) \quad (1.29)$$

$$\langle \psi_\beta | D_z | \psi_\alpha \rangle = 0 \quad (1.30)$$

$$\omega_{\alpha,\beta} = \omega_L(-1) \quad (1.31)$$

Die Ladung rotiert auch in der x,y -Ebene, aber andersherum. Lichtquanten, die parallel zur z -Achse abgestrahlt werden sind zirkular polarisiert. Lichtquanten, die in der x,y -Ebene abgestrahlt werden sind linear polarisiert. Ihre Polarisation steht senkrecht zu Ausbreitung und z -Achse.

Die Rotationsgeschwindigkeit der Ladung ist hier um ω_L kleiner als bei $B = 0$. Die emittierten Lichtquanten sind somit energieärmer und ihre Wellenlängen länger. Dieser Übergang wird σ_- -Übergang genannt.

- $m_\beta - m_\alpha = 0$

$$\langle \psi_\beta | D_x | \psi_\alpha \rangle = 0 \quad (1.32)$$

$$\langle \psi_\beta | D_y | \psi_\alpha \rangle = 0 \quad (1.33)$$

$$\langle \psi_\beta | D_z | \psi_\alpha \rangle = +\frac{q \sin(2a)}{2\pi} \chi_R \chi_{\Theta,2} \cos((\Omega_{\alpha,\beta} + \omega_{\alpha,\beta})t) \quad (1.34)$$

$$\omega_{\alpha,\beta} = 0 \quad (1.35)$$

Die Ladung oszilliert linear entlang der z -Achse. Lichtquanten werden bevorzugt in die x,y -Ebene abgestrahlt. Die Polarisation verläuft parallel zur z -Achse. Wegen $\omega_{\alpha,\beta} = 0$ ist die Frequenz und die Lichtfarbe gleich der Emission bei $B = 0$. Dies ist der π -Übergang.

Es wird geschrieben: $\chi_R = \int_0^\infty R_\alpha R_\beta r^3 dr$, $\chi_{\Theta,1} = \int_0^\infty \Theta_\alpha \Theta_\beta \sin^2 \Theta d\Theta$ und $\chi_{\Theta,2} = \int_0^\infty \Theta_\alpha \Theta_\beta \sin \Theta \cos \Theta d\Theta$

1.3 Der Zeeman-Effekt bei komplexeren Atomen und Spin

Wie bei den wasserstoffartigen Atomen aus Abschnitt 1.2 werden auch bei komplexeren Atomen mit mehreren Elektronen Farbaufspaltungen der Emissionslinien, die proportional zur Orientierungsquantenzahl m_ν sind, beobachtet. Anders als in Gleichung 1.1 ist der Hamiltonoperator ein Operator, der sowohl vom Bahndrehimpuls \vec{L} als auch vom Eigendrehimpuls \vec{S} abhängt.

$$\left(H_0 - \frac{\mu_B}{\hbar} B(L_z + g_S S_z) \right) |\psi_\nu\rangle = (E_\nu - g_J m_\nu \mu_B B) |\psi_\nu\rangle \quad (1.36)$$

g_J ist der einheitenlose Landé-Faktor. Der Landé-Faktor berücksichtigt, dass sich das gesamte magnetische Moment μ_J aus den Drehimpulsen von \vec{l} und \vec{s} zusammensetzt. Bei Atomen mit niedriger Ordnungszahl ist es eine nützliche Näherung die Operatoren L_z und S_z in Gleichung 1.36 durch ihre Projektion auf den Operator $J = L + S$ auszudrücken.

$$L = \frac{\langle L \cdot J \rangle}{J(J+1)\hbar^2} \quad (1.37)$$

$$S = \frac{\langle S \cdot J \rangle}{J(J+1)\hbar^2} \quad (1.38)$$

Die Erwartungswerte $\langle L \cdot J \rangle$ und $\langle S \cdot J \rangle$ sind dabei im Raum der gemeinsamen Eigenfunktionen zu H_0 , L^2 , S^2 , J^2 und J_z zu bestimmen.

$$\langle L \cdot J \rangle = L(L+1)\hbar^2 + \frac{\hbar^2}{2}(J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \quad (1.39)$$

$$\langle S \cdot J \rangle = S(S+1)\hbar^2 + \frac{\hbar^2}{2}(J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \quad (1.40)$$

Mit dieser Näherung kann der Hamiltonoperator in Gleichung 1.36 alleine durch H_0 und J ausgedrückt werden. Durch Einsetzen von Gleichung 1.39 und 1.40 in die Gleichungen 1.37 und 1.38 kann dann in Gleichung 1.36 der Landé-Faktor bestimmt werden.

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (1.41)$$

Wenn bei einem Übergang ein Zustand beteiligt ist, bei dem $S \neq 0$ ist, wird er anomaler Zeeman-Effekt genannt. Abbildung 1.1 zeigt wie die Entartung in H_0 durch ein B -Feld aufgehoben wird. Vergleiche [2] und [1] S.233ff und S.60ff.

1.3. Der Zeeman-Effekt bei komplexeren Atomen und Spin

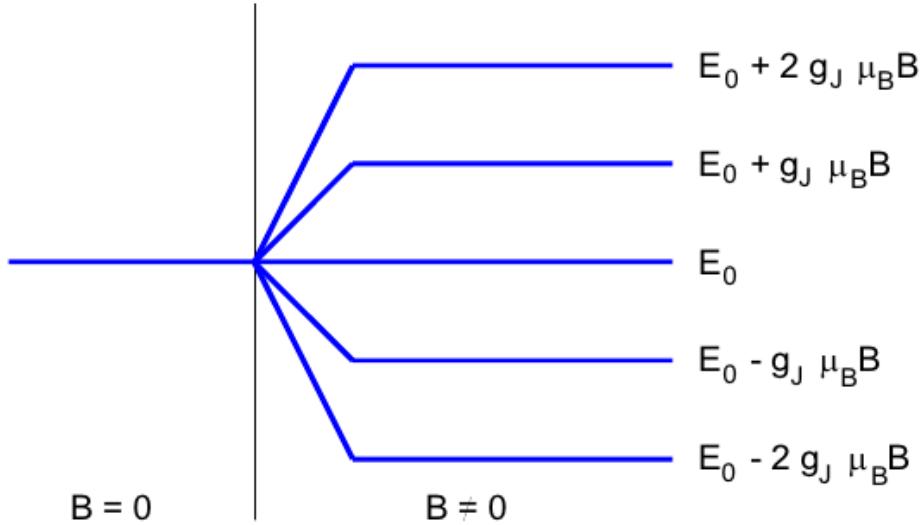


Abbildung 1.1: Energieschema der Eigenenergien zu Gleichung 1.36. Die Entartung wird mit $|B| > 0$ aufgehoben. Hier im Grundzustand $E_\nu = E_0$ [2]

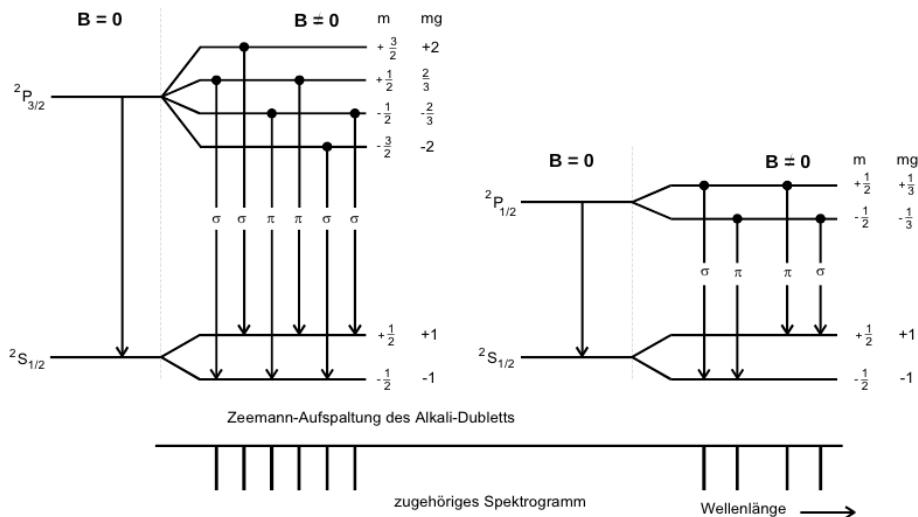


Abbildung 1.2: Energieschema der Eigenenergien zu Gleichung 1.1. Die π, σ_+ und σ_- Übergänge sind abhängig von $\Delta m = m_\beta - m_\alpha$ eingetragen. Hier mit zwei Zuständen mit $J = 1$ und $J = 2$. [2]

2 Aufgaben

1. Aufstellung des Termschemas für die rote und die blaue Spektrallinie der Cd-Lampe.
2. Bestimmung der theoretischen Landé Faktoren.
3. Vermessung der π - und σ -Übergänge der zwei Spektrallinien.
4. Bestimmung der Wellenlängenänderung $\delta\lambda$ der Interferenzspektren.
5. Bestimmung der Frequenzänderung.
6. Bestimmung der Landé Faktoren aus den Messdaten.
7. Vergleich der experimentellen mit den theoretischen g-Faktoren.

3 Versuchsaufbau

3.1 Cd-Lampe

Cadmiumdampf in einem Glaskolben emittiert bei hoher Temperatur Licht. Der Cadmium Dampf wird durch einen Stromfluss geheizt. Die rote Spektrallinie des Cd entsteht aus dem $^1P_1 \leftrightarrow ^1D_2$ Übergang und kann durch den normalen Zeeman-Effekt beschrieben werden. Die blaue Spektrallinie des Cd entsteht aus einem $^3S_1 \leftrightarrow ^3P_1$ Übergang und wird durch den anomalen Zeeman-Effekt beschrieben. In Abbildung 3.1 ist die Cd-Lampe auf der linken Seite in blau aus der Aufsicht dargestellt.

3.2 Elektromagnet

Ein Elektromagnet erzeugt ein B -Feld, das senkrecht zur optischen Achse liegt. Durch eine regelbare Stromquelle wird eine magnetische Flussdichte vorgegeben. Der magnetische Fluss wird durch einen eisernen Flussring geleitet. Die Cd-Lampe steht in einer Öffnung des Flussringes, sodass sie vom Magnetfeld durchströmt werden kann.

Der Elektromagnet ist in Abbildung 3.1 am linken Ende der optischen Achse zu sehen. Mit einem Flussdichten-Messgerät wird mittels Hall-Sonde das B -Feld am Ort der Cd-Lampe in Abhängigkeit des Stromes $B(I)$ vermessen.

3.3 Räumliche Trennung der Spektrallinien

Auf der optischen Achse verlässt das Licht der Cd-Lampe den Elektromagneten. Durch Objektiv O und Kondensorlinse L_1 wird ein lichtstarkes Bild der Cd-Lampe auf einen Spalt S_1 projiziert. Das von Streulicht befreite Licht der Cd-Lampe wird durch die Linse L_2 zu einem parallelen Stahlbündel und durchläuft das Geradsichtprisma. Im Gwadsichtprisma werden die Farben an den Grenzschichten unterschiedlich stark abgelenkt, was zu einer räumlichen Trennung der Spektralfarben führt. Ein Polarisationsfilter absorbiert jeweils Licht mit paralleler oder senkrechter Polarisation relativ zum Magnetfeld B . Der Polarisationsfilter trennt die σ -Übergänge und π -Übergänge voneinander. Linse L_3 fokussiert das parallele Strahlbündel wieder auf einen Spalt. Durch Verschiebung des Spaltes S_2 senkrecht zur optischen Achse kann eine Spektralfarbe ausgewählt werden, wohingegen die übrigen absorbiert werden. Linsen, Spalten und Prisma sind in Abbildung 3.1 entlang der optischen Achse angeordnet.

3.4 Bestimmung der Wellenlängen

Die Linse L_4 fokussiert das durch den Spalt S_2 transmittierte Licht auf ein Prisma, um es durch Totalreflektion in eine transparente Platte mit planen parallelen Seiten einzuleiten. Diese Platte heißt Lummer-Gehrcke-Platte. In der Lummer-Gehrke-Platte wird das Licht zwischen den Grenzschichten mehrfach reflektiert. Ein Teil des Lichts tritt bei jeder Reflexion an dieser Grenzschicht aus. Durch den unterschiedlich langen Wege der Lichtstrahlen im inneren der Lummer-Gehrcke-Platte trägt jeder Lichtstrahl eine Phase relativ zum vorherigen. Die austretenden parallelen

Lichtstrahlen werden durch ein Objektiv einer Kamera wieder gebündelt. Die gebündelten Lichtstrahlen interferieren auf dem photoelektrischen Sensor der Kamera. Das entstehende Beugungsbild kann direkt mit der Kamera aufgezeichnet werden.

Da die exakte Geometrie der Kamera relativ zur Lummer-Gehrcke-Platte unbekannt ist, kann nur eine relative Änderung der Wellenlänge bestimmt werden. Durch Vergleich des Beugungsbildes ohne Magnetfeld kann auf die bekannte Wellenlänge der jeweiligen Spektrallinie kalibriert werden. Abbildung 3.1 zeigt Linse, Lummer-Gehrcke-Platte und Kamera am rechten Ende der optischen Achse. In Abbildung 3.2 ist die Lummer-Gehrcke-Platte sowie der Strahlengang darin im Detail zu sehen.

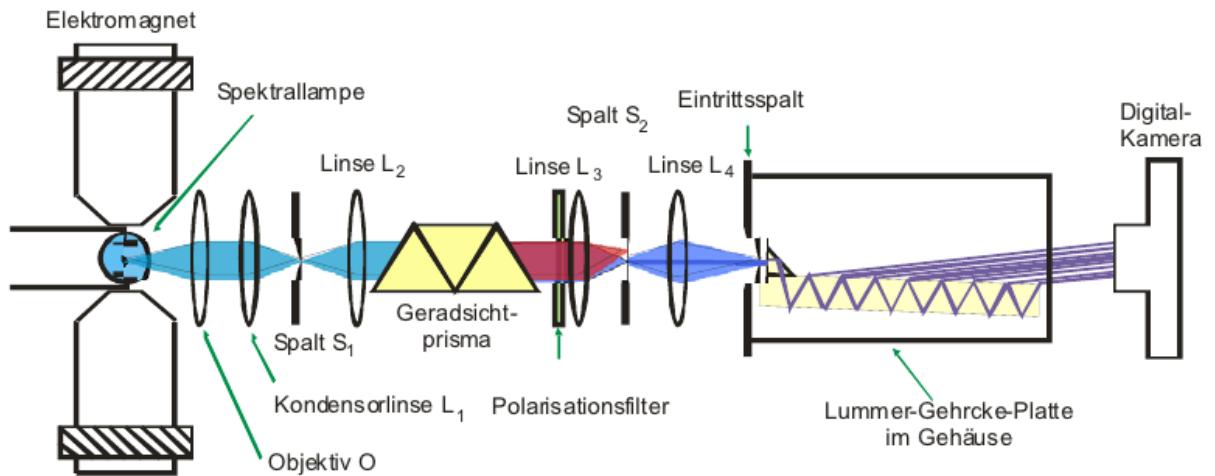


Abbildung 3.1: Versuchsaufbau entlang der optischen Achse. [2]

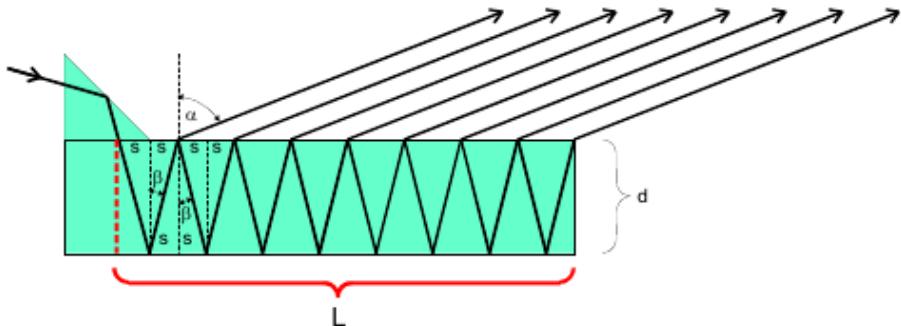


Abbildung 3.2: Lummer-Gehrcke-Platte im Detail. [2]

4 Messwerte

| # | I[A] | B[mT] |
|----|-------|-------|
| 1 | 0,25 | 0,8 |
| 2 | 0,50 | 17,2 |
| 3 | 1,00 | 52,7 |
| 4 | 1,50 | 93 |
| 5 | 2,00 | 126,4 |
| 6 | 2,50 | 166,1 |
| 7 | 3,00 | 203 |
| 8 | 3,50 | 242 |
| 9 | 4,00 | 278 |
| 10 | 4,50 | 315 |
| 11 | 5,00 | 354 |
| 12 | 5,50 | 397 |
| 13 | 6,00 | 439 |
| 14 | 6,50 | 469 |
| 15 | 7,00 | 507 |
| 16 | 7,50 | 558 |
| 17 | 8,00 | 596 |
| 18 | 8,50 | 630 |
| 19 | 9,00 | 670 |
| 20 | 9,50 | 707 |
| 21 | 10,00 | 740 |
| 22 | 10,50 | 775 |
| 23 | 11,00 | 810 |
| 24 | 11,50 | 862 |
| 25 | 12,00 | 877 |
| 26 | 12,50 | 912 |
| 27 | 13,00 | 930 |
| 28 | 13,50 | 964 |
| 29 | 14,00 | 993 |
| 30 | 14,50 | 1023 |
| 31 | 15,00 | 1052 |

Tabelle 4.1: Messwerte zur Kalibrierung des Elektromagneten

5 Auswertung

5.1 Vorbereitung

5.1.1 Termschemata der Übergänge

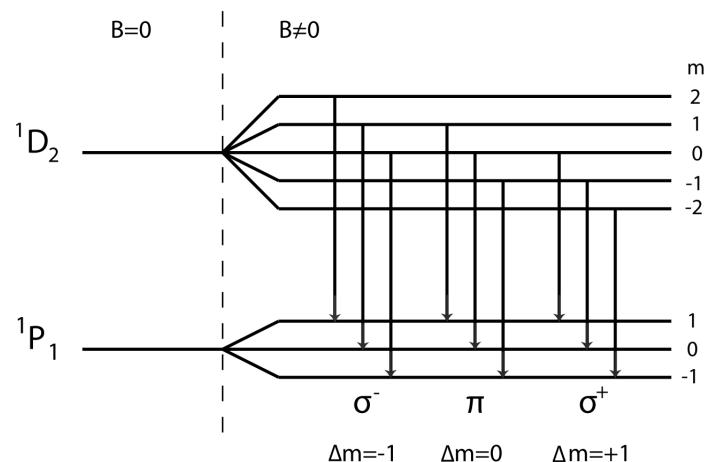


Abbildung 5.1: Termschema des ${}^1D_2 \leftrightarrow {}^1P_1$ Übergangs (rote Spektrallinie)

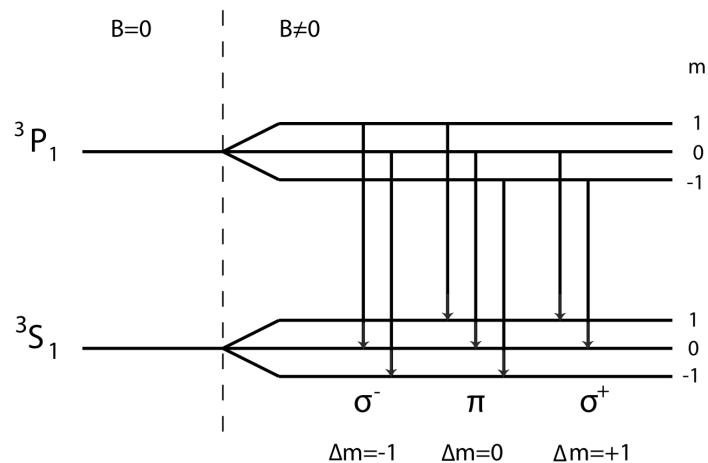


Abbildung 5.2: Termschema des ${}^3P_1 \leftrightarrow {}^3S_1$ Übergangs (blaue Spektrallinie)

5.1.2 Berechnung des theoretischen Landéschen g-Faktors

Die zu den Übergängen gehörigen Landé Faktoren g werden mit Gleichung 1.41 und den aus den Termschemata ablesbaren Quantenzahlen berechnet. Die effektiv mit den Messwerten vergleichbaren Landé Faktoren g_{ij} berechnen sich, wie in Gleichung 5.2 zu sehen ist, über die Abstände der Energielinien. Die Werte für die verschiedenen Übergänge sind den Tabellen 5.1 und 5.2.

$$\Delta E = |g_{ij}| \mu_B B = |m_1 g_i (J_1, L_1, S_1) - m_2 g_j (J_2, L_2, S_2)| \mu_B B + E_0 \quad (5.1)$$

$$\rightarrow |g_{ij}| = |m_1 g_i (J_1, L_1, S_1) - m_2 g_j (J_2, L_2, S_2)| \quad (5.2)$$

| Übergang | 1D_2 | | 1P_1 | | g_{ij} |
|------------|---------|-------|---------|-------|----------|
| | m_1 | g_i | m_2 | g_j | |
| σ^- | 0 | 1 | -1 | 1 | 1 |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| π | -1 | 1 | -1 | 1 | 0 |
| | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| σ^+ | -2 | 1 | -1 | 1 | -1 |
| | -1 | 1 | 0 | 1 | -1 |
| | 0 | 1 | 1 | 1 | -1 |

Tabelle 5.1: Quantenzahlen und zugehörige g-Faktoren aller Übergänge der roten Spektrallinie

| Übergang | 3P_1 | | 3S_1 | | g_{ij} |
|------------|---------|-------|---------|-------|----------|
| | m_1 | g_i | m_2 | g_j | |
| σ^- | 0 | 1,5 | -1 | 2 | 2 |
| | 1 | 1,5 | 0 | 2 | 1,5 |
| π | -1 | 1,5 | -1 | 2 | 0,5 |
| | 0 | 1,5 | 0 | 2 | 0 |
| | 1 | 1,5 | 1 | 2 | -0,5 |
| σ^+ | -1 | 1,5 | 0 | 2 | -1,5 |
| | 0 | 1,5 | 1 | 2 | -2 |

Tabelle 5.2: Quantenzahlen und zugehörige g-Faktoren aller Übergänge der blauen Spektrallinie

5.2 Hysteresekurve des Elektromagenten

Zur Kalibrierung des Elektromagnete wurde die Hysteresekurve bei steigendem Strom aufgenommen. Die Messwerte sind Tabelle 4.1 zu entnehmen und führen zum Diagramm in Abb. 5.3. In der folgenden Auswertung wird die Kurve zur Bestimmung des B-Felds bei einem bekannten Stromfluss benutzt ohne, dass darauf explizit hingewiesen wird.

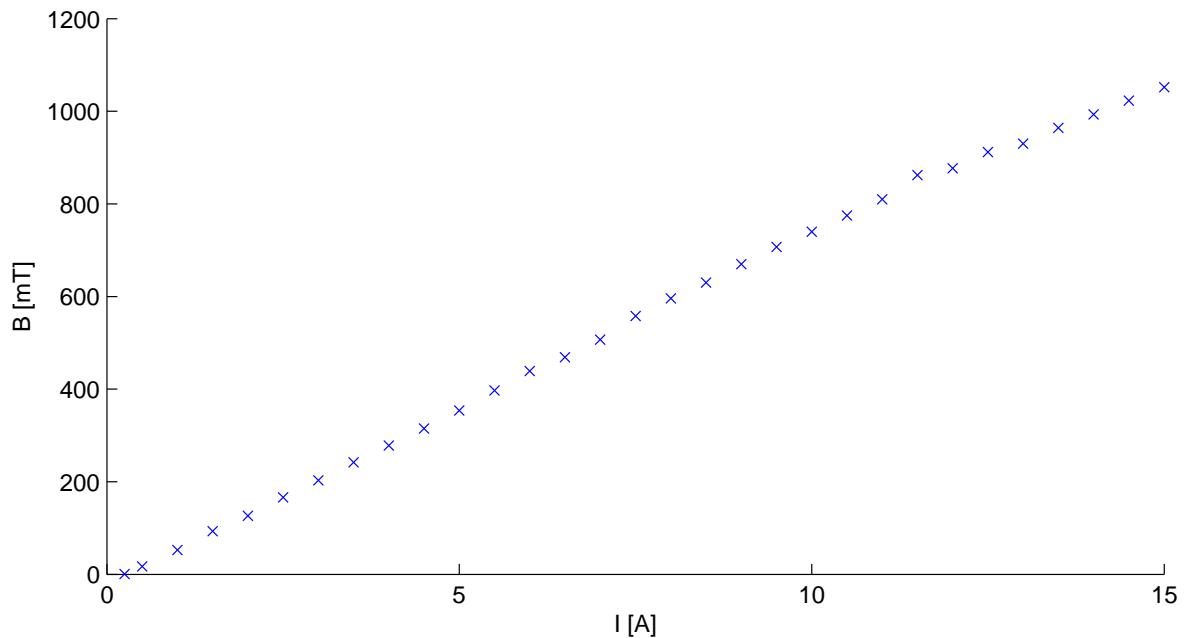


Abbildung 5.3: Hysteresekurve des Elektromagneten im Bereich von 0 bis 1 Tesla

5.3 Aufspaltung der roten Spektrallinie

π -Aufspaltung der roten Linie

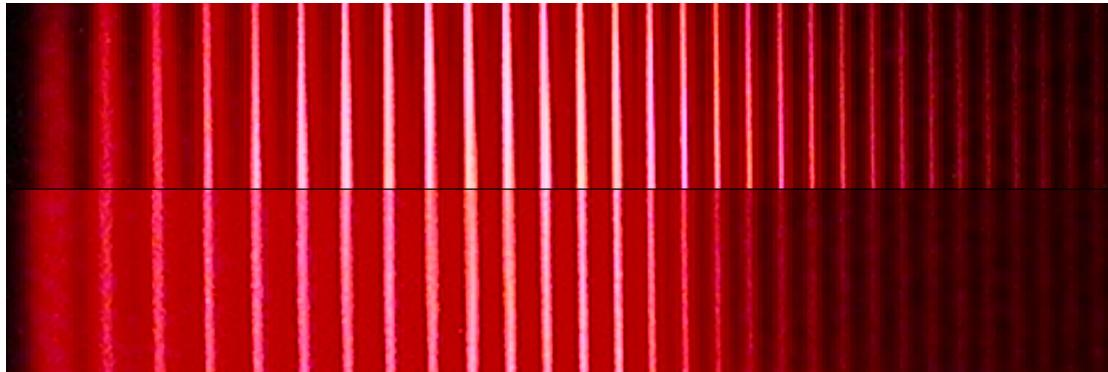


Abbildung 5.4: oben: Interferenzmuster ohne B-Feld
unten: Interferenzmuster der π -Aufspaltung bei 630 mT

Da hier keine Aufspaltung der Spektrallinien vorliegt, ist der experimentell zu bestimmende g-Faktor gleich null.

σ -Aufspaltung der roten Linie

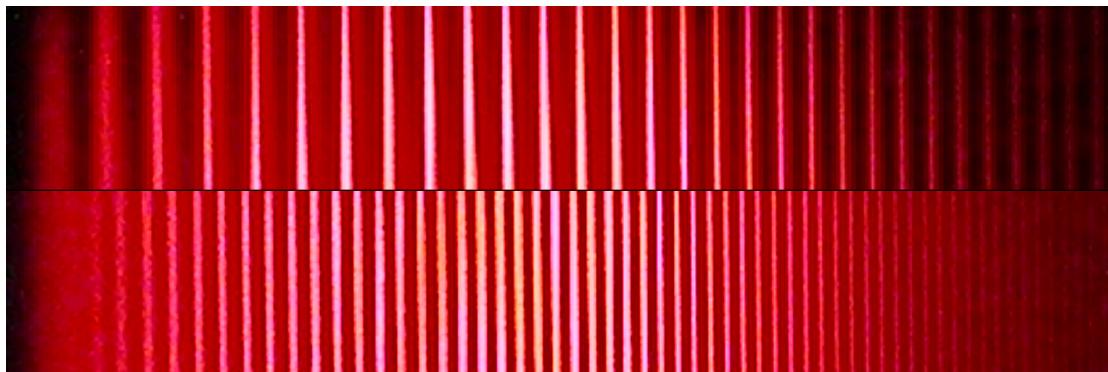


Abbildung 5.5: oben: Interferenzmuster ohne B-Feld
unten: Interferenzmuster der σ -Aufspaltung bei 630 mT

In den folgenden Tabellen werden für jede Aufspaltung mehrere Ordnungen ausgewertet. Δs gibt den Abstand der Linien ohne externes B-Feld in einer Pixelanzahl an, wobei z.B. in der ersten Zeile der Abstand zwischen den Linien der ersten und zweiten Ordnung steht. δs gibt den Abstand der zwei aufgespaltenen Linien an, $\delta \lambda$ gibt die aus den vorherigen zwei Spalten resultierende Wellenlängenverschiebung an, die sich nach Gleichung 5.3 berechnet und $\delta \nu$ ist die dazugehörige Frequenzänderung. $\delta \lambda_d$ ist das wellenlängenabhängige Dispersionsgebiet der Lummer-

Gehrke Platte, wobei die Daten für die verwendete Platte $d = 4 \text{ mm}$, $n(643,8 \text{ nm}) = 1,4567$ und $n(480 \text{ nm}) = 1,4635$ sind.

$$\delta\lambda = \frac{1}{2} \frac{\delta s}{\Delta s} \delta\lambda_d \quad (5.3)$$

$$\delta\lambda_d = \frac{\lambda^2}{2d \cdot \sqrt{n^2 - 1}} \quad (5.4)$$

In der letzten Spalte steht der aus den Messwerten resultierende g-Faktor, der sich aus der Energieaufspaltung der Linien bestimmen lässt. Die Berechnung erfolgt nach Gleichung 5.5, wobei h, c, μ_b Naturkonstanten sind [3].

$$|\Delta E| = |E_{\lambda-\delta\lambda} - E_\lambda| = \left| \left(E_\lambda + \frac{\partial E}{\partial \lambda} \delta\lambda \right) - E_\lambda \right| = \frac{hc}{\lambda^2} \delta\lambda$$

$$|g_{ij}| = \frac{\Delta E}{\mu_b B} = \frac{hc}{\lambda^2 \mu_b B} \delta\lambda \quad (5.5)$$

Die Mittelwerte und die zugehörige Standardabweichung werden mit den Gleichungen 5.6 und 5.7 berechnet.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.6)$$

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (5.7)$$

| Ordnung | $\Delta s[\text{px}]$ | $\delta s[\text{px}]$ | $\delta\lambda[\text{pm}]$ | $\delta\nu[\cdot 10^{18} \text{Hz}]$ | g |
|---------|-----------------------|-----------------------|----------------------------|--------------------------------------|-------|
| 1 | 83,5 | 44 | 12,89 | 23,26 | 1,057 |
| 2 | 79,5 | 41,5 | 12,77 | 23,48 | 1,047 |
| 3 | 78 | 40 | 12,54 | 23,90 | 1,029 |
| 4 | 81,5 | 38 | 11,40 | 26,29 | 0,935 |
| 5 | 65 | 36 | 13,55 | 22,13 | 1,111 |
| 6 | 68 | 35 | 12,59 | 23,82 | 1,033 |
| 7 | 68 | 35 | 12,59 | 23,82 | 1,033 |
| 8 | 65 | 33,5 | 12,60 | 23,78 | 1,034 |
| 9 | 62 | 31 | 12,23 | 24,52 | 1,003 |
| 10 | 60 | 31 | 12,64 | 23,73 | 1,036 |
| 11 | 59 | 29 | 12,02 | 24,94 | 0,986 |
| 12 | 56 | 28 | 12,23 | 24,52 | 1,003 |
| 13 | 54,5 | 28 | 12,56 | 23,86 | 1,031 |
| 14 | 55 | 27 | 12,01 | 24,97 | 0,985 |
| 15 | | 26 | | | |

| | | | | | |
|--------------------|--|--|-------|-------|-------|
| Mittelwert | | | 12,47 | 24,07 | 1,023 |
| Standardabweichung | | | 0,01 | 0,26 | 0,011 |

Tabelle 5.3: Berechnung des g-Faktors für die σ -Aufspaltung der roten Spektrallinie (643,8 nm) bei 630 mT

5.4 Aufspaltung der blauen Spektrallinie

π -Aufspaltung der blauen Linie

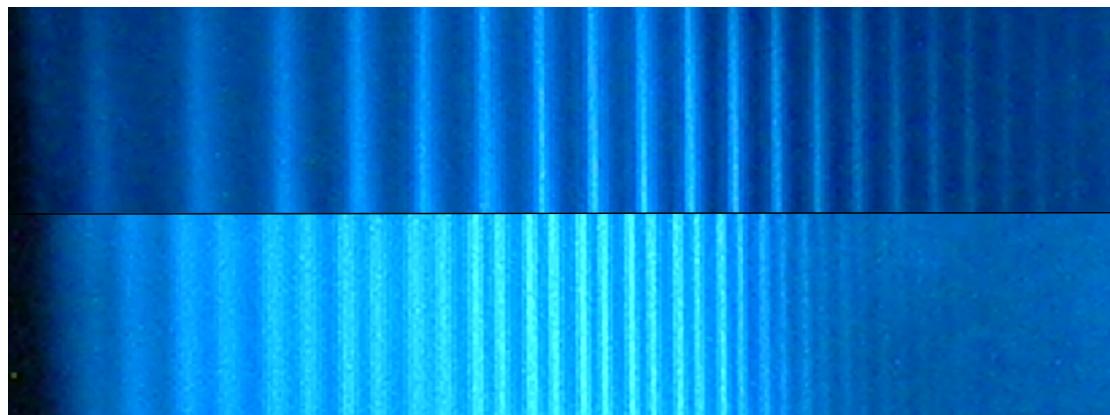


Abbildung 5.6: oben: Interferenzmuster ohne B-Feld
unten: Interferenzmuster der π -Aufspaltung bei 1023 mT

| Ordnung | Δs [px] | δs [px] | $\delta\lambda$ [pm] | $\delta\nu \cdot 10^{18} \text{Hz}$ | g |
|--------------------|-----------------|-----------------|----------------------|-------------------------------------|-------|
| 1 | 109 | 51 | 6,31 | 47,55 | 0,573 |
| 2 | 96 | 43,5 | 6,11 | 49,10 | 0,555 |
| 3 | 88 | 39 | 5,97 | 50,20 | 0,543 |
| 4 | 82 | 32 | 5,26 | 57,01 | 0,478 |
| 5 | 73 | 32 | 5,91 | 50,75 | 0,537 |
| 6 | 72 | 31 | 5,80 | 51,67 | 0,527 |
| 7 | 70 | 31 | 5,97 | 50,23 | 0,542 |
| 8 | 64 | 30 | 6,32 | 47,46 | 0,574 |
| 9 | 62 | 25 | 5,43 | 55,17 | 0,494 |
| 10 | | 28 | | | |
| Mittelwert | | | 5,90 | 51,01 | 0,535 |
| Standardabweichung | | | 0,12 | 1,08 | 0,011 |

Tabelle 5.4: Berechnung des g-Faktors für die π -Aufspaltung der blauen Spektrallinie (480 nm) bei 1023 mT

σ -Aufspaltung der blauen Linie

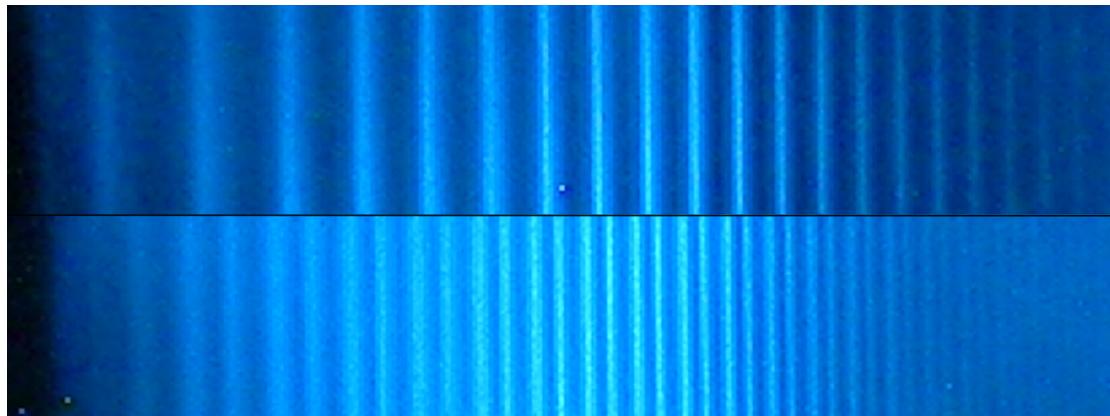


Abbildung 5.7: oben: Interferenzmuster ohne B-Feld
unten: Interferenzmuster der σ -Aufspaltung bei 315 mT

| Ordnung | $\Delta s[\text{px}]$ | $\delta s[\text{px}]$ | $\delta\lambda[\text{pm}]$ | $\delta\nu[\cdot 10^{18} \text{Hz}]$ | g |
|--------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------|--------------------------------------|-------|
| 1 | 109 | 54 | 6,68 | 44,90 | 1,970 |
| 2 | 96 | 47,5 | 6,67 | 44,96 | 1,970 |
| 3 | 88 | 40 | 6,13 | 48,94 | 1,810 |
| 4 | 82 | 39 | 6,41 | 46,77 | 1,890 |
| 5 | 73 | 35 | 6,46 | 46,40 | 1,910 |
| 6 | 72 | 31 | 5,80 | 51,67 | 1,710 |
| 7 | 70 | 32,5 | 6,26 | 47,92 | 1,850 |
| 8 | 64 | 30 | 6,32 | 47,46 | 1,860 |
| 9 | 62 | 30 | 6,52 | 45,98 | 1,920 |
| 10 | 58 | 26 | 6,04 | 49,63 | 1,780 |
| 11 | 61 | 26 | 5,74 | 52,19 | 1,700 |
| 12 | | 27 | | | |
| Mittelwert | | | 6,27 | 47,89 | 1,852 |
| Standardabweichung | | | 0,10 | 0,75 | 0,028 |

Tabelle 5.5: Berechnung des g-Faktors für die σ -Aufspaltung
der blauen Spektrallinie (480 nm) bei 315 mT

6 Zusammenfassung und Diskussion

Zum Vergleich der experimentellen mit den theoretischen Werten der Landé Faktoren muss bei der σ -Aufspaltung der blauen Linie berücksichtigt werden, dass der Betrag des theoretischen g-Faktors zwei Werte annehmen kann (siehe Tabelle 5.2). Da die Übergänge im Mittel alle gleich häufig auftreten, wird hier der Mittelwert der beiden theoretischen Werte gebildet und als Vergleichswert benutzt.

Bei der π -Aufspaltung treten zwar auch zwei verschiedene Beträge des g-Faktors auf, hierbei ist jedoch der Fall, in dem $g = 0$ ist zu vernachlässigen, weil er auf den Interferenzbildern nicht zu sehen ist. In Tabelle 6.1 sind die experimentellen sowie die theoretischen g-Faktoren und ihre Abweichung voneinander zu sehen.

| Wellenlänge | Übergang | g_{exp} | $ g_{th} $ | $\frac{g_{exp} - g_{th}}{g_{th}}$ |
|----------------|----------|-------------------|------------|-----------------------------------|
| 643,8 nm (rot) | π | 0,000 | 0,000 | 0,00% |
| | σ | $1,023 \pm 0,001$ | 1,000 | 2,30% |
| 480 nm (blau) | π | $0,535 \pm 0,011$ | 0,500 | 7,00% |
| | σ | $1,852 \pm 0,028$ | 1,750 | 5,83% |

Tabelle 6.1: Vergleich der theoretischen mit den experimentell ermittelten Landé Faktoren

Die Abweichung von 0% vom Theoriewert bei der Bestimmung des g-Faktors der π -Aufspaltung der roten Linie kommt dadurch zustande, dass die Position der aufgespaltenen Linien exakt mit der Position der Linien ohne B-Feld abgeschätzt wurde, weil eine genauere Bestimmung optisch nicht möglich ist. Der Fehler ist daher in Bezug auf eine exakte Bestimmung des g-Faktors nicht aussagekräftig, er bestätigt aber dennoch die Vorhersage über die π -Aufspaltung.

Die restlichen Abweichungen weisen keine Ungereimtheiten auf. Es ist jedoch offensichtlich, dass die Abweichung der σ -Aufspaltung der roten Linie nur eine halb so große Abweichung aufweist wie die blauen Aufspaltungen. Das liegt daran, dass die roten Linien wesentlich lichtstärker und schärfer sind und eine optische Zuordnung einfacher machen.

Quellenverzeichnis

- [1] Franck Laloë Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu. *Quantenmechanik Band 2 4.Auflage.* Walter de Gruyter Berlin, 2010.
- [2] physikalisches Fortgeschrittenen-Praktikum. *Anleitung Versuch V27 Zeeman-Effekt.* <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V27.pdf>, 2012.
- [3] Horst Stöcker. *Taschenbuch der Physik.* Verlag Harri Deutsch, 2010.