

Versuch 28 - Elektronenspinresonanz

**TU Dortmund, Fakultät Physik
Fortgeschrittenen-Praktikum**

Jan Adam

jan.adam@tu-dortmund.de

Dimitrios Skodras

dimitrios.skodras@tu-dortmund.de

30. April 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	1
2	Durchführung und Aufbau	1
3	Auswertung	3
3.1	Kalibrierung der Messachsen	3
3.2	Magnetische Flussdichte der Erde	7
3.3	gyromagnetisches Verhältnis des Elektrons	8
4	Diskussion	9
4.1	Erdmagnetfeld	9
4.2	Landéfaktor	9
	Literatur	9

1 Theorie

Die Hüllenelektronen eines Atoms, die einen Bahndrehimpuls besitzen, erzeugen auch ein magnetisches Moment. Laut einiger Experimente haben Elektronen jedoch außerdem einen „Eigendrehimpuls“ genannt *SSpin*, der experimentell zu Tage tritt, wenn der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle verschwindet. Dies ist klassisch nicht zu erklären, da Elektronen punktförmig sind und keine Ausdehnung haben. In diesem Experiment soll nun versucht werden, den Betrag dieses Drehimpulses zu bestimmen.

Mit Überlegungen aus der Quantenmechanik lässt sich das gesuchte Bohrsche Magneton herleiten: Die Stromdichte eines Teilchenstroms aus Elektronen ist

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2im_0}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) \quad (1)$$

Mit \hbar dem Planckschen Wirkungsquantum und m_0 der Elektronenmasse.

Setzt man für Ψ die kugelförmige Wellenfunktion des Elektrons ein und integriert über die Querschnittsfläche der Elektronenhülle, so erhält man das Bohrsche Magneton μ_B :

$$\mu_B := -\frac{1}{2} \frac{e_0}{m_0} \hbar = (9,274015 \pm 0,000003) \cdot 10^{-24} \frac{J}{T} \quad (2)$$

Neben dem Betrag des Drehimpulses ist auch seine Richtung gequantelt. Bezüglich einer ausgezeichneten Raumachse kann die Komponente l_z nur ganzzahlige Vielfache von \hbar annehmen:

$$l_z = m_l \hbar \quad (3)$$

Mit $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

Wird dieses magnetische Moment in ein äußeres Magnetfeld eingeführt, so erhält es, abhängig von seiner Ausrichtung, potentielle Energie. Seine Grundenergie E_0 spaltet in $2l + 1$ Unterniveaus auf, der Zeeman-Effekt wird beobachtet.

Das Magnetische Moment wird nun zweckmäßigerweise in Einheiten des Bohrschen Magnetons ausgedrückt der dabei auftretende Proportionalitätsfaktor wird „Landé-Faktor“ g genannt. Dieser soll im Folgenden berechnet werden.

2 Durchführung und Aufbau

Zur Bestimmung des g -Faktors wird die Elektronenspin-Resonanz-Methode (ESR) benutzt. Dazu wird eine Substanz mit freien Elektronen in ein homogenes Magnetfeld

eingeführt und das Energieniveau E_0 mittels Zeeman-Effekt aufgespalten.

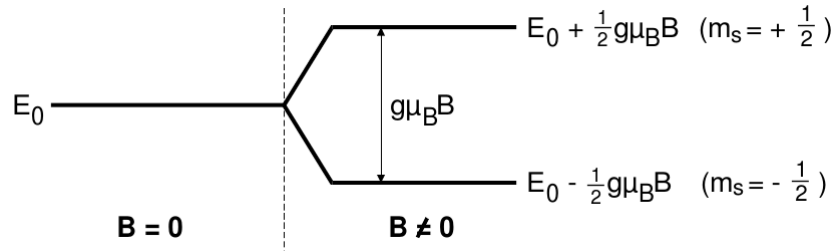


Abbildung 1: Darstellung der Aufspaltung des Grundniveaus in zwei weitere Niveaus für $B \neq 0$

Gemäß der Maxwell-Boltzmann-Verteilung ist der obere Zustand schwächer besetzt als der untere. Durch Einstrahlung von Lichtquanten mit der Differenzenergie von etwa $\hbar\nu \approx 6 \cdot 10^{-7} \text{ eV} \Rightarrow \nu \approx 140 \text{ MHz}$ kann man die Elektronen in das höhere Niveau anheben, wobei sie ihren Spin umklappen. Dies ist die sog. „Elektronenspin-Resonanz“.

Das Hochfrequenzfeld wird durch eine kleine Spule induziert. Das homogene Magnetfeld erzeugt eine Helmholtzspule. Wird die Resonanzfrequenz erreicht, so ändert sich die makroskopische Magnetisierung der Probe und diese wird an der angeschlossenen Brückenspannung sichtbar, da diese nun aus ihrer abgeglichenen Einstellung verstimmt wird.

In Abbildung 2 ist der Aufbau der Messapparatur zu erkennen.

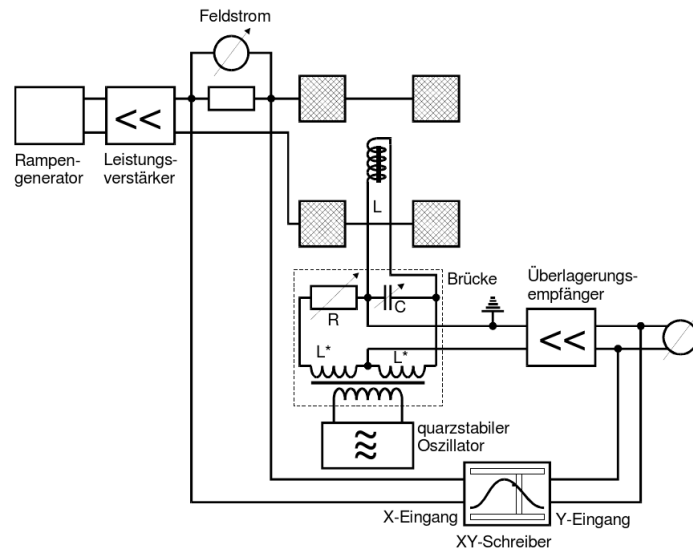


Abbildung 2: Aufbau der im Versuch verwendeten Messapparatur

Die Brückenspannung wird nun verstärkt, gefiltert und zusammen mit dem Output

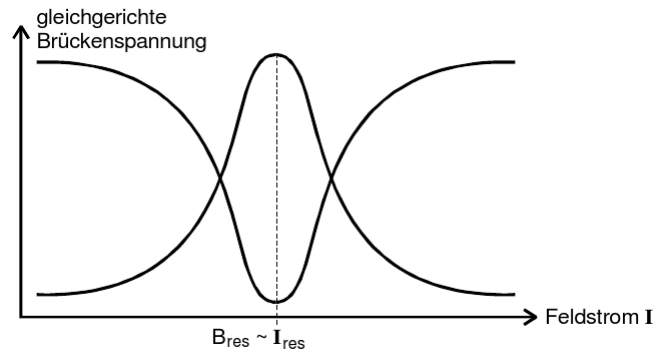


Abbildung 3: Absorptions-Resonanzsignal

eines Rampengenerators für die Spulenspannung an einen X-Y-Schreiber angeschlossen. Im Idealfall sollte eine Resonanz in Form von Abbildung 3 sichtbar werden. Aus dieser kann dann g berechnet werden.

3 Auswertung

3.1 Kalibrierung der Messachsen

Zur Bestimmung der für die Auswertung relevanten Resonanzstellen, ist es erforderlich, die im Anhang aufgeführten Messkurven entlang der X-Achse nach den gemessenen Spannungen $U_{\text{Rampe}} = U_{\text{R}}$ zu kalibrieren.

$$U_{\text{R}} = m \cdot x + U_0 \quad (4)$$

Hierzu dienen die Werte aus den Tabellen 1 bis 4. Rot geschriebene Zahlen zeichnen hier die Resonanzstelle

x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV	x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV
0,0	0,0	10,0	181,0	0,0	0,0	5,0	173,0
4,0	0,0	14,1	181,0	4,0	0,0	9,8	173,0
7,0	0,3	17,2	183,5	7,0	0,2	13,5	174,0
8,0	0,5	18,2	185,2	9,0	0,5	15,9	175,5
9,0	0,6	19,2	186,0	10,0	0,6	17,1	176,0
10,0	0,6	20,2	186,0	11,0	0,5	18,3	175,5
11,0	0,5	21,3	185,2	12,0	0,4	19,5	175,0
12,0	0,4	22,3	184,3	13,0	0,2	20,8	174,0
14,0	0,1	24,3	181,8	16,0	0,0	24,4	173,0
17,0	0,0	27,4	181,0	19,8	0,0	29,0	173,0
21,5	-0,1	32,0	180,2				

Tabelle 1: Messkurven bei $\nu_e = 14,798$ kHz; links B_{parallel} und rechts B_{parallel}

x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV	x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV
0,0	0,0	15,0	182,8	0,0	0	14,0	156,0
2,0	0,2	16,8	183,9	3,0	0	17,5	156,0
4,0	0,3	18,7	184,5	6,0	0,3	20,9	158,1
6,0	0,9	20,5	187,8	7,0	0,5	22,1	159,6
8,0	2,3	22,4	195,5	8,0	0,7	23,2	161,0
9,0	3,1	23,3	199,9	9,0	0,6	24,4	160,3
10,0	3,9	24,2	204,4	10,0	0,6	25,5	160,3
10,5	4,6	24,7	208,2	12,0	0,2	27,8	157,4
11,0	4,9	25,1	209,9	16,5	0,1	33,0	156,7
11,5	5,1	25,6	211,0				
12,0	5,1	26,1	211,0				
12,5	4,9	26,5	209,9				
13,0	4,6	27,0	208,2				
13,5	4,3	27,4	206,6				
14,0	3,9	27,9	204,4				
15,0	3,0	28,8	199,4				
16,0	2,6	29,7	197,2				
17,0	2,1	30,7	194,4				
19,0	1,4	32,5	190,6				

Tabelle 2: Messkurven bei $\nu_e = 19,448$ kHz; links B_{parallel} und rechts B_{parallel}

x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV	x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV
0,0	0,0	23,0	177,0	0,0	0,7	17,0	211,0
2,0	0,1	25,1	177,8	1,0	0,0	18,3	205,0
4,0	0,7	27,1	182,4	2,0	0,0	19,6	205,0
5,0	0,9	28,1	184,0	3,0	0,3	20,9	207,6
6,0	1,4	29,2	187,9	4,0	0,9	22,2	212,7
6,5	1,6	29,7	189,4	5,0	1,6	23,5	218,7
7,0	1,7	30,2	190,2	6,0	2,8	24,9	229,0
7,5	1,8	30,7	191,0	7,0	4,5	26,2	243,6
8,0	1,8	31,2	191,0	7,5	5,4	26,8	251,3
9,0	1,4	32,3	187,9	8,0	6,3	27,5	259,0
10,0	1,0	33,3	184,8	8,5	6,9	28,1	264,1
11,0	0,8	34,3	183,2	9,0	7,0	28,8	265,0
13,0	0,3	36,4	179,3	9,5	6,9	29,4	264,1
15,0	0,1	38,4	177,8	10,0	6,5	30,1	260,7
17,5	-0,1	41,0	176,2	10,5	5,6	30,8	253,0
				11,0	4,6	31,4	244,4
				11,5	3,8	32,1	237,6
				13,0	2,5	34,0	226,4
				14,0	1,4	35,3	217,0
				14,5	1,1	36,0	214,4
				16,8	1,1	39,0	214,4

Tabelle 3: Messkurven bei $\nu_e = 23,888$ kHz; links B_{parallel} und rechts B_{parallel}

x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV	x in cm	y in cm	U_R in V	U_B in mV
0,0	0,0	24,0	222,0	0,0	0,1	26,0	181,7
2,0	0,1	26,1	222,7	1,0	0,0	27,1	181,0
4,0	0,2	28,3	223,4	1,5	0,1	27,6	181,7
6,0	0,5	30,4	225,4	2,0	0,3	28,2	183,1
7,0	0,7	31,5	226,8	4,0	0,6	30,3	185,1
8,0	1,1	32,6	229,5	5,0	0,5	31,4	184,4
8,5	1,5	33,1	232,2	6,0	0,8	32,5	186,5
9,0	2,2	33,6	237,0	7,0	1,2	33,5	189,3
10,0	2,8	34,7	241,1	8,0	1,5	34,6	191,3
10,5	3,3	35,3	244,5	8,5	1,6	35,2	192,0
11,0	3,6	35,8	246,6	9,0	1,6	35,7	192,0
12,0	4,0	36,9	249,3	9,5	1,5	36,2	191,3
12,5	4,1	37,4	250,0	11,5	0,8	38,4	186,5
13,0	4,0	37,9	249,3	12,5	0,8	39,5	186,5
14,0	3,5	39,0	245,9	15,0	0,4	42,2	183,8
15,0	2,8	40,1	241,1	17,0	0,3	44,3	183,1
15,5	2,1	40,6	236,3	19,5	0,2	47,0	182,4
16,0	1,7	41,1	233,6				
17,0	1,3	42,2	230,9				
19,0	0,7	44,4	226,8				
19,6	0,6	45,0	226,1				

Tabelle 4: Messkurven bei $\nu_e = 29,448$ kHz; links B_{parallel} und rechts B_{parallel}

Hieraus ergeben sich nun die jeweiligen Kalibrierungsfaktoren in Tabelle 5. Mit einem Widerstand von $50\ \Omega$ lassen sich die Rampengeneratorspannungen in Ströme I umrechnen.

ν_e in MHz	m in V/cm	U_{res} in V	I_{res} in mA
14,798	1,02	19,72	394,4
	1,21	17,12	342,4
19,448	0,92	25,82	516,4
	1,15	23,21	464,2
23,888	1,03	30,97	619,4
	1,31	28,79	575,7
29,448	1,07	37,39	747,8
	1,08	35,42	708,5

Tabelle 5: Zusammengefasste Werte

3.2 Magnetische Flussdichte der Erde

Mit den Ergebnissen aus Abschnitt 3.1 lässt sich nun das Erdmagnetfeld bestimmen. Hierzu werden die Ströme I_{res} aus Tabelle 5 nach der Gleichung für die Helmholtzspulen

$$B(I) = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \frac{n}{r} I \quad (5)$$

in magnetische Flussdichten umgerechnet, wobei der Radius $r = 0,1$ m und die Windungszahl $N = 156$ ist. Da für gleiche Frequenzen ν_e die Resonanzstellen verschieden sind, bewirkt das Erdmagnetfeld einen Einfluss in die jeweilige Richtung, je nachdem, ob die Spule parallel oder antiparallel dazu ausgerichtet ist. Diesen Einfluss kann man ermitteln, indem die zueinander gehörenden Flussdichten voneinander abgezogen und das Ergebnis halbiert wird

$$B_{\text{Erde}} = \frac{1}{2}(B_{\text{par}} - B_{\text{antipar}}). \quad (6)$$

In Tabelle 6 sind die jeweiligen Magnetfelder und das errechnete Erdmagnetfeld aufgeführt,

B_{par} in μT	B_{antipar} in μT	B_{Erde} in μT
553,3	480,3	36,5
724,4	651,2	36,6
868,9	807,6	30,7
1049,0	993,8	27,6

Tabelle 6: magnetische Flussdichte der Erde

was zu einem Erdmagnetfeld führt von

$$B_{\text{Erde}} = 32,8 \pm 1,9 \mu\text{T}. \quad (7)$$

3.3 gyromagnetisches Verhältnis des Elektrons

Mit den vom Erdmagnetfeld bereinigten Spulenfeldern lässt sich nun schließlich das gyromagnetische Verhältnis des Elektrons nach (??) berechnen. Hierzu wird eine Fitgerade

$$B = \frac{h}{\mu_B \cdot g} \nu = m_{\text{gyro}} \cdot \nu \quad (8)$$

mit GNUplot durch die Wertepaare $\{\nu_{e,i}, B_{\text{res},i}\}$ gelegt, was in Abbildung 4 zu sehen ist

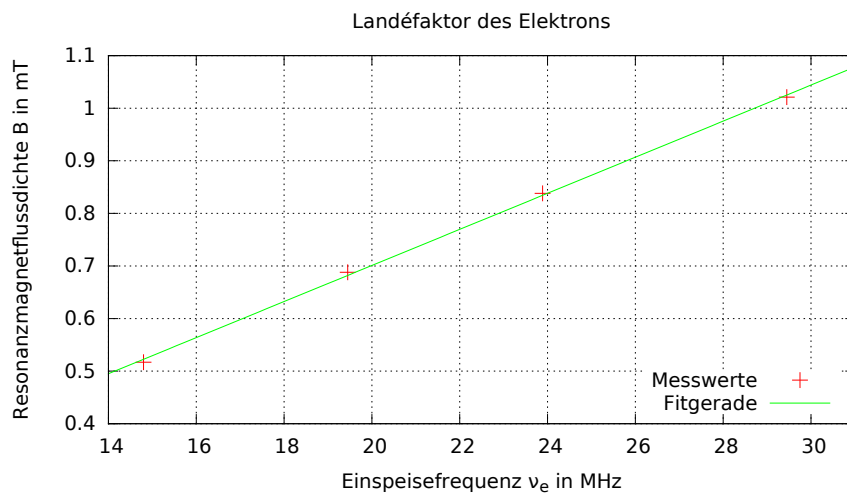


Abbildung 4: Gyromagnetisches Verhältnis oder Landéfaktor des Elektrons

und zu einem Steigungsparameter

$$m_{\text{gyro}} = 0,0343 \pm 0,0006 \text{ Ts} \quad (9)$$

führt und damit schließlich den Landéfaktor berechnen lässt.

$$g = \frac{h}{\mu_B \cdot m_{\text{gyro}}} = 2,082 \pm 0,037 \quad (10)$$

4 Diskussion

4.1 Erdmagnetfeld

Der berechnete Wert für das Erdmagnetfeld steht in folgendem Verhältnis zum Literaturwert [Chemie.de]

$$\frac{B_{\text{Mess}}}{B_{\text{Lit}}} = 68,3\%. \quad (11)$$

Die etwas hohe Abweichung spricht für eine unpräzise Ausrichtung der Helmholtzspule, was auf die sehr empfindliche Bussole zurückführbar ist, die auf diverse andere elektrische Geräte reagiert.

4.2 Landéfaktor

Das gyromagnetische Verhältnis wurde durch einen Fit ermittelt und hat eine Übereinstimmung zum Literaturwert [Universal Lexikon] von

$$\frac{g_{\text{Mess}}}{g_{\text{Lit}}} = 103,4\%. \quad (12)$$

Unabhängig von den Abweichungen vom Erdmagnetfeld ist eine sehr gute Bestimmung des Landéfaktors gelungen.

Literatur

- | | |
|---------------------|--|
| [Chemie.de] | Form und Stärke des Erdmagnetfelds
chemie.de/lexikon/Erdmagnetfeld |
| [Universal Lexikon] | Landé-Faktor
universal_lexikon.deacademic.com/144745/ |
| [Versuchsanleitung] | Versuch V28 Elektronen-Spin-Resonanz |