Versuch 27 - Der Zeeman-Effekt

TU Dortmund, Fakultät Physik

Fortgeschrittenen-Praktikum

Jan Adam
jan.adam@tu-dortmund.de

Dimitrios Skodras
dimitrios.skodras@tu-dortmund.de

07. März 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

Der Zeeman-Effekt ist ein Phänomen, bei dem Energieniveaus von Hüllenelektronen, die in der Orientierungsquantenzahl m entartet sind, in Gegenwart eines äußeren, homogenen Magnetfelds aufgespalten werden. Ziel des Versuchs ist es, Größe und Anzahl dieser Aufspaltung zu ermitteln.

1.1 Drehimpulse und Magnetische Momente

Die Ursache des Effekts hängt mit den Drehimpulsen - Bahndrehimpuls $\vec{l}$ und Spin $\vec{s}$ - der Elektronen und den daraus resultierenden magnetischen Momenten zusammen. Die Lösung der Eigenwertgleichung liefert für die Drehimpulse folgende Werte, wobei $\hbar$ das Plancksche Wirkungsquantum und n die Hauptquantenzahl ist

$$\left|\vec{l}\right| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \qquad \text{mit } l = 0, 1, .., n-1 \tag{1}$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar \qquad \text{mit } s = \frac{1}{2} \tag{2}$$

Das auf die die Drehimpulseinheit $\hbar$ bezogene Magnetmoment ist das Bohrsche Magneton

$$\mu_B = -\frac{1}{2}\frac{e_0\,\hbar}{m_0}, \tag{3}$$

mit e_0 als Elementarladung und m_0 als Elektronenmasse. Aus μ_B lässt sich das $\vec{l}$ zugehörige magnetische Moment bestimmen zu

$$\vec{\mu}_l = -\mu_B\frac{\vec{l}}{\hbar} = -\mu_B\sqrt{l(l+1)}\,\mathbf{e}_l. \tag{4}$$

Da der Spin auch ein Drehimpuls ist, liegt der Schluss nahe, dass dieser auch ein magnetisches Moment besitzt

$$\vec{\mu}_s = -g_s\mu_B\frac{\vec{s}}{\hbar} = -g_s\mu_B\sqrt{s(s+1)}\,\mathbf{e}_s \tag{5}$$

Der Landé-Faktor des Elektrons g_s hat etwa den Wert 2 und führt zu einem doppelt so großen Wert für das magnetische Moment, wie das dem Bahndrehimpuls zugehörige magnetische Moment. Das wird magnetomechanische Anomalie des Elektrons genannt.

Die bisher genannten Zusammenhänge beziehen sich auf Einelektronsysteme und betrachten keine Wechselwirkung zwischen Spin und Bahndrehimpuls. Bei mehreren Elektronen und allgemeiner Betrachtung entstehen sehr komplexe Zusammenhänge. Daher werden nur zwei Grenzfälle betrachtet, deren Behandlung einfach ist. Bei geringen Kernladungszahlen Z führt die hohe Wechselwirkung der einzelnen Bahndrehimpulse $\vec{l_i}$ zu einem Gesamtbahndrehimpuls $\vec{L}$ und einem zugehörigen magnetischen Moment.

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \qquad \text{mit } L = 0, 1, 2, 3 \tag{6}$$

Hierzu müssen nur unabgeschlossene Schalen berücksichtigt werden, da Gesamtdrehimpulse abgeschlossener Schalen stets null sind. Analog zum Gesamtbahndrehimpuls lässt sich ein Gesamtspin $\vec{S}$ bestimmen, mit N als Gesamtzahl der Elektronen auf nichtabgeschlossenen Schalen

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i \qquad \text{mit } S = \frac{N}{2}, \frac{N}{2} - 1, ..., \frac{1}{2}, 0 \tag{7}$$

In Abwesenheit starker Magnetfelder addieren Gesamtbahndrehimpuls und Gesamtspin zum Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$, was LS-Kopplung oder Russel-Sauners-Kopplung bezeichnet wird.

$$\vec{J} = \vec{L} = \vec{S} \tag{8}$$

Der zweite Grenzfall beschreibt die Wechselwirkung bei hohen Kernladungszahlen und wird j-j-Kopplung genannt. Hier ist die Kopplung von $\vec{l}$ und $\vec{s}$ eines einzelnen Elektrons entscheidender, als die Wechselwirkungen der Drehimpulse mit ihren Äquivalenten anderer Elektronen. Entsprechend bildet sich der Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$ nicht aus summierten Spin und Bahndrehimpuls, sondern aus den einzelnen Gesamtdrehimpulsen $\vec{j}_i$ der einzelnen Elektronen selbst

$$\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i. \tag{9}$$

Zwischen den Grenzfällen großer und kleiner Ordnungszahlen besteht ein fließender Übergang. Das $\vec{J}$ zugehörige magnetische Moment μ_j wird wie $\vec{J}$ nach (8) selbst aus Spin und Bahndrehimpuls errechnet

$$\vec{\mu}_j = \vec{\mu}_s + \vec{\mu}_l. \tag{10}$$

Da $\vec{J}$ nicht zwingend parallel zu $\vec{\mu}_j$ ist, kann man sich einen parallelen und senkrechten Teil von $\vec{\mu}_j$ generieren. Die senkrechte Komponente wird dabei null, was unter klassischer Betrachtung einer Präzession um die von außen vorgegebene Richtung gleich kommt, die im zeitlichen Mittel verschwindet. In (10) die magnetischen Momente eingesetzt führt zu folgender Form

$$\vec{\mu}_J \approx \mu_B \sqrt{J(J+1)} \underbrace{\frac{3J(J+1+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}} = \mu_B \sqrt{J(J+1)}\, g_J, \tag{11}$$

mit g_J als Landé-Faktor des betreffenden Atoms.

Die im Weiteren benötigte Richtungsquantelung ist ein quantenmechanisches Phänomen, das nur Winkel zwischen μ_J und einem äußeren Magnetfeld $\vec{B} = B\mathbf{e}_z$ auftreten können, wenn die Parallelkomponente ein ganzzahliges Vielfaches von $g_J\mu_B$ ist

$$\mu_{J_z} = -mg_J\mu_B, \tag{12}$$

mit m als eingangs erwähnte Orientierungsquantenzahl, deren Wert sich ganzzahlig nur zwischen $-J$ und J bewegen kann.

1.2 Aufspaltung von Energieniveaus bei homogenem Magnetfeld

Mit der Vorarbeit aus Abschnitt 1.1 ist man nun in der Lage, die Zusatzenergie E_{mag} zu berechnen, die ein Moment $\vec{\mu}$ im äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ hinzugewinnt. Allgemein lässt sich sagen, dass

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \circ \vec{B} = mg_J\mu_B B. \tag{13}$$

Hieran sieht man, dass für $B \neq 0$ das Energieniveau E_0 in $2J+1$ äquidistante Niveaus auf, wie in Abbildung 1

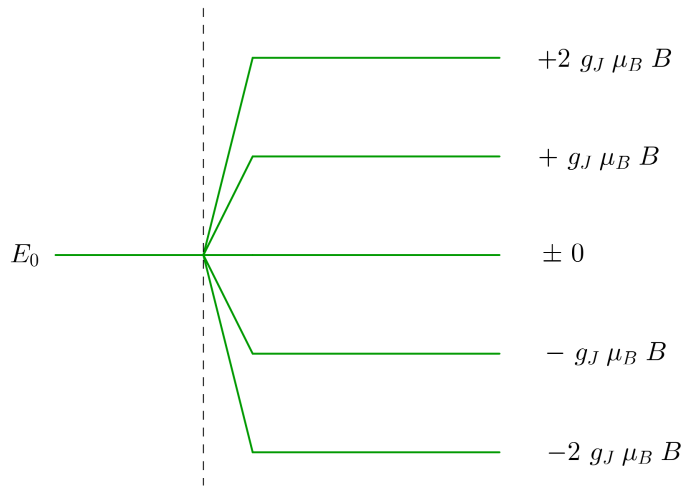

Abbildung 1: Schematische Aufspaltung eines Energieniveaus im Magnetfeld mit $J = 2$

Zwischen den hinzukommenden Energieniveaus ist es nun möglich, dass Übergänge auftreten. Dieser Effekt wird als Zeeman-Effekt bezeichnet. Die Anzahl dieser Linien hängt davon ab, welche Übergänge überhaupt möglich sind, ob es also Auswahlregeln gibt, die den Übergang festlegen.

1.3 normaler und anormaler Zeeman-Effekt

2 Durchführung

3 Auswertung

Literatur