

Versuch 21 - Optisches Pumpen

**TU Dortmund, Fakultät Physik
Fortgeschrittenen-Praktikum**

Jan Adam

jan.adam@tu-dortmund.de

Dimitrios Skodras

dimitrios.skodras@tu-dortmund.de

05. März 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	1
1.1	Zeeman-Effekt	1
1.2	Hyperfeinstruktur	2
1.3	Optisches Pumpen	3
2	Aufbau und Durchführung	4
3	Auswertung	6
3.1	Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds	6
3.2	Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds	7
3.3	Landé-Faktoren des Atoms	8
3.4	Kernspin I der Rubidiumisotope	8
3.5	Isotopenverhältnis von ^{85}Rb und ^{87}Rb	9
4	Diskussion	9
4.1	Erdmagnetfeld	9
4.2	Eigenschaften von Rubidium	10
	Literatur	10

1 Theorie

Die Elektronenhüllen im Atom sind durch Energieniveaus von einander getrennt. Die äußeren Schalen haben dabei eine deutlich geringere Energiedifferenz, so dass zum Teil höhere Schalen allein durch thermische Fluktuationen besetzt werden. Die Besetzungszahlen N_1 und N_2 sind dabei durch die Boltzmannsche Gleichung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp(-W_2/k_B T)}{g_1 \exp(-W_1/k_B T)} \quad (1)$$

miteinander verknüpft, solange sich die Atome bei der Temperatur T im thermischen Gleichgewicht befinden. Dabei sind die g_i die sogenannten statistischen Gewichte, die angeben, wieviele Zustände zur Energie W_i gehören.

Durch optisches Pumpen kann man nur eine Abweichung von der in Gleichung (1) gegebenen Energieverteilung erreichen.

Elektronen können in ein höheres Niveau an oder abgeregt werden durch Absorption oder Emission eines Photons mit der Frequenz

$$h\nu = W_2 - W_1. \quad (2)$$

Für besonders kleine (dh: $h\nu \ll k_B T$) Übergänge, kann man diese Differenz mit hoher Präzision ausmessen. Dafür betrachtet man die Hyperfeinstrukturaufspaltung bzw. die Zeeman-Aufspaltung durch ein äußeres Magnetfeld. Durch weitere Rechnung kann man so zudem die Landéschen g -Faktoren und die Spins der Elektronenhülle und des Kerns berechnen.

1.1 Zeeman-Effekt

Aus dem Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle des Atoms folgt ein magnetisches Moment

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_J &= -g_J \mu_B \vec{J} \\ |\vec{\mu}_J| &= -g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \end{aligned}$$

Hierin bedeuten μ_B das Bohrsche Magneton und g_J den Landé-Faktor. Durch g_J wird berücksichtigt, dass sich μ_J aus den magnetischen Momenten des Bahndrehimpulses L und des Spins S zusammensetzt:

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_L &= -\mu_B \vec{L} \\ \vec{\mu}_S &= -g_S \mu_B \vec{S} \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} |\vec{\mu}_L| &= g_J \mu_B \sqrt{L(L+1)} \\ |\vec{\mu}_S| &= g_J \mu_B \sqrt{S(S+1)} \end{aligned}$$

mit $g_S = 2,00232$ dem Lande-Faktor des freien Elektrons. Aus diesen vier Gleichungen folgt über den Kosinussatz mit:

$$g_J = \frac{3,0023J(J+1) + 1,0023[S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)} \quad (3)$$

und weiter:

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (4)$$

eine Möglichkeit den theoretischen Wert von g_J zu bestimmen.

Das Gesamtmoment $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$ führt nun eine Präzessionsbewegung um die \vec{J} -Richtung aus. Dabei mittelt sich die senkrechte Komponente von $\vec{\mu}_B$ heraus und wegen der Richtungsquantelung kann die Parallelkomponente nur ganzzahlige Vielfache M_J annehmen:

$$U_{mag} = M_J g_J \mu_B B \quad (5)$$

diese Aufspaltung in $2J + 1$ Unterniveaus bezeichnet man als Zeeman-Effekt.

1.2 Hyperfeinstruktur

Hat das Atom einen von Null verschiedenen Kernspin I , so koppeln I und J zum Gesamtdrehimpuls

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$$

und erzeugen eine weitere Aufspaltung der Energieniveaus, die Hyperfeinstruktur, wie man in Grafik 1 sehen kann. Auch hier gibt es wieder einen Landé-Faktor g_F :

$$|\vec{\mu}_F| = g_F \mu_B \sqrt{F(F+1)}$$

Diese Gleichung lässt sich aber noch umschreiben zu

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}, \quad (6)$$

wodurch sich g_F ohne jede Messung nur durch theoretische Werte bestimmen lässt.

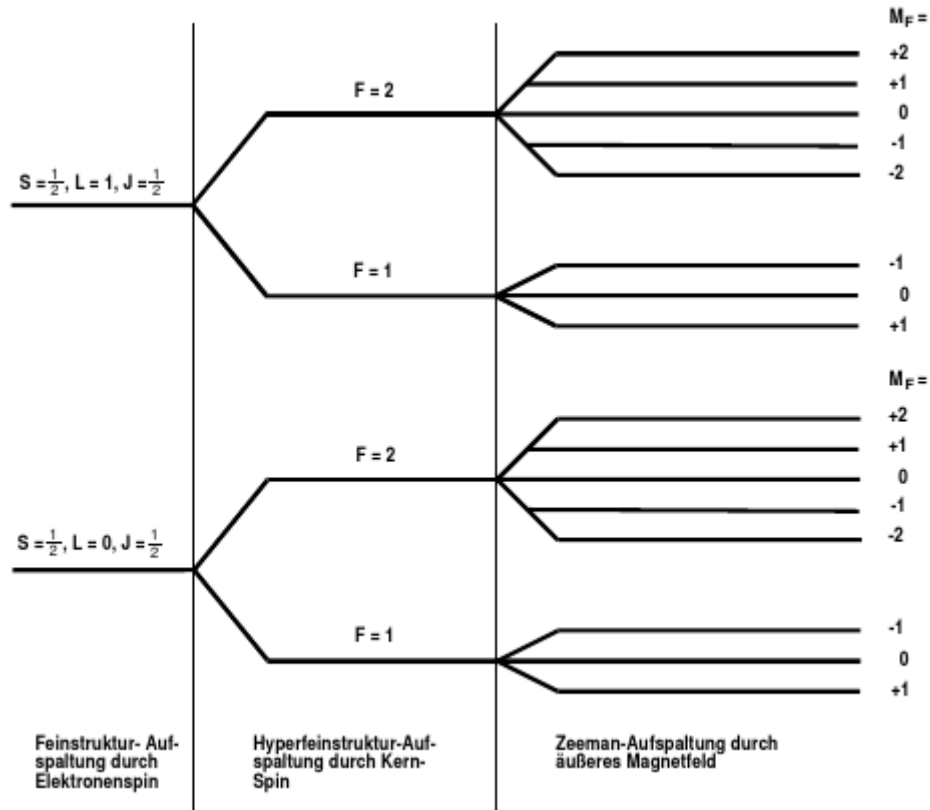


Abbildung 1: Hyperfeinstruktur und Zeeman-Aufspaltung eines Atoms mit $I = 3/2$

1.3 Optisches Pumpen

Ist das Atom im thermischen Gleichgewicht, so wird man keine Übergänge von Elektronen auf den Schalen erkennen können. Besetzt man die Schalen jedoch anders, so können Elektronen spontan oder durch Anregung ihre Schale wechseln. Dies erreicht man durch das Einstrahlen von Lichtquanten mit der passenden Energie (siehe Gleichung (2)). Da die Energieniveaus jedoch auch in den Spins aufspalten, muss nicht nur auf die Energie, sondern auch auf die richtige Polarisation des Lichtes geachtet werden, damit der Drehimpuls beim Übergang erhalten bleibt. Beispielhaft ist dies in Abbildung 2 erkennbar: Es sind also mit $\Delta M_J = 0, \pm 1$ insgesamt vier Strahlungsübergänge möglich, die alle verschiedene Energien und Polarisationen haben. Ein σ^+ -Übergang (mit $M_J = +1$) entspricht rechtszirkular-polarisiertem Licht, das heißt, der Spin der Lichtquanten steht antiparallel zu ihrer Ausbreitungsrichtung; während beim σ^- -Übergang ($M_J = -1$) Spin und Ausbreitungsrichtung parallel sind. Bei den π -Übergängen ($M_J = 0$) wird hingegen linear polarisiertes Licht emittiert und absorbiert. Die Polarisationsrichtung ist dabei parallel zu \vec{B} . Wegen des Dipolcharakters des Strahlungsfeldes erfolgt bei π -Übergängen keine Abstrahlung parallel zu \vec{B} ; senkrecht zu \vec{B} ist die Strahlungsintensität maximal. Dagegen beobachtet man das bei den σ -Übergängen emittierte zirkular-polarisierte Licht

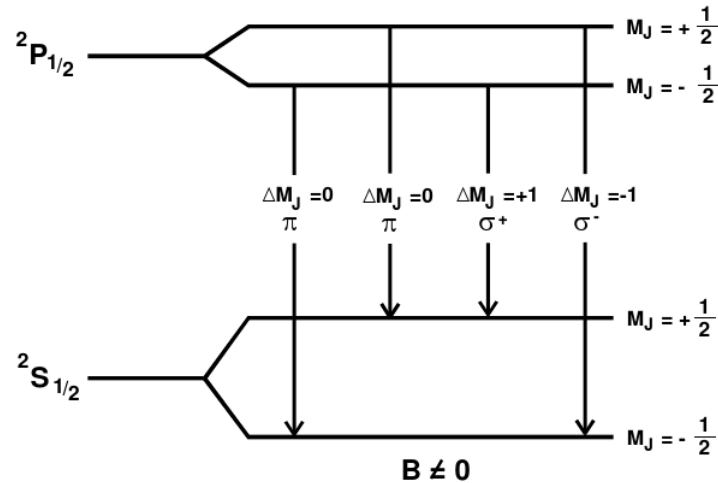


Abbildung 2: Zeeman-Aufspaltung mit möglichen Übergängen und ihren Drehimpulsbeiträgen M

ausschließlich in Richtung von \vec{B} . In allen dazu senkrechten Richtungen erscheint es linear polarisiert.

Sind nun Alkali-Atome in einem Dampf im thermischen Gleichgewicht, so ist das $M_J = +\frac{1}{2}$ Niveau schwächer besetzt, als das energieärmere $M_J = -\frac{1}{2}$ Niveau. Strahlt man nun rechtszirkular-polarisiertes D_1 -Licht ein, so werden im Dampf Übergänge von $2S_{1/2} M_J = -\frac{1}{2}$ nach $2P_{1/2} M_J = +\frac{1}{2}$ induziert und der angeregte Zustand geht durch spontane Emission nach ca. 10^{-8} s wieder in beide S-Grundzustände über. Wegen $\Delta M_J = 1$ werden aus dem $2S_{1/2} M_J = +\frac{1}{2}$ Zustand jedoch keine Elektronen mehr durch Quanten angeregt, so dass mit der Zeit alle Elektronen der $2S_{1/2}$ -Zustände von $M_J = -\frac{1}{2}$ nach $M_J = \frac{1}{2}$ gepumpt werden. Je leerer das Niveau wird, desto weniger Quanten können absorbiert werden und desto durchsichtiger wird der Stoff für Licht der entsprechenden Wellenlänge und Polarisation.

Zwar kann theoretisch auch durch spontane Emission das untere Niveau wieder gefüllt werden, allerdings zeigt die Wahrscheinlichkeit für spontane Emission eine ν^3 -Abhängigkeit, so dass für Übergänge im Zeeman-Bereich eine 10^{25} geringere Wahrscheinlichkeit für einen spontanen Übergang vorliegt. Diese Übergänge sind daher im Vergleich zu induzierter Emission hier vernachlässigbar.

2 Aufbau und Durchführung

Die Apparatur besteht im wesentlichen aus einer beheizten Dampfzelle und einer Spektrallampe mit einer optischen Schiene, auf der Filter und Linsen angebracht sind. Die Linsen werden so ausgerichtet, dass die Probe durchstrahlt wird und das Licht anschlie-

ßend auf eine Photodiode gebündelt wird. Den genauen Aufbau kann man Abbildung 3 entnehmen. Hochfrequenzfeld zum Pumpen und der von der Diode gemessene Strom

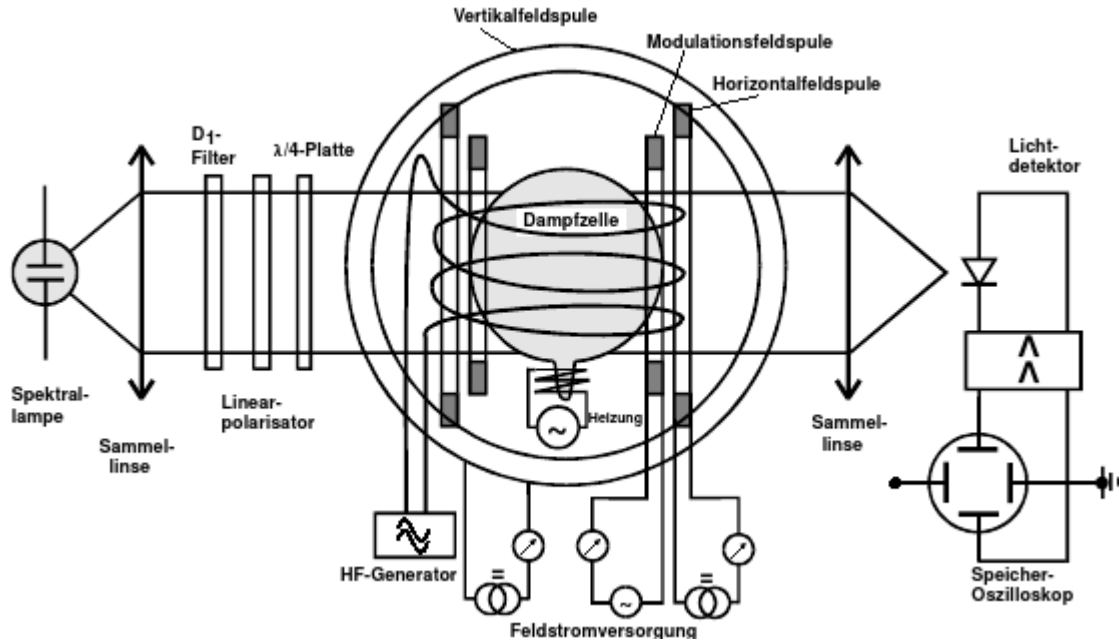


Abbildung 3: Die im Versuch benutzte Apparatur

werden dann an einen XY-Oszilloskop angeschlossen, wo Resonanzstellen sichtbar werden, wenn die richtige Frequenz getroffen wurde.

Im Falle einer Resonanz, entsteht auf dem Oszilloskop ein Bild vergleichbar mit Abbildung 4. B_m errechnet sich dabei zu

$$h\nu = g_J \mu_B B_m \Delta M_J$$

bzw.

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e g_J} \nu \quad (7)$$

Hat das Magnetfeld B die Feldstärke B_m , so sind die Abstände im Spektrum genau so groß, dass das Niveau durch das Hochfrequenzfeld leergepumpt wird. Neue Photonen können absorbiert werden und die Transparenz der Probe sinkt ab.

Vor der eigentlichen Messung muss jedoch zunächst das Erdmagnetfeld kompensiert werden. Dazu wird der Aufbau so gedreht, dass er parallel zur Horizontalkomponente ausgerichtet ist. Diese Komponente hat dann keinen Einfluss mehr auf die Durchführung.

Um auch die senkrechte Komponente zu kompensieren, wird mit einer Helmholtzspule ein Gegenfeld mit der gleichen Stärke induziert, welches antiparallel zum Erdmagnetfeld

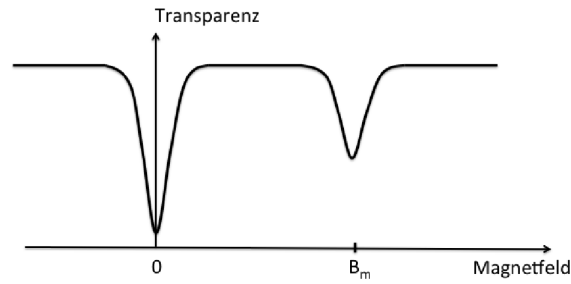


Abbildung 4: Transparenz einer Alkali-Dampfzelle für rechtszirkular-polarisiertes Licht in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei angelegtem Hochfrequenzfeld (idealisiert)

steht. Über die verwendete Stromstärke kann so zudem das Erdmagnetfeld sehr genau bestimmt werden. Dazu wählt man die Einstellung, unter der der Peak bei $B = 0$ besonders stark ausgeprägt ist.

Anschließend soll der Landé-Faktor des Atoms mittels Gleichung (7) und Gleichung (3) bestimmt werden.

Mit den vorherigen Ergebnissen wird es dann möglich sein, den Kernspin der beiden Isotope zu bestimmen und abschließend das Verhältnis der beiden Isotope im Gemisch zu ermitteln.

3 Auswertung

3.1 Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds

Spule	r in cm	N	I/U in A/1
Vertikal	11,735	20	1
Horizontal	15,790	154	0,1
Sweep	16,39	11	0,3

Tabelle 1: Kenndaten benutzter Helmholtzspulen

Um dem Einfluss des vertikalen Magnetfelds entgegenzuwirken, wird eine Helmholtz-Spule in die entsprechende Richtung orientiert, sodass das vom Stromfluss I induzierte Magnetfeld B genau dem des Erdmagnetfelds entspricht. μ_0 ist die Vakuumpermeabilität, r der Radius und N die Windungszahl. Bei einer Umdrehungszahl von $U=1,99$ V und einem Widerstand von $R = 1 \Omega$ wird kein Einfluss des vertikalen Erdmagnetfelds mehr festgestellt. Die Feldstärke $B_{\text{vert,Erde}}$ lässt nach Biot-Savart und mit Tabelle 1 berechnen mit

$$B_{\text{vert,Erde}} = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{IN}{r} = 30,5 \mu\text{T}. \quad (8)$$

3.2 Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds

Wie in 2 beschrieben, wird die Resonanzfrequenz der RF-Spule stetig erhöht und ebenfalls das Magnetfeld der Horizontalspulen dahingehend, dass die Transmission der Dampfzelle stark abnimmt. In Tabelle 1 sind die Kenndaten der Horizontalspulen aufgeführt, die zur Umrechnung der in den Tabellen 2 und 3 gelisteten Messwerte in Magnetfelder nötig sind.

ν in kHz	U_{sweep}	U_{hor}	$B_{r,1}$ in mT	ν in kHz	U_{sweep}	U_{hor}	$B_{r,2}$ in mT
20	1,75	0,00	0,011	20	2,00	0,00	0,012
100	3,70	0,00	0,022	100	4,90	0,00	0,030
200	1,05	0,12	0,038	200	3,65	0,12	0,054
300	1,55	0,15	0,049	300	5,11	0,15	0,070
400	3,82	0,15	0,063	400	4,25	0,25	0,091
500	2,48	0,24	0,078	500	2,74	0,37	0,114
600	2,13	0,30	0,092	600	2,59	0,45	0,134
700	2,27	0,35	0,106	700	1,78	0,55	0,155
800	2,38	0,40	0,120	800	1,05	0,65	0,177
900	2,60	0,45	0,134	900	2,47	0,70	0,199
1000	2,73	0,50	0,148	1000	1,55	0,80	0,220

Tabelle 2: ν und B_r des 1. Isotops Tabelle 3: ν und B_r des 2. Isotops
Der Zusammenhang zwischen ν und B_r wird zweimal mit einem linearen Ansatz

$$\nu = a \cdot B + b \quad \text{und} \quad \nu = c \cdot B + d$$

getestet und die Koeffizienten a, b, c und d durch GNUplot bestimmt. In Abbildung 5 sind die Messwerte dargestellt, sowie die eben genannten linearen Ansätze als Fitgeraden. Hieraus ergeben sich die folgenden zwei Gleichungen

$$\nu_1 = 7159(1 \pm 0,67\%) \frac{\text{kHz}}{\text{mT}} \cdot B - 58,6(1 \pm 6,1\%) \text{kHz} \quad (9)$$

$$\nu_2 = 4741(1 \pm 0,70\%) \frac{\text{kHz}}{\text{mT}} \cdot B - 39,6(1 \pm 11,1\%) \text{kHz}. \quad (10)$$

Mit diesen zwei Gleichungen ist es nun möglich die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds zu ermitteln. Sie ist genau das Magnetfeld B , welches die Gleichung (9) bzw. (10) 0 werden lässt. Aus den zwei Werten wird anschließend der Mittelwert genommen

$$B_1 = 8,19(1 \pm 6,1\%) \mu T \quad \text{und} \quad B_2 = 8,35(1 \pm 11,1\%) \mu T, \quad (11)$$

was schließlich zu einer Horizontalkomponente führt von

$$B_{\text{hor}} = 8,27(1 \pm 12,7\%) \mu T. \quad (12)$$

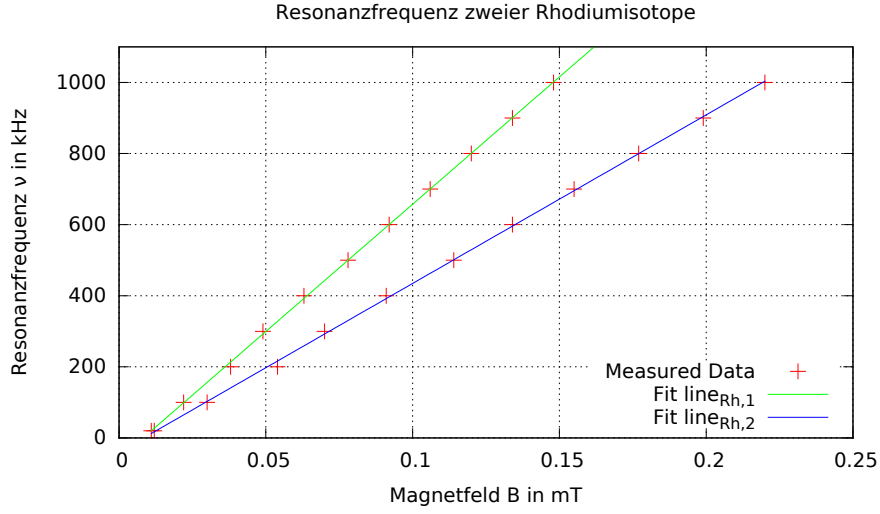


Abbildung 5: Zusammenhang zwischen Resonanzfrequenz und Magnetfeld

3.3 Landé-Faktoren des Atoms

Neben der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds kann man aus den Gleichungen (9) und (10) ebenfalls die Landé-Faktoren des Atoms g_F nach Gleichung (7) errechnen, wo der Proportionalitätsfaktor mit a bzw. c identifiziert wird

$$g_{F,1} = 0,511(1 \pm 0,67\%) \quad \text{und} \quad g_{F,2} = 0,339(1 \pm 0,7\%) \quad (13)$$

Desweiteren lassen sich aus der Elektronenkonfiguration von Rubidium [PSE] die Drehimpulse bestimmen, sowie der Landé-Faktor der Elektronenhülle g_J . Die Drehimpulse sind hierbei

$$L = 0, \quad S = \frac{1}{2}, \quad J = L + S = \frac{1}{2}, \quad F = I + J = I + \frac{1}{2}, \quad (14)$$

was nach (3) zu einem Faktor führt zu

$$g_J = 2,0023. \quad (15)$$

3.4 Kernspin I der Rubidiumisotope

Mit den Ergebnissen aus 3.3 lassen sich nun nach (4) die Kernspins der auftretenden Rubidiumisotope errechnen. Die etwas längliche Formel ergibt umgestellt nach dem Kernspin

$$I_k = \frac{1}{4 \frac{g_{F,k}}{g_J}} \left[\left(1 - 4 \frac{g_{F,k}}{g_J} \right) + \sqrt{\left(-1 + 4 \frac{g_{F,k}}{g_J} \right)^2 - 12 \frac{g_{F,k}}{g_J} \left(\frac{g_{F,k}}{g_J} - 1 \right)} \right] \quad (16)$$

und führt zu

$$I_1 = 1,459 \approx \frac{3}{2} \qquad I_2 = 2,459 \approx \frac{5}{2}. \qquad (17)$$

3.5 Isotopenverhältnis von ^{85}Rb und ^{87}Rb

Durch das Auftauchen von zwei Resonanzfrequenzen bei denen die Transparenz der Probe einbricht, wird davon ausgegangen, dass es sich um zwei verschiedene Isotope innerhalb der Probe handelt. Das Verhältnis ihres Vorkommens N_i hängt mit dem Verhältnis der Transparenzaufhebung A_i direkt zusammen. Die Bestimmung der Amplituden geschieht durch Ablesen am Oszilloskop in Abbildung 6

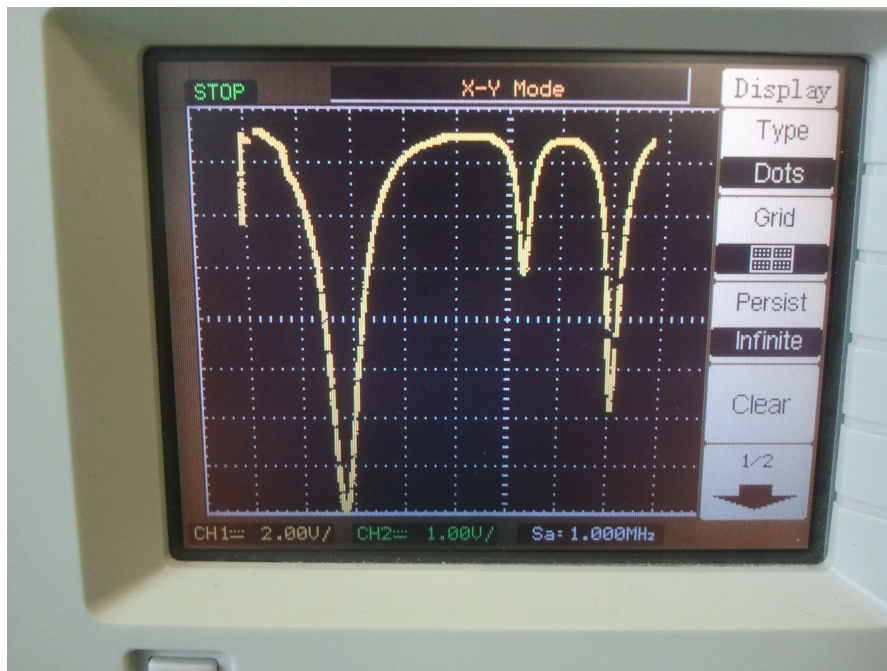


Abbildung 6: Typische Aufnahme am Oszilloskop, hier bei $\nu = 100 \text{ kHz}$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{5,5}{2,5} = 2,2. \qquad (18)$$

4 Diskussion

4.1 Erdmagnetfeld

Die ermittelten Werte für die Vertikal- und Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds sind anfolgend mit den Literaturwerten [Chemie.de] verglichen. Die erheblichen Fehler sind wohl auf eine ungenaue Ausrichtung der Apparatur in Nord-Süd-Richtung zurückzuführen.

führen

$$\frac{B_{\text{vert}}}{B_{\text{vert,Lit}}} = 70\% \qquad \frac{B_{\text{hor}}}{B_{\text{hor,Lit}}} = 41\% \qquad (19)$$

4.2 Eigenschaften von Rubidium

Die ermittelten Werte für die Landé-Faktoren g_F haben zu den zwei Kernspins I_1 und I_2 geführt und werden anhand einer Nuklidkarte [KAERI] Rubidiumisotope zugewiesen

$$I_1 \approx \frac{3}{2} \rightarrow {}^{87}\text{Rb} \qquad I_2 \approx \frac{5}{2} \rightarrow {}^{85}\text{Rb}. \qquad (20)$$

Das Verhältnis der Rb-Isotope [KAERI] wird mit dem Verhältnis der Amplituden verglichen, was zu folgender Übereinstimmung führt

$$\frac{A_1}{A_2} / \frac{N_{85\text{Rb}}}{N_{87\text{Rb}}} = 2,2 / \frac{72,17\%}{27,83\%} = 85\%. \qquad (21)$$

Literatur

- | | |
|-------------|---|
| [PSE] | Periodensystem der Elemente
periodensystem.info/elemente/rubidium/ |
| [Chemie.de] | Form und Stärke des Erdmagnetfelds
chemie.de/lexikon/Erdmagnetfeld |
| [KAERI] | Nuklidkarte des <i>Korea Atomic Energy Research Institute</i>
atom.kaeri.re.kr/ |