

# **Versuch 21 - Optisches Pumpen**

**TU Dortmund, Fakultät Physik  
Fortgeschrittenen-Praktikum**

Jan Adam

jan.adam@tu-dortmund.de

Dimitrios Skodras

dimitrios.skodras@tu-dortmund.de

05. März 2014

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
1.1	Zeeman-Effekt . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>2</b>
3.1	Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds . . . . .	2
3.2	Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds . . . . .	2
3.3	Landé-Faktoren des Atoms . . . . .	4
3.4	Kernspin $I$ der Rubidiumisotope . . . . .	4
3.5	Isotopenverhältnis von $^{85}\text{Rb}$ und $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>5</b>
4.1	Erdmagnetfeld . . . . .	5
4.2	Eigenschaften von Rubidium . . . . .	6
	<b>Literatur</b>	<b>6</b>

# 1 Theorie

Die Elektronenhüllen im Atom sind durch Energieniveaus von einander getrennt. Die äußeren Schalen haben dabei eine deutlich geringere Energiedifferenz, so dass zum Teil höhere Schalen allein durch thermische Fluktuationen besetzt werden. Die Besetzungszahlen  $N_1$  und  $N_2$  sind dabei durch die Boltzmannsche Gleichung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp(-W_2/k_B T)}{g_1 \exp(-W_1/k_B T)} \quad (1)$$

miteinander verknüpft, solange sich die Atome bei der Temperatur  $T$  im thermischen Gleichgewicht befinden. Dabei sind die  $g_i$  die sogenannten statistischen Gewichte, die angeben, wieviele Zustände zur Energie  $W_i$  gehören.

Durch optisches Pumpen kann man nur eine Abweichung von der in Gleichung (1) gegebenen Energieverteilung erreichen.

Elektronen können in ein höheres Niveau an oder abgeregt werden durch Absorption oder Emission eines Photons mit der Frequenz

$$h\nu = W_2 - W_1. \quad (2)$$

Für besonders kleine (dh:  $h\nu \ll k_B T$ ) Übergänge, kann man diese Differenz mit hoher Präzision ausmessen. Dafür betrachtet man die Hyperfeinstrukturaufspaltung bzw. die Zeeman-Aufspaltung durch ein äußeres Magnetfeld. Durch weitere Rechnung kann man so zudem die Landéschen  $g$ -Faktoren und die Spins der Elektronenhülle und des Kerns berechnen.

## 1.1 Zeeman-Effekt

Aus dem Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  der Elektronenhülle des Atoms folgt ein magnetisches Moment

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_J &= -g_J \mu_B \vec{J} \\ |\vec{\mu}_J| &= -g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \end{aligned}$$

Hierin bedeuten  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton und  $g_J$  den Landé-Faktor. Durch  $g_J$  wird berücksichtigt, dass sich  $\mu_J$  aus den magnetischen Momenten des Bahndrehimpulses  $L$  und des Spins  $S$  zusammensetzt:

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_L &= -\mu_B \vec{L} \\ \vec{\mu}_S &= -g_S \mu_B \vec{S} \end{aligned}$$

oder

$$|\vec{\mu}_L| = g_J \mu_B \sqrt{L(L+1)}$$

$$|\vec{\mu}_S| = g_J \mu_B \sqrt{S(S+1)}$$

mit  $g_S = 2,00232$  dem Lande-Faktor des freien Elektrons. Das Gesamtmoment  $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$  führt nun eine Präzessionsbewegung um die  $\vec{J}$ -Richtung aus. Dabei mittelt sich die senkrechte Komponente von  $\vec{\mu}_B$  heraus und wegen der Richtungsquantelung kann die Parallelkomponente nur ganzzahlige Vielfache  $M_J$  annehmen:

$$U_{mag} = M_J g_J \mu_B B \quad (3)$$

diese Aufspaltung in  $2J + 1$  Unterniveaus bezeichnet man als Zeeman-Effekt.

## 1.2 Hyperfeinstruktur

Hat das Atom einen von Null verschiedenen Kernspin  $I$ , so koppeln  $I$  und  $J$  zum Gesamtdrehimpuls

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$$

und erzeugen eine weitere Aufspaltung der Energieniveaus, wie man in Grafik ?? sehen kann: Auch hier findet sich wieder ein Lande-Faktor  $g_F$ :

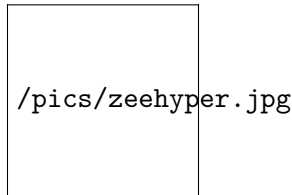


Abbildung 1: Hyperfeinstruktur und Zeeman-Aufspaltung eines Atoms mit  $I = 3/2$

$$|\vec{\mu}_F| = g_F \mu_B \sqrt{F(F+1)}$$

Diese Gleichung lässt sich aber noch umschreiben zu

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (4)$$

## 1.3 Optisches Pumpen

Ist das Atom im thermischen Gleichgewicht, so wird man keine Übergänge von Elektronen auf den Schalen erkennen können. Besetzt man die Schalen jedoch anders, so können Elektronen spontan oder durch Anregung ihre Schale wechseln. Dies erreicht

man durch das Einstrahlen von Lichtquanten mit der passenden Energie (siehe Gleichung (2)). Da die Energieniveaus jedoch auch in den Spins aufspalten, muss nicht nur auf die Energie, sondern auch auf die richtige Polarisation des Lichtes geachtet werden, damit der Drehimpuls beim Übergang erhalten bleibt. Beispielhaft ist dies in Abbildung ?? erkennbar: Es sind also mit  $\Delta M_J = 0, \pm 1$  insgesamt vier Strahlungsübergänge mög-

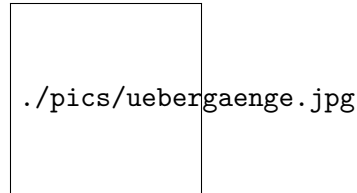


Abbildung 2: Zeeman-Aufspaltung mit möglichen Übergängen und ihren Drehimpulsbeiträgen  $M$

lich, die alle verschiedene Energien und Polarisationen haben. Ein  $\sigma^+$ -Übergang (mit  $M_J = +1$ ) entspricht rechtszirkular-polarisiertem Licht, das heißt, der Spin der Lichtquanten steht antiparallel zu ihrer Ausbreitungsrichtung; während beim  $\sigma^-$ -Übergang ( $M_J = -1$ ) Spin und Ausbreitungsrichtung parallel sind. Bei den  $\pi$ -Übergängen ( $M_J = 0$ ) wird hingegen linear polarisiertes Licht emittiert und absorbiert. Die Polarisationsrichtung ist dabei parallel zu  $\vec{B}$ . Wegen des Dipolcharakters des Strahlungsfeldes erfolgt bei  $\pi$ -Übergängen keine Abstrahlung parallel zu  $\vec{B}$ ; senkrecht zu  $\vec{B}$  ist die Strahlungsintensität maximal. Dagegen beobachtet man das bei den  $\sigma$ -Übergängen emittierte zirkular-polarisierte Licht ausschließlich in Richtung von  $\vec{B}$ . In allen dazu senkrechten Richtungen erscheint es linear polarisiert.

## 2 Durchführung

## 3 Auswertung

### 3.1 Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds

Spule	$r$ in cm	$N$	$I/U$ in A/1
Vertikal	11,735	20	1
Horizontal	15,790	154	0,1
Sweep	16,39	11	0,3

Tabelle 1: Kenndaten benutzter Helmholtzspulen

Um dem Einfluss des vertikalen Magnetfelds entgegenzuwirken, wird eine Helmholtz-Spule in die entsprechende Richtung orientiert, sodass das vom Stromfluss  $I$  induzierte Magnetfeld  $B$  genau dem des Erdmagnetfelds entspricht.  $\mu_0$  ist die Vakuumpermeabilität,  $r$  der Radius und  $N$  die Windungszahl. Bei einer Umdrehungszahl von  $U=1,99$  V und

einem Widerstand von  $R = 1 \Omega$  wird kein Einfluss des vertikalen Erdmagnetfelds mehr festgestellt. Die Feldstärke  $B_{\text{vert,Erde}}$  lässt nach Biot-Savart und mit Tabelle 1 berechnen mit

$$B_{\text{vert,Erde}} = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{IN}{r} = 30,5 \mu\text{T}. \quad (5)$$

### 3.2 Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds

Wie in 2 beschrieben, wird die Resonanzfrequenz der RF-Spule stetig erhöht und ebenfalls das Magnetfeld der Horizontalspulen dahingehend, dass die Transmission der Dampfwelle stark abnimmt. In Tabelle 1 sind die Kenndaten der Horizontalspulen aufgeführt, die zur Umrechnung der in den Tabellen 2 und 3 gelisteten Messwerte in Magnetfelder nötig sind.

$\nu$ in kHz	$U_{\text{sweep}}$	$U_{\text{hor}}$	$B_{r,1}$ in mT	$\nu$ in kHz	$U_{\text{sweep}}$	$U_{\text{hor}}$	$B_{r,2}$ in mT
20	1,75	0,00	0,011	20	2,00	0,00	0,012
100	3,70	0,00	0,022	100	4,90	0,00	0,030
200	1,05	0,12	0,038	200	3,65	0,12	0,054
300	1,55	0,15	0,049	300	5,11	0,15	0,070
400	3,82	0,15	0,063	400	4,25	0,25	0,091
500	2,48	0,24	0,078	500	2,74	0,37	0,114
600	2,13	0,30	0,092	600	2,59	0,45	0,134
700	2,27	0,35	0,106	700	1,78	0,55	0,155
800	2,38	0,40	0,120	800	1,05	0,65	0,177
900	2,60	0,45	0,134	900	2,47	0,70	0,199
1000	2,73	0,50	0,148	1000	1,55	0,80	0,220

Tabelle 2:  $\nu$  und  $B_r$  des 1. Isotops  
Tabelle 3:  $\nu$  und  $B_r$  des 2. Isotops  
Der Zusammenhang zwischen  $\nu$  und  $B_r$  wird zweimal mit einem linearen Ansatz

$$\nu = a \cdot B + b \quad \text{und} \quad \nu = c \cdot B + d$$

getestet und die Koeffizienten  $a, b, c$  und  $d$  durch GNUplot bestimmt. In Abbildung 1 sind die Messwerte dargestellt, sowie die eben genannten linearen Ansätze als Fitgeraden. Hieraus ergeben sich die folgenden zwei Gleichungen

$$\nu_1 = 7159(1 \pm 0,67\%) \frac{\text{kHz}}{\text{mT}} \cdot B - 58,6(1 \pm 6,1\%) \text{kHz} \quad (6)$$

$$\nu_2 = 4741(1 \pm 0,70\%) \frac{\text{kHz}}{\text{mT}} \cdot B - 39,6(1 \pm 11,1\%) \text{kHz}. \quad (7)$$

Mit diesen zwei Gleichungen ist es nun möglich die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds zu ermitteln. Sie ist genau das Magnetfeld  $B$ , welches die Gleichung (4) bzw.

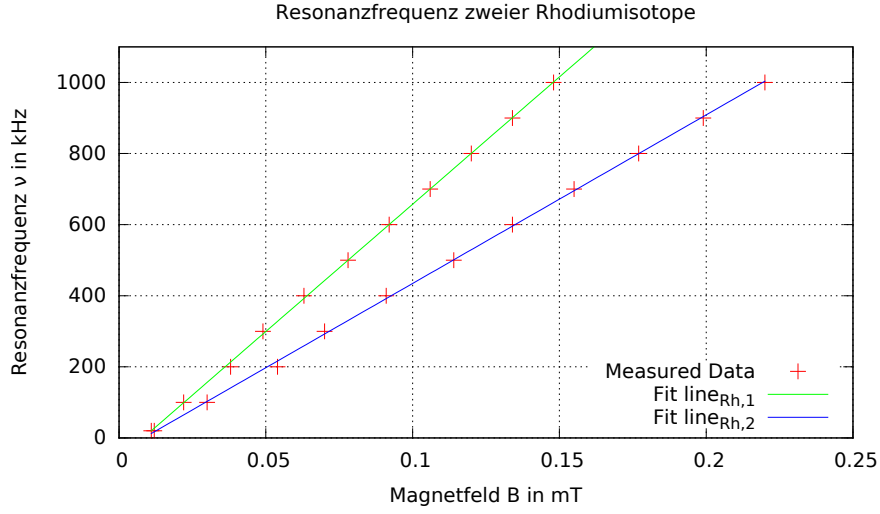


Abbildung 3: Zusammenhang zwischen Resonanzfrequenz und Magnetfeld

(5) 0 werden lässt. Aus den zwei Werten wird anschließend der Mittelwert genommen

$$B_1 = 8,19(1 \pm 6,1\%) \mu T \quad \text{und} \quad B_2 = 8,35(1 \pm 11,1\%) \mu T, \quad (8)$$

was schließlich zu einer Horizontalkomponente führt von

$$B_{\text{hor}} = 8,27(1 \pm 12,7\%) \mu T. \quad (9)$$

### 3.3 Landé-Faktoren des Atoms

Neben der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds kann man aus den Gleichungen (4) und (5) ebenfalls die Landé-Faktoren des Atoms  $g_F$  nach Gleichung (??) errechnen, wo der Proportionalitätsfaktor mit  $a$  bzw.  $c$  identifiziert wird

$$g_{F,1} = 0,511(1 \pm 0,67\%) \quad \text{und} \quad g_{F,2} = 0,339(1 \pm 0,7\%) \quad (10)$$

Desweiteren lassen sich aus der Elektronenkonfiguration von Rubidium [PSE] die Drehimpulse bestimmen, sowie der Landé-Faktor der Elektronenhülle  $g_J$ . Die Drehimpulse sind hierbei

$$L = 0, \quad S = \frac{1}{2}, \quad J = L + S = \frac{1}{2}, \quad F = I + J = I + \frac{1}{2}, \quad (11)$$

was nach (??) zu einem Faktor führt zu

$$g_J = 2,0023. \quad (12)$$

### 3.4 Kernspin $I$ der Rubidiumisotope

Mit den Ergebnissen aus 3.3 lassen sich nun nach (??) die Kernspins der auftretenden Rubidiumisotope errechnen. Die etwas längliche Formel ergibt umgestellt nach dem Kernspin

$$I_k = \frac{1}{4 \frac{g_{F,k}}{g_J}} \left[ \left( 1 - 4 \frac{g_{F,k}}{g_J} \right) + \sqrt{\left( -1 + 4 \frac{g_{F,k}}{g_J} \right)^2 - 12 \frac{g_{F,k}}{g_J} \left( \frac{g_{F,k}}{g_J} - 1 \right)} \right] \quad (13)$$

und führt zu

$$I_1 = 1,459 \approx \frac{3}{2} \quad I_2 = 2,459 \approx \frac{5}{2}. \quad (14)$$

### 3.5 Isotopenverhältnis von $^{85}\text{Rb}$ und $^{87}\text{Rb}$

Durch das Auftauchen von zwei Resonanzfrequenzen bei denen die Transparenz der Probe einbricht, wird davon ausgegangen, dass es sich um zwei verschiedene Isotope innerhalb der Probe handelt. Das Verhältnis ihres Vorkommens  $N_i$  hängt mit dem Verhältnis der Transparenzaufhebung  $A_i$  direkt zusammen. Die Bestimmung der Amplituden geschieht durch Ablesen am Oszilloskop in Abbildung 2

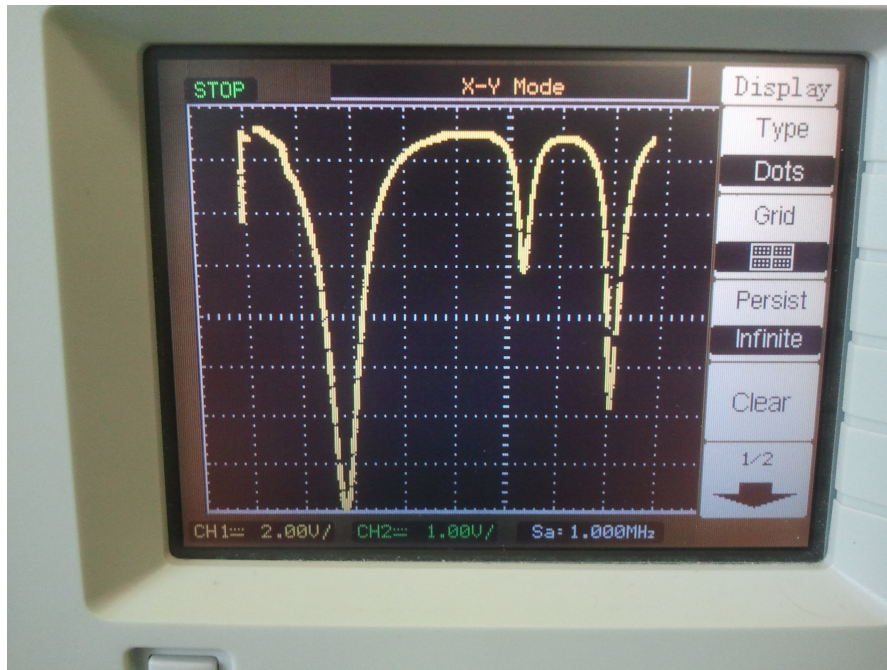


Abbildung 4: Typische Aufnahme am Oszilloskop, hier bei  $\nu = 100 \text{ kHz}$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{5,5}{2,5} = 2,2. \quad (15)$$



## 4 Diskussion

### 4.1 Erdmagnetfeld

Die ermittelten Werte für die Vertikal- und Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds sind anfolgend mit den Literaturwerten [Chemie.de] verglichen. Die erheblichen Fehler sind wohl auf eine ungenaue Ausrichtung der Apparatur in Nord-Süd-Richtung zurückzuführen

$$\frac{B_{\text{vert}}}{B_{\text{vert,Lit}}} = 70\% \qquad \frac{B_{\text{hor}}}{B_{\text{hor,Lit}}} = 41\% \qquad (16)$$

### 4.2 Eigenschaften von Rubidium

Die ermittelten Werte für die Landé-Faktoren  $g_F$  haben zu den zwei Kernspins  $I_1$  und  $I_2$  geführt und werden anhand einer Nuklidkarte [KAERI] Rubidiumisotope zugewiesen

$$I_1 \approx \frac{3}{2} \rightarrow {}^{87}\text{Rb} \qquad I_2 \approx \frac{5}{2} \rightarrow {}^{85}\text{Rb}. \qquad (17)$$

Das Verhältnis der Rb-Isotope [KAERI] wird mit dem Verhältnis der Amplituden verglichen, was zu folgender Übereinstimmung führt

$$\frac{A_1}{A_2} / \frac{N_{85\text{Rb}}}{N_{87\text{Rb}}} = 2,2 / \frac{72,17\%}{27,83\%} = 85\%. \qquad (18)$$

## Literatur

- |             |   |
|-------------|---|
| [PSE]       | Periodensystem der Elemente<br><a href="http://periodensystem.info/elemente/rubidium/">periodensystem.info/elemente/rubidium/</a> |
| [Chemie.de] | Form und Stärke des Erdmagnetfelds<br><a href="http://chemie.de/lexikon/Erdmagnetfeld">chemie.de/lexikon/Erdmagnetfeld</a>        |
| [KAERI]     | Nuklidkarte des <i>Korea Atomic Energy Research Institute</i><br><a href="http://atom.kaeri.re.kr/">atom.kaeri.re.kr/</a>         |

## Literatur