作业2

1. $S_3 = \{(1), (12), (13), (23), (123), (132)\}$

左陪集: $(1)H = (12)H = \{(1), (12)\} = H$

$(13)H = (123)H = \{(13), (123)\}$

$(23)H = (132)H = \{(23), (132)\}$

右陪集 $H(1) = H(12) = \{(1), (12)\}$

$H(13) = H(132) = \{(13), (132)\}$

$H(23) = H(123) = \{(23), (123)\}$

2. G 的阶为 12, H 的阶为 3. 拉格朗日定理. $\#(G, H) = 4$

$He = \{e, g^4, g^8\} = Hg^4 = Hg^8$

$Hg = \{g, g^5, g^9\} = Hg^5 = Hg^9$

$Hg^2 = \{g^2, g^6, g^{10}\} = Hg^6 = Hg^{10}$

$Hg^3 = \{g^3, g^7, g^{11}\} = Hg^7 = Hg^{11}$

3. 设G是一个四阶群，则由拉格朗日定理，

G中的元素的阶只能是 1, 2, 4

① 如果 G 中包含4阶元 a,

则 a 是 G 的生成元，G 是四阶循环群.

由循环群基本定理，G 同构于 Z_4

② 如果 G 中不包含4阶元，$G = \{e, a, b, c\}$ 中，

$|e| = 1$, $|a| = |b| = |c| = 2$,

	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

我们定义 $\phi: K_4 \to G$ 为：

$\phi((11)) = e$, $\phi((12)(34)) = a$, $\phi((13)(24)) = b$, $\phi((14)(23)) = c$.

显然 ϕ 是个一一映射

G 同构于 K_4.