作业4.

1. $f(x)+g(x)=[3]x^3+[5]x+[2]+[4]x^2+[5]x+[3]$

$=[3]x^3+[4]x^2+[4]x+[5]$ 次数为3.

$f(x)-g(x)=[3]x^3-[4]x^2-[1]=[3]x^3+[2]x^2+[5]$ 次数为3

$f(x)g(x)=[12]x^5+[15]x^4+[29]x^3+[33]x^2+[25]x+[6]$

$=[3]x^4+[5]x^3+[3]x^2+[1]x$ 次数为4.

2. 环Z_8的零因子有 $\bar{2},\bar{4},\bar{6}$.

3. 证明:

对于任意$x,y\in I$, 设$x=\begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ x_2 & 0 \end{bmatrix}$, $y=\begin{bmatrix} y_1 & 0 \\ y_2 & 0 \end{bmatrix}$, $r=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$.

d) $x-y=\begin{bmatrix} x_1-y_1, & 0 \\ x_2-y_2, & 0 \end{bmatrix}$, 且$x_i-y_i\in Z$, 则$x-y\in I$;

$xy=\begin{bmatrix} x_1y_1 & 0 \\ x_2y_2 & 0 \end{bmatrix}$, 且$x_iy_i\in Z$, 则$xy\in I$;

从而可知, I是R的子环.

2) $xr=\begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ x_2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1a & x_1b \\ x_2a & x_2b \end{bmatrix}$

当$x_ib\neq 0$时, $xr\notin I$

I不是R的理想.