

# Notas de Clase: Organización industrial

Fabián Méndez Martinez

Agosto 2024 - Enero 2025

# ÍNDICE GENERAL

<b>1. Parte Uno</b>	<b>3</b>
1.1. Clase del 19 de agosto . . . . .	3
1.2. Clase del 21 de agosto . . . . .	5
1.3. Clase del 22 de agosto . . . . .	6
1.4. Clase del 26 de Agosto . . . . .	7
1.5. Clase del 28 de agosto . . . . .	8
1.6. Clase del 29 de agosto . . . . .	10
1.7. Clase del 2 de septiembre . . . . .	11
<b>2. Parte II</b>	<b>13</b>
2.1. Clase del 9 de Septiembre . . . . .	13
2.2. Clase del 11 de septiembre . . . . .	15
2.3. Clase del 12 de septiembre . . . . .	16
2.4. Clase del 19 de septiembre . . . . .	18
2.5. Clase del 23 de septiembre . . . . .	19
2.6. Clase del 25 de septiembre . . . . .	20
2.7. Clase del 26 de septiembre . . . . .	22
<b>3. Ejercicios</b>	<b>23</b>

3.1. Primera lista de ejercicios . . . . .	23
--	----

# CAPÍTULO

## 1

### PARTE UNO

#### Información de la EE

- Nombre: Organización industrial
- NRC: 92681
- Clave: ECTE - 38008
- Créditos: 8

#### Información del Profesor

- Profesor: Miguel Rodrigo Ávila Pulido
- Correo: miavila@uv.mx

#### Horario

Martes	7:00	9:00
Jueves	7:00	9:00
Viernes	9:00	11:00

Aula: 217

#### 1.1. Clase del 19 de agosto

##### Organización industrial

La organización industrial estudia la competencia imperfecta. En las economías de mercado se tiene que

- Las firmas deciden qué y cuanto producir
- Los consumidores eligen comprar en la mejor alternativa por precio, calidad, ubicación, etc.

Este curso estudia el comportamiento de las empresas.

## Historia de la Organización industrial

### Harvard

**Caso: Demanda del gobierno de EE.UU contra *US Steel*:** La firma concentraba el 70 % del mercado de producción de acero. El gobierno americano perdió la demanda, *US Steel* no violó la ley de competencia pues "*La Ley no hace al tamaño una ofensa*".

¿Cómo inferis comportamientos ilegales a partir de características estructurales como el tamaño? A partir de esto se creó el siguiente marco

#### Definición

Marco = Estructura  $\rightarrow$  Conducta  $\rightarrow$  desempeño

La estructura determina la forma en la que las firmas interactúan entre sí, con los compradores y los potenciales entrantes.

#### Definición

Estructura =  $f(\text{Firmas, tecnología, productos, etc.})$

La estructura determina la conducta (forma en la que las firmas se comportan en una estructura de mercado dada). La conducta determina el desempeño (Beneficios, excedentes, bienestar)

Señalan que la alta concentración de mercado reduce el excedente de los consumidores.

**Debilidades:** Suponer que la concentración es exógena, no tomar en cuenta diferencias interindustriales.

### Chicago

Está de acuerdo con **Harvard** en que las firmas con mayor concentración de mercado tienden a generar mayores beneficios. Para **Harvard** esto implica que los mercados concentrados son menos competitivos.

Para **Chicago** este no es el caso, puede ser que las firmas con mayor de mercado sean más eficientes y por ello tengan mayores beneficios.

**Énfasis en teoría de precios:** Afirman que el comportamiento monopolístico es difícil de confirmar, no ocurre con frecuencia y cuando ocurre es típicamente transitorio.

### Post Chicago

Énfasis en la toma de decisiones estratégicas, el comportamiento de las firmas se representa con modelos matemáticos y de teoría de Juegos. Se construye un marco formal que supera el debate entre **Chicago** y **Harvard**.

También surge nueva literatura empírica que combina los modelos matemáticos con pruebas econométricas (*Ordered-probit, multinomial-logit, random coefficient logit, etc.*) computacionalmente demandantes.

**Dificultades:** ¿Qué modelos usar para cada caso? Efectos de segundo orden.

## Competencia Perfecta

### Supuestos

Un agente se comporta de forma competitiva si:

- Suponen que el precio de mercado está dado.
- Bienes homogéneos.
- Libre entrada y salida, por ejemplo los costos fijos pueden ser considerados una barrera de entrada.
- Información perfecta.
- No hay externalidades.
- Bienes perfectamente divisibles.
- No hay costos de transacción.

- Costo total:  $C(q) = c(q) + F$
- Costo variable:  $c(q)$
- Costo medio:  $AC = \frac{c(q)}{q} + \frac{F}{q}$
- Costo marginal:  $MC = C'(q)$
- Costo variable medio:  $AVC = \frac{c(q)}{q}$
- Costo fijo medio:  $AFC = \frac{F}{q}$

**Demuestre** que la curva de costo marginal cruza la curva de costo medio en su mínimo.

Sea  $\hat{Q}$  la cantidad que minimiza  $AC$  :  $\frac{dAC(\hat{Q})}{d\hat{Q}} = 0$  se tiene que

$$\frac{AC(Q)}{dQ} = \frac{dC(Q)}{dQ} \cdot Q^{-1} + C(Q)(-1)Q^{-2},$$

## 1.2. Clase del 21 de agosto

### El Benchmark de competencia perfecta

**Objetivo de la firma:** Maximizar beneficios por lo que se tiene que

#### Precio en competencia perfecta

$$\max = pq - C(q)$$

Obteniendo F.O.C

$$p - C'(q) = 0$$

$$p = C'(q)$$

$$p = MC(q)$$

Se tienen las siguientes funciones de costo

⋮

$$\frac{AC(Q)}{dQ} = \frac{\frac{dC(Q)}{dQ}Q - C(Q)}{Q^2}.$$

Si se tiene que  $Q = \hat{Q}$ , se cumple que

$$\frac{dAC(\hat{Q})}{d\hat{Q}} = C'(\hat{Q}),$$

por lo que

$$\frac{AC(Q)}{dQ} = \frac{C'(\hat{Q}) - C'(\hat{Q})}{\hat{Q}^2} = 0.$$

## Mercado competitivo

### Equilibrio de corto plazo

Pensemos en  $n$  firmas idénticas y que los costos fijos son costos hundidos en el corto plazo. La oferta de mercado de corto plazo es la suma horizontal de las curvas de oferta de cada firma.

En el corto plazo puede ser el caso que una firma representativa tenga beneficios mayores a cero.

### Equilibrio de largo plazo

La entrada de firmas al mercado en el largo plazo se detiene cuando el precio llega al mínimo del costo promedio de largo plazo.

## 1.3. Clase del 22 de agosto

### Recordatorio de bienestar y excedentes

Se define al **Bienestar** como la suma de los excedentes de todos los consumidores y de todos los productores. El **excedente del consumidor** es el área bajo la curva inversa de demanda y por arriba del precio (i.e. diferencia entre lo que un consumidor está dispuesto a pagar y el precio que efectivamente pagó multiplicado por la cantidad consumida).

El **Excedente del productor** es el área de la curva de oferta y abajo del precio.

## Teoremas del bienestar

### Primer teorema del bienestar

Es cualquier asignación descentralizada obtenida a través de un mercado libre es eficiente en el sentido de Pareto y maximiza el bienestar social.

### Segundo teorema del bienestar

Es cualquier asignación en la curva de contratos alcanzable a través de la redistribución de las asignaciones iniciales.

## Teoría de Juegos

Estudia los problemas de decisión multi-agente. En competencia imperfecta hay interacciones estratégicas entre agentes.

### Juego en forma normal

1. Conjunto de Jugadores  $I = \{1, 2, \dots, N\}$
2. Para cada jugador un conjunto de estrategias  $A_i$ .

De esta última definimos que sea  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  una lista de las acciones de cada jugador. Decimos que  $a$  es un perfil de acciones.

3. Para cada jugador una función de pago.

## 1.4. Clase del 26 de Agosto

### Matriz del dilema del prisionero

#### Ejemplo de juego en forma normal

Suponga que en competencia en precios cuando los bienes son sustitutos perfectos

1. Conjunto de Jugadores:  $I : \{f1, f2\}$
2. Conjunto de estrategias:  $P_i \in R_{++}$
3. Conjunto de funciones de pagos:  
 $\Pi_i(P_i, P_j) = (P_i - C_i)q_i(P_i, P_j)$

#### Dilema del prisionero

1. Conjunto de Jugadores:  $I : \{\text{Prisionero 1, Prisionero 2}\}$
2. Conjunto de estrategias:  $S_i = \{\text{Delatar, no delatar}\}$  para  $i \in I$
3. Conjunto de funciones de pagos:

$$U_i(S_i, S_2) \begin{cases} -5 & \text{si } S_i = M, S_j = F \\ -4 & \text{si } S_i = S_j = F \\ -2 & \text{si } S_i = S_j = M \\ -1 & \text{si } S_i = F, S_j = M \end{cases}$$

#### Representación matricial de Juegos Finitos con dos jugadores

**Convenciones:** Las filas representan al jugador 1, las columnas al jugador 2 y en las entradas los pagos.

	$F$	$M$
$F$	$(-4, -4)$	$(-1, -5)$
$M$	$(-5, -1)$	$(-2, -2)$

#### Equilibrio en estrategias dominantes

Sea  $s \in \Pi_{j=1}^N S_j$  para  $i \in \{1, \dots, N\}$  denotemos a  $S_{-i} = (S_1, S_2, \dots, S_{i-1}, S_{i+1}, \dots, S_n)$  y reescribimos el conjunto de acciones  $S$  como  $S = (S_i, S_{-i})$ .

En los juegos en forma normal una estrategia es una acción que pertenece al conjunto de acciones de algún jugador.

##### Definición

Si para todo  $s_{-i} \in \Pi_{j \neq i} S_{-i}$  y para todo  $s_i \in S_i$  sujeto a que  $s_i \neq \tilde{s}_i$

$$\Pi_i(\tilde{s}_i, s_{-i}) > \Pi_i(s_i, s_{-i})$$

Se tiene que  $\tilde{s}_i \in S_i$  es una estrategia estrictamente dominante para el jugador  $i$ .

En el dilema del prisionero la estrategia estrictamente dominante de ambos jugadores es delatar (F).



## Una primera definición de equilibrio

### Primera definición de equilibrio

Un perfil de estrategias  $s = (\widetilde{s}_1, \widetilde{s}_2, \dots, \widetilde{s}_n) \in \prod_{j=1}^N S_j$  es un equilibrio en estrategias dominantes si  $\widetilde{S}_i$  es una estrategia dominante para el jugador  $i$ .

Para el dilema del prisionero (F,F),  $U_i = -4$  para  $i \in I$ . Por lo que no hay razón para que las desiciones de mercado lleven a un óptimo de pareto.

## La batalla de los sexos

	Opera	Football
Opera	(2, 1)	(0, 0)
Football	(0, 0)	(1, 2)

No hay equilibrio en estrategias estrictamente dominantes.

### Segunda definición de equilibrio

**Equilibrio de Nash:** Un perfil de estrategias  $\widetilde{S} = (\widetilde{S}_1, \widetilde{S}_2, \dots, \widetilde{S}_n) \in \prod_{j=1}^N S_j$  es un equilibrio de Nash si ningún jugador tiene incentivos a desviarse de este perfil estratégico. Esto es: si para todo  $i \in I$  para todo  $s_i \in S_i$ ,

$$\Pi(\widetilde{S}_i, \widetilde{S}_{-i}) \geq \Pi_i(s_i, \widetilde{S}_{-i})$$

## 1.5. Clase del 28 de agosto

### ¿Cómo encontrar el equilibrio de Nash?

Tengamos un juego simple  $2 \times 2$  con una matriz

	C	D
C	(-1, -1)	(-10, 0)
D	(0, -10)	(-6, -6)

Por descripción tengamos que

- $(C, C)$ : No es un equilibrio de Nash, ambos jugadores no tienen incentivos para jugar  $D$ .
- $(C, D)$ : No es equilibrio de Nash, el jugador 1 tiene incentivos para jugar  $D$ .
- $(D, C)$ : No es equilibrio de Nash, el jugador 2 tiene incentivos para jugar  $D$ .
- $(D, D)$ : Sí es equilibrio de Nash.

### Ejemplo

	C	D
C	(2, 1)	(0, 0)
D	(0, 0)	(1, 2)

- $(O, O)$ : Sí es equilibrio de Nash
- $(F, F)$ : Sí es equilibrio de Nash

Si el juego más complejo, resolverlo por inspección tomaría mucho tiempo.

### Análisis de Mejor Respuesta

- Sea  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  y  $S_{-i} \in \prod_{j \neq i} S_j$

- Sea  $BR_i(S_{-i}) = \arg.\max U_i(s_i, S_{-i})$
- Si  $S_{-i} \in \Pi_{j \neq i} S_j \rightarrow$  Si  $BR_i(S_i)$  es la correspondencia de mejor respuesta del jugador  $i$ .

#### Nota

Varios valores de  $s_i$  podrían resolver el problema de maximización.  $\arg.\max$  es el conjunto de valores de " $x$ " para los que la función alcanza su valor máximo.

Un perfil estratégico

$$\tilde{S} = (\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_N) \in \Pi_{j=1}^N S_j,$$

es un equilibrio de Nash si para todo  $i$ :

$$\tilde{S}_i \in BR_i(S_{-i}).$$

Cada jugador elige una estrategia que es su mejor respuesta a las estrategias de equilibrio de sus rivales.

Para resolver un juego encontrando el equilibrio de Nash con análisis de mejor respuesta:

1. Para cada jugador  $i$ , buscar la correspondencia de mejor respuesta  $BR_i(\cdot)$
2. Buscar las intersecciones de las mejores respuestas, con esto obtendrás todos los equilibrios de Nash.

#### Ejemplo

Considere la competencia en precios con productos diferenciados  $c_1 = c_2 = 0$ . Sea la función de pagos  $\Pi_i(P_i, P_j) = (P_i - C_i)q_i(P_i, P_j)$ , suponga  $q_i = 1 - 2P_i + P_j$ . Encuentre el equi-

librio de Nash:

Partiendo desde la función de pagos

$$\Pi_i(P_i, P_j) = (P_i - C_i) \cdot q_i(P_i, P_j),$$

sustituyendo  $q_i$

$$\Pi_i(P_i, P_j) = (P_i - C_i)(1 - 2P_i + P_j),$$

considerando  $C_i = 0$

$$\Pi_i(P_i, P_j) = P_i(1 - 2P_i + P_j),$$

$$\Pi_i(P_i, P_j) = P_i - 2P_i^2 + P_iP_j.$$

Calculando las F.O.C

$$\frac{\partial \Pi_i(P_i, P_j)}{\partial q_i} = 1 - 4P_iP_j = 0,$$

se sigue que

$$1 - 4P_iP_j = 0,$$

$$4P_i + P_j = 1,$$

$$4P_i = 1 - P_j,$$

$$P_i = \frac{1 - P_j}{4}.$$

Por lo que la función de mejor respuesta esta dada por

$$BR_i = \frac{1 - P_j}{4}.$$

El proceso es análogo para el caso de  $P_j$ , sustituyendo  $P_j$  en  $P_i$

$$P_i = \frac{1 - \left(\frac{1 - P_i}{4}\right)}{4},$$

$$P_i = \frac{\frac{4 - 1 + P_i}{4}}{4},$$

$$P_i = \frac{3 + P_i}{16},$$

$$P_i = \frac{3 + P_i}{16},$$

$$16P_i = 3 + P_i,$$

$$15P_i = 3,$$

$$P_i = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}.$$

Análogamente se se observa que

$$P_i = P_j = \frac{1}{5}.$$

## 1.6. Clase del 29 de agosto

### Comentarios

1. Un equilibrio en estrategias dominantes es siempre un equilibrio de Nash.

- Una estrategia dominante es la mejor respuesta a cualquier perfil estratégico.
- Un equilibrio de Nash no siempre es equilibrio en estrategias dominantes.

2. Al buscar el equilibrio de Nash, solo considera desviaciones unilaterales del perfil estratégico.

### Fundamentos del equilibrio de Nash

- Todos los agentes son racionales y todos los agentes saben que son racionales.
- Como los agentes son racionales, harán lo posible por maximizar su utilidad dadas las acciones de sus rivales.
- Al final se jugará un perfil estratégico del por que ningún agente se desviará.

### ¿Cómo elegir entre varios equilibrios de Nash?

- Ocasionalmente uno es Pareto dominante
- Otras veces uno actúa como punto focal

En juegos repetidos, el proceso de aprendizaje lleva a un equilibrio de Nash, incluso sin agentes racionales. La historia, dependiendo del punto de partida, podrías converger a equilibrios de Nash distintos.

	<i>Piedra</i>	<i>Papel</i>	<i>Tijera</i>
<i>Piedra</i>	(0, 0)	(-1, 1)	(1, -1)
<i>Papel</i>	(1, -1)	(0, 0)	(-1, 1)
<i>Tijera</i>	(-1, 1)	(1, -1)	(0, 0)

### No hay equilibrio de Nash en estrategias puras

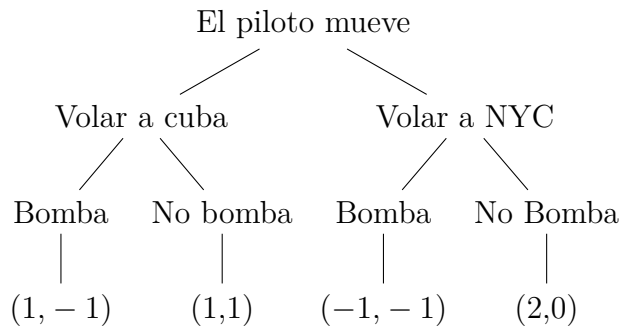
	<i>Divide</i>	<i>Roba</i>
<i>Divide</i>	( $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ )	(0, 1)
<i>Roba</i>	(1, 0)	(0, 0)

En  $(Divide, Roba)$ ,  $(Roba, Divide)$ ,  $(Roba, Roba)$ .

Necesitamos un concepto de equilibrio que elimine amenazas no creíbles.

## Juegos de forma extensiva

### Juego del piloto vs terrorista



	<i>BnNB</i>	<i>NB, B</i>	<i>B, B</i>	<i>NB, NB</i>
<i>Cuba</i>	$(-1, -1)$	$(1, 1)$	$(-1, -1)$	$(1, 1)$
<i>NYL</i>	$(2, 0)$	$(-1, -1)$	$(-1, -1)$	$(2, 0)$

### Inducción hacia atrás (Backward induction)

1. Empieza resolviendo para las decisiones óptimas en el nodo terminal, encuentre los pagos.
2. Vaya un paso atrás, resuelva para las decisiones óptimas, anticipando que todos se comportan racionalmente en nodos subsecuentes, encuentre los pagos.

3. Itere hasta alcanzar el modo inicial.

**Equilibrio:**  $(NYC, (NB, NB))$ .

## Equilibrios de Nash

- $(Cuba, (NB, B))$
- $(NYL, (B, NB))$
- $NYL(NB, NB)$

## Equilibrio Perfecto en subjuegos

### Definición

Un subjuego es un nodo de decisión del juego original con los nodos de decisión y los nodos terminales que siguen directamente a este nodo.

## 1.7. Clase del 2 de septiembre

Consideremos el primer equilibrio, un piloto racional diría, si vuelo a NYC, es interés del terrorista cambiar a *NB* en lugar de *B*. Este razonamiento no es capturado por el equilibrio de Nash:

**Algunos equilibrios de Nash se sostienen por amenazas no creíbles.**

Un subjuego es llamado subjuego estricto si es distinto del juego original.

### Definición

Un perfil estratégico es un equilibrio perfecto en subjuegos si induce un equilibrio Nash en cada subjuego del juego original.

### Suponga un juego finito:

Incluso si los jugadores mueven simultáneamente el juego puede resolverse por *backward induction*.

1. Inicie por los subjuegos más profundos y encuentre el equilibrio de Nash en ellos.
2. En la forma extensiva, reemplaza los subjuegos más pequeños por los pagos del equilibrio de Nash.
3. Itera hasta que no queden subjuegos.

### Resumen

#### Juego en forma normal

Tres conjuntos (*jugadores, acciones, pagos*)

- Solución: Equilibrio perfecto en subjuegos / equilibrio de Nash
- Prueba y error / función de mejor respuesta

#### Juegos en forma extensiva

- Concepto de solución: equilibrio perfecto en subjuegos (elimina amenazas no creíbles)
- Método: Con periodos finitos usar inducción hacia atrás

# CAPÍTULO

## 2

## PARTE II

### 2.1. Clase del 9 de Septiembre

#### Monopolio de bienes durables

Bienes que solo se compran cada  $\pm 3$  años y se usan todo ese periodo (celulares, pantallas, refrigeradores, autos).

#### Conjetura de Coase

Suponga que un monopolista tiene toda la tierra del mundo y quiere venderla al mayor beneficio descontado posible.

- Año 1: El monopolista vende la mitad de la tierra a  $P_1^M$  (i.e demanda lineal con  $MC=0$ )

- Año 2: El monopolista quiere vender lo mismo pero, a menos que la población crezca muy rápido, la demanda será menor  $P_2^M < P_1^M$

"Si los consumidores no descuentan mucho el tiempo y esperan que el precio baje en el futuro, el monopolio de bienes durables cobra un precio menor que el monopolio tradicional"

**Modelo A:** Continuo de consumidores, demanda con pendiente negativa, consumidores viven dos periodos, costo marginal cero. Demanda agregada de un periodo por los servicios del bien  $P = 100 - q$

#### Juego:

- Jugadores: Consumidores y monopolista.

- Conjunto de acciones: Vendedor elige  $q_1$  y  $q_2(q_1)$ , compradores eligen si comprar en cada periodo.

- Pagos:  $PS$ ,  $CS$  (no se descuentan).

**Buscamos el equilibrio perfecto en sub-juegos:** La técnica a utilizar es backward induction.

**En el periodo 2:** Suponga que se vendió  $\bar{q}_1$  en el primer periodo los consumidores que consumieron en el primer periodo lo vuelvan a comprar.

$$\text{Demanda periodo 2} \rightarrow P = 100 - \bar{q}_1 - q_2$$

Recordemos la condición de maximización del monopolio ( $MR = MC$ )

$$B = (100 - \bar{q}_1 - q_2)(q_2)$$

$$B = 100q_2 - \bar{q}_1q_2 - q_2^2$$

$$MR = 100 - \bar{q}_1 - 2q_2 = 0$$

$$MR = 100 - \bar{q}_1 = 2q_2$$

$$MR = \frac{100 - \bar{q}_1}{2} = q_2$$

Sustituyendo en la función de la inversa de demanda

$$P_2 = 100 - \bar{q}_1 - \frac{100 - \bar{q}_1}{2}$$

$$P_2 = 100 - \bar{q}_1 - 50 + \frac{\bar{q}_1}{2}$$

$$P_2 = 50 - \frac{\bar{q}_1}{2}$$

Obteniendo los beneficios

$$\Pi_2 = \left(50 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right) \left(50 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)$$

$$\Pi_2 = \left(50 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)^2$$

Suponga que el monopolista vende  $\bar{q}_1$  en  $t = 1$  ¿Cuál es el máximo  $P$  que puede cobrar?

El consumidor marginal debe estar indiferente entre comprar en  $t = 1$  y  $t = 2$  Excedente del consumidor que compra en el primer periodo

$$2(100 - \bar{q}_1) - P_1$$

Excedente del consumidor que compra que compra en el segundo periodo

$$100 - q_1 - P_2$$

Igualando se tiene que

$$50 - \frac{\bar{q}_1}{2} = 200 - 2\bar{q}_1 - P_1$$

$$2\bar{q}_1 - \frac{\bar{q}_1}{2} = 150 - P_1$$

$$\frac{4\bar{q}_1 - \bar{q}_1}{2} = 150 - P_1$$

$$\frac{3\bar{q}_1}{2} = 150 - P_1$$

$$150 - \frac{3\bar{q}_1}{2} = P_1$$

Calculando los beneficios de ambos periodos

$$Max_{q_1}(\Pi_1 + P_{i_2}) = \left(150 - \frac{3\bar{q}_1}{2}\right) q_1 + \left(50 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)^2$$

## 2.2. Clase del 11 de septiembre

**Estrategia alternativa:** Rentar los bienes. Vender equivale a cobrar un único precio por periodo de tiempo indefinido. Rentar es cargar un precio por usar un bien un definido.

- Demanda agregada:  $P = 100 - q$

Resolveremos el modelo estático dos veces

Para el periodo 1

$$P = 100 - q$$

Calculando beneficios

$$R = (100 - q)q,$$

$$R = 100q - q^2$$

Derivando e igualando a cero

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial q} &= 100 - 2q \\ 0 &= 100 - 2q, \\ 2q &= 100, \\ \frac{100}{2} &= q \\ 50 &= q.\end{aligned}$$

Sustituyendo en la inversa de demanda

$$P = 100 - q,$$

$$P = 100 - 50,$$

$$P = 50.$$

**¿La firma prefiere vender o rentar bienes? La firma prefiere rentar.**

### Oligopolio estático: Competencia de Bertrand

Método para estudiar oligopolio que bajo ciertas condiciones resulta en un equilibrio de Nash en un juego de precios.

- 2 Firmas
- $q(P)$  demanda total por el bien homogéneo
- $q(\cdot) < 0$
- Consumidores consumen del vendedor más barato.
- Si los vendedores cobran lo mismo, los consumidores se dividen 50/50

Sea la demanda de la firma  $q_i$

$$q_i(P_1, P_2) \begin{cases} q(P_1) & \text{si } P_1 < P_2 \\ \frac{q(P)}{2} & \text{si } P_1 = P_2 \\ 0 & \text{si } P_1 > P_2 \end{cases}$$

**Juego en forma normal:**

- Jugadores:  $I = \{\text{Firma 1, Firma 2}\}$



- Estrategias:  $s_i = \{P_1, P_2\} | P_1, P_2 \in R_+$
- Pagos:  $\Pi_i = (P_i - C_i) \cdot q_i(P_1, P_2)$

### Concepto de equilibrio: Equilibrio de Nash

Un par  $\{P_1^B, P_2^B\}$  es un equilibrio de Bertrand (Nash en precios) si:

1. Dado  $P_2$

## 2.3. Clase del 12 de septiembre

### Bertrand con costos por cambiar de proveedor

En algunas industrias los consumidores deben pagar por cambiar de proveedor.

- Compatibilidad (*Google, Microsoft*)
- Costos de transacción (Acceso a internet)
- Costos de aprendizaje
- Costos psicológicos (lealtad de marca)

#### Supuestos

- 2 firmas
- 2 periodos
- Bien homogéneo
- Costos constantes  $c$  por periodo
- Consumidores forward-looking
- Masa de consumidores 1
- Utilidad bruta  $U$  por consumir el bien por cada periodo
- No hay tasa de descuento

En el periodo 2 si un consumidor compró a la firma  $i$  en  $t = 1$  debe pagar  $\sigma$  para comprar a  $j$  en  $t = 2$ . Suponga que  $\sigma > U - c$  (costo por cambiar es suficientemente grande)

#### Tiempo

- $t = 1$ : Firmas 1y 2 eligen  $P_1^1$  y  $P_2^1$  simultáneamente.
- $t = 1,5$ : Consumidores eligen sus proveedores (avientan una moneda)
- $t = 2$  Firmas 1 y 2 eligen precios  $P_1^2$  y  $P_2^2$  simultáneamente.
- $t = 2,5$ : Consumidores eligen proveedores

#### Resolución

Iniciamos en el  $t = 2$ . Sea  $s_i$  el market share de la firma  $i$  en  $t = 1$ .

$$P_i^2 \leq P_j^2 - \sigma,$$

como la firma  $j$  quiere vender una cantidad positiva, su precio debe ser

$$P_j^2 \leq U,$$

debe ser el caso que  $P_i$ :

$$P_j^2 \leq U - \sigma \leq c,$$

si los costos por cambiar de producir son altos, no es rentable para la firma  $i$  ganar market share en  $t = 2$ . Ambas firmas se concen-

tran en sus consumidores y cobran  $P_i^s = U$ .  
Los beneficios son

$$\Pi_i = (U - c)s_i$$

Para  $t = 1,5$  Los consumidores anticipan que tendrán excedente cero en el segundo periodo. Se sigue que los consumidores compran del proveedor más barato en  $t = 1,5$

$$s_i(P_i^1, P_j^1) = \begin{cases} 1 & \text{si } P_i^1 < P_j^1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } P_i^1 = P_j^1 \\ 0 & \text{si } P_j^1 < P_i^1 \end{cases}$$

con beneficios

$$\Pi_i^1(P_1^1, P_2^1) = \begin{cases} P_1 - c & \text{si } P_i^1 < P_j^1 \\ \frac{P_i - c}{2} & \text{si } P_i^1 = P_j^1 \\ 0 & \text{si } P_j^1 < P_i^1 \end{cases}$$

Para obtener los precios se tiene que

$$\Pi_i(P_i^1, P_j^1) = \begin{cases} P_i^1 - 2c + U & \text{si } P_i^1 < P_j^1, P_i^1 \leq U \\ \frac{P_i^1 + U}{2} - c & \text{si } P_i^1 = P_j^1 \\ 0 & \text{si } P_j^1 < P_i^1 \end{cases}$$

Por conocimientos de Bertrand o por casos se llega que el precio es

$$P_i^1 = 2c - U,$$

esto es el Costo marginal percibido por los consumidores.

## Competencia de Cournot

Análisis de oligopolio que bajo ciertas condiciones es un equilibrio de Nash en un juego de cantidades

### Supuestos

- Firms eligen nivel de producción
- 2 Firms
- Costos:  $C_i(q_i) = c_i q_i \mid i = 1, 2$
- Demanda:  $P(Q) = a - bQ \mid Q = q_1 + q_2$

### Juego en forma normal

- Jugadores:  $N = \{\text{Firma 1, Firma 2}\}$
- Estrategias:  $S_i = q_i \in R_+$
- Pagos:  $\Pi_i(q_1, q_2) = P(Q)q_i - c_i(q_i)$  para  $i \in N$

Un par  $(q_1^c, q_2^c)$  es un equilibrio de Cournot si:

Dado  $q_2 = q_2^c, q_1^c$  resuelve  $\max_{q_1} \Pi_1(q_1, q_2^c)$ .

Dado  $q_1 = q_1^c, q_2^c$  resuelve  $\max_{q_2} \Pi_2(q_1^c, q_2)$

Dado que los rivales juegan la estrategia de equilibrio de Cournot en cantidades, ninguna firma puede elevarse beneficios cambiando su nivel de producción.

Los correspondientes niveles de precio en el equilibrio de Cournot son:

$$p^c = a - b(q_1^c + q_2^c)$$

## Extensión al caso con n firmas

Cada firma maximiza beneficios de acuerdo a:

$$\Pi(q_1, q_2, \dots, q_n) = P(Q)q_i - c_i(q_i)$$

La función de mejor respuesta para  $i$  es

## 2.4. Clase del 19 de septiembre

### Análisis de Bienestar

El excedente del consumidor es el área entre la curva de demanda y el precio de mercado.

Calcule el excedente del consumidor para el ejemplo anterior sería

$$CS = \frac{[N(a - c)]^2}{2b(N + 1)^2}$$

para el caso del productor se tiene que

$$PS = \frac{N(a - c)^2}{b(N + 1)^2}$$

Siendo el bienestar

$$W = \frac{N(a + c)^2(N + 2)}{2b(N + 1)^2}$$

### Actividades opcionales

- ¿Qué ocurre con el bienestar cuando el número de firmas aumenta?
- ¿Qué ocurre en Cournot con costos asimétricos?

- En Cournot con costos asimétricos, obtenga una expresión para el índice de lerner que relacione el Market share de la firma  $i$  con la elasticidad inversa.

## Cournot con Movimientos Secuenciales (Stackelberg)

Misma estructura que el modelo en un solo tiempo. Las firmas mueven de forma secuencial.

### Tiempos

- $t = 1$  Firma 1 elige  $q_1$  (líder)
- $t = 2$  Firma 2 elige  $q_2$  (seguidora)

Resolveremos con Backward induction

### Información necesaria

- $P(Q) = a - bQ, Q = q_1 + q_2$
- $C_i(q_i) = c_i q_i$

Empezaremos en  $t = 2$ , se tiene que

$$\Pi_2 = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - C_2q_2,$$

obteniendo la F.O.C llegamos a

$$q_2 = \frac{a - C_2}{2b} - \frac{1q_1}{2}$$

Ahora en  $t=1$

$$\Pi_1 = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - C_1q_1,$$

obteniendo la F.O.C llegamos a

$$q_1 = \frac{q + C_2 - 2C_1}{2b}$$

sustituyendo  $q_1$  en  $q_2$  se tiene que

$$q_2 = \frac{a - 3C_2 + 2C_1}{4b}$$

## 2.5. Clase del 23 de septiembre

### Comparación de Stackelbeg y Cournot

Veamos que

Stackelberg	Cournot
$q_1 = \frac{a - c}{2b}$	$q^c = \frac{a - c}{3b}$
$q_2 = \frac{a - c}{4b}$	

### Conclusiones:

- Competencia de Cournot: Firms eligen  $q$
- Competencia de Stackelberg: Firms eligen  $q$  secuencialmente
- Competencia de Bertrand: Firms eligen precios

**¿Qué modelo usar?** Si la capacidad y el nivel de producción se ajustan fácilmente, Bertrand. Si la capacidad es difícil de ajustar, Cournot.

- Excedente del consumidor:  $CS^M < CS^C < CS^S < CS^{PC}$

- Excedente del productor:  $PS^M > PS^C > PS^S > PS^{PC}$

## Oligopolio Dinámico

Bajo competencia oligopólica las acciones de las firmas generan externalidades competitivas.

**Colusión:** Ocurre cuando las firmas se ponen de acuerdo en un perfil de precios o cantidades que reducen las externalidades competitivas. La colusión también puede ocurrir en decisiones de inversión o publicidad. La colusión es ilegal en México, EE.UU, entre otros países.

### ¿Cómo explicarías Bertrand a un estudiante de MBA?

Guerra de precios: Si ambos tenemos  $P > MC$  y yo bajo mis precios hoy, es de esperarse que mi rival baje su precio mañana y que el proceso siga hasta que  $P = MC$ .

## Colusión en el oligopolio de Cournot

Iniciamos con Cournot en un periodo, las firmas eligen cantidades simultáneamente y tienen costo constante unitario cero.

### Resultado no-cooperativo:

- Equilibrio de Nash en cantidades donde:
  - $q_1^C = \frac{a}{3b}$
  - $q_2^C = \frac{a}{3b}$
  - $Q = \frac{2a}{3b}$

- $P = \frac{a}{3}$
- $\Pi = \frac{a^2}{9b}$

**¿Cuál sería el mejor resultado cooperativo?**

Si deciden cooperar maximizarán su función de beneficios conjunta.

$$\Pi(q_1, q_2) = P(q_1, q_2)(q_1 + q_2),$$

como las firmas son iguales  $q_1 + q_2 = Q$  y cada firma produce:  $\frac{Q}{2}$ , entonces:

$$\Pi(Q) = P(a - b)Q,$$

calculando  $Q$ , tal que  $Q = \frac{a}{2b}$  se sustituye en el precio de tal forma que

$$P = \frac{a}{2}$$

por lo que el beneficio es

$$\Pi = \frac{a^2}{8b}$$

el cuál es mayor que el equilibrio de Nash.

**¿El equilibrio cooperativo es sostenible?**

No es sostenible en un juego estático, el único equilibrio de Nash es el resultado no cooperativo (Cournot)

**¿Seguimos estando cuerdos?**

¿Qué ocurre si la firma 1 elige el nivel de producción cooperativo? Si  $q_1 = \frac{a}{4b}$ , ¿la firma 2 elige  $q_2 = \frac{a}{4b}$ ?

Las firmas buscan desviarse en un juego en una etapa, no hay espacio para la colusión, si una firma se desvía, no hay espacio para castigarla.

## 2.6. Clase del 25 de septiembre

### Colusión en el oligopolio de Cournot: Parte 2

Dado que el resultado cooperativo (colusivo) no es sostenible en un juego en una etapa, repetiremos el juego  $T$  veces para permitir castigo por desviaciones. Suponga que las firmas juegan Cournot por  $(t + 1)$  periodos,  $t > 0$ . En cada periodo  $0 \leq t \leq T$  las firmas eligen cantidades de forma no cooperativa. Las firmas eligen la estrategia de equilibrio que maximiza sus beneficios descontados:

- Beneficios descontados:  $\sum_{t=0}^T \delta^t \Pi_t^i$
- Factor de descuento:  $\delta$
- Beneficios de la firma  $i$ :  $\Pi_t^i$

## Concepto de equilibrio: Equilibrio perfecto en subjugos

### Backward induction

Empezando en  $t = T$ , se tiene que como el mundo termina al final del periodo  $T$  las firmas juegan Cournot estático, no hay motivos para desviarse del equilibrio no cooperativo pues no habrá forma de castigar.

$$q_1^c + q_2^c = \frac{a}{3b}$$

En  $t = T - 1$ , las firmas saben que independientemente de sus acciones en  $t = T - 1$  el resultado no cooperativo se jugará en  $T$ , no hay amenaza de castigo y las firmas juegan Cournot no cooperativo.

$$q_{T-1}^1 = q_{T-1}^2 = \frac{a}{3b}$$

Podemos hacer el mismo argumento para  $T - 2, T - 3, \dots, 0$ . En cada etapa se jugará el equilibrio de Cournot estático. **La colusión no es sostenible en el juego de Cournot repetido un número finito de veces.**

**Resultado final:** Tomando un juego en forma normal con un único equilibrio de Nash y repitiéndolo  $T + 1$  veces. El único equilibrio perfecto en subjugos del juego repetido es el equilibrio de Nash del juego en un periodo (repetido  $T + 1$  veces).

## Colusión en el oligopolio de Cournot: Parte 3

Dado que la colusión no es sostenible ni en Cournot estático ni en Cournot finito, probaremos qué ocurre en Cournot repetido infinitas veces.

Las firmas buscan maximizar sus beneficios descontados:

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \delta_t^i$$

El juego puede tener una variedad de equilibrios perfectos en subjugos. Restringimos el análisis a estrategias simples que llamamos: "estrategias de gatillo". Sea

- La producción de cada firma cuando no cooperan:  $q_{NC} = \frac{a}{3b}$
- La producción de cada firma cuando se coluden (cooperan):  $q_c = \frac{a}{4b}$

**Definimos las estrategias de gatillo:** La firma  $i$  juega una estrategia de gatillo si  $q_1^0 = q_t$ , firma  $i$  elige producción de colusión en  $t = 0$ .

Para todo  $t \geq 1$ : si  $q_i^C = \dots$

## 2.7. Clase del 26 de septiembre

### Colusión en el oligopolio de Cournot: Parte 3

#### Proposición

Existe  $\delta^*$  al que el resultado en el que ambas firmas juegan sus estrategias de gatillo es un equilibrio perfecto en subjuegos si y solo si  $\delta \geq \delta^*$ .

Como no se puede usar backward induction se tiene que calcular un resultado en equilibrio perfecto en subjuegos, este es si induce un equilibrio de Nash en cada subjuego del juego original.

Suponga que la firma 1 juega su estrategia de gatillo, revisamos si en cada subjuego la mejor respuesta de la firma 2 es jugar su estrategia de gatillo.

Hay dos tipos de subjuegos:

1. Los que inician en  $t$  y alguna firma se desvía en  $t' < t$ .
2. Los que inician en  $t$  y no hubo desviaciones antes que  $t$ .

**Consideremos el primer tipo de subjuegos:** Como la firma 1 juega su estrategia de gatillo, elegirá  $q_{NC}$  por siempre. Lo mejor que puede hacer la firma 2 es elegir  $q_{NC}$ , lo que es parte de su estrategia de gatillo de la firma 2.

El resultado en el que ambas firmas juegan sus

estrategias de gatillo es equilibrio de Nash de subjuegos tipo 1

**Consideremos el segundo tipo de subjuegos:** Como nadie se ha desviado en la historia y la firma 1 juega su estrategia de gatillo, la firma 1 juega  $q_C$  en  $t = t$ . ¿Cuál es la mejor desviación posible para la firma 2?

Tengamos que Juega su mejor respuesta

$$BR_2(q_1) = q_2 = \frac{a - bq_1}{2b},$$

tomando en cuenta que  $q_1 = \frac{a}{4b}$  se tiene que

$$q_2 = \frac{3a}{8b},$$

para el periodo  $t$ . En todos los periodos siguientes la *firma 1* suelta el gatillo y juega  $q_{NC}$ . La mejor respuesta de la *firma 2* es jugar también  $q_{NC}$  (equilibrio de Cournot estático).

La firma 2 gana en los periodos  $T \geq t + 1$

$$\Pi_{NC} = \frac{a^2}{9b},$$

lo máximo que gana la firma 2 por desviarse es:

$$\Pi_D + \sum_{t=t+1}^{\infty} \delta^{T-t} \Pi_{NC}$$

si la firma 2 no se desvía gana

$$\sum_{T=t}^{\infty} \delta^{T-t} \Pi_C.$$

Si se tiene que

$$\Pi_D + \sum_{t=t+1}^{\infty} \delta^{T-t} \Pi_{NC} \geq \sum_{T=t}^{\infty} \delta^{T-t} \Pi_C$$



## CAPÍTULO

3

## EJERCICIOS

### 3.1. Primera lista de ejercicios

#### Ejercicio I