

前言

2020考研的小伙伴们大家好，相信你们对考研数学的疑惑不少。很多知识点看着简单但是遇到题目却傻眼了，有的题目更是连该用什么知识点都不清楚。从今天起，我会跟着大家一起面对考研的挑战。在剩下的9个月里，教导你们关于考研数学的各种知识。当然2021年及以后考研的小伙伴们也可以关注此公众号，早学总有好处嘛。

考研数学知识点可以分为几大部分。其中第一大部分就是极限与连续。大家在大一就学习了极限的某种求法，等价无穷小，但是用这个知识点做题屡做屡错，在同一个地方不知道要跌倒多少次。举个栗子，

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$$

该式如果用等价无穷小 $\sin x \sim \tan x$ ，那么分子为0，很容易就写出错误答案0。事实上，正确做法有两个，分别为洛必达法则和麦克劳林展开。

洛必达法则：

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sec^2 x}{3x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x - 2\sec^2 x \tan x}{6x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x - 4\sec^2 x \tan^2 x - 2\sec^4 x}{6} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

麦克劳林展开(泰勒公式中 $x_0 = 0$ 时)：

$$\begin{aligned} \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + o(x^3) \\ \tan x &= x + \frac{x^3}{3} + o(x^3) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \end{aligned}$$