Ćwiczenie 2 z metod obliczeniowych

dla ....

Pobierz dane: $a, b, c, r_1, r_2, r_3, r_4$ dla swojego ćwiczenia z pliku *MO_lab2_dane*.

1.
   - Zaprogramuj metodę eliminacji Gaussa w podstawowej wersji (bez pivotingu) w dwóch podprogramach:
     1.Dekompozycja LU,
     2."Eliminacja wprzód" + "podstawianie wstecz"
     dla mcierzy ogólnego wymiaru $n \times n$ wczytywanej z pliku w programie głównym.
   - Rozwiąż układ równań:
   $$\begin{bmatrix} 20 & a & b & c \\ a & 20 & a & b \\ b & a & 20 & a \\ c & b & a & 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix}$$
   - Podaj rozwiązanie i sprawdzenie, z jaką dokładnością spełnia ono oryginalny układ.
   - Wypisz macierze $\boldsymbol{L}$ oraz $\boldsymbol{U}$ oraz zweryfikuj, czy $\boldsymbol{LU} = \boldsymbol{A}$, gdzie $\boldsymbol{A}$ to oryginalna macierz.

2.
   - Zaprogramuj metodę iteracyjną Jacobiego i Gaussa-Seidela (jako dwie opcje w jednym programie).
   - Rozwiąż obydwoma metodami układ równań jak w zad. 1. z kryterium przerwania iteracji, w postaci $\|\boldsymbol{x}^{n+1} - \boldsymbol{x}^n\|_\infty \leq \epsilon$, przy $\epsilon = 10^{-7}$.
   - Sprawdź, z jaką dokładnością znalezione rozwiązania spełniają oryginalny układ równań.
   - Dla obydwu metod sporządź ich wykresy zbieżności, tj. zależności $\log_{10} \|\boldsymbol{x}^{n+1} - \boldsymbol{x}_n\|_\infty$ od numeru iteracji n (na jednym rysunku). Na tej podstawie wyznacz rząd zbieżności metod (tj. tangens nachylenia otrzymanych wykresów).
   - Wypisz teoretyczne macierze $\boldsymbol{M}$ dla obydwu metod i znajdź ich normy zgodne $\|\boldsymbol{M}\|_\infty$. Sprawdź, jaka jest relacja tych wartości do stopni zbieżności znalezionych powyżej.

3. UWAGI: Wykonaj obliczenia w podwójnej precyzji. Liczby przedstaw z dokładnością do 6 cyfr w zapisie naukowym, np. $-.134256e-03$ tj. $-0.134256 \cdot 10^{-3}$. W powyższych ćwiczeniach wykorzystaj informacje, pseudokody i wzory definiujące metody iteracyjne podane na wykładzie. Wszystkie wyniki zawrzyj w sprawozdaniu w postaci pliku pdf.