Ćwiczenie 1 z metod obliczeniowych

dla ....

Pobierz dane: $i, j, x_0, y_0, x_1, y_1, x_2, y_2$ dla swojego ćwiczenia z pliku *MO_lab1_dane*.

1.
   - Zaprogramuj metody bisekcji, siecznych i Newtona do rozwiązania pojedynczego równania nieliniowego $f(x) = 0$ wg schematu z wykładu.
   - Do konstrukcji funkcji $f(x)$ użyj dwu z funkcji wskazanych cyframi i, j z pliku *MO_lab1_dane.*:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\cos x$	$\sin x$	$\arccos x$	$\arcsin x$	$\tan x$	$\cot x$	$\arctan x$	x^2	x^3	$\sqrt{x}$	$\sqrt[3]{x}$	e^x	$\ln x$

   Przykładowo dla $i = 1, j = 8$ można przyjąć $f(x) = \cos x \cdot x^2$ lub $f(x) = \cos x^2$ itd. Gdyby wykres funkcji nie przecinał osi OX, dodaj lub odejmij odpowiednią stała. Zamieść wykres funkcji.

   - Rozwiąż równanie $f(x) = 0$ za pomocą wszystkich 3 algorytmów. Dobierz swobodnie dane startowe metod w oparciu o przybliżone miejsce zerowe $f(x)$ zidentyfikowane np. programem internetowym Wolfram alpha. Podaj wszystkie użyte parametry.
   - Przedstaw na jednym rysunku wykresy zbieżności metod, tj. zależności $\log_{10} |f(x_n)|$ od numeru iteracji n. Zamieść tabele tych wartości. Spróbuj zidentyfikować indeks zbieżności metody Newtona.

2.
   - Zaprogramuj metodę Newtona do rozwiązania układu 2 równań nieliniowych:

$$\begin{cases} f(x, y) = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 - 1 = 0, \\ g(x, y) = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 - 1 = 0, \end{cases}$$

   gdzie x_1, y_1, x_2, y_2 to parametry zadane w pliku: *MO_lab1_dane*.
   Napisz program wg schematu:

   Zdefiniuj funkcje $f(x, y, x_1, y_1)$ i $g(x, y, x_2, y_2)$
   Zdefiniuj funkcje $dfdx(x, y, x_1, y_1), dfdy(x, y, x_1, y_1)$, $dgdx(x, y, x_2, y_2), dgdy(x, y, x_2, y_2)$
   Czytaj dane x_1, y_1, x_2, y_2 i x_0, y_0 - punkt startowy
   Inicjuj: $x = x_0, y = y_0$
   while($[f(x, y, x_1, y_1)^2 + g(x, y, x_2, y_2)^2]^{1/2} \geq \epsilon$)do
   $J_{11} = dfdx(x, y, x_1, y_1), \quad J_{12} = dfdy(x, y, x_1, y_1),$
   $J_{21} = dgdx(x, y, x_2, y_2), \quad J_{22} = dgdy(x, y, x_2, y_2)$
   $\det = J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21}$
   $K_{11} = J_{22}/\det, \quad K_{22} = J_{11}/\det, \quad K_{12} = -J_{12}/\det, \quad K_{21} = -J_{21}/\det$
   $f_1 = f(x, y, x_1, y_1), f_2 = g(x, y, x_1, y_1)$
   $$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}$$
   end

   - Rozwiąż układ równań dla $\epsilon = 10^{-14}$, sprawdź jego spełnianie przez rozwiązanie.
   - Przedstaw wykres zbieżności tj. zależność wielkości $\log_{10} \Delta f$ od numeru iteracji, gdzie

$$\Delta f = [f(x, y, x_1, y_1)^2 + g(x, y, x_2, y_2)^2]^{1/2}.$$

   - Narysuj okręgi $f(x, y) = 0$ i $g(x, y) = 0$ i zaznacz 3 pierwsze kroki przybliżonego rozwązania. Spróbuj zidentyfikować indeks zbieżności metody.

3. **UWAGA: programy mają być możliwie najkrótsze!**