

Лабораторная работа №2

Погоня за лодкой

Монастырская Кристина Владимировна

Содержание

Цель работы	3
Задание	4
Вариант 23	4
Теоретическое введение	5
Выполнение лабораторной работы	8
Выполнение вычислений:	8
Написание кода в SciLab:	9
Построение графиков:	9
Определение точек пересечения:	11
Выводы	14

Цель работы

Научиться строить математическую модель для решения задачи о погоне.

Задание

Вариант 23

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,8 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,8 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Теоретическое введение

1. Принимает за $t_0 - 0$, $x_{л0} - 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k = 9,8$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = x_{л0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x / v или $k - x / 3,8v$ (во втором случае $k - x / 3,8v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{3,8v}$$

в первом случае или

$$\frac{x}{v} = \frac{x + k}{3,8v}$$

во втором.

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{4,8} \approx 2$ и $x_2 = \frac{k}{2,8} = 3,5$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:

v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$.

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$. Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$

Так как

$$v_\tau = \sqrt{(3,8v)^2 - v^2} = \sqrt{13,44}v$$

(учитывая, что радиальная скорость равна v), получаем

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{13,44}v$$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифферен-

циальных уравнений
$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{13,44}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{13.44}}$$

Начальные условия остаются прежними.

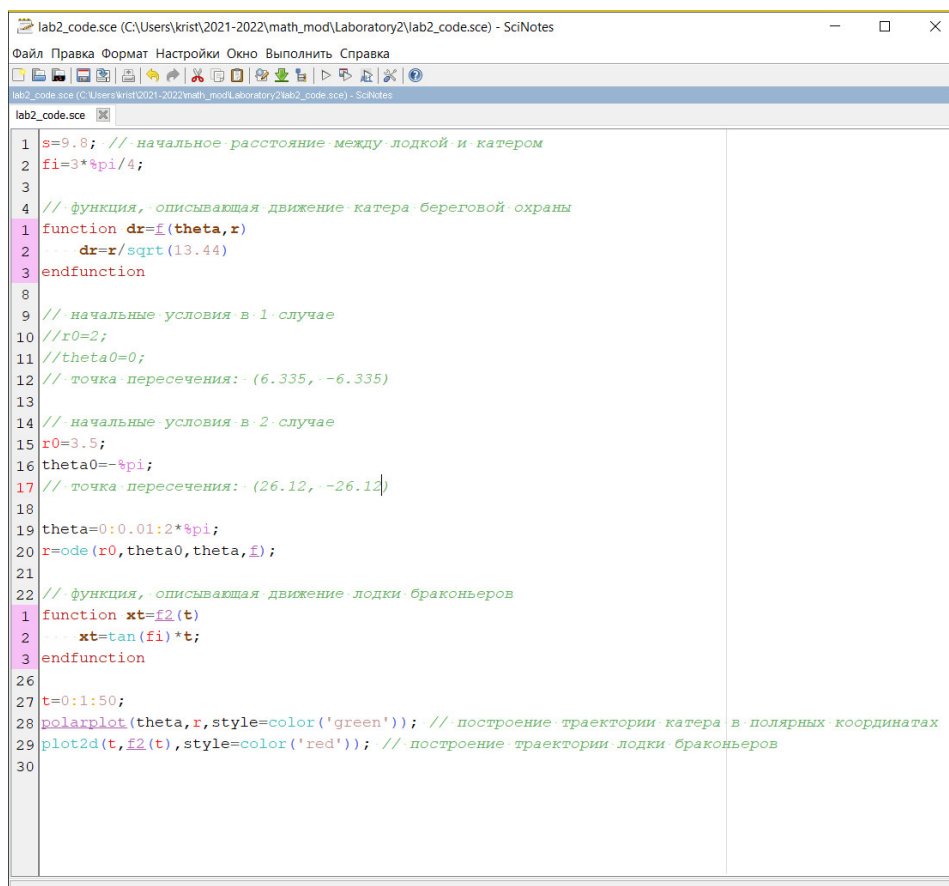
Выполнение лабораторной работы

Выполнение вычислений:

С помощью данных начальных значений $x_{k0} = k = 9,8$ и $v_k = 3,8$ нашли значения

- $x_1 = \frac{k}{4,8} \approx 2$ и $x_2 = \frac{k}{2,8} = 3,5$
- $v_\tau = \sqrt{(3,8v)^2 - v^2} = \sqrt{13,44v}$

Написание кода в SciLab:



```
lab2_code.sce (C:\Users\krist\2021-2022\math_mod\Laboratory2\lab2_code.sce) - SciNotes
Файл  Правка  Формат  Настройки  Окно  Выполнить  Справка
lab2_code.sce (C:\Users\krist\2021-2022\math_mod\Laboratory2\lab2_code.sce) - SciNotes
lab2_code.sce
1 s=9.8; // начальное расстояние между лодкой и катером
2 fi=3*pi/4;
3
4 // функция, описывающая движение катера береговой охраны
1 function dx=f(theta,r)
2     dx=r/sqrt(13.44)
3 endfunction
8
9 // начальные условия в 1 случае
10 r0=2;
11 theta0=0;
12 // точка пересечения: (6.335, -6.335)
13
14 // начальные условия в 2 случае
15 r0=3.5;
16 theta0=-pi;
17 // точка пересечения: (26.12, -26.12)
18
19 theta=0:0.01:2*pi;
20 r=ode(r0,theta0,theta,f);
21
22 // функция, описывающая движение лодки браконьеров
1 function xt=f2(t)
2     xt=tan(fi)*t;
3 endfunction
26
27 t=0:1:50;
28 polarplot(theta,r,style=color('green')); // построение траектории катера в полярных координатах
29 plot2d(t,f2(t),style=color('red')); // построение траектории лодки браконьеров
30
```

Рис. 1: Код программы

Построение графиков:

Для первого варианта, где $x_1 = \frac{k}{4,8} = 2$ и $\theta = 0$:

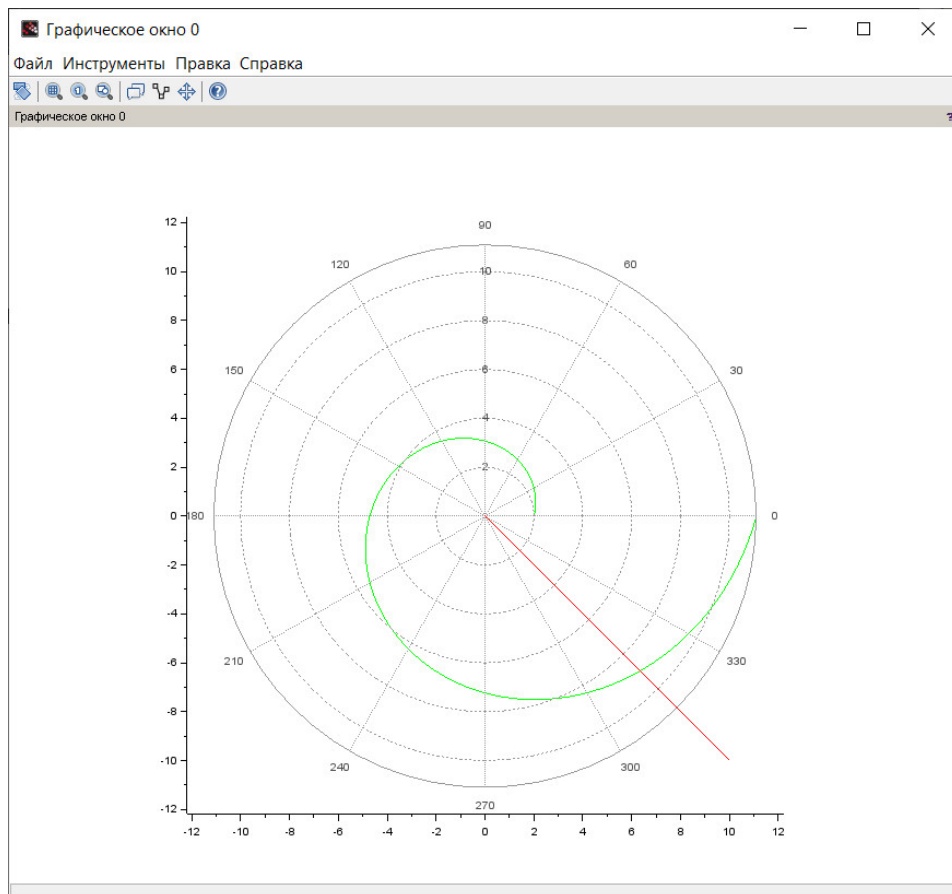


Рис. 2: График траектории движения для лодки и катера, 1 вариант

Для второго варианта, где $x_2 = \frac{k}{4,8} = 3,5$ и $\theta = -\pi$:

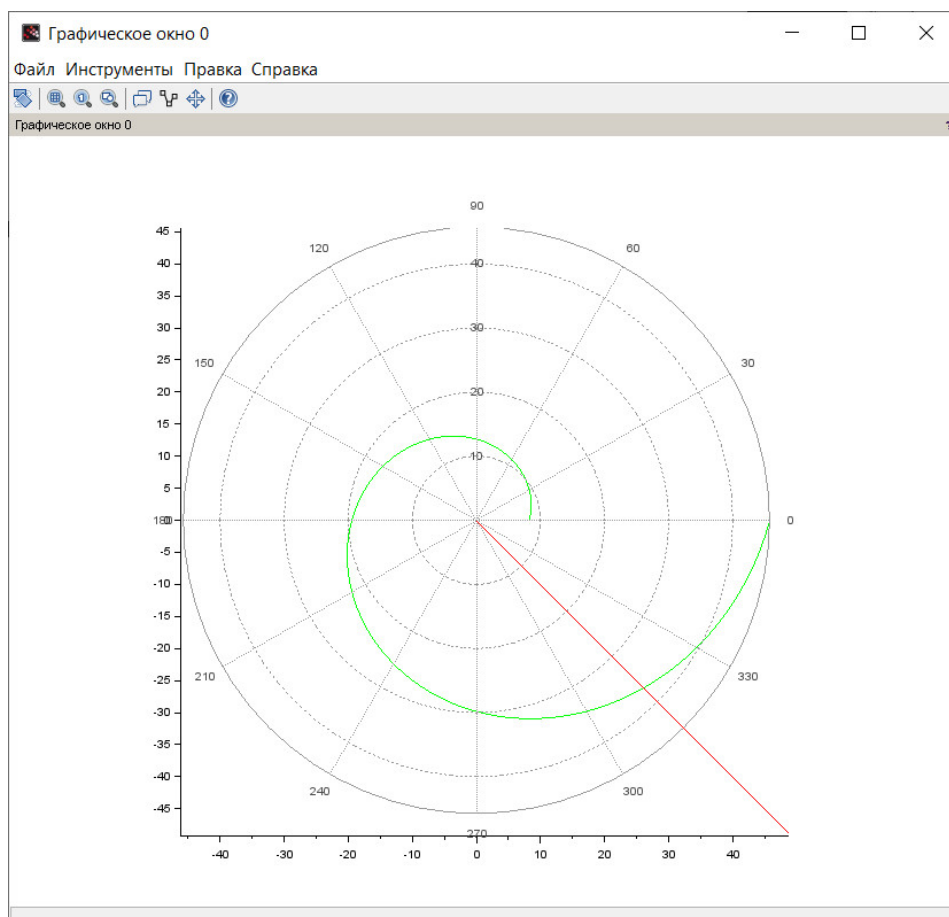


Рис. 3: График траектории движения для лодки и катера, 2 вариант

Определение точек пересечения:

Для первого варианта, точка пересечения имеет координаты (6.335, -6.335).

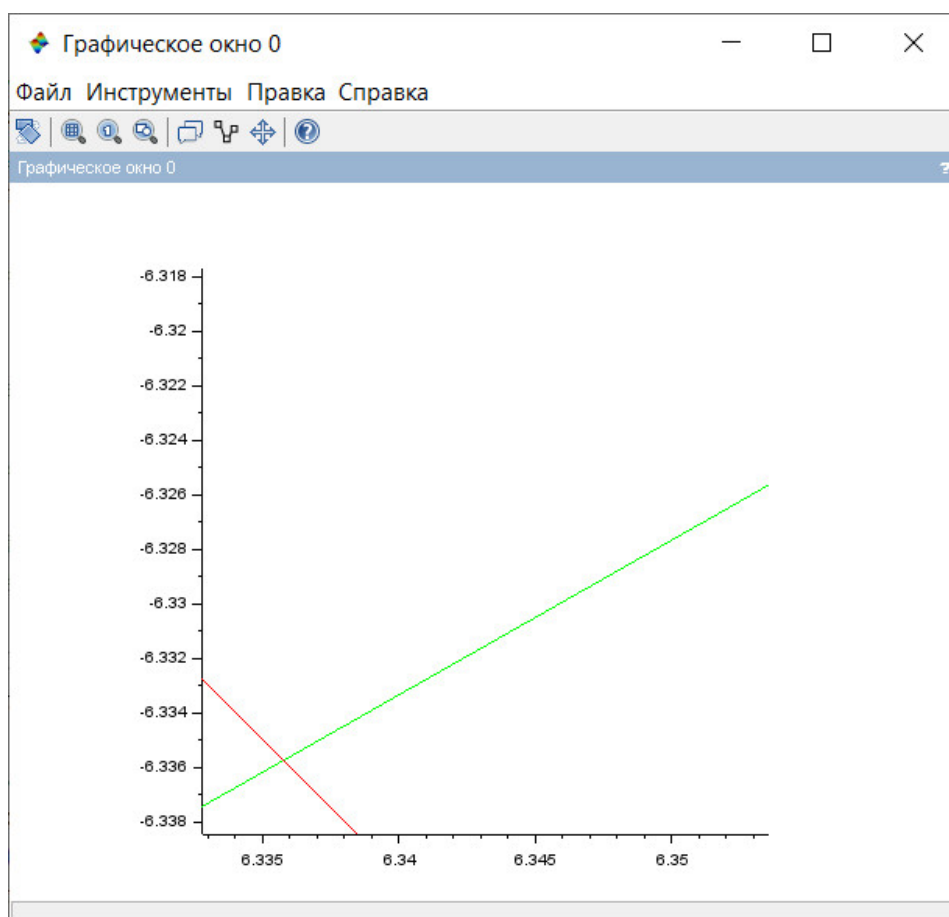


Рис. 4: Точка пересечения лодки и катера, 1 вариант

Для второго варианта, точка пересечения имеет координаты (26.12, -26.12).

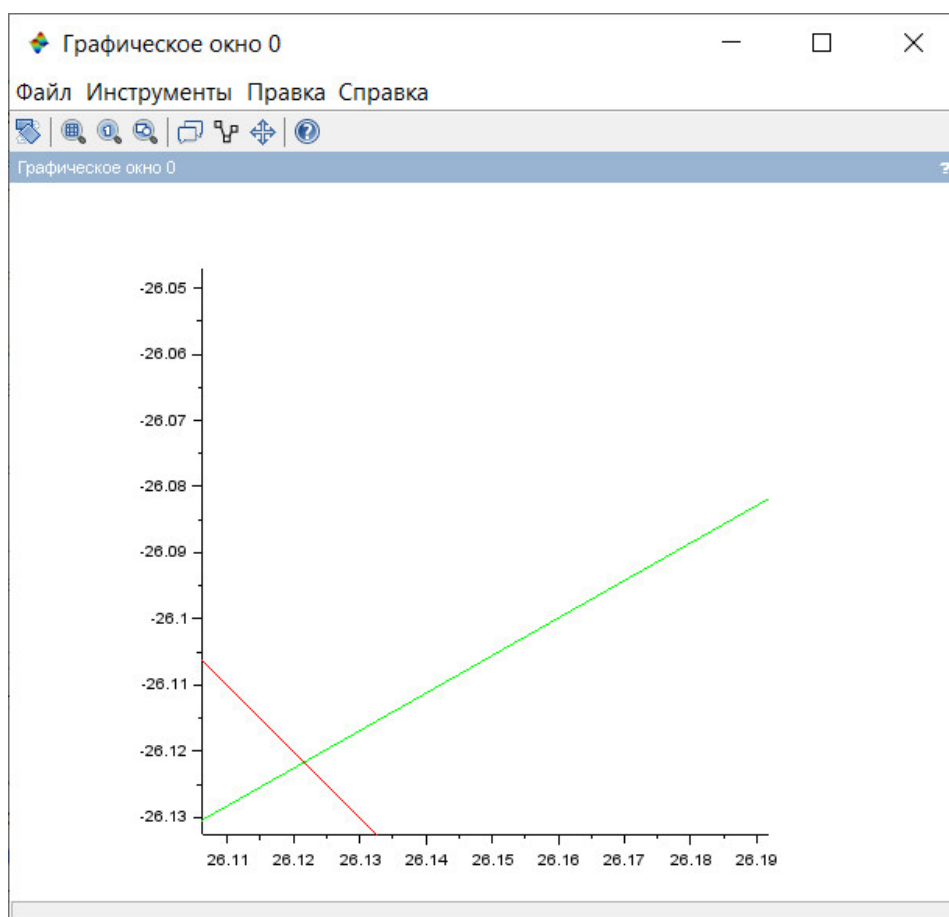


Рис. 5: Точка пересечения лодки и катера, 2 вариант

Выводы

Я научилась строить математическую модель для решения задачи о погоне.