Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии

Монастырская Кристина Владимировна

Содержание

Цель работы 3

Задание 4

Вариант 23 4

Теоретическое введение 5

Выполнение лабораторной работы 7

Написание программного кода в OpenModelica для создания модели: . 8

Построение графиков изменения числа особей в каждой из трех групп: 9

1. Случай: I(0) $\leq I^*$ 9

2. Случай: I(0) > I^* 10

Выводы 11

Цель работы

Изучить создание модели протекания эпидемии, используя средства OpenModelica

Задание

Вариант 23

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=10 850) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=209, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=42. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) \geq I^*$

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \le I^* \end{cases} \qquad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \le I^* \end{cases} \qquad (2)$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$\frac{dR}{dt} = \beta I$(3)

Постоянные пропорциональности α, β – это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени t=0 нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

Написание программного кода в OpenModelica для создания модели:

```
model Lab6
  Real S(start = 10925);
  Real I(start = 230);
  Real R(start = 45);
  Real a;
  Real b;
equation
  a = 0.01;
  b = 0.02;
  // Первый случай. I(0) <= I*
  //der(S) = 0;
  //der(I) = -b*I;

  // Второй случай. I(0) Ю I*
  der(S) = -a*S;
  der(I) = a*S - b*I;

  der(R) = b*I;


end Lab6;
```

Рис. 1: Программный код

Построение графиков изменения числа особей в каждой из трех групп:

1. Случай: I(0) $\leq I^*$

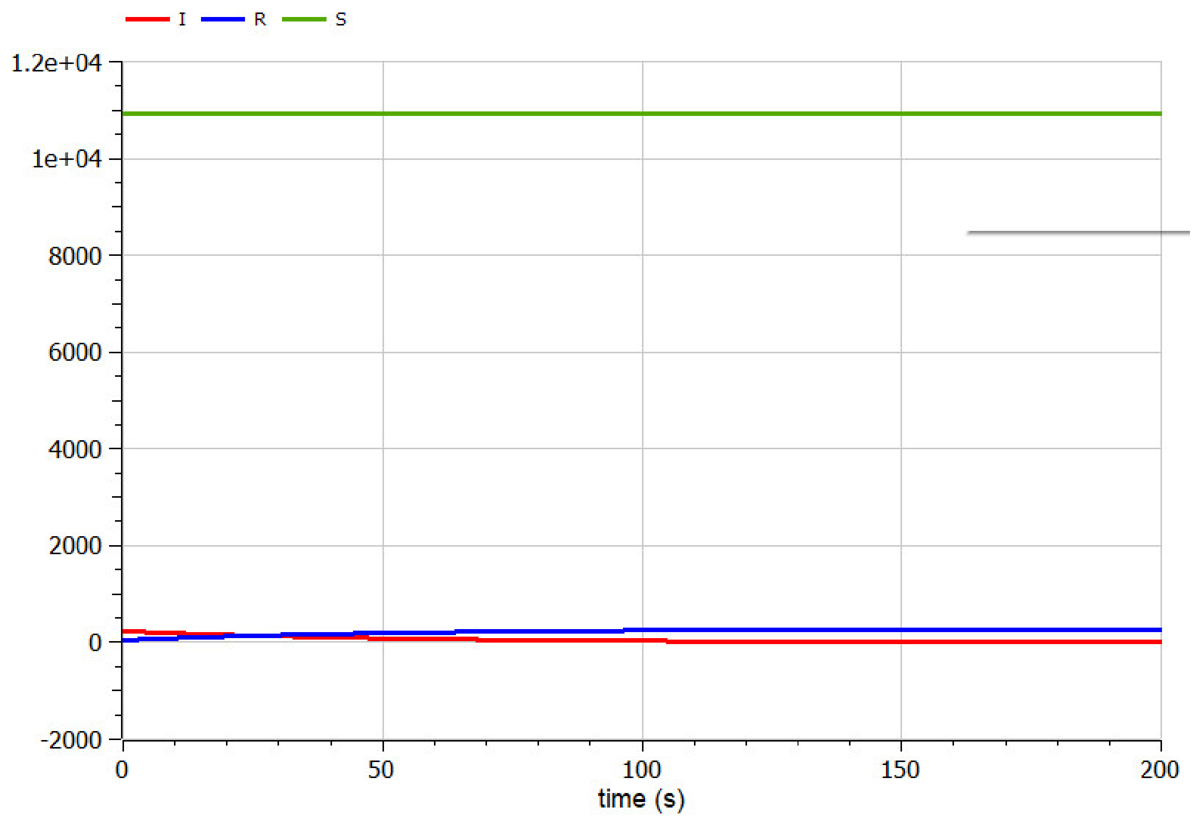

Рис. 2: Модель. Случай 1

2. Случай: I(0) > I^*

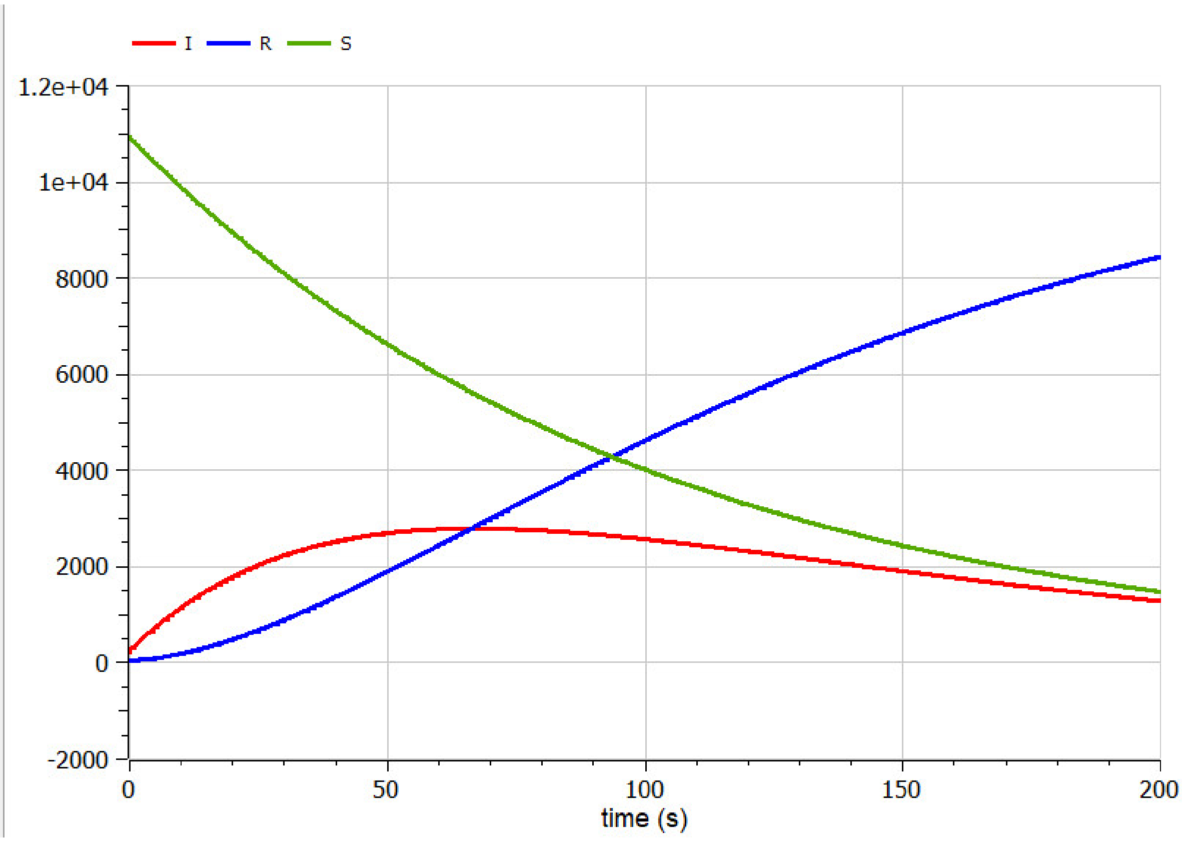

Рис. 3: Модель. Случай 1

Выводы

Я построила модель течения эпидемии для двух случаев.