

**Esercizio 15 (★).** Sia  $(x_i, y_i)_{i \in \{1, \dots, n\}}$  un campione bi-variato di numerosità  $n$ . Poniamo

$$\phi(a, b) \doteq \sum_{i=1}^n (y_i - (a \cdot x_i + b))^2, \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

Si scriva un programma che, dato  $(x_i, y_i)_{i \in \{1, \dots, n\}}$ , calcoli un punto di minimo di  $\phi$ , cioè un punto  $(a_*, b_*) \in \mathbb{R}^2$  tale che

$$\phi(a_*, b_*) = \min\{\phi(a, b) : a, b \in \mathbb{R}\}.$$

Si considerino poi i due campioni bi-variati (Tmin, Tmed) e (Tmin, Ptot) del file `Meteo_Chioggia60.ods` e si crei, per ciascuno dei due campioni bi-variati, il corrispondente diagramma di dispersione col grafico della retta  $t \mapsto a_*t + b_*$  determinata dal punto di minimo  $(a_*, b_*)$  calcolato col programma.

Si determini inoltre l'autodecomposizione della matrice di covarianza del campione quattro-variato (Tmin, Tmed, Tmax, Ptot) e si identifichino le due direzioni più importanti (autovalori maggiori). Si crei il corrispondente diagramma di dispersione delle prime due componenti del campione quattro-variato nel nuovo sistema di coordinate (trasformazione lineare dei dati secondo la trasposta della matrice di autovettori ortogonali).

Per la consegna servono:

- una giustificazione matematica della procedura utilizzata per il calcolo di un punto di minimo di  $\phi$ ;
- lo pseudo-codice del programma e il codice commentato in un linguaggio standard come C++ o Python;
- i grafici dei due diagrammi di dispersione con le rette di regressione in formato pdf e i valori numerici dei punti di minimo utilizzati;
- il grafico del diagramma di dispersione delle due componenti più importanti dei dati trasformati con la matrice trasposta di autovettori.

Contatto: Markus Fischer (fischer@math.unipd.it)