

Esercizio 12 (*). Immaginiamo di avere una scacchiera da 20 righe (numerate da zero a 19 dal basso in alto) per 12 colonne (numerate da 1 a 12 da sinistra a destra). Disponiamo dodici pedine nelle caselle della riga zero. Ora lanciamo due dadi regolari da sei facce. Spostiamo di una casella in alto la pedina che si trova nella colonna il cui numero è uguale alla somma dei punteggi segnati dai due dadi. Continuiamo a lanciare i due dadi e a spostare pedine, muovendo sempre la pedina che si trova nella colonna del numero corrispondente alla somma dei punteggi segnati, finché la prima pedina non sarà arrivata alla riga 19. A questo punto il gioco si ferma. Si calcolino analiticamente o *numericamente* le probabilità dei seguenti eventi:

- a) La pedina della colonna sette arriva prima di quella della colonna otto.
- b) La pedina della colonna k arriva per prima, con $k \in \{1, \dots, 12\}$.
- c) Il gioco ha durata di esattamente N mosse, con $N \in \{1, \dots, 200\}$.
- d) Il gioco ha durata di più di 100 mosse.
- e) Il gioco ha durata di più di 200 mosse.
- f) La durata media del gioco.

Per la consegna servono:

- una giustificazione matematica delle formule e una descrizione delle procedure utilizzate per il calcolo delle probabilità di cui sopra;
- nel caso di risoluzione numerica, lo pseudo-codice del programma e il codice commentato in un linguaggio standard come C++ o Python (il codice in file separato);
- un grafico in formato pdf che riporti la probabilità di vittoria della pedina in colonna k in funzione di $k \in \{1, \dots, 12\}$;
- un grafico in formato pdf che riporti la probabilità che il gioco abbia durata di esattamente N mosse in funzione di $N \in \{1, \dots, 200\}$.

Contatto: Markus Fischer (fischer@math.unipd.it)