

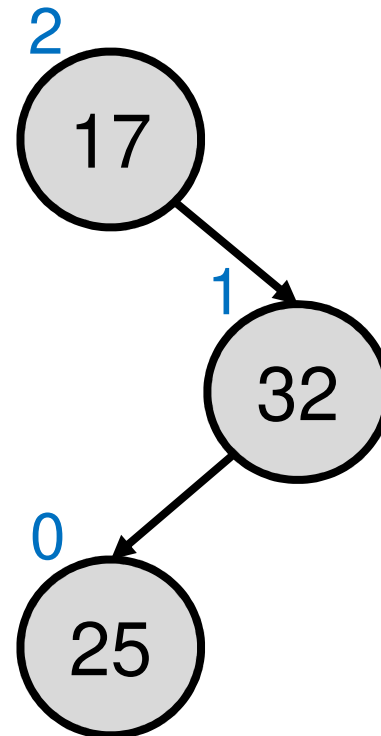
Estrutura de Dados II

Prof. Me. Pietro M. de Oliveira

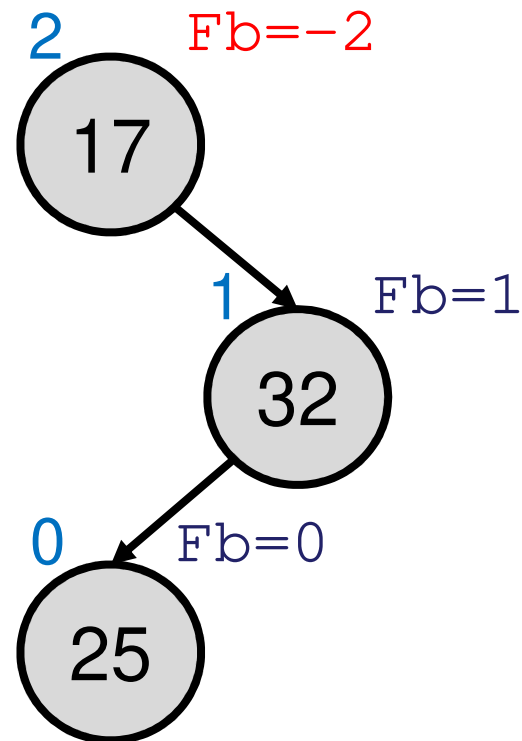
Rotações Duplas

Quando rotações simples não funcionam?

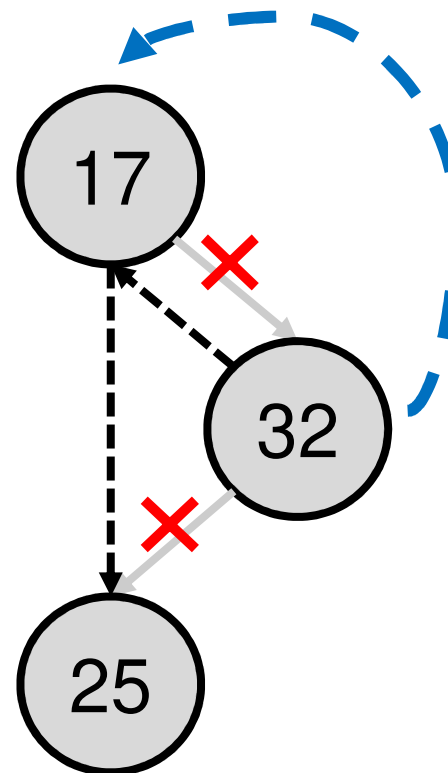
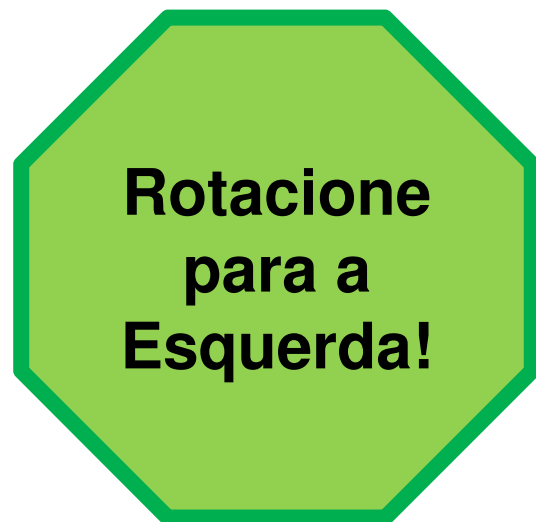
Considere a **árvore de busca** resultante da inserção dos seguintes dados: **17, 32 e 25**



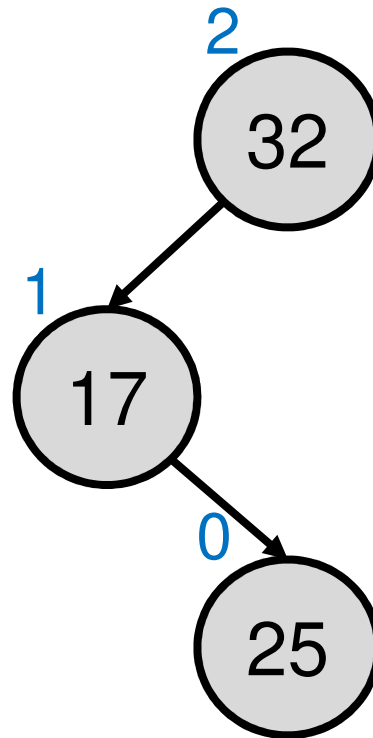
Fatores de balanceamento: nó 17 desbalanceado



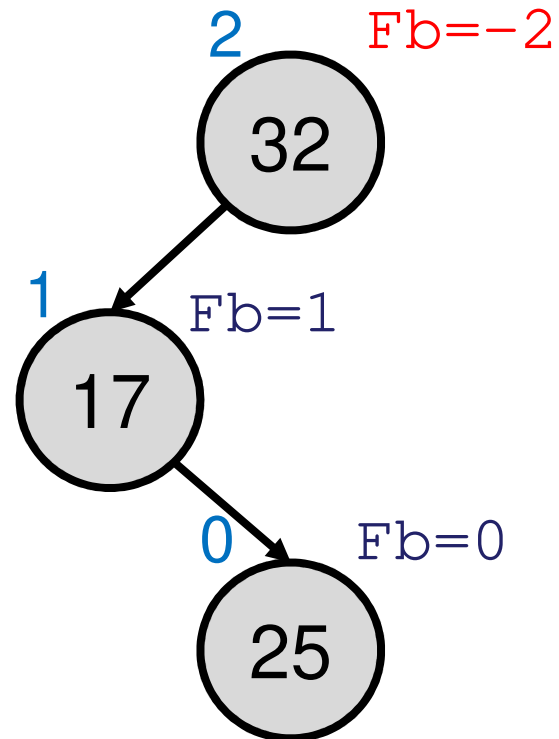
“Ora, professor, a solução é simples...”



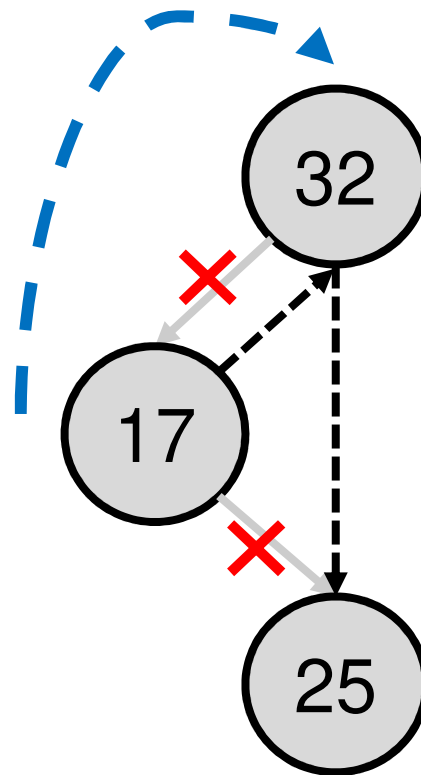
Árvore resultante depois da rotação para a esquerda:



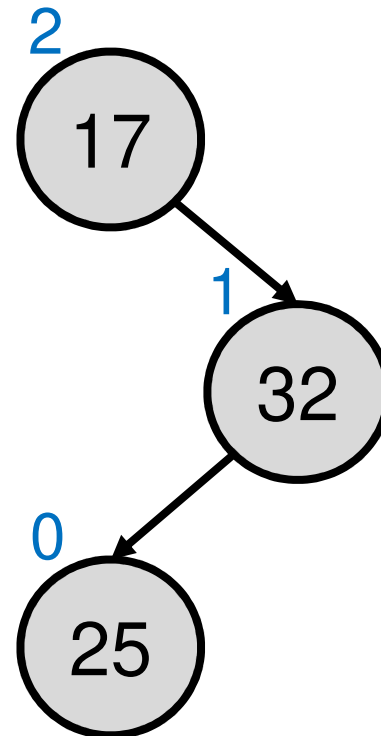
Fatores de balanceamento: nó 32 desbalanceado



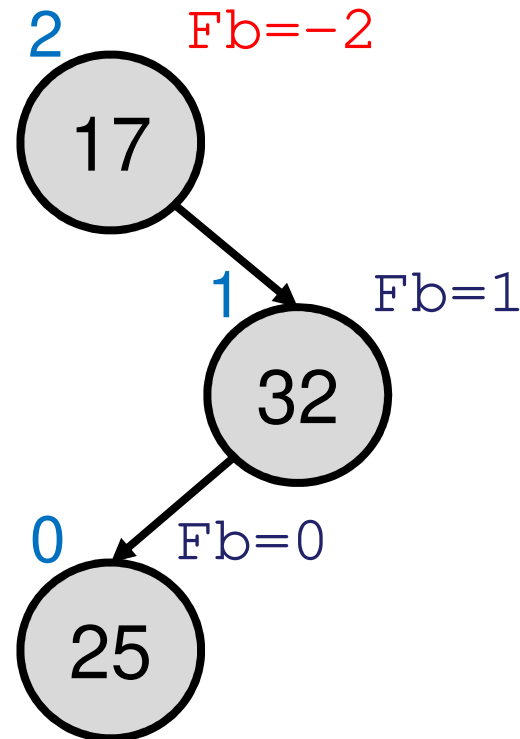
“Ora, professor, ACHO que a solução é simples...”



Árvore resultante depois da rotação para a direita:



Fatores de balanceamento: nó 17 desbalanceado



Rotações simples não resolvem todos os casos!!!



Fonte: telegraph.co.uk (Drake Meme)

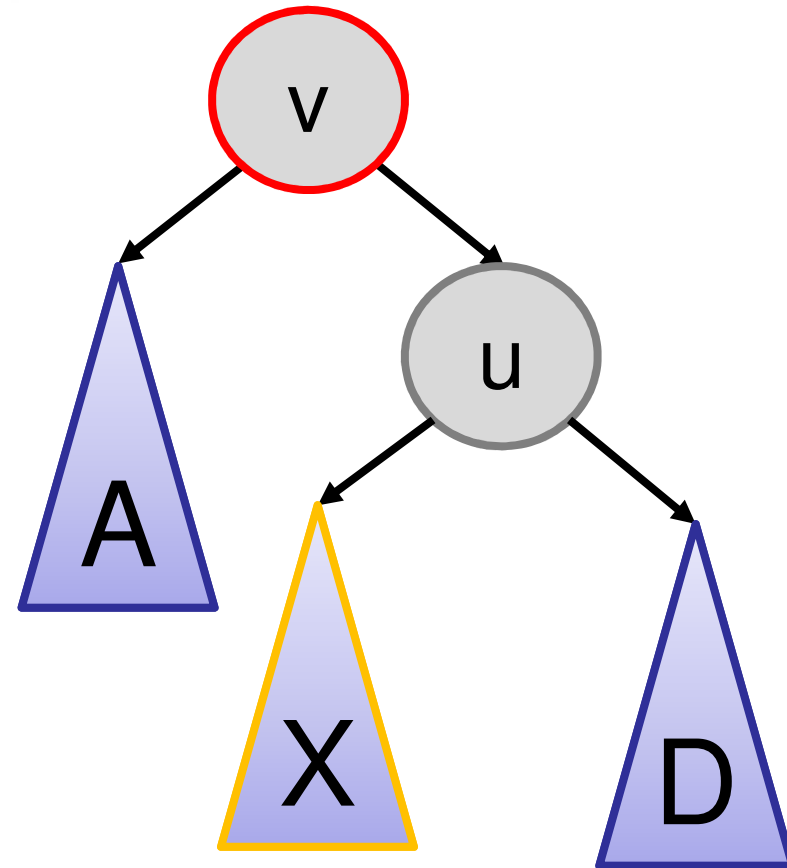
Rotação Dupla Direita- Esquerda

Balanceamento quebrado por
inserção na subárvore da
esquerda do filho à direita

Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda

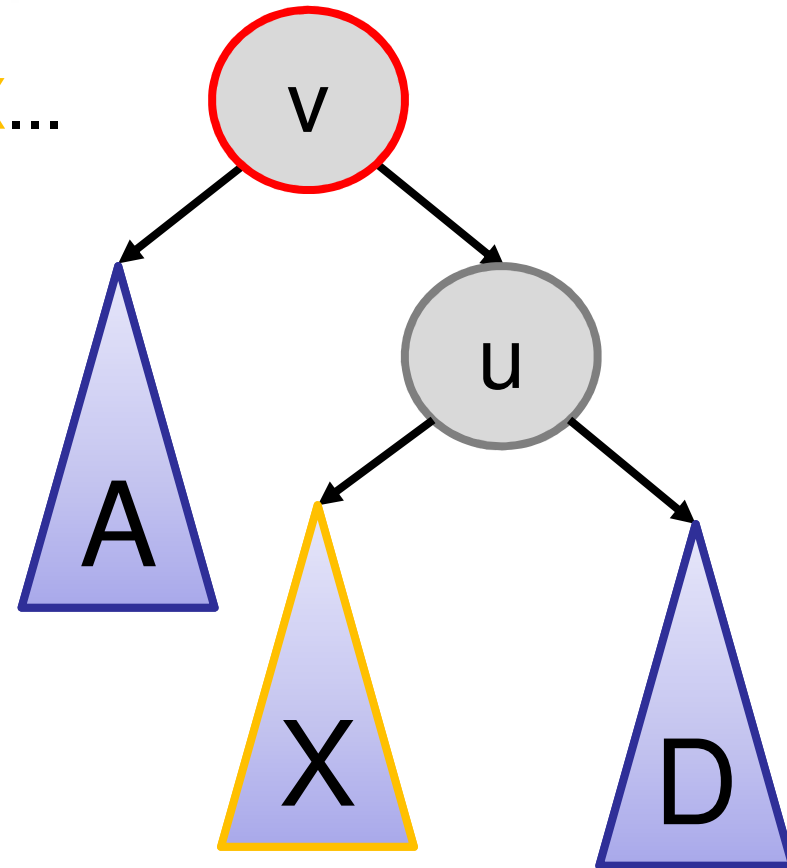
- Inserção feita em **X**
- **X** é **subárvore esquerda** do filho direito (nó **u**) em relação ao nó **v**, que foi **desbalanceado**



Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda

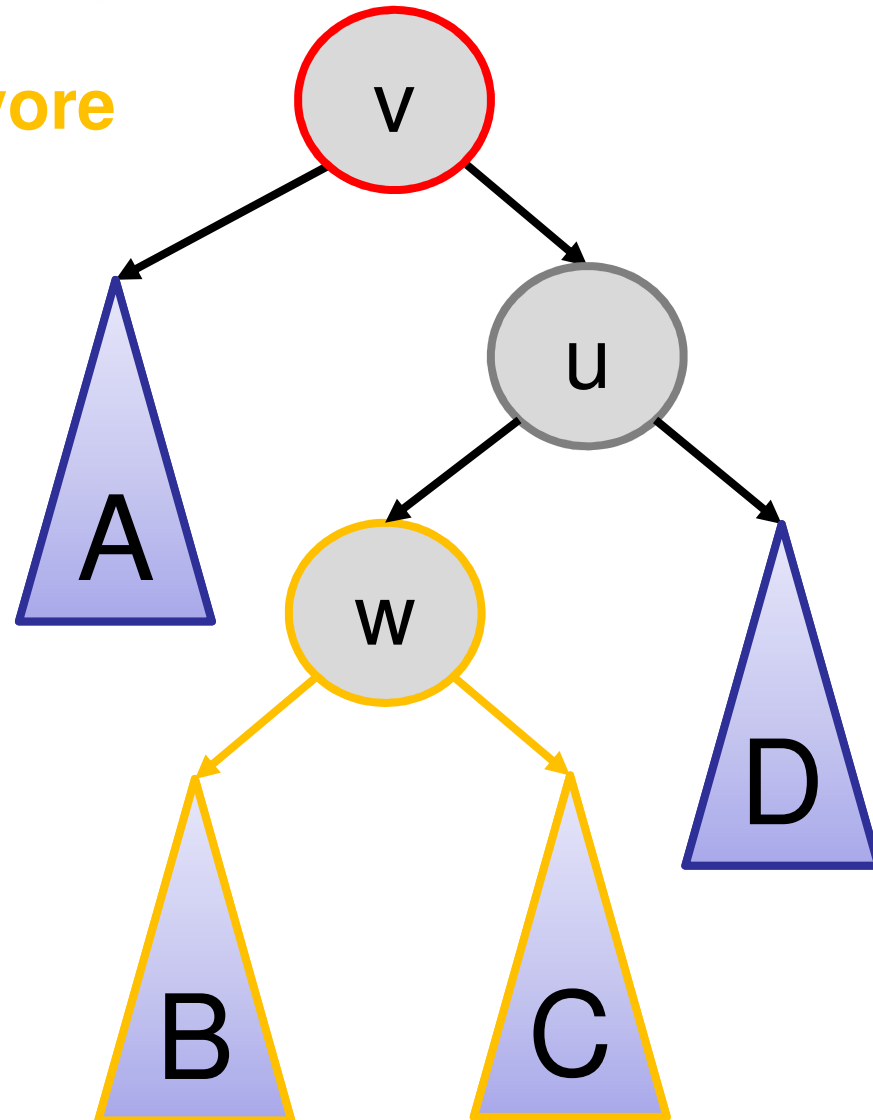
- Expandindo a **subárvore X...**



Árvores AVL

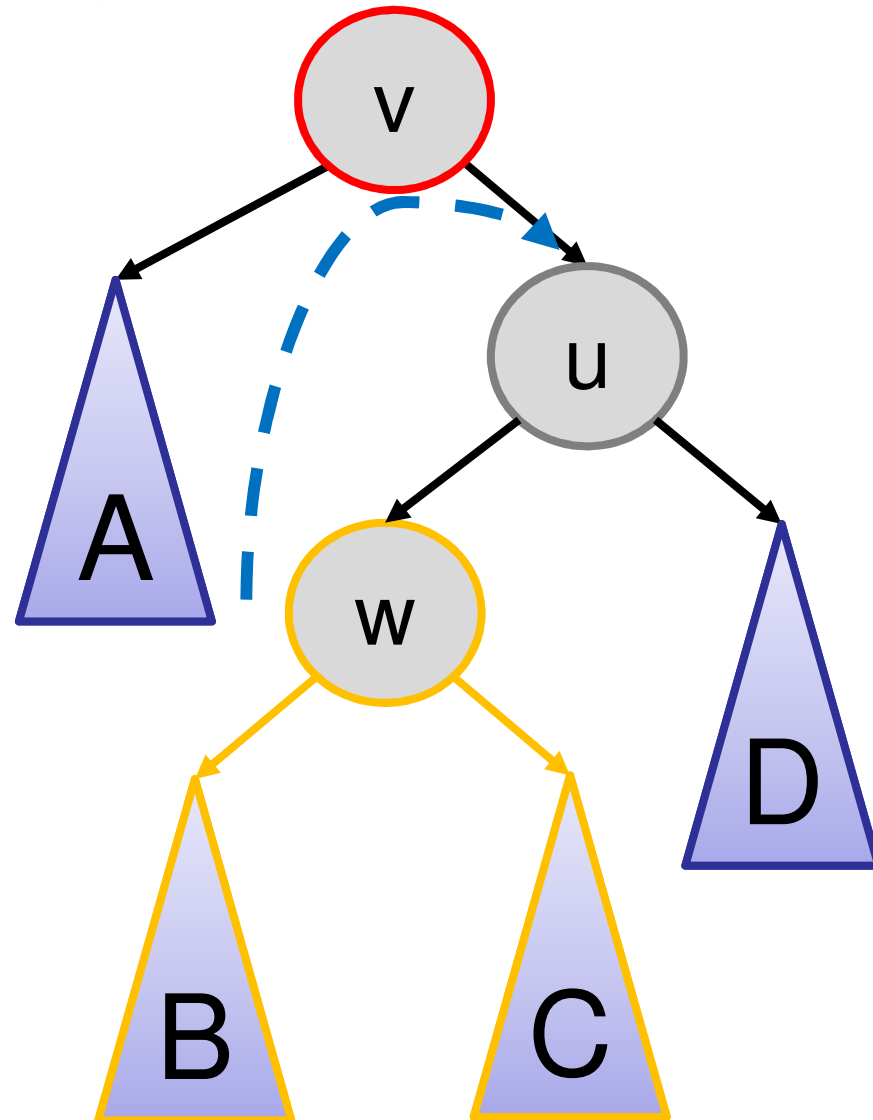
Rotação Dupla Direita-Esquerda

- Inserção feita na **subárvore** com raiz em **w**
- **w** é raiz da **subárvore** à **esquerda** do filho direito (nó **u**) em relação ao nó **v**, que foi **desbalanceado**



Solução - 1ª Etapa:

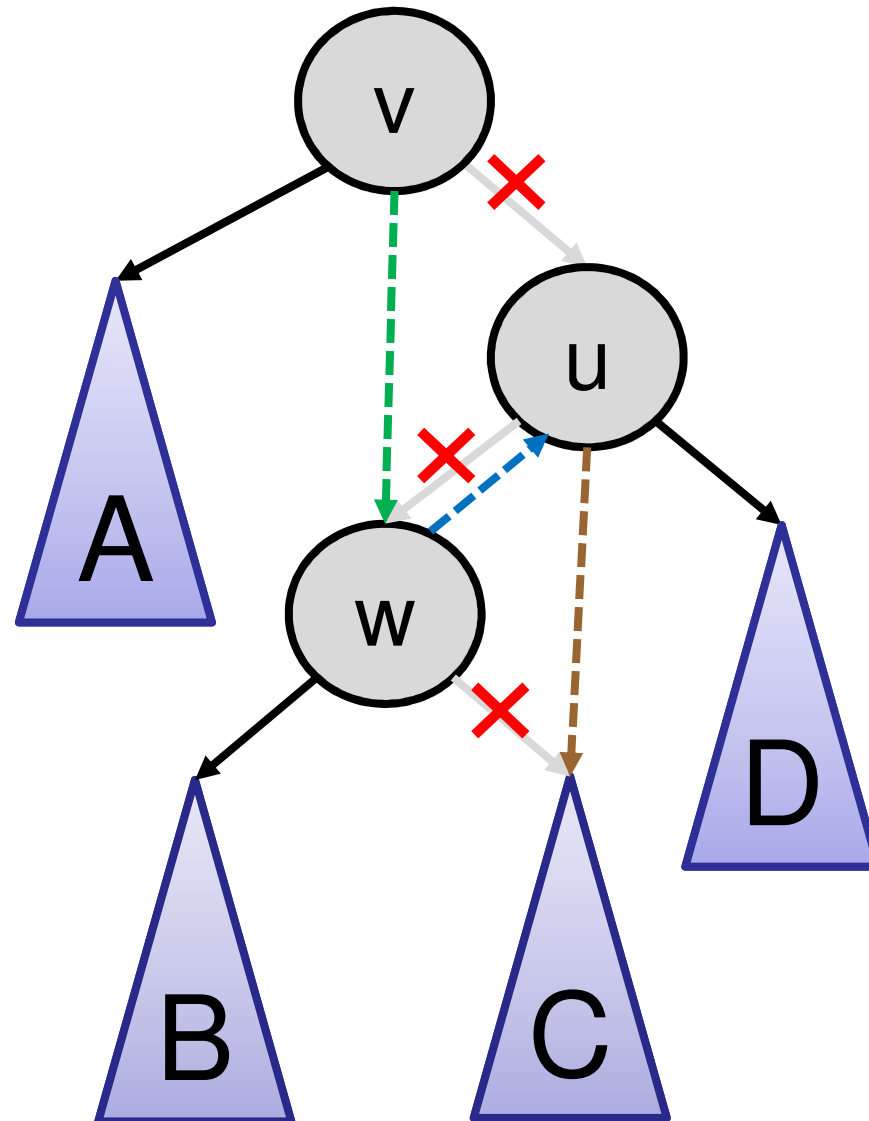
- Rotação de **w** à direita



Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda

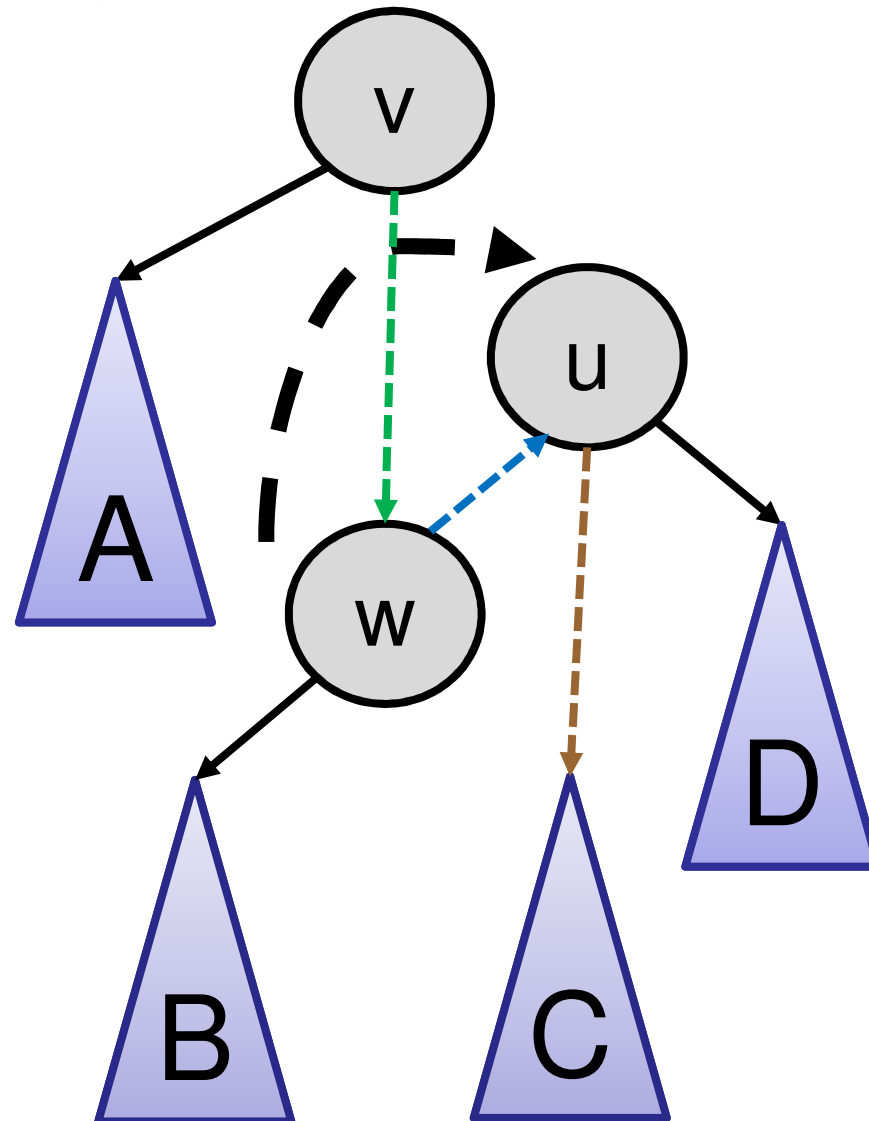
1. **w** passa a ser filho à direita de **v**
2. **u** passa a ser filho à direita de **w**
3. **C** passa a ser subárvore à esquerda de **u**



Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda

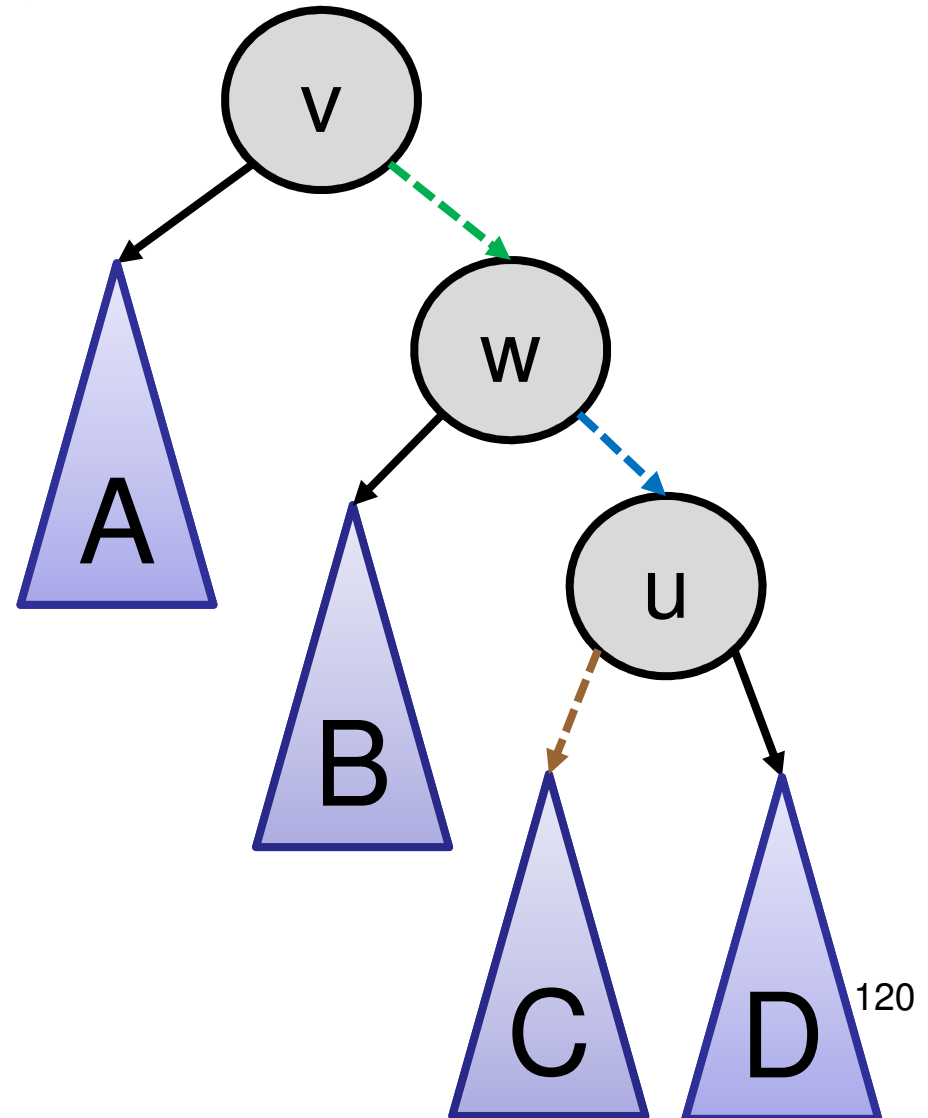
1. **w** passa a ser filho à direita de **v**
2. **u** passa a ser filho à direita de **w**
3. **C** passa a ser subárvore à esquerda de **u**



Árvores AVL

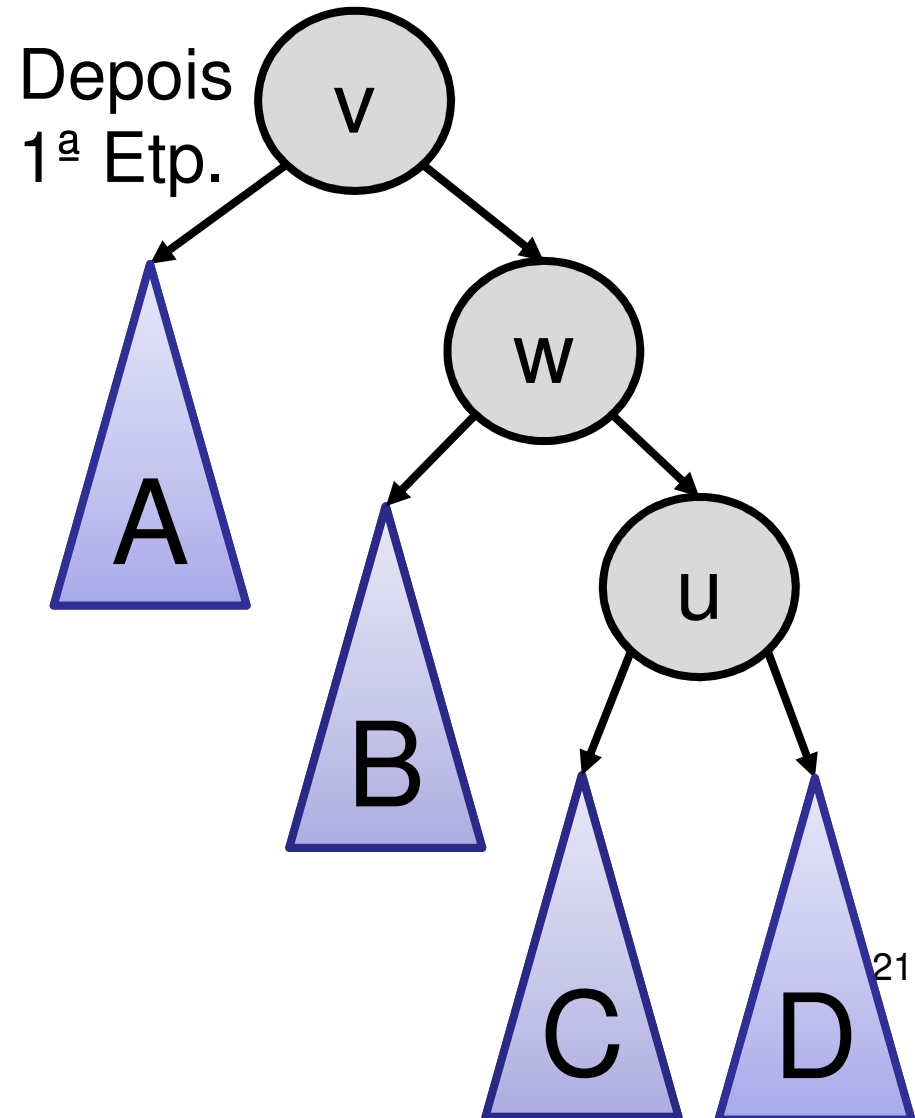
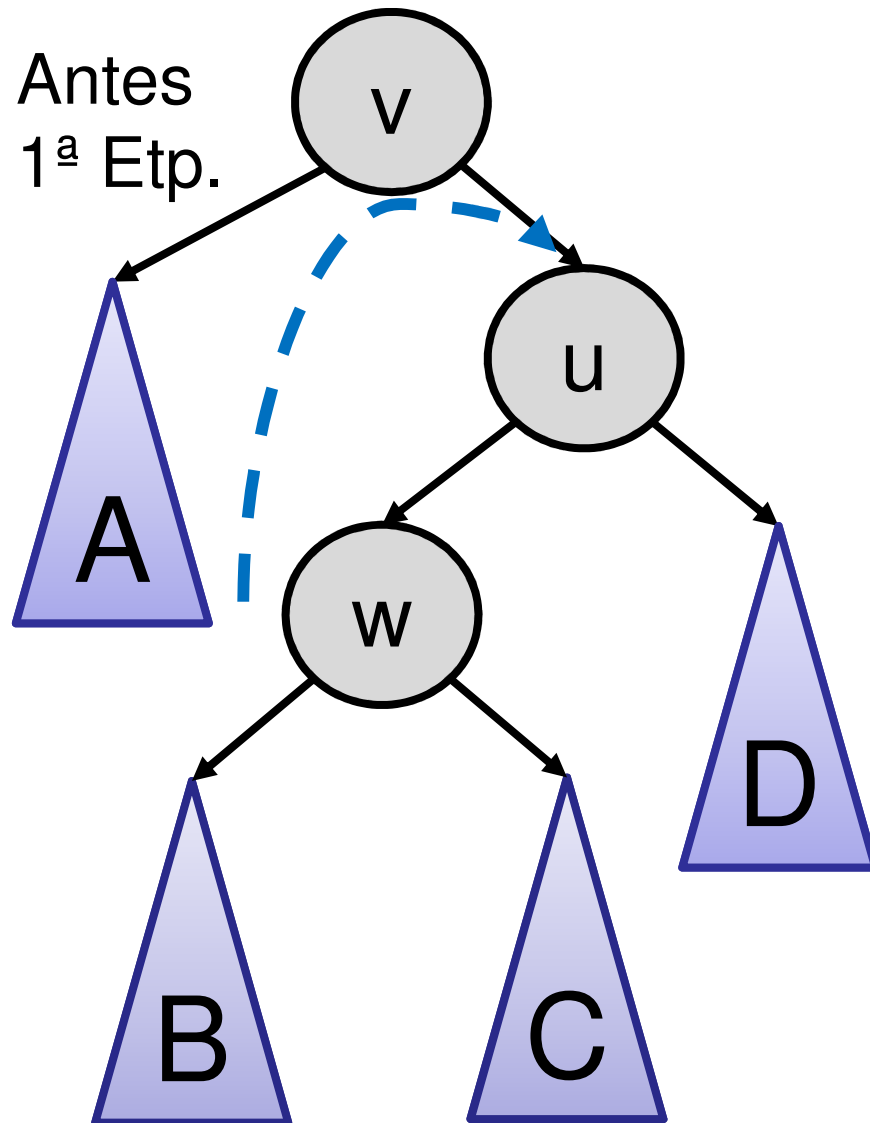
Rotação Dupla Direita-Esquerda

1. **w** passa a ser filho à direita de **v**
2. **u** passa a ser filho à direita de **w**
3. **C** passa a ser subárvore à esquerda de **u**



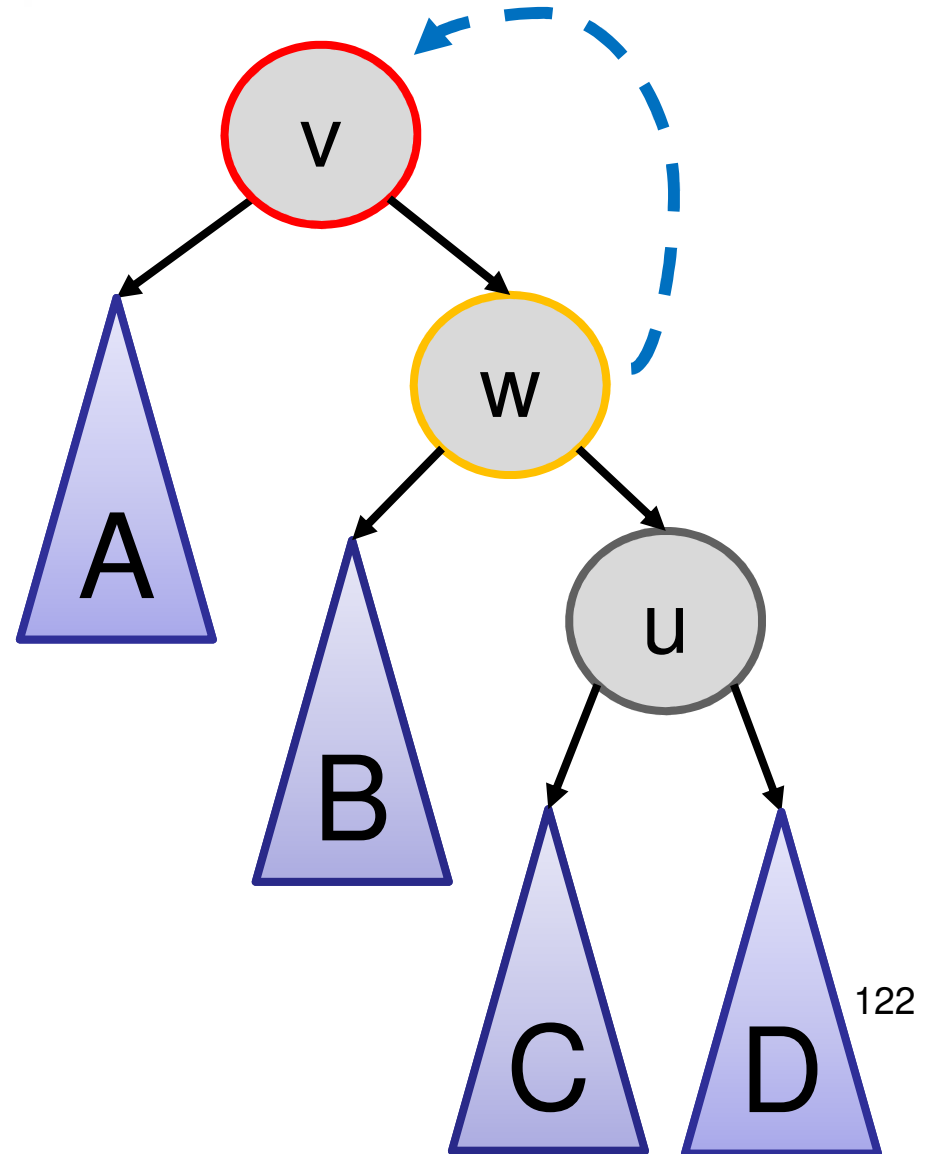
Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda



Solução - 2ª Etapa:

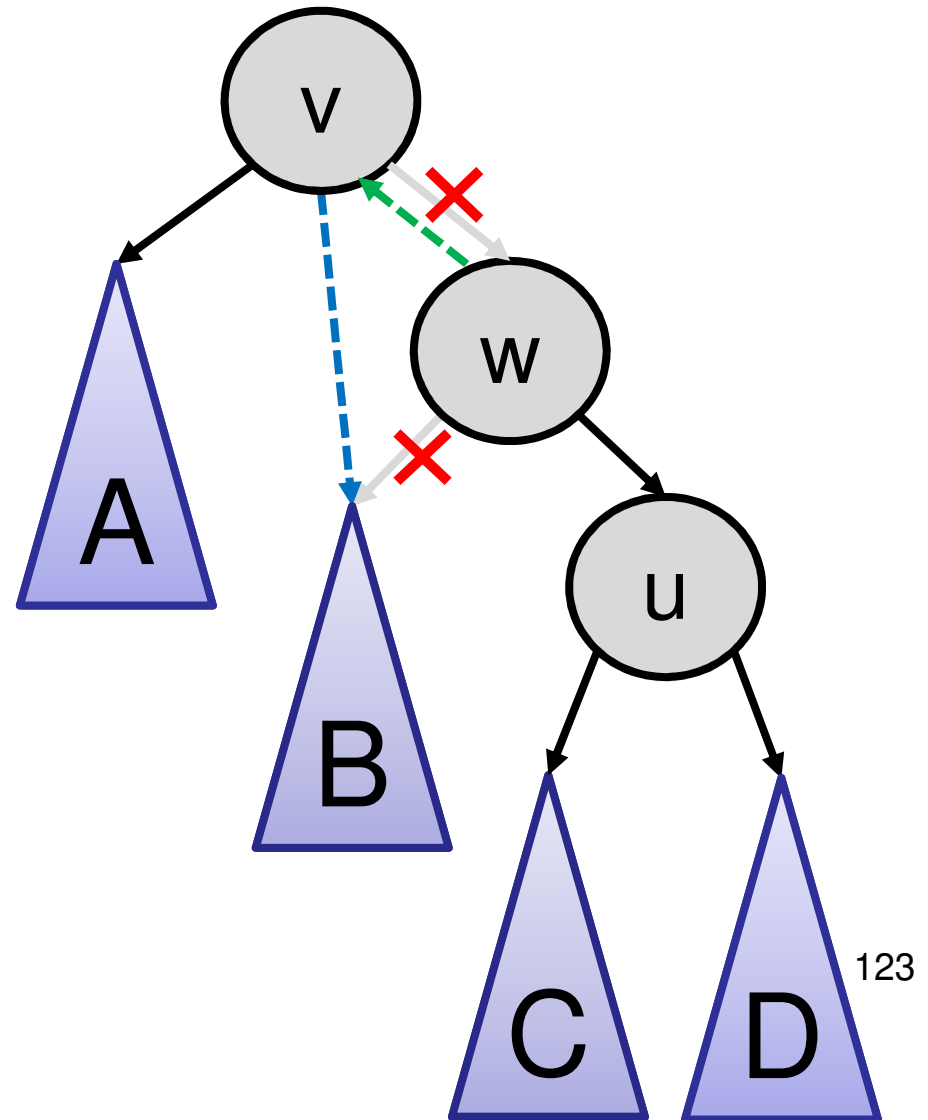
- Rotação de **w** à esquerda



Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda

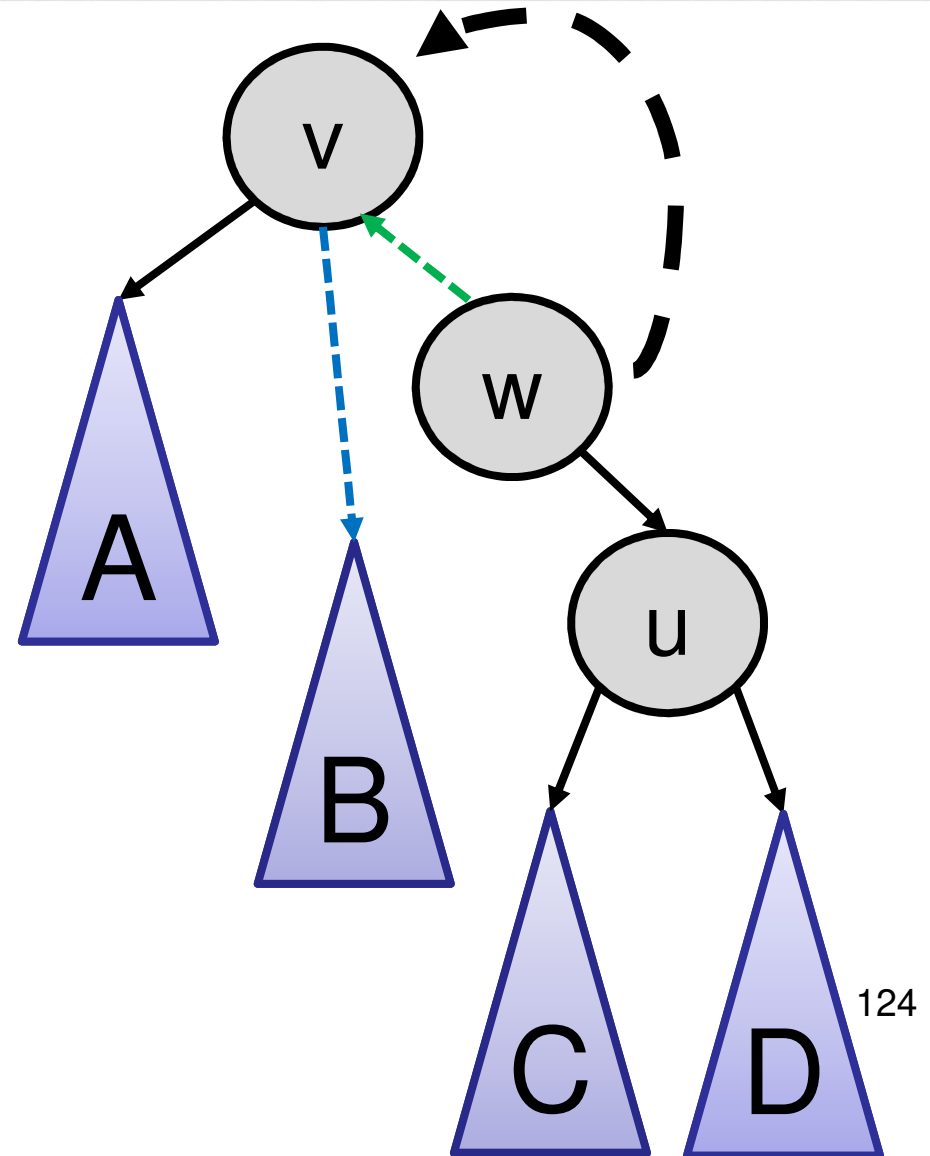
1. **v** passa a ser filho à esquerda de **w**
2. **B** passa a ser subárvore à direita de **v**



Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda

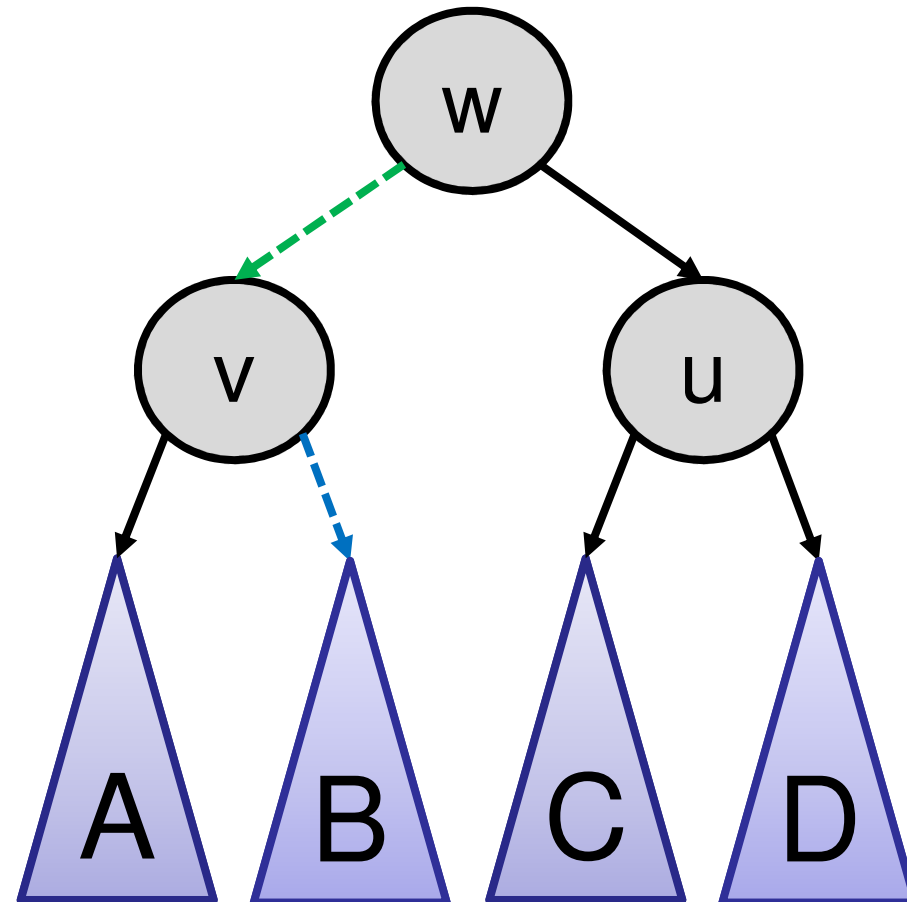
1. **v** passa a ser filho à esquerda de **w**
2. **B** passa a ser subárvore à direita de **v**



Árvores AVL

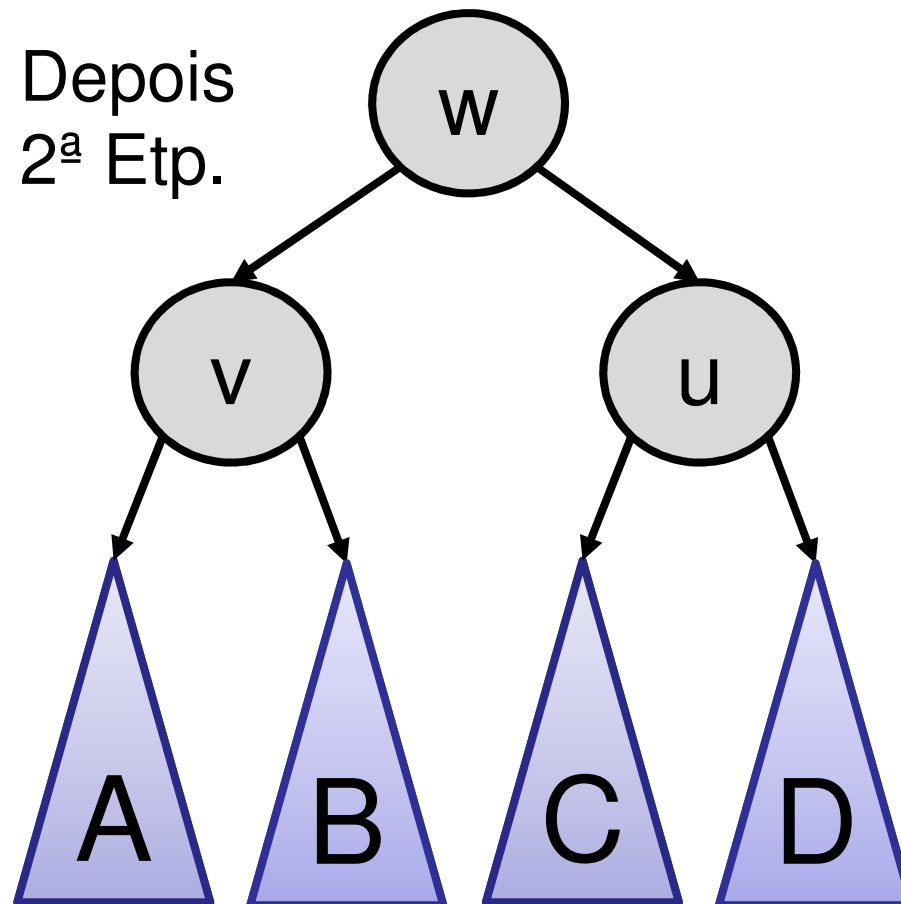
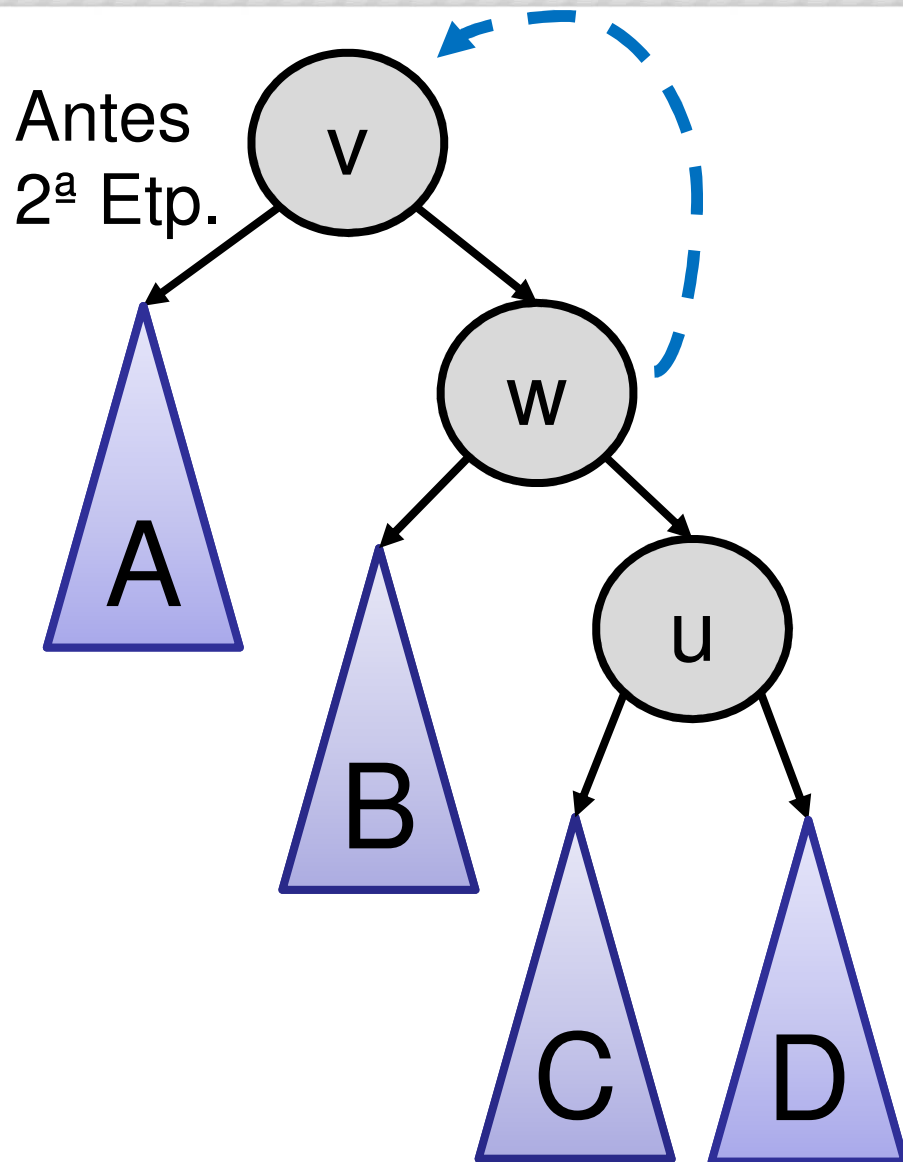
Rotação Dupla Direita-Esquerda

1. **v** passa a ser filho à esquerda de **w**
2. **B** passa a ser subárvore à direita de **v**



Árvores AVL

Rotação Dupla Direita-Esquerda

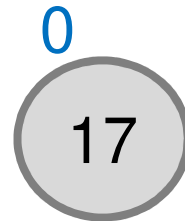


Exemplo

Rotação dupla direita-esquerda

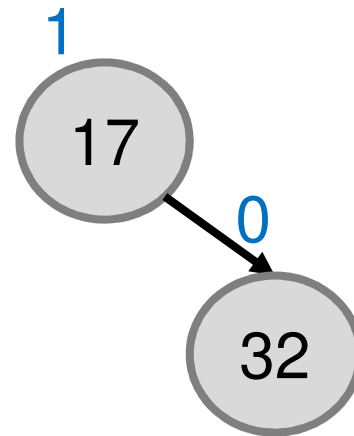
Rotação Dupla Direita-Esquerda Exemplo

Montar a árvore para: **17** 32 25



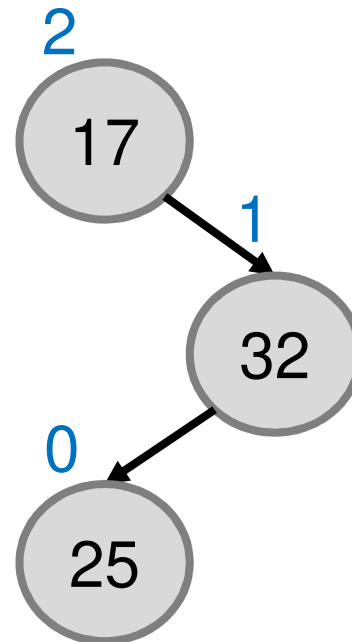
Rotação Dupla Direita-Esquerda Exemplo

Montar a árvore para: **17** **32** **25**



Rotação Dupla Direita-Esquerda Exemplo

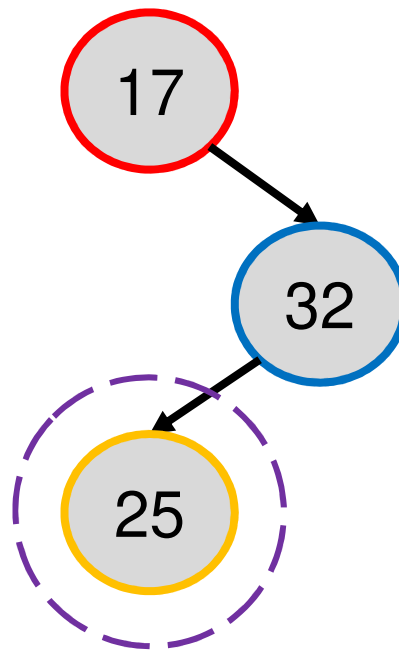
Montar a árvore para: **17** **32** **25**



Rotação Dupla Direita-Esquerda

Exemplo

Repare que a inserção do nó **25** desbalanceou a árvore com raiz em **17**



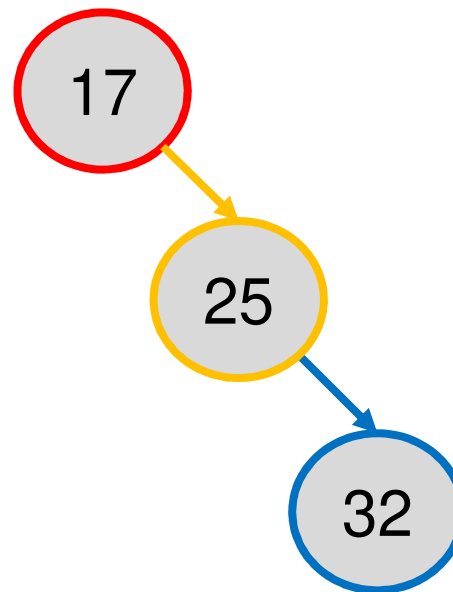
Inserção na **subárvore à esquerda** do **filho à direita** de **17**

Solução: rotacionar o nó **25** à direita e depois à esquerda

Rotação Dupla Direita-Esquerda

Exemplo

1ª Etapa: rotação à direita aplicada sobre o nó 25

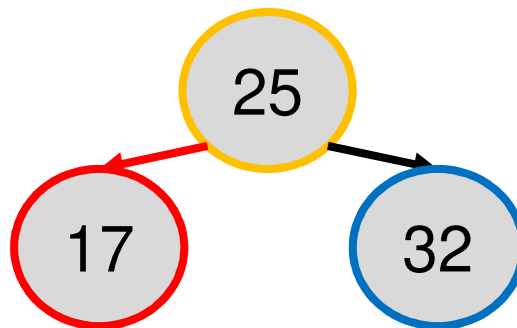


1. Nó **25** passa a ser filho à **direita** de **17**
2. Nó **32** passa a ser filho à **direita** de **25**

Rotação Dupla Direita-Esquerda

Exemplo

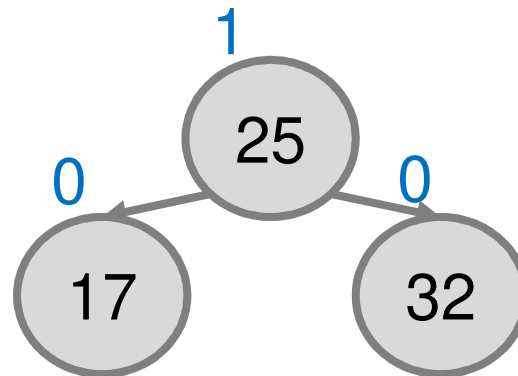
2ª Etapa: rotação à esquerda aplicada sobre o nó 25



1. Nó **25** passa a ser raiz
2. Nó **17** passa a ser filho à **esquerda** de **25**

Rotação Dupla Direita-Esquerda Exemplo

Árvore AVL balanceada!



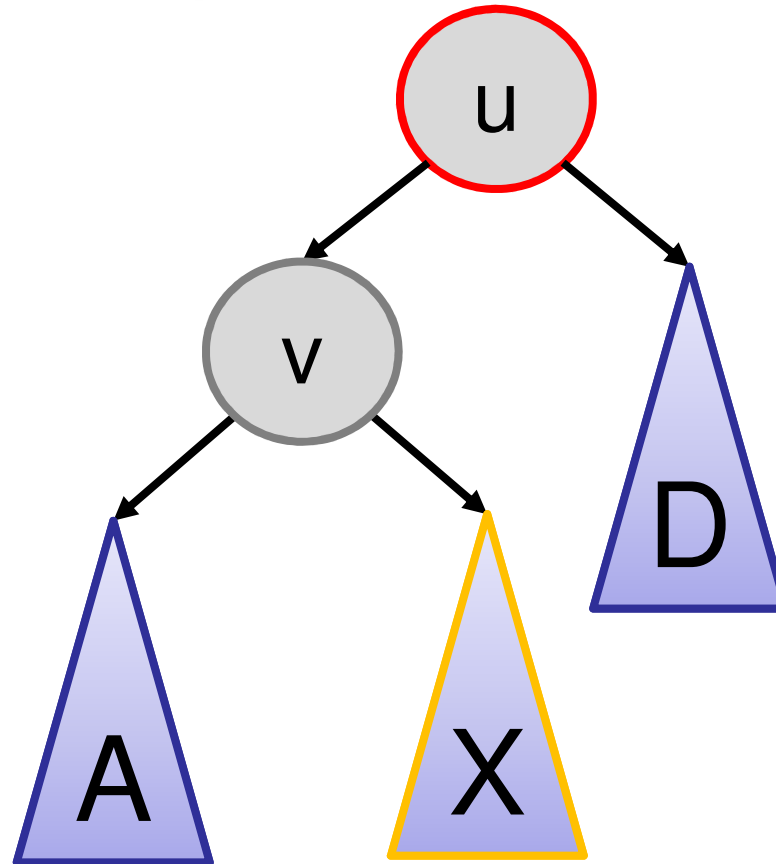
Rotação Dupla Esquerda-Direita

Balanceamento quebrado por
inserção na subárvore à direita do
filho à esquerda

Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

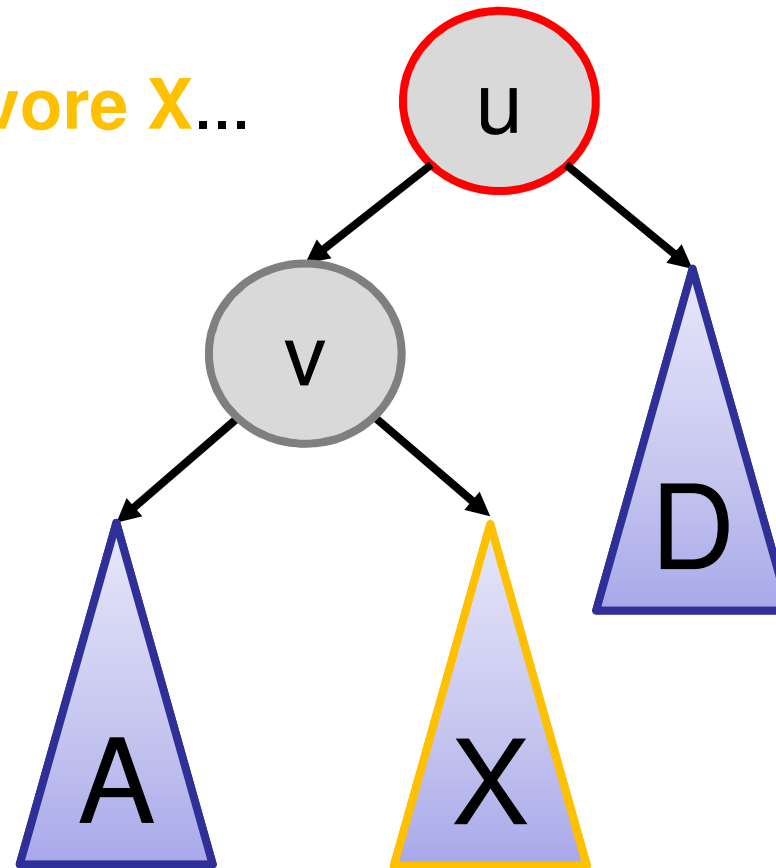
- Inserção feita em **X**
- **X** é **subárvore direita** do filho esquerdo (nó **v**) em relação ao nó **u**, que foi **desbalanceado**



Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

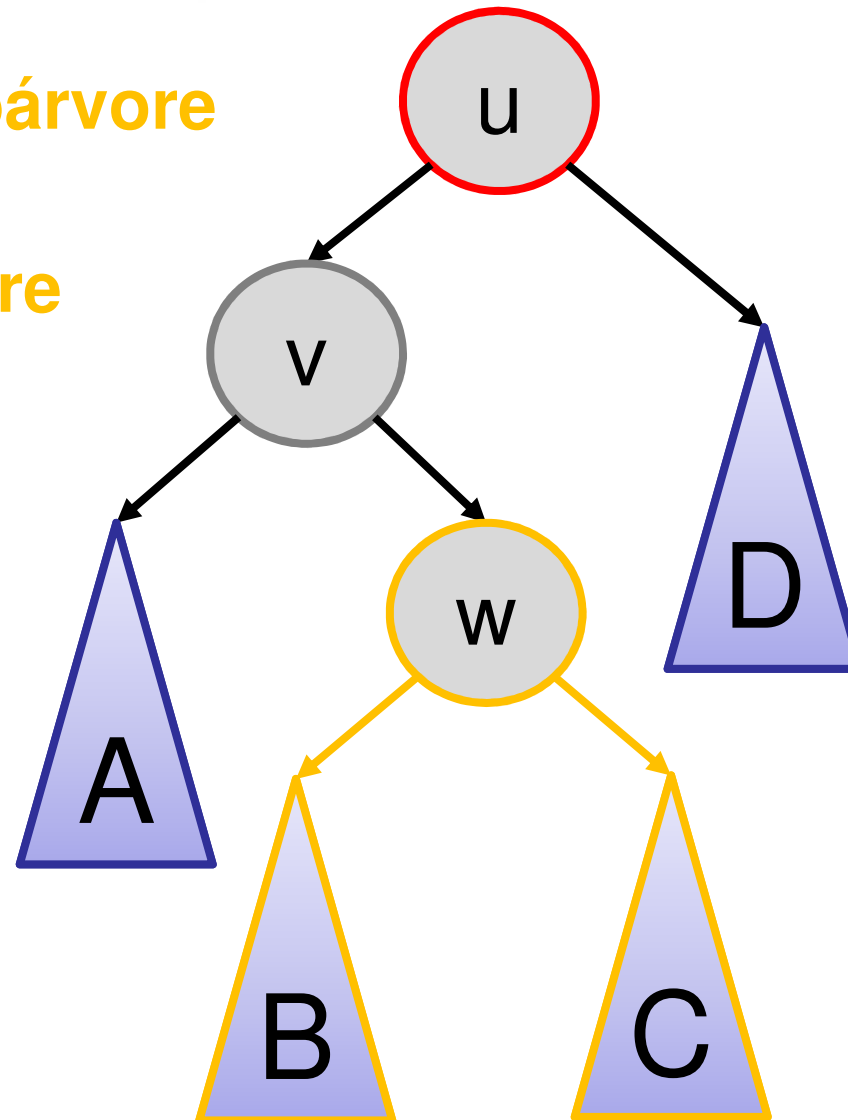
- Expandindo a **subárvore X...**



Árvores AVL

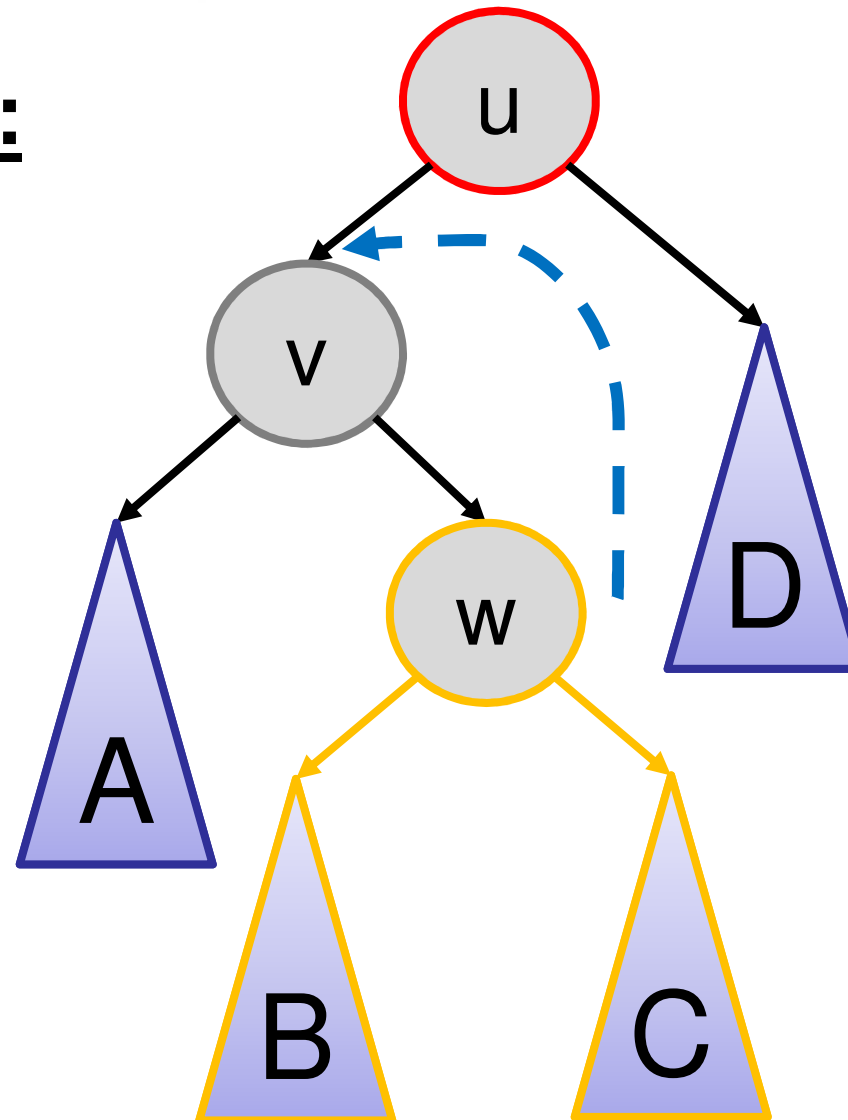
Rotação Dupla Esquerda-Direita

- Inserção feita na **subárvore** com raiz em **w**
- **w** é raiz da **subárvore** à **direita** do filho esquerdo (nó **v**) em relação ao nó **u**, que foi **desbalanceado**



Solução - 1ª Etapa:

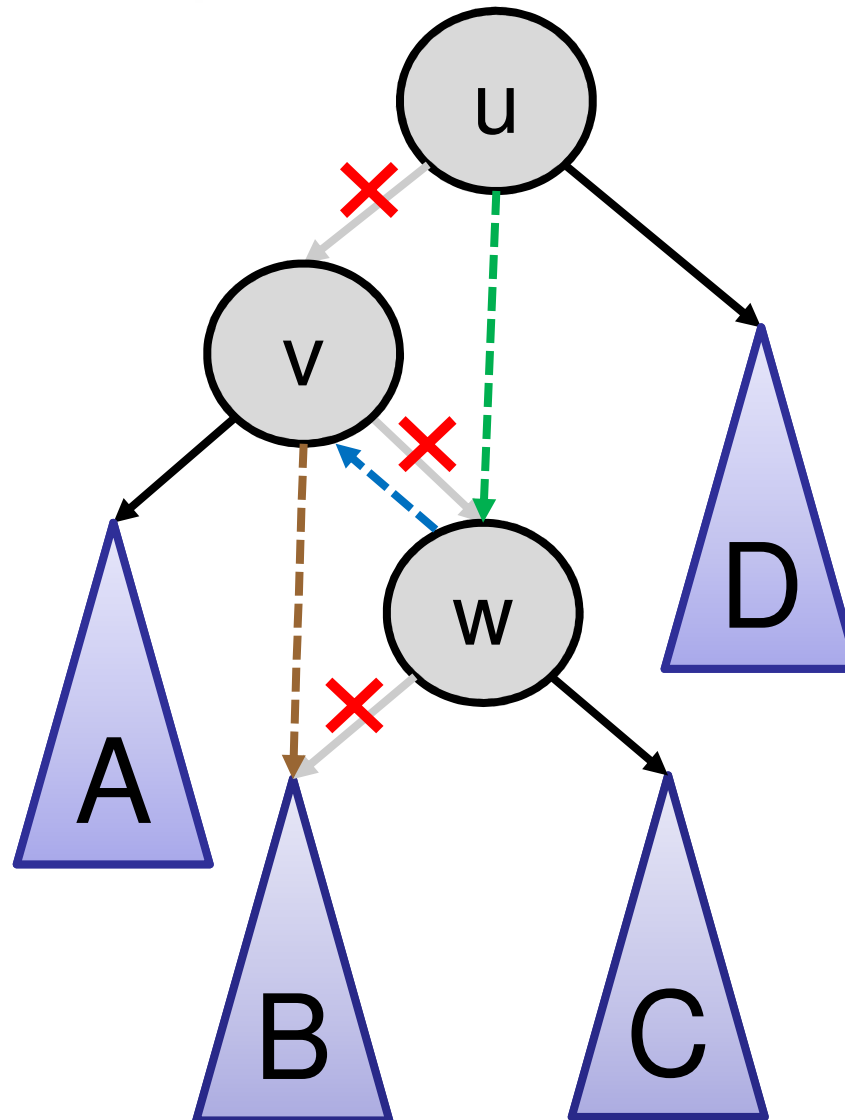
- Rotação de **w** à esquerda



Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

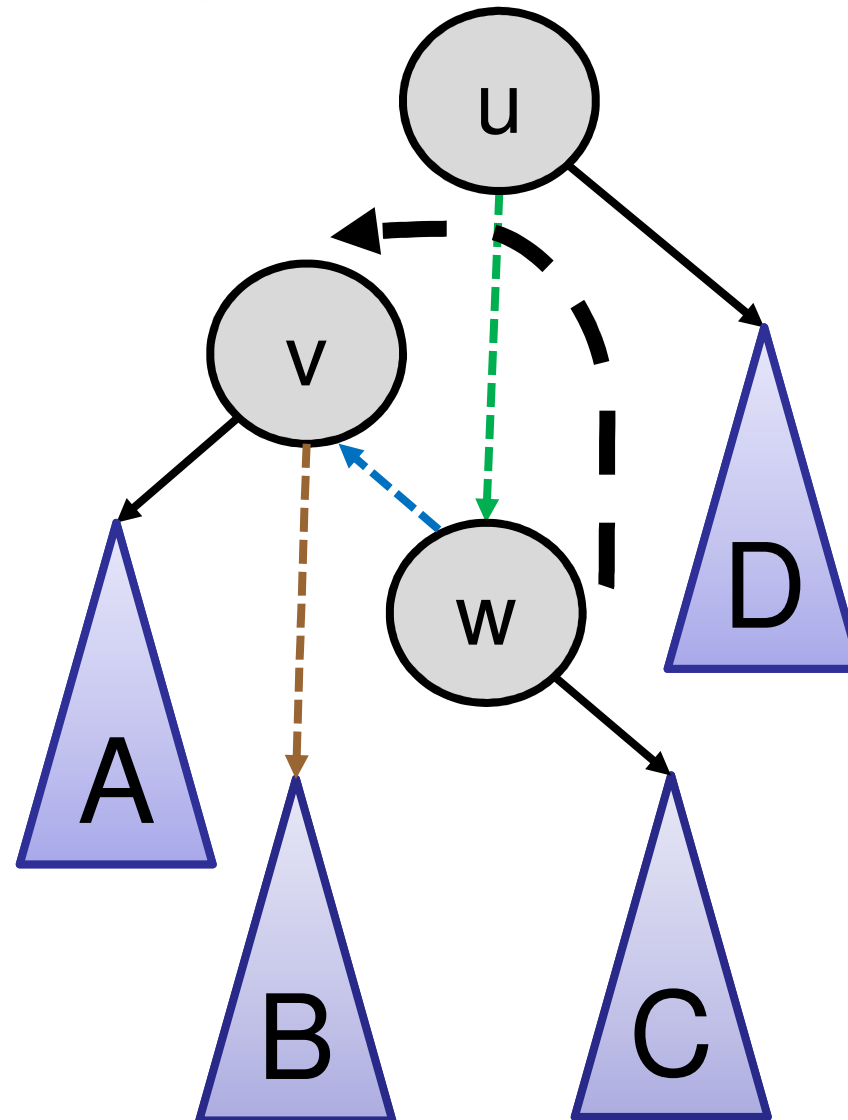
1. **w** passa a ser filho à esquerda de **u**
2. **v** passa a ser filho à esquerda de **w**
3. **B** passa a ser subárvore à direita de **v**



Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

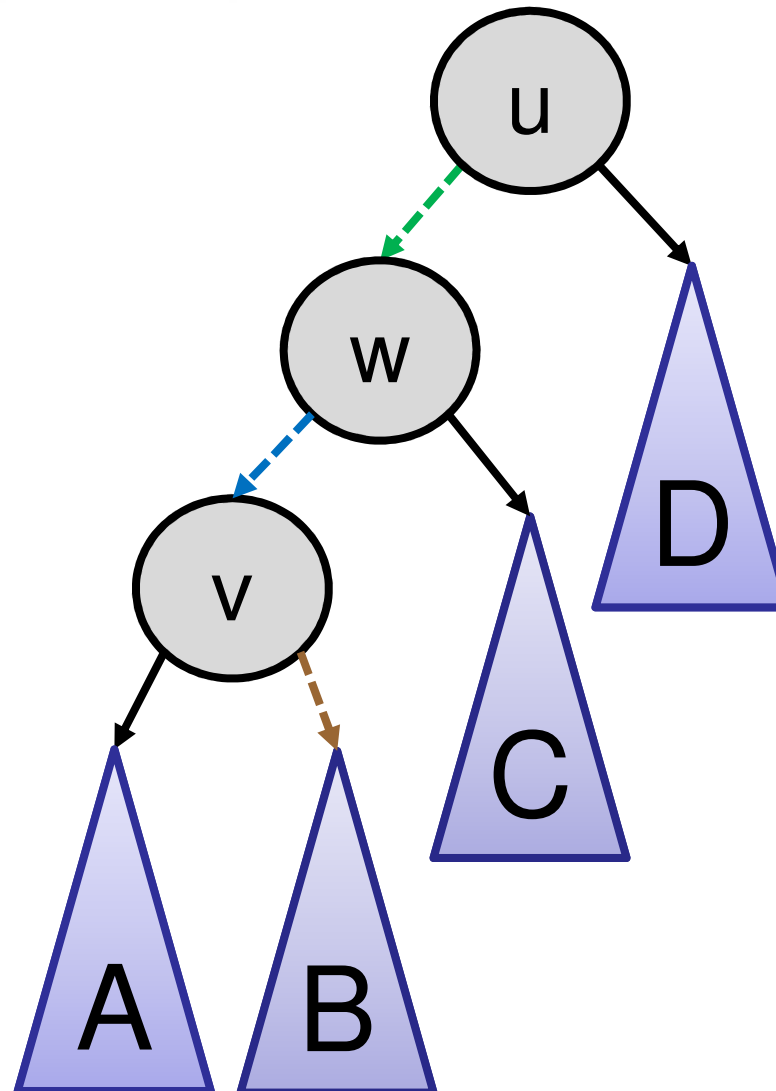
1. **w** passa a ser filho à esquerda de **u**
2. **v** passa a ser filho à esquerda de **w**
3. **B** passa a ser subárvore à direita de **v**



Árvores AVL

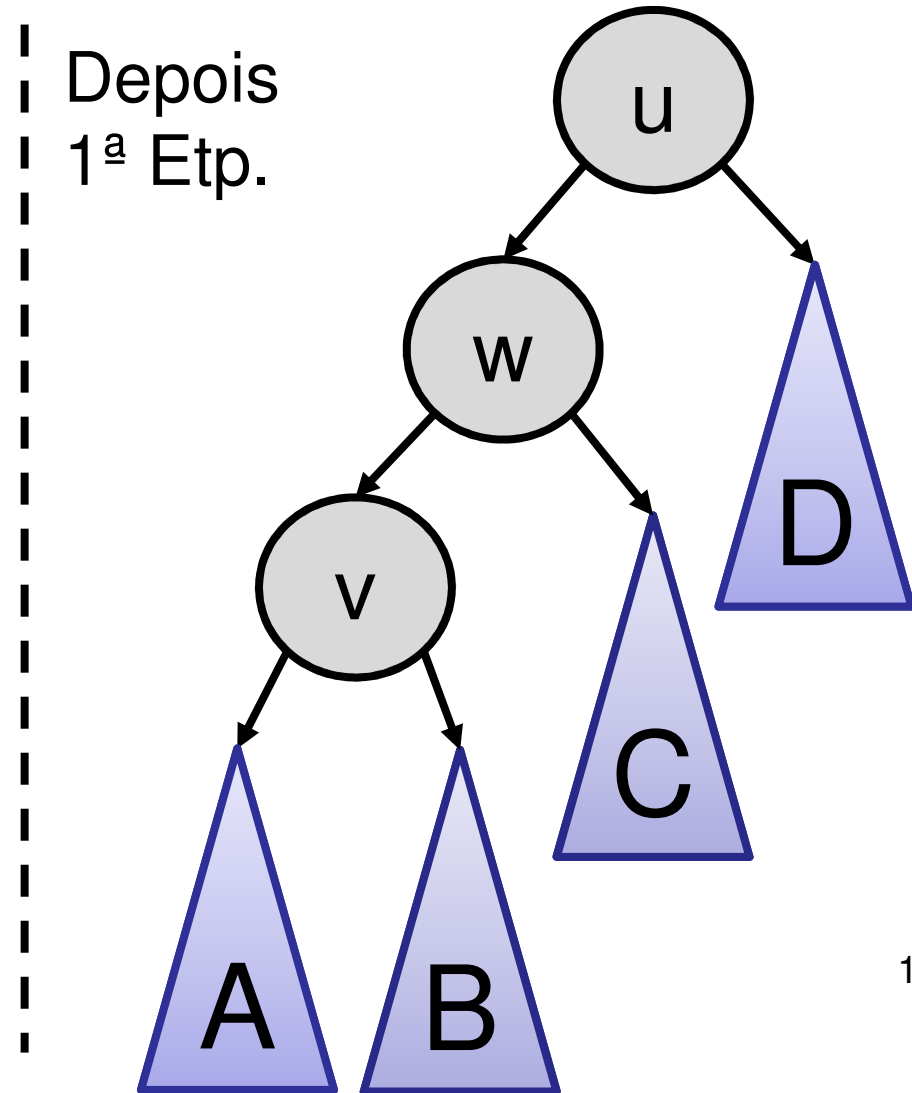
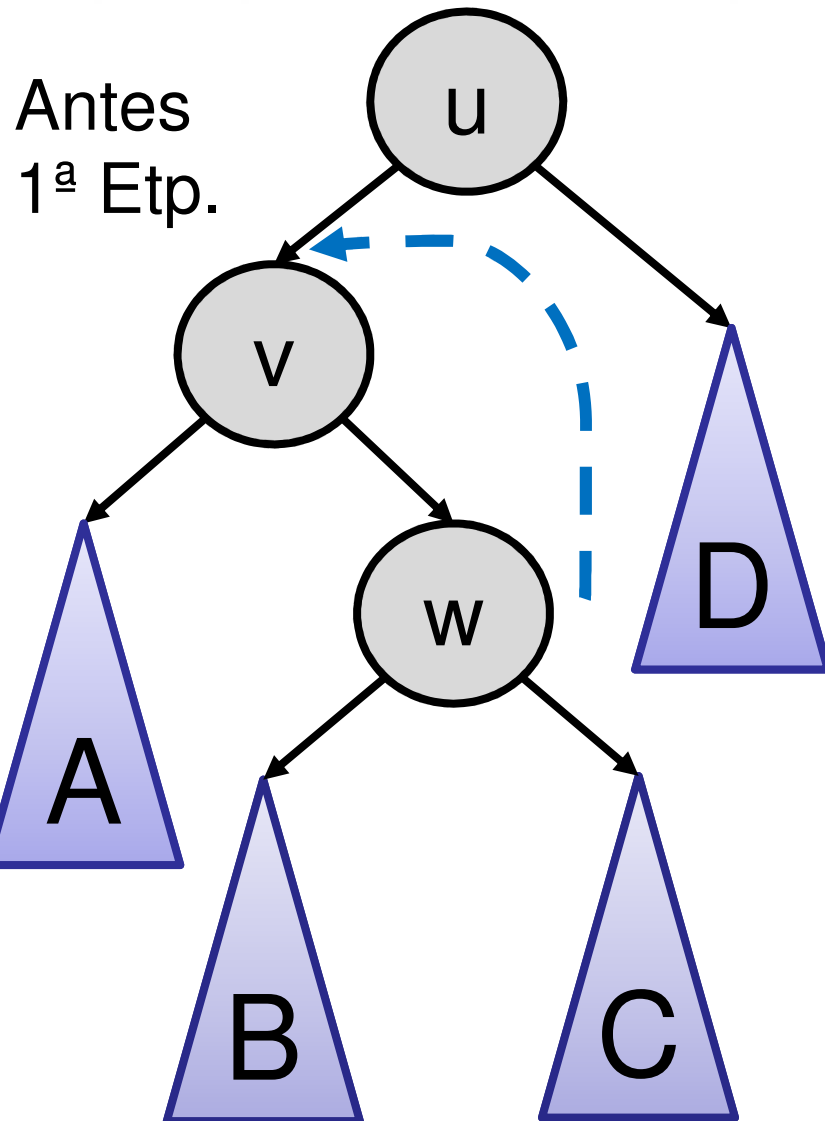
Rotação Dupla Esquerda-Direita

1. **w** passa a ser filho à esquerda de **u**
2. **v** passa a ser filho à esquerda de **w**
3. **B** passa a ser subárvore à direita de **v**



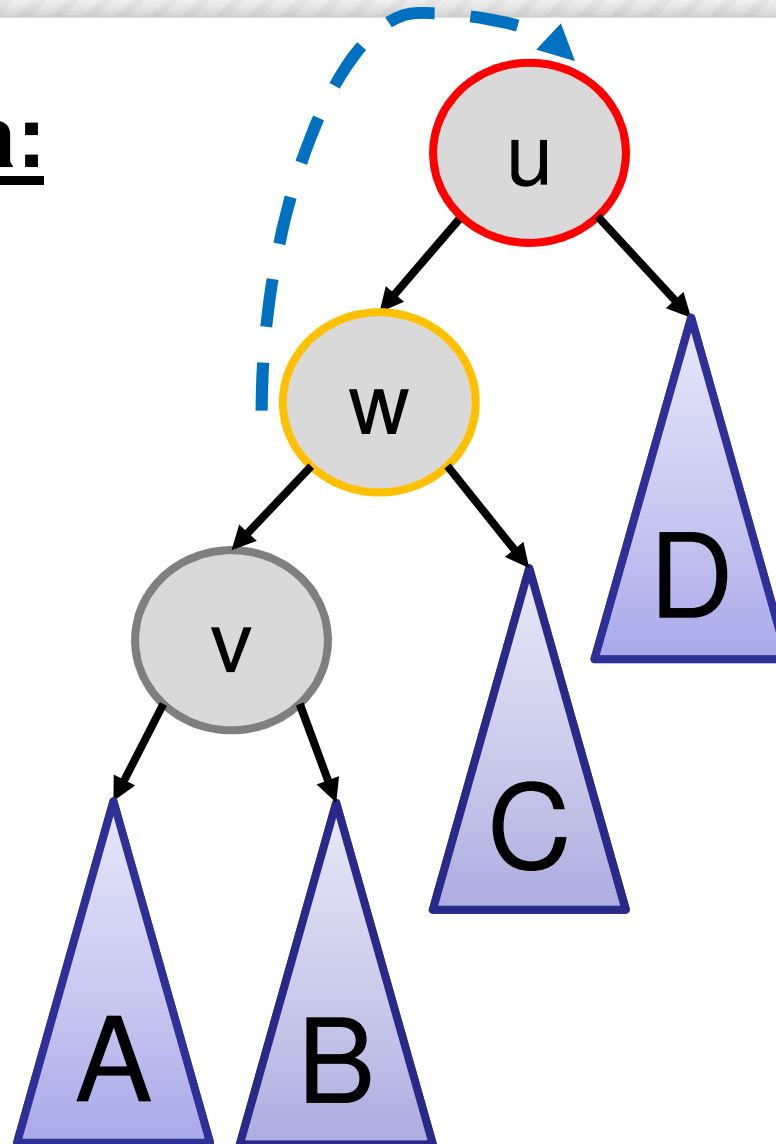
Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita



Solução - 2ª Etapa:

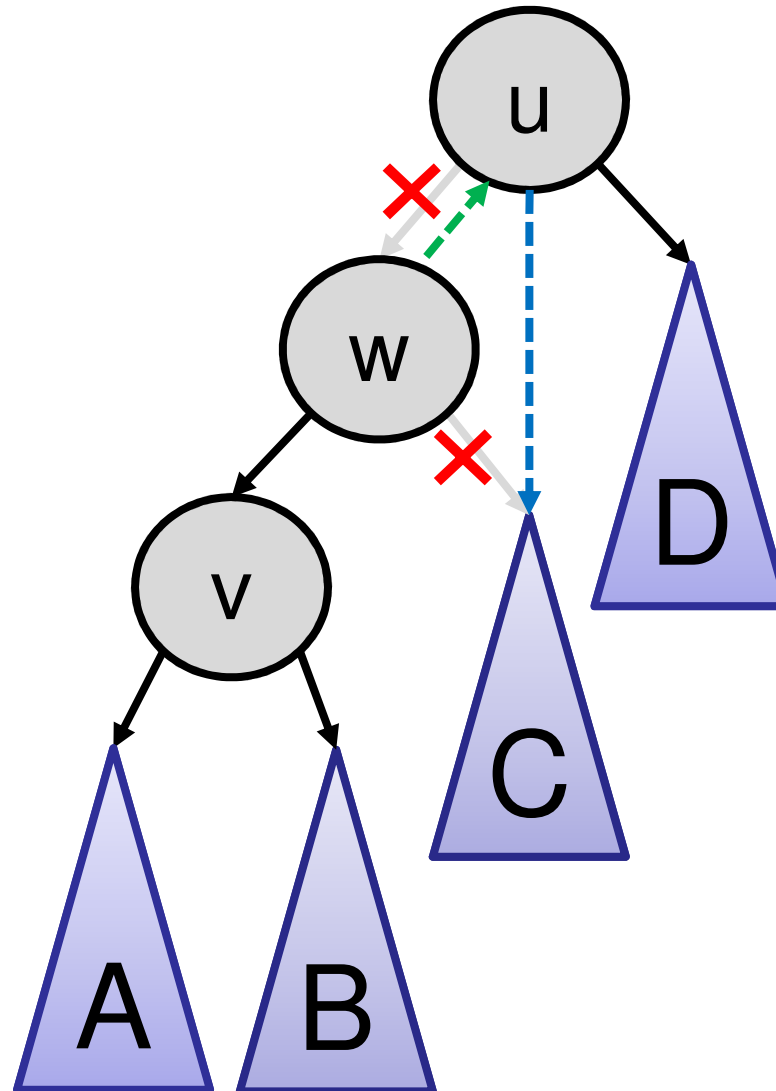
- Rotação de **w** à direita



Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

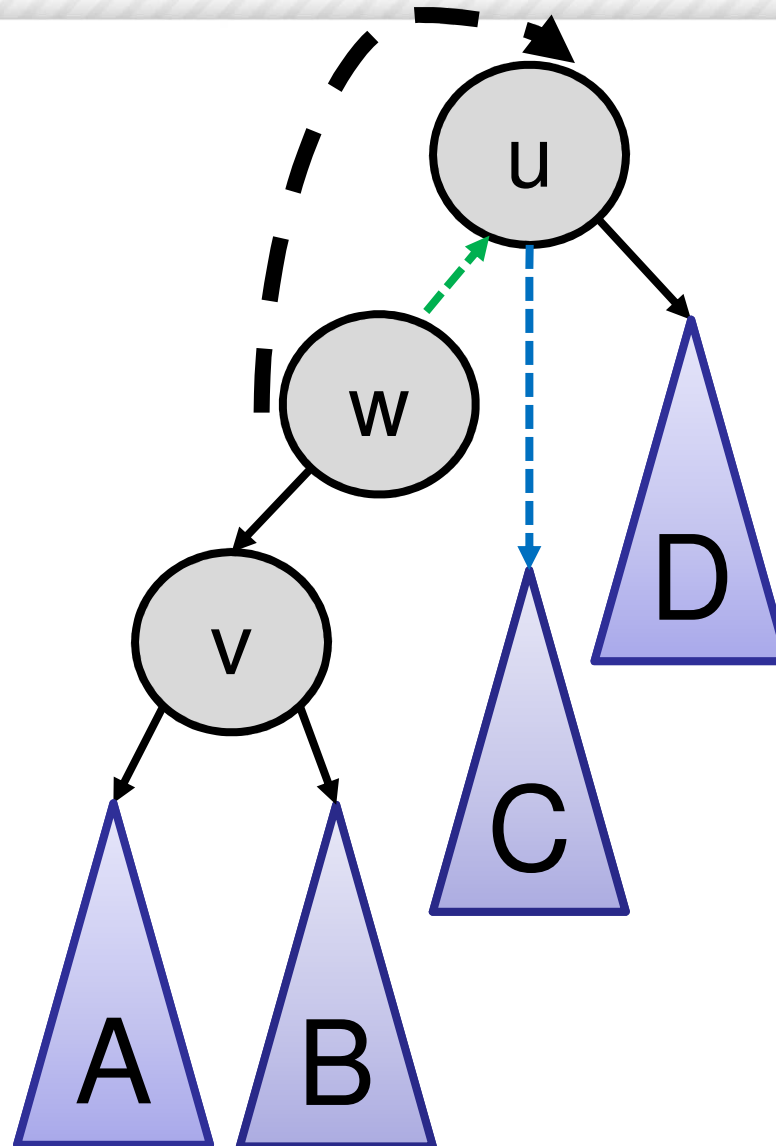
1. **u** passa a ser filho à direita de **w**
2. **C** passa a ser subárvore à esquerda de **u**



Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

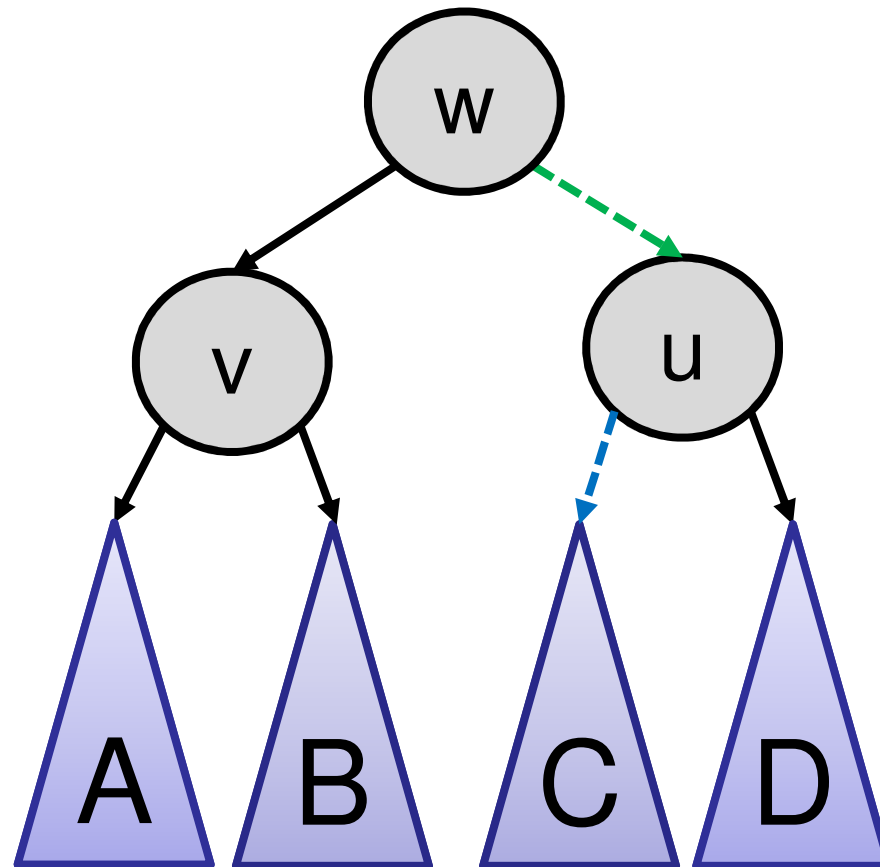
1. **u** passa a ser filho à direita de **w**
2. **C** passa a ser subárvore à esquerda de **u**



Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

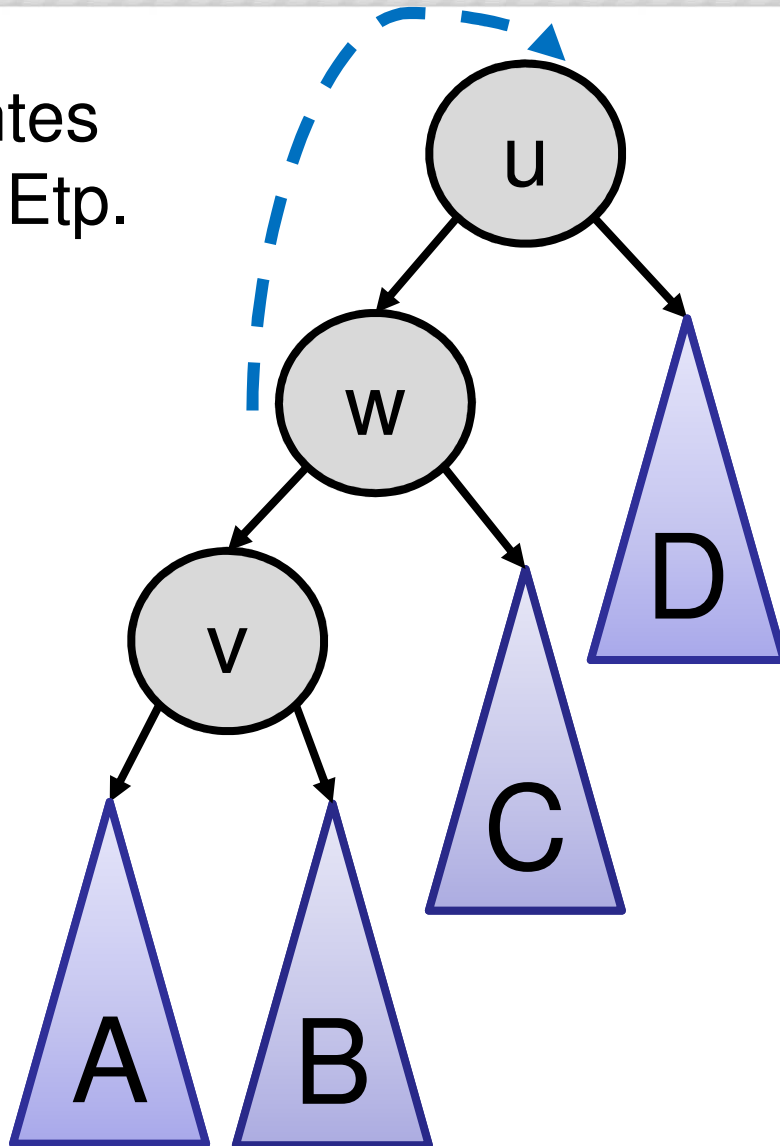
1. **u** passa a ser filho à direita de **w**
2. **C** passa a ser subárvore à esquerda de **u**



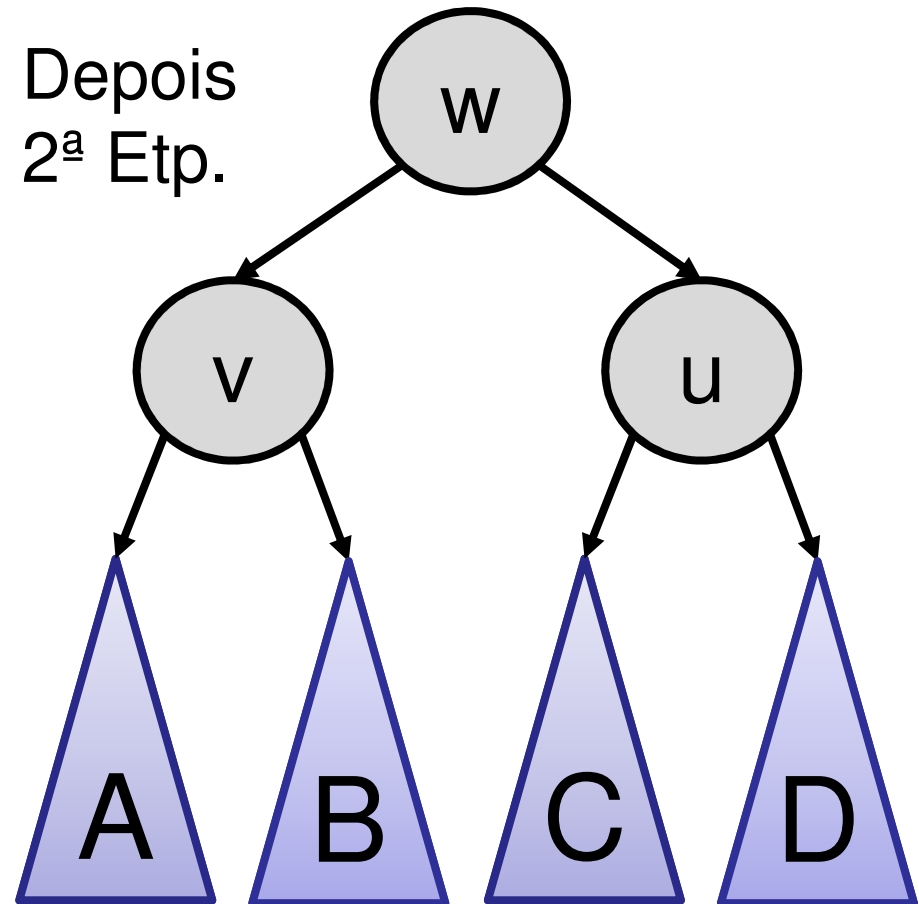
Árvores AVL

Rotação Dupla Esquerda-Direita

Antes
2ª Etp.



Depois
2ª Etp.



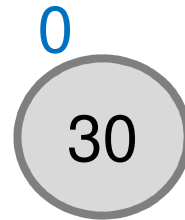
Exemplo

Rotação dupla esquerda-direita

Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

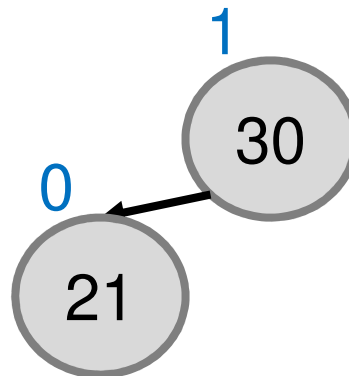
Montar a árvore para: **30** 21 44 16 25 22



Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

Montar a árvore para: **30** **21** **44** **16** **25** **22**

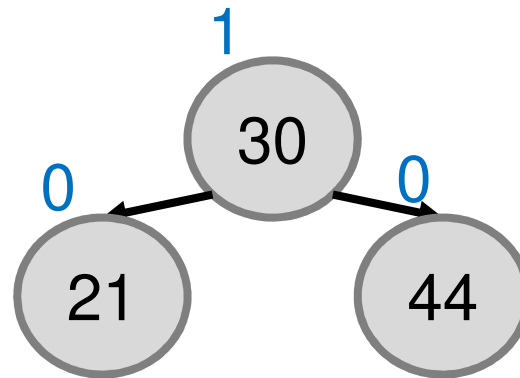


Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

Montar a árvore para:

30	21	44	16	25	22
----	----	----	----	----	----

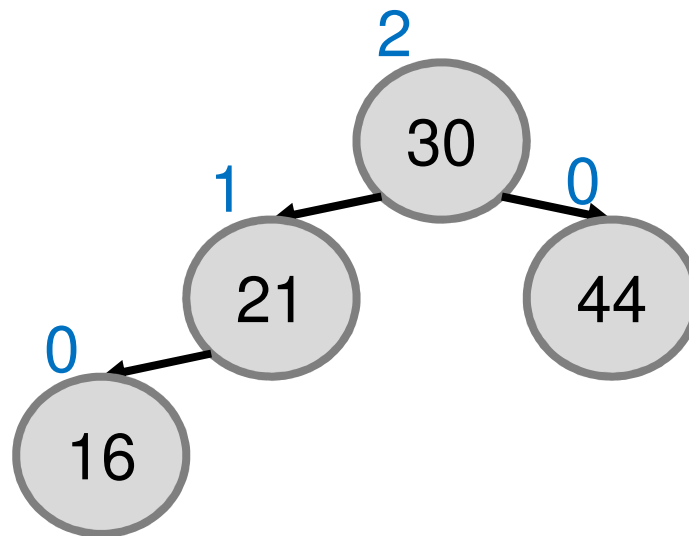


Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

Montar a árvore para:

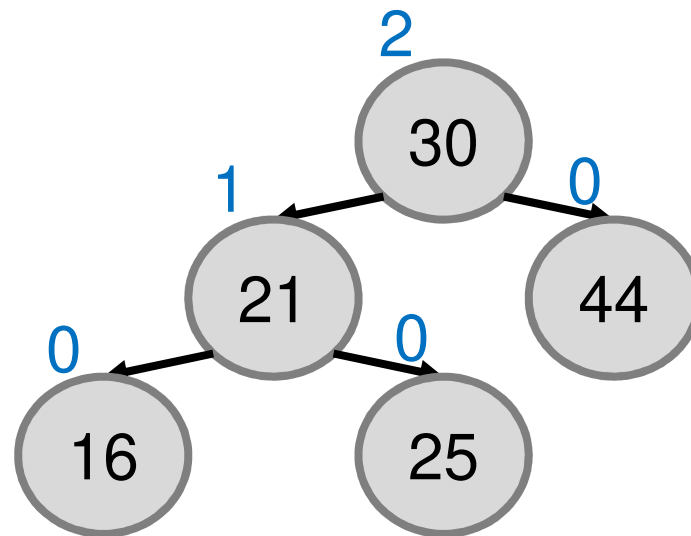
30	21	44	16	25	22
----	----	----	----	----	----



Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

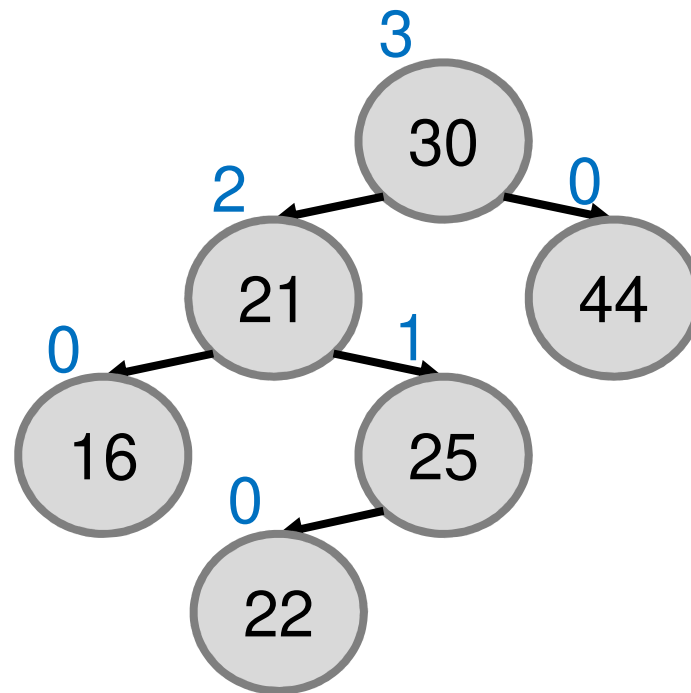
Montar a árvore para: **30** **21** **44** **16** **25** **22**



Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

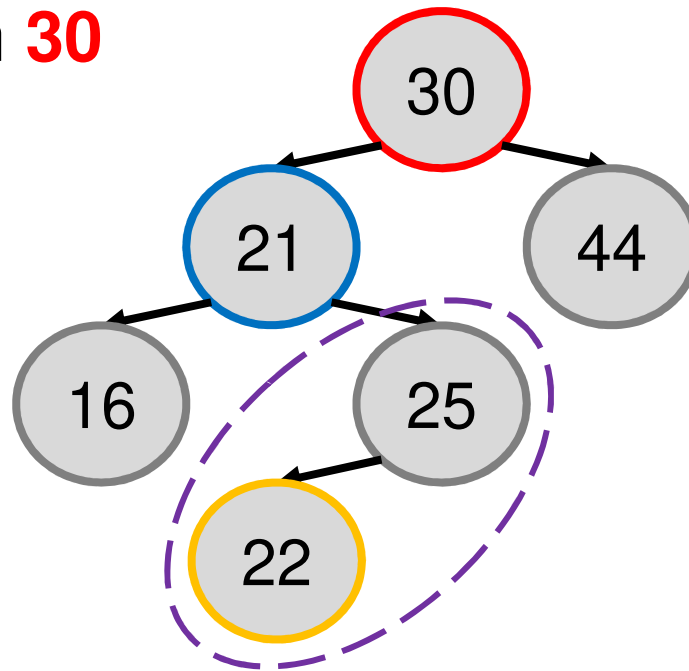
Montar a árvore para: **30** **21** **44** **16** **25** **22**



Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

Repare que a inserção do nó **22** desbalanceou a árvore com raiz em **30**

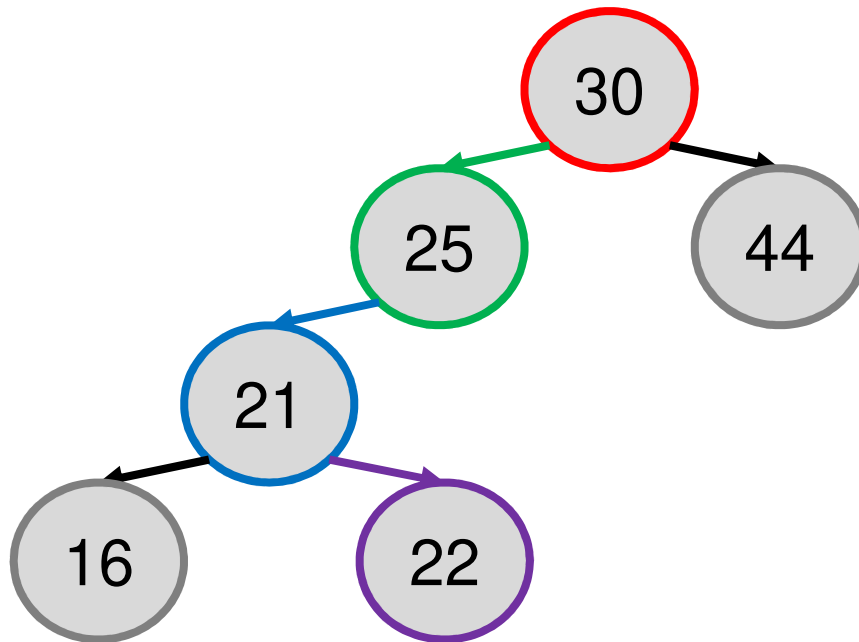


Inserção na **subárvore à direita** do **filho à esquerda** de **30**
Solução: rotacionar o nó **25** à esquerda e depois à direita

Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

1ª Etapa: rotação à esquerda aplicada sobre o nó 25

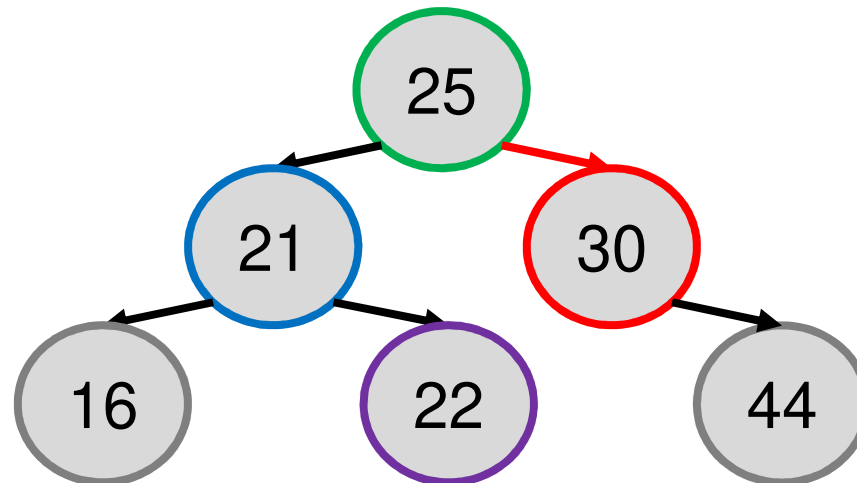


1. Nó **25** passa a ser filho à **esquerda** de **30**
2. Nó **21** passa a ser filho à **esquerda** de **25**
3. Nó **21** “adota” a **subárvore com raiz em 22**

Rotação Dupla Esquerda-Direita

Exemplo

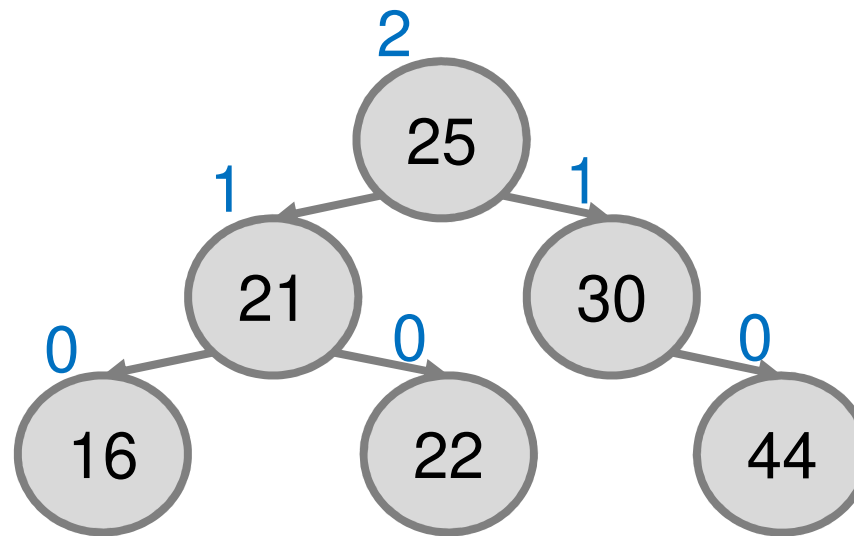
2ª Etapa: rotação à direita aplicada sobre o nó 25



1. Nó **25** passa a ser raiz
2. Nó **30** passa a ser filho à **direita** de **25**

Rotação Dupla Esquerda-Direita Exemplo

Árvore AVL balanceada!



Situações que causam desbalanceamento

- Inserção na subárvore direita do filho à direita
 - Solução: rotação **simples** à **esquerda**
- Inserção na subárvore esquerda do filho à esquerda
 - Solução: rotação **simples** à **direita**
- Inserção na subárvore esquerda do filho à direita
 - Solução: rotação **dupla** **direita-esquerda**
- Inserção na subárvore direita do filho à esquerda
 - Solução: rotação **dupla** **esquerda-direita**

- Caminhamento em árvores binárias
 - Pré-ordem, em-ordem, pós-ordem
- Árvore binária de busca
- Balanceamento com Árvores AVL
 - Rotações simples
 - Rotações duplas

Estrutura de Dados II

Prof. Me. Pietro M. de Oliveira