

# Estrutura de Dados II

Prof. Me. Pietro M. de Oliveira

# Bubblesort

Ordenação por flutuação  
ou  
Método da bolha

Também conhecido como técnica de **ordenação por flutuação**

Simple implementação

Alto custo computacional

Estável

Compara todos os elementos entre si

**Ineficiente, independentemente da distribuição:**

- Ordeando
- Parcialmente ordenado
- Não ordenado

## Algoritmo

### **Bubblesort**(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[\mathbf{A}] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[\mathbf{A}]$  faça
3.         Se  $\mathbf{A}[i] > \mathbf{A}[j]$  então
4.             troca  $\mathbf{A}[i] \leftrightarrow \mathbf{A}[j]$

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$	$j$								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	32	46	19	15	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$	$j$								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	32	46	19	15	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	32	46	19	15	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	32	46	19	15	67	81	22	55	01



## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	32	46	19	15	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

<i>i</i>		<i>j</i>							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	32	46	26	15	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$				$j$					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	32	46	26	15	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

<i>i</i>		<i>j</i>							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01	

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01	

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01



## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$										$j$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01		

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$										$j$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01		

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$										$j$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01		

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$										$j$									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9										
15	32	46	26	19	67	81	22	55	01										

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$										$j$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
01	32	46	26	19	67	81	22	55	15		

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		<i>i</i>	<i>j</i>							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	01	32	46	26	19	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$	$j$							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	01	32	46	26	19	67	81	22	55	15



## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$		$j$					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	32	46	26	19	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		<i>i</i>		<i>j</i>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	26	46	32	19	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$		$j$					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	26	46	32	19	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$		$j$					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	19	46	32	26	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$				$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	19	46	32	26	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$				$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	19	46	32	26	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$				$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	19	46	32	26	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

</									



## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

</									

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

</									

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

$i$		$j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	19	46	32	26	67	81	22	55	15

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$							$j$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
01	19	46	32	26	67	81	22	55	15	

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$


## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

</									

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$		$j$					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	46	32	26	67	81	22	55	19

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$ $j$							
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	32	56	26	67	81	22	55	19



## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		<i>i</i>		<i>j</i>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	32	56	26	67	81	22	55	19

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		<i>i</i>		<i>j</i>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	26	56	32	67	81	22	55	19

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$				$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	26	56	32	67	81	22	55	19

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$				$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	26	56	32	67	81	22	55	19

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$				$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	26	56	32	67	81	22	55	19

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$				$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	26	56	32	67	81	22	55	19

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$						$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
01	15	26	56	32	67	81	22	55	19		

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		<i>i</i>						<i>j</i>			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
01	15	22	56	32	67	81	26	55	19		



## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$								$j$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
01	15	22	56	32	67	81	26	55	19		

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

		$i$						$j$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
01	15	22	56	32	67	81	26	55	19		

## Bubblesort(arranjo **A**)

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.             troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

## Bubblesort(arranjo $A$ )

1. Para  $i \leftarrow 0$  até  $\text{comprimento}[A] - 1$  faça
2.     Para  $j \leftarrow i+1$  até  $\text{comprimento}[A]$  faça
3.         Se  $A[i] > A[j]$  então
4.         troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

</									

E assim por diante...

			<i>i</i>	<i>j</i>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	19	56	32	67	81	26	55	22

À esquerda: arranjo ordenado

À direita: zona de flutuação

			<i>i</i>	<i>j</i>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	19	22	56	67	81	32	55	26

À esquerda: arranjo ordenado

À direita: zona de flutuação

<i>i</i>				<i>j</i>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	19	22	26	67	81	56	55	32

À esquerda: arranjo ordenado

À direita: zona de flutuação

					<i>i</i>					<i>j</i>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
01	15	19	22	26	32	81	67	56	55	



# Bubblesort - Exemplo

À esquerda: arranjo ordenado

À direita: zona de flutuação

						<i>i</i>	<i>j</i>		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	19	22	26	32	55	81	67	56

# Bubblesort - Exemplo

À esquerda: arranjo ordenado

À direita: zona de flutuação

							<i>i</i>	<i>j</i>	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	19	22	26	32	55	56	81	67

64

Arranjo ordenado!

								<i>i</i>	<i>j</i>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	15	19	22	26	32	55	56	67	81

# Estrutura de Dados II

Prof. Me. Pietro M. de Oliveira