Лабораторная работа №4

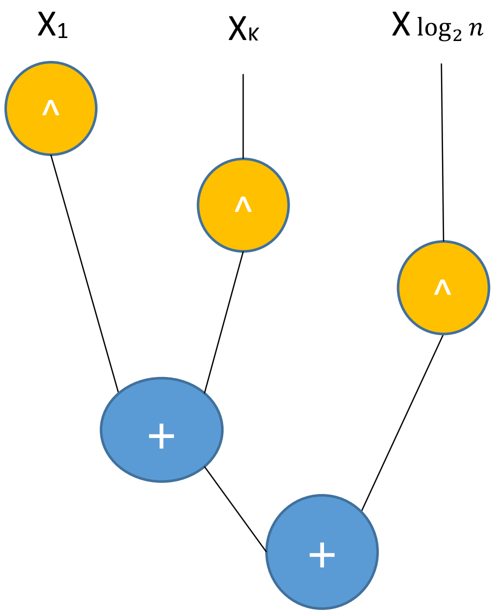
Евклидова мера n-мерного вектора

1. Дан массив из n чисел.

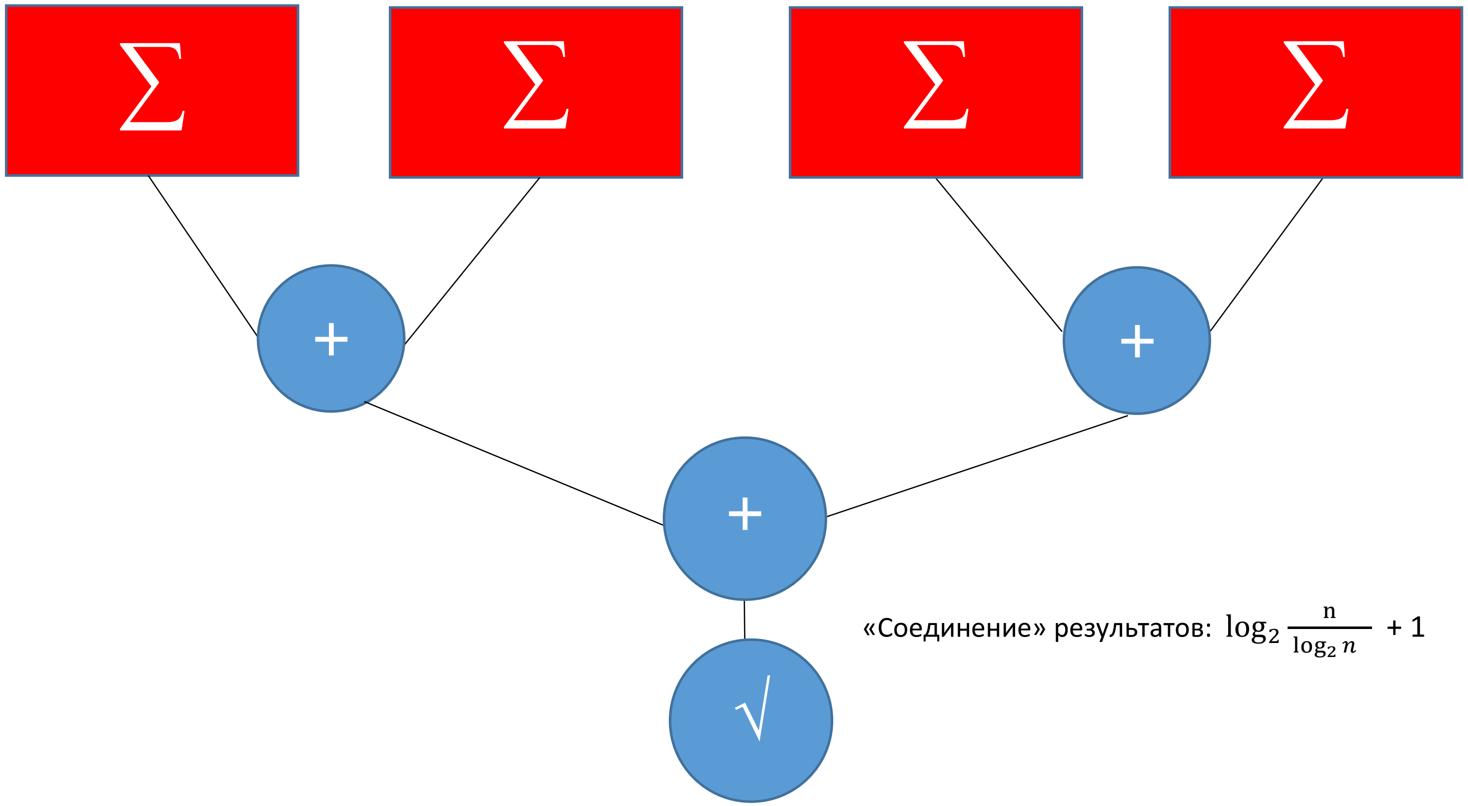
Каждый из них возводится в квадрат и складывается с предыдущей суммой (n итераций, в каждой из которых 2)
Из полученного извлекается квадратный корень (1 итерация)
<u>*Оценка сложности:*</u> O(n)

2. Разделим задачу на блоки по $\log_2 n$ координат в каждой. В каждом блоке последовательно возводится в квадрат каждая из координат, а затем они суммируются. Полученные результаты в блоках складываются и извлекается корень.

3. Схема распараллеленного алгоритма в виде графа «операции-операнды»:



1 блок ($2 * \log_2 n - 1$ действий)



«Соединение» результатов: $\log_2 \frac{n}{\log_2 n} + 1$

4. Оценка ускорения и эффективности.
При последовательной версии в каждой из итераций мы делаем два действия: возводим в квадрат и складываем с предыдущей суммой.
Тогда:

$$\mathbf{T_1\ (n) = 2*n + 2.}$$

Если рассматривать каскадную схему (p >= n), то

$$\mathbf{T_\infty\ (n) = 2 + \log_2 n}$$

Посчитаем ускорение:

$$\mathbf{S_p} = \frac{T_1(\mathrm{n})}{T_\infty(\mathrm{n})} = \frac{2*\mathrm{n} + 2}{2 + \log_2 n}$$

Посчитаем эффективность:

$$\mathbf{E_p} = \frac{T_1(\mathrm{n})}{p*T_p(\mathrm{n})} = \frac{2*\mathrm{n} + 2}{\mathrm{n}*(2 + \log_2 n)} \to \mathbf{0} \text{ (при } n \to \infty)$$

По теореме о нижней оценке времени, время работы параллельного алгоритма будет не меньше, чем $\log_2 n$. Схема, приведенная в пункте 2, действует при p >= $\frac{2*n + 2}{\log_2 n}$. Следовательно, по теореме о сопоставлении минимально возможного времени с временем выполнения, получаем:

$$\mathbf{T_p\ (n) <= 2*\log_2 n}$$

Найдем ускорение:

$$\mathbf{S_p} = \frac{T_1(\mathrm{n})}{T_p(\mathrm{n})} >= \frac{2*\mathrm{n} + 2}{2*\log_2 n} = \frac{\mathrm{n}+1}{\log_2 n}$$

Найдем эффективность:

$$\mathbf{E_p} = \frac{T_1(\mathrm{n})}{p*T_p(\mathrm{n})} >= \frac{\mathrm{n}+1}{\mathrm{p}*\log_2 n} = \frac{\mathrm{n}+1}{\frac{2*\mathrm{n} + 2}{\log_2 n}*\log_2 n} = \frac{\mathrm{n}+1}{2*\mathrm{n} + 2} = \frac{1}{2}$$

Таким образом максимальное ускорение достигается при p = $\frac{2*n + 2}{\log_2 n}$.

Вычислим максимальное ускорение по закону Амдала. В данном случае доля вычислений, которую нельзя распараллелить при бесконечно большом n стремится к 0.

Тогда при $n \to \infty$:

$$\mathbf{S_p} \to \frac{1}{0 + \frac{\log_2 n}{2*n + 2}} = \frac{\log_2 n}{2*n + 2},$$

и при этом

$$\mathbf{E_p} \to 1$$