Семинар №1

Решения одномерной нестационарной краевой задачи методом конечных разностей (МКР) с использованием явной вычислительной схемы

Дан цилиндрический стержень длиной L и площадью поперечного сечения S. Цилиндричекая поверхность стержня теплоизолирована. На торцевых поверхностях стержня слева и справа могут иметь место граничные условия первого, второго или третьего родов. Распределение поля температур по длине стержня описывается уравнением теплопроводности

$$\frac{dT}{dt} = a * \frac{d^2T}{dx^2} + g_t,$$

где a - коэффициент теплопроводности;
g_t - приведенная скорость взаимного превращения тепловой энергии в другие виды энергии.

Для аппроксимации второй производной температуры по пространственной координате x используется "центральная разница":

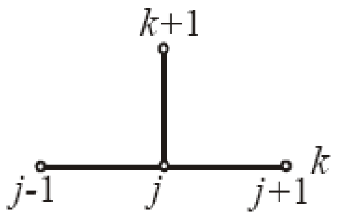
$$\frac{d^2T}{dx^2}_{k,j} = \frac{T_{k,j+1} - 2T_{k,j} + T_{k,j-1}}{{h_x}^2},$$

где h_x - шаг дискретизации по пространственной координате.

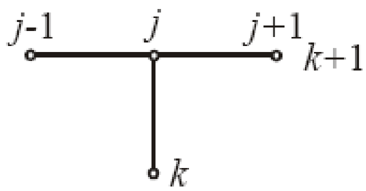
Тогда алгебраизированное уравнение теплопроводности для узла, принадлежащего i-ому временному и j-ому пространственному слоям, принимает следующий вид (g_t=0):

$$\frac{T_{k+1,j} - T_{k,j}}{h_t} = \frac{T_{k,j+1} - 2T_{k,j} + T_{k,j-1}}{{h_x}^2},$$

где h_t - шаг дискретизации по временной координате.



шаблон явной схемы



шаблон неявной схемы

Такой вид уравнения позволяет в явном виде выразить единственную неизвестную:

$$T_{k+1,j} = \frac{(T_{k,j+1} - 2T_{k,j} + T_{k,j-1}) * h_t}{{h_x}^2} + T_{k,j},$$

Данная схема позволяет организовать вычислительный процесс на каждом CUDA ядре независимо друг от друга.

Задание (1):

Реализовать программу (с использование OpenACC и/или CUDA) моделирующую процесс теплообмена в стержне с использованием явной схемы при условиях, что:

1. $T_{0,j} = 0$;
2. На левом конце стержня граничное условие первого рода (условия Дирихле):
$$T_{k,N} = 0$$
3. На правом конце стержня граничное условие второго рода (условия Неймана):
$$\frac{dT}{dx} = 5$$

Задание (2):

Реализовать программу (с использование OpenACC и/или CUDA) решения уравнения прямоугольной мембраны методом конечных разностей с использованием явной схемы.

Уравнение мембраны:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = a^2(\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{d^2z}{dy^2}) + f(x, y, t),$$

где t - время, x, y - пространственные координаты, z - отклонение (малое) точки мембраны от положения покоя, a - фазовая скорость, $f(x, y, t)$ - внешнее "силовое"воздействие на мембрану перпендикулярное ее плоскости.