

Домашнее задание №1

Решения СЛАУ методом простой итерации

Метод простой итерации — один из простейших численных методов решения уравнений. Требуется найти решение уравнения

$$Ax = f,$$

где A - симметричная положительно определённая матрица размера $n \times n$.

Идея метода заключается в нахождении решения уравнения

$$x = \varphi(x)$$

Уравнение метода простой итерации

$$x_{s+1,k} = x_{s,k} + \frac{1}{a_{kk}} * \left(f_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} * x_{s,i} \right).$$

Достаточное условие сходимости

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_{ik}}{a_{kk}} < 1.$$

Критерий остановки итерационного процесса

$$||x_{s+1} - x_s|| < \varepsilon.$$

Задание (1):

Реализовать программу (с использованием OpenACC и/или CUDA) моделирующую процесс теплообмена в стержне с использованием неявной схемы при условиях, что:

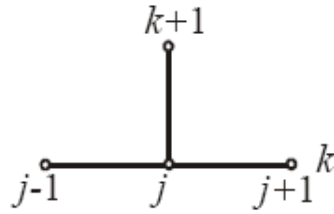
1. $T_{0,j} = 0$;
2. На левом конце стержня граничное условие первого рода (условия Дирихле):

$$T_{k,N} = 0$$

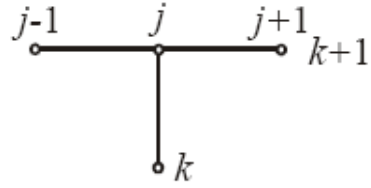
3. На правом конце стержня граничное условие второго рода (условия Неймана):

$$\frac{dT}{dx} = 5$$

4. Остановка итерационного процесса при: $\varepsilon < 10^{-3}$;



шаблон явной схемы



шаблон неявной схемы

Уравнения для неявной схемы:

$$-\left(\frac{h_t}{h_x^2}\right) * T_{k+1,j+1} + \left(\frac{2 * h_t}{h_x^2} + 1\right) * T_{k+1,j} - \left(\frac{h_t}{h_x^2}\right) * T_{k+1,j-1} = T_{k,j}$$

Задание (2):

Реализовать программу (с использование OpenACC и/или CUDA) решения уравнения прямоугольной мембраны методом конечных разностей с использованием неявной схемы.

Уравнение мембраны:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 z}{dy^2} \right) + f(x, y, t),$$

где t - время, x, y - пространственные координаты, z - отклонение (малое) точки мембраны от положения покоя, a - фазовая скорость, $f(x, y, t)$ - внешнее "силовое" воздействие на мембрану перпендикулярное ее плоскости.