t 1.4

a) $T(n) = \begin{cases} 1 & n \leq a, a > 0 \\ T(n-a)+1, & n > a \end{cases}$

$T(n) = T(n-a)+1$

$k = \frac{n}{a}$ – к-сть ітерацій

поки $n > a$, отже
1 буде додаватися k
разів

$T(n) = k + 1 \cdot k = 2k$

б) $T(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ T(n-1)+2^n, & n \geq 1 \end{cases}$

$T(n) = T(n-1) + 2^n =$

$= T(n-2) + 2^n + 2^{n-1} =$

$$T(n) = T(0) + \sum_{i=0}^{n} 2^i =$$

$$= 1 + 2^{n+1} - 2 = 2^{n+1} - 1$$

c) $T(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ 2T([n/2]) + 1, & n \geq 2 \end{cases}$

$$T(n) = 2T([n/2]) + 1 =$$

$$= 4T\left(\left[\frac{n-1}{2}\right]\right) + 2 =$$

$$= \frac{n}{2} + 1 + 2^{\frac{n}{2}} T(1) = 2^{\frac{n}{2}} + \frac{n}{2} + 1$$

d) $T(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ aT([n/a]) + n, & n \geq 2 \end{cases}$

$a \geq 2$

Аналогічно до c)

$$T(n) = a^{\frac{n}{a}} T(1) + \frac{n^2}{a} + n =$$

$$= a^{\frac{n}{a}} + \frac{n^2}{a} + n$$