In [1]:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import scipy.stats as sps
from sklearn.mixture import GaussianMixture
from sklearn.datasets import load_iris
from sklearn.metrics import accuracy_score

import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

sns.set(font_scale=1.3)

import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
```

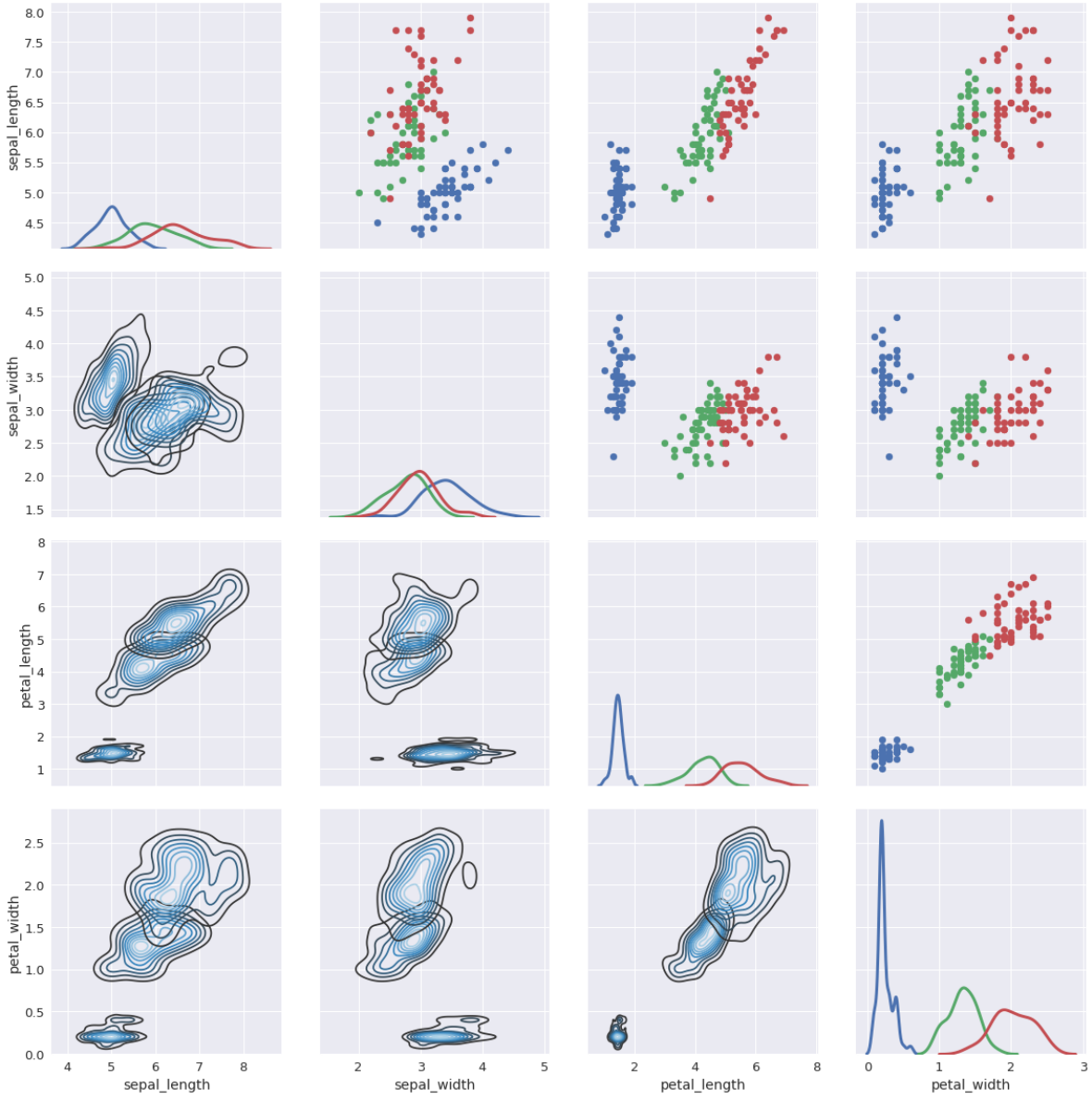
Простой пример применения EM-алгоритма

Загрузим данные Ирисы Фишера, которые встроены в seaborn.

In [2]:

```
df = sns.load_dataset("iris")

g = sns.PairGrid(df, hue='species', size=4)
g.map_lower(sns.kdeplot, cmap ="Blues_d")
g.map_upper(plt.scatter)
g.map_diag(sns.kdeplot, lw=3);
```



Для каждого цветка есть 4 вещественных признака и класс, всего 3 различных классов.

In [3]:

```
1  df.head()
```

Out[3]:

	sepal_length	sepal_width	petal_length	petal_width	species
0	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
1	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
2	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
3	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
4	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa

Выделим отдельно фичи и таргет

In [4]:

```
1  features, target = df.iloc[:, :-1], np.array(df.iloc[:, -1])
```

Запустим EM-алгоритм для гауссовской смеси со следующими параметрами:

- 3 компоненты смеси
- 30 запусков из случайного начального приближения
- в каждом запуске не более 100 итераций (по умолчанию)
- ковариационные матрицы полные (по умолчанию)

В конце среди всех запусков будет выбран результат, для которого достигается наибольшее значение нижней оценки на логарифм функции правдоподия (*что это такое -- узнаем в следующем семестре*). Необходимость в совершении нескольких запуском обусловлена тем, что в процессе оптимизации можем сойтись к локальному максимуму, *об этом тоже узнаем в следующем семестре*.

In [5]:

```
1  gm = GaussianMixture(n_components=3, n_init=30, init_params='random').fit(fea
2  gm
```

Out[5]:

```
GaussianMixture(covariance_type='full', init_params='random', max_iter
=100,
        means_init=None, n_components=3, n_init=30, precisions_init=No
ne,
        random_state=None, reg_covar=1e-06, tol=0.001, verbose=0,
        verbose_interval=10, warm_start=False, weights_init=None)
```

Оценки вероятностей компонент π_j -- 3 шт. по количеству компонент

In [6]:

```
1  gm.weights_
```

Out[6]:

```
array([0.23442013, 0.43229271, 0.33328716])
```

Оценки средних по компоненте a_j -- три вектора

In [7]:

```
1  gm.means_
```

Out[7]:

```
array([[6.37663541, 2.99340385, 5.33566391, 2.10048193],
       [6.19964849, 2.80610558, 4.67262038, 1.44566857],
       [5.00606979, 3.42815556, 1.46202225, 0.24599237]])
```

Оценки ковариационых матриц Σ_j -- три матрицы

In [8]:

```
1  gm.covariances_
```

Out[8]:

```
array([[[0.27384506, 0.0754741 , 0.16356918, 0.07180626],
        [0.0754741 , 0.07224865, 0.06508785, 0.04181516],
        [0.16356918, 0.06508785, 0.1705582 , 0.07601896],
        [0.07180626, 0.04181516, 0.07601896, 0.06067359]],

       [[0.51159405, 0.13402708, 0.56288448, 0.17578097],
        [0.13402708, 0.11756946, 0.13927102, 0.05646799],
        [0.56288448, 0.13927102, 0.79492247, 0.2474684 ],
        [0.17578097, 0.05646799, 0.2474684 , 0.09200783]],

       [[0.12174654, 0.09716675, 0.01601891, 0.01012917],
        [0.09716675, 0.14066103, 0.01144039, 0.00912166],
        [0.01601891, 0.01144039, 0.02955746, 0.00595   ],
        [0.01012917, 0.00912166, 0.00595   , 0.01088604]]])
```

Значение нижней оценки на логарифм функции правдоподобия для наилучшего запуска (*что это такое -- узнаем в следующем семестре*)

In [9]:

```
1  gm.lower_bound_
```

Out[9]:

```
-1.2659867247139773
```

И сколько при этом совершено итераций

In [10]:

```
1  gm.n_iter_
```

Out[10]:

```
23
```

Оценка класса по принципу $t = argmax\ p_{\theta,\pi}(t|x)$

In [11]:

```
estimated_labels = gm.predict(features)
estimated_labels
```

Out[11]:

```
array([2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2,
2,
       2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2,
2,
       2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1,
       1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1,
       1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1,
0,
       0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1,
1,
       0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])
```

Посмотрим на точность определения классов. Классы определяются с точностью до перестановки, поэтому сначала может потребоваться выполнить некоторую перестановку.

In [12]:

```
target[target == 'setosa'] = 2
target[target == 'versicolor'] = 1
target[target == 'virginica'] = 0
(target.astype(int) == estimated_labels).mean()
```

Out[12]:

```
0.8866666666666667
```

Можно так же получить сами вероятности принадлежности объекта конкретному классу

In [13]:

```
gm.predict_proba(features)[:5]
```

Out[13]:

```
array([[3.17439171e-50, 1.53889706e-11, 1.00000000e+00],
       [5.32139951e-40, 5.56020420e-08, 9.99999944e-01],
       [8.05292008e-44, 9.53587818e-09, 9.99999990e-01],
       [4.50790752e-38, 5.87928582e-08, 9.99999941e-01],
       [1.68265548e-51, 6.08391545e-12, 1.00000000e+00]])
```

Можно так же попросить выводить подробную информацию для каждой итерации -- изменение нижней оценки на логарифм функции правдоподобия (*что это такое -- узнаем в следующем семестре*) и время, потраченное на итерацию. В конце каждой итерации сообщается, сошелся ли метод.

In [15]:

```
GaussianMixture(
    n_components=3, n_init=3, init_params='random',
    verbose=2, verbose_interval=1)\
.fit(features);
```

```
Initialization 0
  Iteration 0    time lapse 0.00456s     ll change inf
  Iteration 1    time lapse 0.00278s     ll change 0.00572
  Iteration 2    time lapse 0.00273s     ll change 0.01566
  Iteration 3    time lapse 0.00263s     ll change 0.04065
  Iteration 4    time lapse 0.00251s     ll change 0.07203
  Iteration 5    time lapse 0.00285s     ll change 0.09067
  Iteration 6    time lapse 0.00247s     ll change 0.11019
  Iteration 7    time lapse 0.00260s     ll change 0.16765
  Iteration 8    time lapse 0.00542s     ll change 0.06668
  Iteration 9    time lapse 0.00283s     ll change 0.03511
  Iteration 10   time lapse 0.00298s     ll change 0.04554
  Iteration 11   time lapse 0.00294s     ll change 0.07325
  Iteration 12   time lapse 0.00301s     ll change 0.09514
  Iteration 13   time lapse 0.00287s     ll change 0.15174
  Iteration 14   time lapse 0.00270s     ll change 0.23498
  Iteration 15   time lapse 0.00277s     ll change 0.03398
  Iteration 16   time lapse 0.00288s     ll change 0.00582
  Iteration 17   time lapse 0.00280s     ll change 0.00500
  Iteration 18   time lapse 0.00272s     ll change 0.00493
  Iteration 19   time lapse 0.00261s     ll change 0.00411
  Iteration 20   time lapse 0.00186s     ll change 0.00270
  Iteration 21   time lapse 0.00172s     ll change 0.00174
  Iteration 22   time lapse 0.00538s     ll change 0.00118
  Iteration 23   time lapse 0.00313s     ll change 0.00082
Initialization converged: True   time lapse 0.07190s     ll -1.26562
Initialization 1
  Iteration 0    time lapse 0.00443s     ll change inf
  Iteration 1    time lapse 0.00292s     ll change 0.00704
  Iteration 2    time lapse 0.00310s     ll change 0.01708
  Iteration 3    time lapse 0.00295s     ll change 0.04613
  Iteration 4    time lapse 0.00257s     ll change 0.10306
  Iteration 5    time lapse 0.00246s     ll change 0.17957
  Iteration 6    time lapse 0.00229s     ll change 0.17219
  Iteration 7    time lapse 0.00255s     ll change 0.04062
  Iteration 8    time lapse 0.00213s     ll change 0.01982
  Iteration 9    time lapse 0.00269s     ll change 0.01297
  Iteration 10   time lapse 0.00197s     ll change 0.01068
  Iteration 11   time lapse 0.00195s     ll change 0.01127
  Iteration 12   time lapse 0.00234s     ll change 0.01354
  Iteration 13   time lapse 0.00186s     ll change 0.02877
  Iteration 14   time lapse 0.00157s     ll change 0.11543
  Iteration 15   time lapse 0.00149s     ll change 0.28912
  Iteration 16   time lapse 0.00166s     ll change 0.14340
  Iteration 17   time lapse 0.00187s     ll change 0.00535
  Iteration 18   time lapse 0.00221s     ll change 0.00296
  Iteration 19   time lapse 0.00234s     ll change 0.00105
  Iteration 20   time lapse 0.00171s     ll change 0.00046
Initialization converged: True   time lapse 0.04923s     ll -1.31065
Initialization 2
  Iteration 0    time lapse 0.00270s     ll change inf
  Iteration 1    time lapse 0.00158s     ll change 0.01798
  Iteration 2    time lapse 0.00203s     ll change 0.03995
  Iteration 3    time lapse 0.00188s     ll change 0.07601
```

```
  Iteration 4    time lapse 0.00184s     ll change 0.12225
  Iteration 5    time lapse 0.00286s     ll change 0.17675
  Iteration 6    time lapse 0.00303s     ll change 0.20692
  Iteration 7    time lapse 0.00191s     ll change 0.14915
  Iteration 8    time lapse 0.00164s     ll change 0.19971
  Iteration 9    time lapse 0.00180s     ll change 0.25309
  Iteration 10   time lapse 0.00173s     ll change 0.01276
  Iteration 11   time lapse 0.00157s     ll change 0.00488
  Iteration 12   time lapse 0.00178s     ll change 0.00157
  Iteration 13   time lapse 0.00172s     ll change 0.00048
Initialization converged: True   time lapse 0.02820s     ll -1.26336
```

Визуализация полученого разделения смеси

In [17]:

```
df['estimated_labels'] = estimated_labels.astype(str)
g = sns.PairGrid(df, hue='estimated_labels', size=4, vars=df.columns[:4])
g.map_offdiag(plt.scatter, alpha=0.7)
g.map_diag(plt.hist);
```