In [1]:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import seaborn as sns
import scipy.stats as sps
from statsmodels.sandbox.stats.multicomp import multipletests
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

Реализация коэффициентов Крамера и Мэтьюса

In [2]:

```
def cramer(chi2, n, k1, k2):
    return np.sqrt(chi2 / (n * min(k1, k2) - 1))

def matthews(table2x2):
    table2x2 = np.array(table2x2)
    a, b = table2x2[0]
    c, d = table2x2[1]
    return (a*d - b*c) / np.sqrt((a+b) * (a+c) * (b+d) * (c+d))
```

Отток клиентов телекома

Данные https://github.com/Yorko/mlcourse_open/blob/master/data/telecom_churn.csv (https://github.com/Yorko/mlcourse_open/blob/master/data/telecom_churn.csv)

In [3]:

```
telecom = pd.read_csv('./telecom_churn.csv')
telecom.head()
```

Out[3]:

	State	Account length	Area code	International plan	Voice mail plan	Number vmail messages	Total day minutes	Total day calls	Total day charge	Total eve minutes	Tot ev cal
0	KS	128	415	No	Yes	25	265.1	110	45.07	197.4	9
1	OH	107	415	No	Yes	26	161.6	123	27.47	195.5	10
2	NJ	137	415	No	No	0	243.4	114	41.38	121.2	11
3	OH	84	408	Yes	No	0	299.4	71	50.90	61.9	8
4	OK	75	415	Yes	No	0	166.7	113	28.34	148.3	12

Количество клиентов в данных

In [4]:

```
n = len(telecom)
n
```

Out[4]:

```
3333
```

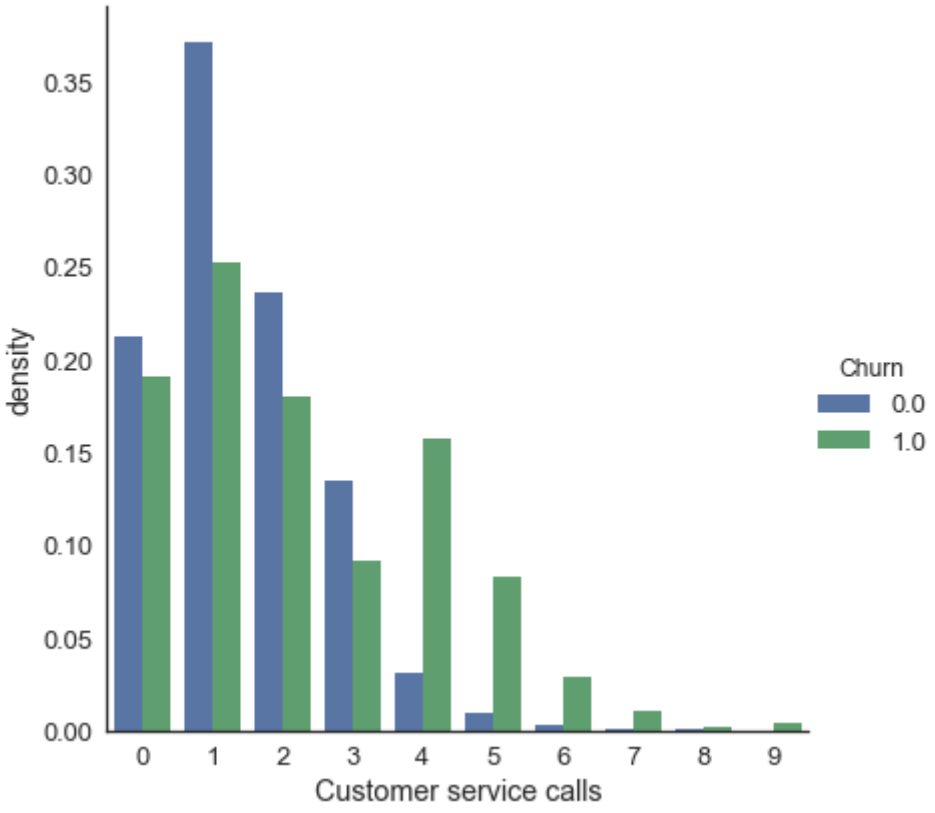
Зависимость оттока от количества звонков в службу поддержки

Гистограмма количества звонков в службу поддержки для клиентов в оттоке и не в оттоке. Как видим, клиенты из оттока в среднем чаще совершают звонки в службу поддержки.

In [5]:

```
d1, x1 = np.histogram(telecom[telecom['Churn']]['Customer service calls'],
                      range=(0, 10), bins=10, normed=True)
d2, x2 = np.histogram(telecom[~telecom['Churn']]['Customer service calls'],
                      range=(0, 10), bins=10, normed=True)
dens = pd.DataFrame(np.array([np.append(d1, d2),
                              np.append(x1[:-1], x2[:-1]),
                              [1]*10 + [0]*10]).T,
                    columns=['density', 'Customer service calls', 'Churn'])

sns.set(style='white', font_scale=1.3)
sns.factorplot(data=dens, x='Customer service calls', y='density',
               hue='Churn', kind='bar', size=6)
plt.xticks(np.arange(10), np.arange(10).astype(str));
```



Будем применять критерий хи-квадрат. Подадим таблицу как есть, и проверим применимость. Доля клеток, в которых ожидаемое количество меньше 5 получилась больше 20%, поэтому надо делать объединения клеток.

In [6]:

```
obs = pd.crosstab(telecom['Churn'],
                  telecom['Customer service calls'])

chi2, p, dof, expected = sps.chi2_contingency(obs)
(expected < 5).mean()
```

Out[6]:

```
0.3
```

In [7]:

```
obs
```

Out[7]:

Customer service calls	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Churn										
False	605	1059	672	385	90	26	8	4	1	0
True	92	122	87	44	76	40	14	5	1	2

Объединяем два последних столбца

In [8]:

```
obs['>7'] = obs[8] + obs[9]
del obs[8], obs[9]

obs
```

Out[8]:

Customer service calls	0	1	2	3	4	5	6	7	>7
Churn									
False	605	1059	672	385	90	26	8	4	1
True	92	122	87	44	76	40	14	5	3

Опять не получилось...

In [9]:

```
chi2, p, dof, expected = sps.chi2_contingency(obs)
(expected < 5).mean()
```

Out[9]:

```
0.2222222222222222
```

Еще раз объединяем последние столбцы

In [10]:

```
obs['>6'] = obs[7] + obs['>7']
del obs[7], obs['>7']

obs
```

Out[10]:

Customer service calls	0	1	2	3	4	5	6	>6
Churn								
False	605	1059	672	385	90	26	8	5
True	92	122	87	44	76	40	14	8

На этот раз все нормально

In [11]:

```
chi2, p, dof, expected = sps.chi2_contingency(obs)
(expected < 5).mean()
```

Out[11]:

```
0.125
```

Получаемое число степеней свободы, все правильно

In [12]:

```
dof
```

Out[12]:

```
7
```

Значение статистики и pvalue, **наблюдается статистически значимая зависимость**

In [13]:

```
chi2, p
```

Out[13]:

```
(339.8121374370096, 1.8667121238838202e-69)
```

Коэффициент Крамера

In [14]:

```
cramer(chi2, n, 8, 2)
```

Out[14]:

```
0.22579762345348267
```

Зависимость оттока от тарифного плана

In [15]:

```
1  np.unique(telecom['International plan'])
```

Out[15]:

```
array(['No', 'Yes'], dtype=object)
```

В этом случае получаем таблицу 2 на 2

In [16]:

```
1  obs = pd.crosstab(telecom['Churn'], telecom['International plan'])
2  obs
```

Out[16]:

International plan	No	Yes
Churn		
False	2664	186
True	346	137

Результат применения критерия хи-квадрат **статистически значим**

In [17]:

```
1  chi2, p, dof, expected = sps.chi2_contingency(obs)
2  chi2, p, dof
```

Out[17]:

```
(222.5657566499376, 2.4931077033159556e-50, 1)
```

Коэффициенты Крамера и Мэтьюса

In [18]:

```
1  cramer(chi2, n, 2, 2), matthews(obs)
```

Out[18]:

```
(0.1827380961935435, 0.25985184734548217)
```

Зависимость оттока от тарифного плана голосовой почты

Все аналогично.

In [19]:

```
1  np.unique(telecom['Voice mail plan'])
```

Out[19]:

```
array(['No', 'Yes'], dtype=object)
```

In [20]:

```
obs = pd.crosstab(telecom['Churn'], telecom['Voice mail plan'])
obs
```

Out[20]:

Voice mail plan	No	Yes
Churn		
False	2008	842
True	403	80

In [21]:

```
chi2, p, dof, expected = sps.chi2_contingency(obs)
chi2, p, dof
```

Out[21]:

```
(34.13166001075673, 5.15063965903898e-09, 1)
```

Статистическая значимость имеется, в то время как практическая значимость может быть поставлена под сомнение

In [22]:

```
cramer(chi2, n, 2, 2), matthews(obs)
```

Out[22]:

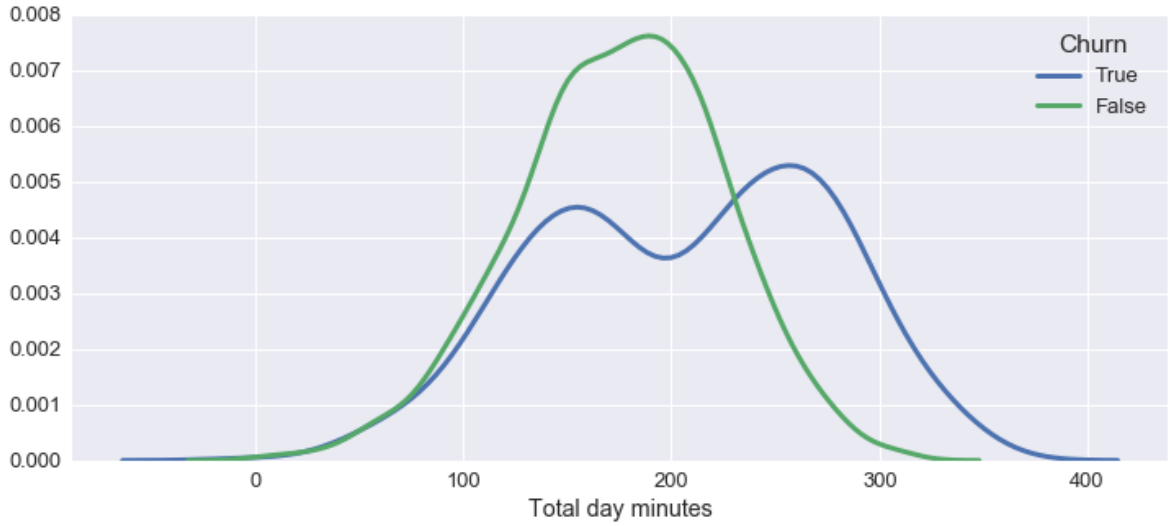
```
(0.07156136708398074, -0.10214814067014692)
```

Зависимость оттока от количества минут днем

В данном случае нужно исследовать зависимость двух переменных, из которых одна вещественная, а другая -- бинарная. Для начала можно построить две KDE, по которым уже видна зависимость.

In [23]:

```
sns.set(font_scale=1.3)
plt.figure(figsize=(12, 5))
sns.kdeplot(telecom[telecom['Churn'] == True]['Total day minutes'],
            label='True', lw=3)
sns.kdeplot(telecom[telecom['Churn'] == False]['Total day minutes'],
            label='False', lw=3)
plt.xlabel('Total day minutes')
plt.legend(title='Churn');
```



Чтобы исследовать статистическую зависимость, разобьем вещественную переменную на несколько интервал, тем самым сведя ее к категориальной. После этого можно построить таблицу сопряженности.

In [24]:

```
obs = np.histogram2d(telecom['Churn'],
                     telecom['Total day minutes'],
                     bins=(2, 5))[0]
obs
```

Out[24]:

```
array([[  71.,  592., 1478.,  674.,   35.],
       [  10.,   88.,  132.,  184.,   69.]])
```

Применяем критерий хи-квадрат. **Статистическая значимость имеется.**

In [25]:

```
sps.chi2_contingency(obs)
```

Out[25]:

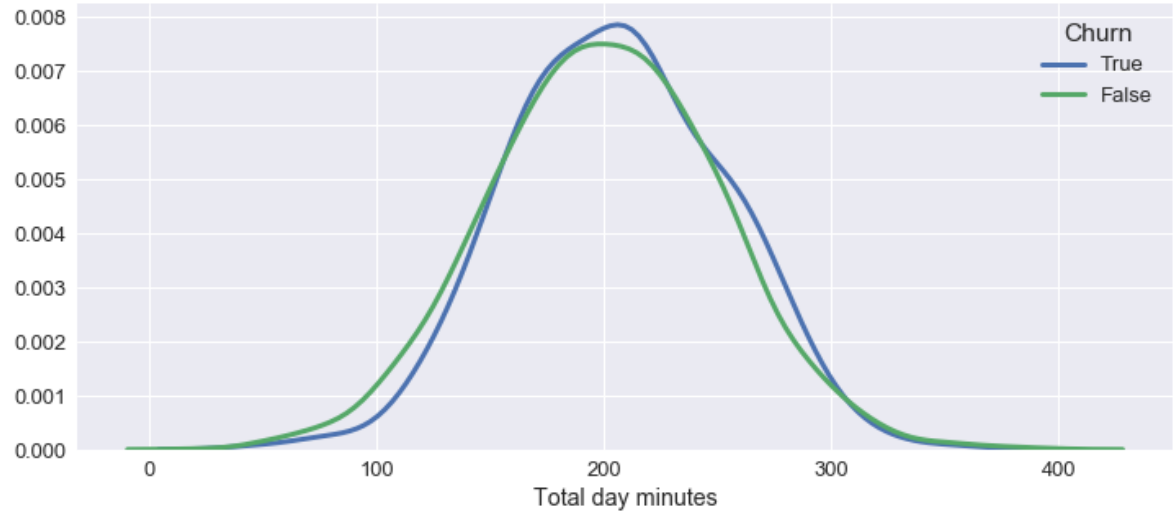
```
(312.22807558569394,
 2.4931581541229795e-66,
 4,
 array([[  69.26192619,  581.45814581, 1376.68766877,  733.66336634,
           88.92889289],
        [  11.73807381,   98.54185419,  233.31233123,  124.33663366,
           15.07110711]]))
```

Зависимость оттока от количества минут ночью

Все аналогично

In [26]:

```
sns.set(font_scale=1.3)
plt.figure(figsize=(12, 5))
sns.kdeplot(telecom[telecom['Churn'] == True]['Total night minutes'],
            label='True', lw=3)
sns.kdeplot(telecom[telecom['Churn'] == False]['Total night minutes'],
            label='False', lw=3)
plt.xlabel('Total day minutes')
plt.legend(title='Churn');
```



In [27]:

```
obs = np.histogram2d(telecom['Churn'],
                     telecom['Total night minutes'],
                     bins=(2, 5))[0]
obs
```

Out[27]:

```
array([[  62.,  772., 1499.,  488.,   29.],
       [   5.,  120.,  259.,   96.,    3.]])
```

In [28]:

```
sps.chi2_contingency(obs)
```

Out[28]:

```
(5.992610695316391,
 0.19970079123233955,
 4,
 array([[  57.29072907,  762.73627363, 1503.24032403,  499.36993699,
           27.36273627],
        [   9.70927093,  129.26372637,  254.75967597,   84.63006301,
            4.63726373]]))
```

Интересно, что в этом случае **результат статистически незначим**. Т.е. получаем, что отток зависит от дневных минут и не зависит от ночных.

Итог:

- Зависимость оттока от количества звонков в службу поддержки --- **да**;
- Зависимость оттока от тарифного плана --- **да**;
- Зависимость оттока от тарифного плана голосовой почты --- **сомнительно**;
- Зависимость оттока от количества минут днем --- **да**;
- Зависимость оттока от количества минут ночью --- **нет**.

Chess (King-Rook vs. King) Data Set

https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Chess+(King-Rook+vs.+King)
(https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Chess+(King-Rook+vs.+King))

Данные состоят некоторого количества бинарных переменных, которые задают комбинацию в игре, а так же результата игры с такой позицией.

In [30]:

```
kr_vs_kp = pd.read_csv('kr-vs-kp.data')
kr_vs_kp.head()
```

Out[30]:

	bkblk	bknwy	bkon8	bkona	bkspr	bkxbq	bkxcr	bkxwp	blxwp	bxqsq	...	spcop	stlmt
0	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	...	f	f
1	f	f	f	f	t	f	f	f	f	f	...	f	f
2	f	f	f	f	t	f	t	f	f	f	...	f	f
3	f	f	f	f	f	f	f	f	t	f	...	f	f
4	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	...	f	f

5 rows × 37 columns

Проведем анализ влияния параметров позиции на итог игры. Для этого для каждого параметра применим критерий хи-квадрат, посчитаем коэффициенты Крамера и Мэтьюса. К результатам применения критерия хи-квадрат применим так же МПГ по методу Холма. Столбец `value` соответствует "положительному" значению в терминах коэффициентов Крамера и Мэтьса.

In [31]:

```
influence = pd.DataFrame(columns=['value', 'chi2', 'pvalue',
                                  'reject', 'cramer', 'matthews'])
features = kr_vs_kp.columns[:-1]
n = len(kr_vs_kp)

for f in features:
    obs = pd.crosstab(kr_vs_kp[f], kr_vs_kp['result'])
    chi2, p, _, _ = sps.chi2_contingency(obs)
    series = pd.Series({'value': obs.index[0],
                        'chi2': chi2,
                        'pvalue': p,
                        'reject': p < 0.05,
                        'cramer': cramer(chi2, n, 2, 2),
                        'matthews': matthews(obs)})
    series.name = f
    influence = influence.append(series)

influence['reject_holm'] = multipletests(influence['pvalue'],
                                         method='holm')[0]
```

In [32]:

```
influence['matthews_abs'] = np.abs(influence['matthews'])
influence.sort_values(by='matthews_abs', ascending=False).iloc[:, :-1]
```

Out[32]:

	value	chi2	pvalue	reject	cramer	matthews	reject_holm
rimmx	f	651.435295	1.088838e-143	True	0.319265	0.452284	True
bxqsq	f	460.095072	4.583551e-102	True	0.268312	-0.380101	True
wknck	f	424.899908	2.093813e-94	True	0.257845	-0.365265	True
bkxwp	f	172.243093	2.394809e-39	True	0.164167	-0.232908	True
wkna8	f	121.752418	2.615189e-28	True	0.138024	-0.196557	True
r2ar8	f	85.803472	1.987369e-20	True	0.115869	-0.164526	True
bkxcr	f	85.100239	2.836162e-20	True	0.115393	-0.163828	True
mulch	f	78.661185	7.373009e-19	True	0.110942	-0.158337	True
wkpos	f	67.971542	1.658723e-16	True	0.103129	0.146543	True
bkxbq	f	61.903982	3.606196e-15	True	0.098418	0.139802	True
skrxp	f	53.266420	2.912429e-13	True	0.091294	-0.130476	True
stlmt	f	50.034793	1.510438e-12	True	0.088481	-0.127724	True
wkcti	f	50.360744	1.279278e-12	True	0.088769	0.126350	True
rkxwp	f	32.356829	1.283055e-08	True	0.071154	0.101402	True
dwipd	g	31.251496	2.266727e-08	True	0.069928	0.099563	True
bkon8	f	25.609635	4.179472e-07	True	0.063302	-0.091163	True
rxmsq	f	23.886245	1.021994e-06	True	0.061135	-0.087799	True
blxwp	f	22.834490	1.765684e-06	True	0.059774	-0.085171	True
katri	b	154.274708	3.159896e-34	True	0.155368	0.076105	True
hdchk	f	14.436453	1.449688e-04	True	0.047528	-0.071791	True
cntxt	f	14.558650	1.358635e-04	True	0.047728	0.068125	True
simpl	f	6.460625	1.102909e-02	True	0.031795	0.045605	False
wkovl	f	5.021603	2.503299e-02	True	0.028031	-0.040287	False
thrsk	f	4.792972	2.857607e-02	True	0.027385	0.040277	False
skach	f	3.848425	4.979273e-02	True	0.024539	-0.040049	False
bkspr	f	4.645799	3.112965e-02	True	0.026962	-0.038791	False
skewr	f	4.214011	4.009142e-02	True	0.025678	-0.036991	False
reskd	f	2.391095	1.220282e-01	False	0.019343	0.030839	False
spcop	f	0.001979	9.645207e-01	False	0.000556	-0.018496	False
dsopp	f	0.659828	4.166208e-01	False	0.010161	0.015390	False
bkona	f	0.442373	5.059792e-01	False	0.008320	-0.012806	False
qxmsq	f	0.344931	5.569966e-01	False	0.007347	0.012214	False
reskr	f	0.140819	7.074687e-01	False	0.004694	0.007513	False
bknwy	f	0.019222	8.897321e-01	False	0.001734	0.003677	False

	value	chi2	pvalue	reject	cramer	matthews	reject_holm
bkblk	f	0.000060	9.937975e-01	False	0.000097	0.001132	False
wtoeg	n	0.001504	9.690686e-01	False	0.000485	-0.000040	False

Прикладная статистика и анализ данных, 2019

Никита Волков

https://mipt-stats.gitlab.io/ (https://mipt-stats.gitlab.io/)