Работа с временными рядами в R

Основные пакеты для работы с временными рядами и прогнозированием --- `forecast` и `tseries`. При установке пакета `forecast` может возникнуть ошибка при установке зависимого пакета `curl`. Ошибку можно исправив, выполнив

```
sudo apt-get -y install libcurl4-gnutls-dev libxml2-dev libssl-dev
```

In [1]:

```
library(forecast)
library(tseries)
library(lmtest)
library(Hmisc)

options(repr.plot.width = 15, repr.plot.height = 6)
```

```
Registered S3 method overwritten by 'quantmod':
  method            from
  as.zoo.data.frame zoo

Loading required package: zoo


Attaching package: ‘zoo’


The following objects are masked from ‘package:base’:

    as.Date, as.Date.numeric


Loading required package: lattice

Loading required package: survival

Loading required package: Formula

Loading required package: ggplot2


Attaching package: ‘Hmisc’


The following objects are masked from ‘package:base’:

    format.pval, units
```

1. Обработка временного ряда

Задача: Известны ежемесячные продажи австралийского вина в тысячах литров с января 1980 по июль 1995, необходимо построить прогноз на следующие два года.

Загрузим данные и посмотрим на начало и конец таблицы

In [2]:

```
data <- read.csv("./monthly-australian-wine-sales-th.csv",
                 sep = ",", stringsAsFactors = FALSE)
head(data, 3)
tail(data, 3)
```

A data.frame: 3 × 2

Month <chr>	Value <int>
1980-01	464
1980-02	675
1980-03	703

A data.frame: 3 × 2

	Month <chr>	Value <int>
186	1995-06	3310
187	1995-07	3923
188	Monthly Australian wine sales: thousands of litres. By wine makers in bottles <= 1 litre.	NA

В конце попара лишняя строка. Удалим ее, а также зададим имена

In [3]:

```
data <- head(data, -1)

names(data)[1] <- "Date"
names(data)[2] <- "Value"

xname <- "Потребление вина за месяц (тыс. л.)"

head(data)
```

A data.frame: 6 × 2

Date <chr>	Value <int>
1980-01	464
1980-02	675
1980-03	703
1980-04	887
1980-05	1139
1980-06	1077

Мы видим, что типы данных определились как строковый и целочисленный соответственно. С каждой колонкой сделаем преобразования:

- Колонку `Value` переведем в вещественный тип с помощью функции `as.numeric`
- Колонку `Date` сначала распарсим на год и месяц с помощью функции `as.yearmon`, а затем приведем к типу "дата" с помощью функции `as.Date`.

In [4]:

```
data$Value <- as.numeric(data$Value)
data$Date <- as.Date(as.yearmon(data$Date, format = "%Y-%m"))

head(data)
```

A data.frame: 6 × 2

Date	Value
<date>	<dbl>
1980-01-01	464
1980-02-01	675
1980-03-01	703
1980-04-01	887
1980-05-01	1139
1980-06-01	1077

Работа с временными рядами в R происходит с помощью объекта "временной ряд", который можно задать с помощью функции

```
ts(data = NA, start = 1, end = numeric(), frequency = 1,
   deltat = 1, ts.eps = getOption("ts.eps"), class = , names = )
```

или

```
as.ts(x, ...)
```

Аргументы:

- `data` --- вектор или матрица значений временных рядов. Данные будут принудительно преобразованы в числовую матрицу с помощью `data.matrix`;
- `start` --- время первого наблюдения. Либо одно число, либо вектор из двух целых чисел, которые задают естественную единицу времени и номер наблюдений в единицу времени (период);
- `end` --- время последнего наблюдения, указанное таким же образом, как и `start`;
- `frequency` --- количество наблюдений в единицу времени (период);
- `deltat` --- частота наблюдений в единицу времени, равна 1/период. Из параметров `frequency` и `deltat` должен быть указан только один;
- `ts.eps` --- малое число для сравнения временных рядов. Значения считаются одинаковыми, если их абсолютная разность не превосходит `ts.eps`;
- `class` --- класс для результата. Для одномерных рядов это `ts`, для многомерных --- `mts`, `ts` или `matrix`.

Создадим временной ряд с помощью наших данных. Он имеет период 12 (месяцев). В качестве старта передаем два числа --- год и месяц, распарсенные с помощью функции `format`. Формально, первое число --- начальное время, а второе --- номер значения в эту единицу времени, с которого начинаются наблюдения.

In [5]:

```
tSeries <- ts(data = data$Value,
              start = as.numeric(c(format(data$Date[1], "%Y"),
                                   format(data$Date[1], "%m"))),
              freq = 12)

tSeries
```

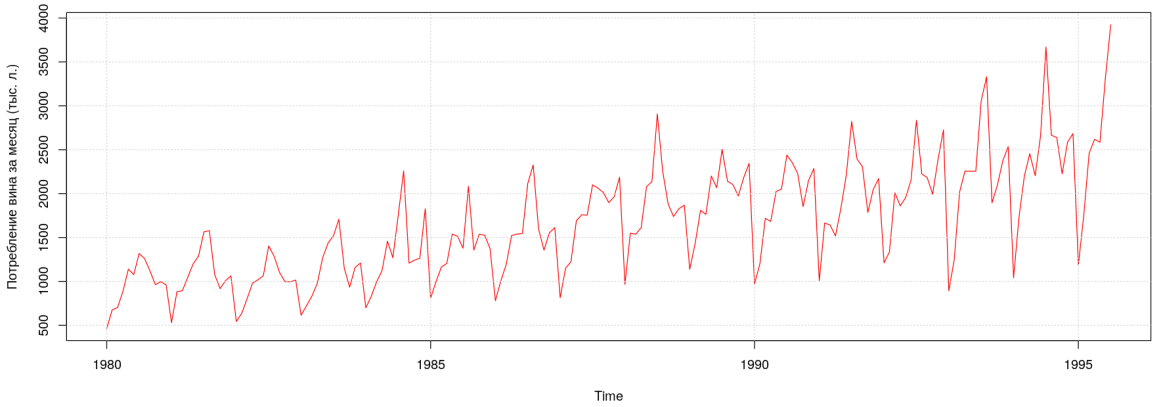
A Time Series: 16 × 12

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1980	464	675	703	887	1139	1077	1318	1260	1120	963	996	960
1981	530	883	894	1045	1199	1287	1565	1577	1076	918	1008	1063
1982	544	635	804	980	1018	1064	1404	1286	1104	999	996	1015
1983	615	722	832	977	1270	1437	1520	1708	1151	934	1159	1209
1984	699	830	996	1124	1458	1270	1753	2258	1208	1241	1265	1828
1985	809	997	1164	1205	1538	1513	1378	2083	1357	1536	1526	1376
1986	779	1005	1193	1522	1539	1546	2116	2326	1596	1356	1553	1613
1987	814	1150	1225	1691	1759	1754	2100	2062	2012	1897	1964	2186
1988	966	1549	1538	1612	2078	2137	2907	2249	1883	1739	1828	1868
1989	1138	1430	1809	1763	2200	2067	2503	2141	2103	1972	2181	2344
1990	970	1199	1718	1683	2025	2051	2439	2353	2230	1852	2147	2286
1991	1007	1665	1642	1518	1831	2207	2822	2393	2306	1785	2047	2171
1992	1212	1335	2011	1860	1954	2152	2835	2224	2182	1992	2389	2724
1993	891	1247	2017	2257	2255	2255	3057	3330	1896	2096	2374	2535
1994	1041	1728	2201	2455	2204	2660	3670	2665	2639	2226	2586	2684
1995	1185	1749	2459	2618	2585	3310	3923					

График данного временного ряда

In [6]:

```
plot(tSeries, type = "l", ylab = xname, col = "red")
grid()
```



Разбиение на train и test можно сделать с помощью функции `window`, которая выдает кусок временного ряда от момента времени `start` (по умолчанию начало ряда) до `end` (по умолчанию конец ряда).

Все, что до августа 1992 года отнесем train; все, что после -- в test.

In [7]:

```
trainSeries <- window(tSeries, end = c(1992, 8))
testSeries  <- window(tSeries, start = c(1992, 9))
D <- 36
```

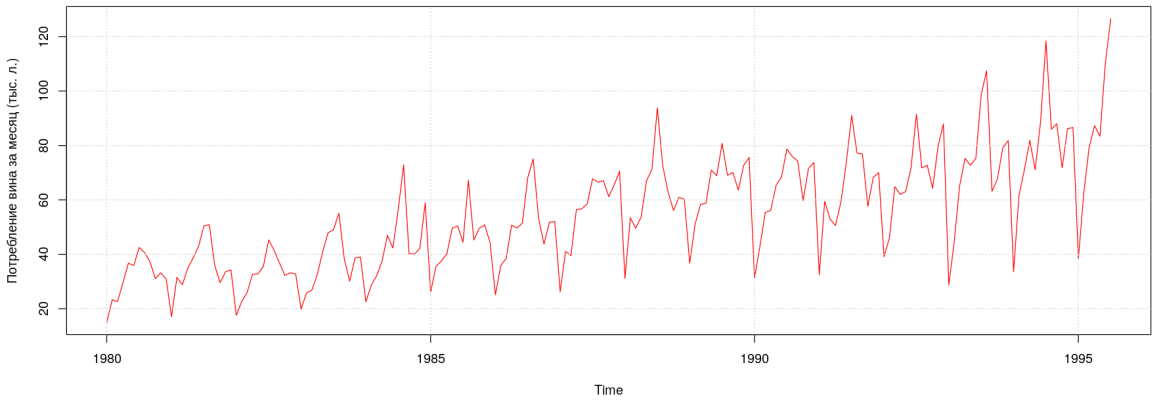
2. Простая аналитика

Подумав над природой временного ряда понимаем, что на значениях может сказываться неравномерность дней в месяцах. Количество дней в месяце можно узнать с помощью функции `monthDays`. Ей нужно передать дату, которую мы извлекаем из временного ряда с помощью функции `time` и преобразовывая ее в тип "дата" с помощью функции `as.Date`.

Поделим значения ряда на количество дней в месяце

In [8]:

```
plot(tSeries / monthDays(as.Date(time(tSeries))),
     type = "l", ylab = xname, col = "red")
grid()
```

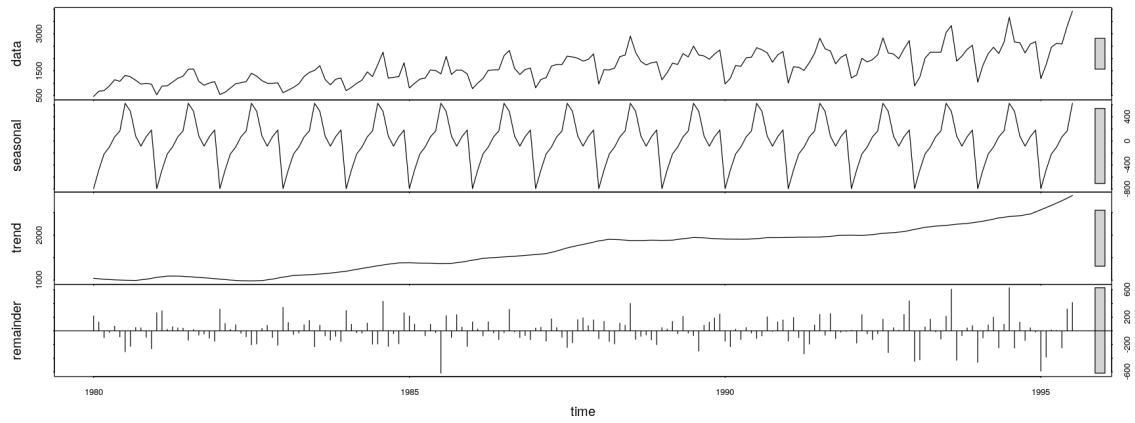


Ряд не стал более регулярным, так что вернёмся к исходным данным.

Сделаем STL-декомпозицию ряда. Функция имеет множество параметров для тонкой настройки декомпозиции. Подробнее можно почитать в документации.

In [9]:

```
stl.decompose <- stl(tSeries, s.window = "periodic")
plot(stl.decompose)
```



Можно извлечь сами значения

In [10]:

```
1  head(stl.decompose$time.series)
```

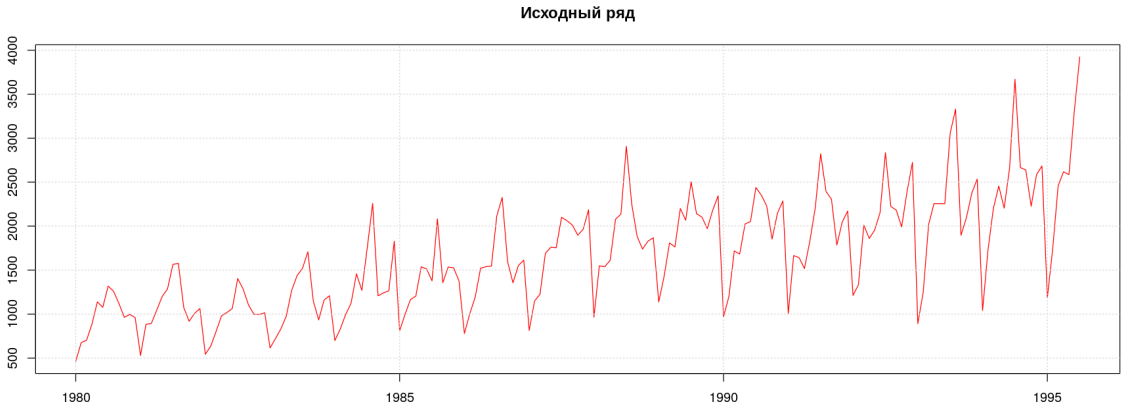
A Time Series: 6 × 3

	seasonal	trend	remainder
Jan 1980	-793.36254	1039.508	217.85480
Feb 1980	-482.18279	1028.676	128.50729
Mar 1980	-216.50310	1017.843	-98.34018
Apr 1980	-101.72348	1010.979	-22.25575
May 1980	67.05632	1004.115	67.82849
Jun 1980	165.37573	1000.266	-88.64187

Функция `BoxCox.lambda` автоматически подбирает оптимальное преобразование Бокса-Кокса. Выполним его и посмотрим на результат его применения:

In [11]:

```r
# График исходного ряда
plot(tSeries, xlab = "", ylab="", col = "red")
title(main="Исходный ряд")
grid()

# Преобразование
LambdaOpt <- BoxCox.lambda(tSeries)

# График преобразованного ряда
plot(BoxCox(tSeries, LambdaOpt), xlab="", ylab="", col="red")
title(main=c("Преобразованный ряд, lambda = ", toString(round(LambdaOpt, 3))))
grid()
```



Ряд не выглядит существенно более стационарным, так что откажемся от преобразования Бокса-Кокса.

3. Прогноз ETS (Экспоненциальным сглаживанием)

```r
ets(
  y,
  model = "ZZZ",
  damped = NULL,
  alpha = NULL,
  beta = NULL,
  gamma = NULL,
  phi = NULL,
  additive.only = FALSE,
  lambda = NULL,
```

```
  biasadj = FALSE,
  lower = c(rep(1e-04, 3), 0.8),
  upper = c(rep(0.9999, 3), 0.98),
  opt.crit = c("lik", "amse", "mse", "sigma", "mae"),
  nmse = 3,
  bounds = c("both", "usual", "admissible"),
  ic = c("aicc", "aic", "bic"),
  restrict = TRUE,
  allow.multiplicative.trend = FALSE,
  use.initial.values = FALSE,
  na.action = c("na.contiguous", "na.interp", "na.fail"),
  ...
)
```

Аргументы:

- `y` --- числовой вектор или объект класса `ts` ;
- `model` --- срока из трех букв, задающая тип модели. Например, тип `ANN` соответствует простому экспоненциальному сглаживанию с аддитивной ошибкой, а тип `MAM` --- сглаживанию с мультипликативной ошибкой и сезонностью и аддитивным трендом (модель Хольта-Уинтерса). По умолчанию `ZZZ` --- автоматический выбор модели. Подробнее:
  - Первая буква: `"A", "M"` или `"Z"` --- тип ошибки;
  - Вторая буква: `"N","A","M"` или `"Z"` --- тип тренда;
  - Третья буква: `"N","A","M"` или `"Z"` --- тип сезонности;
  - `N` -- не используется (для тренда или сезонности);
  - `A` -- аддитивная;
  - `M` -- мультипликативная;
  - `Z` -- выбирается автоматически;
- `damped` --- использовать ли затухающий тренд. Если `NULL` , то будут опробованны оба варианта;
- `alpha` , `beta` , `gamma` , `phi` --- параметры моделей (см. презентацию). Если указано `NULL` , то подбираются автоматически;
- `lower` и `upper` --- Границы на значения параметров;
- `additive.only` --- Если TRUE, то подбираются только аддитивные модели. По умолчанию `FALSE` ;
- `lambda` --- Параметр преобразования Бокса-Кокса. Может быть `lambda="auto"` , тогда параметр подбирается с помощью функции `BoxCox.lambda` . Преобразование не используется если указано `NULL` ;
- `opt.crit` --- критерий оптимизации: `"mse"` (Mean Square Error), `"amse"` (Average MSE over first nmse forecast horizons), `"sigma"` (Standard deviation of residuals), `"mae"` (Mean of absolute residuals), or `"lik"` (Log-likelihood, the default);
- `ic` --- информационный критерий для выбора модели;
- `restrict` --- рассматривать ли модели с бесконечной дисперсией;
- `allow.multiplicative.trend` --- рассматривать ли модели с мультипликативным трендом;
- `na.action` --- функция, указывающая на то, что делать с пропусками;

Сделаем автоматический выбор модели на наших данных. Подобна модель с мультипликативной ошибкой и сезонностью и аддитивным трендом (модель Хольта-Уинтерса). В выводе указаны также оптимальные значения параметров модели, а также значения l, b, s в начальный момент времени. Следующие значения l, b, s пересчитываются через начальные значения, параметры модели и значения ряда по формулам модели.

In [12]:

```
model.ets <- ets(tSeries)
print(model.ets)
```

```
ETS(M,Ad,M)

Call:
 ets(y = tSeries)

  Smoothing parameters:
    alpha = 0.1849
    beta  = 0.0149
    gamma = 2e-04
    phi   = 0.9671

  Initial states:
    l = 931.8299
    b = 7.7138
    s = 1.1098 1.028 0.9382 1.0511 1.3287 1.3538
           1.0941 1.0486 0.9522 0.8601 0.7096 0.526

  sigma:  0.113

     AIC     AICc      BIC
2922.632 2926.703 2980.792
```

Разберем сразу функцию прогнозирования значений, общую для всех моделей.

```
forecast(
  object,
  h = ifelse(frequency(object) > 1, 2 * frequency(object), 10),
  level = c(80, 95),
  fan = FALSE,
  robust = FALSE,
  lambda = NULL,
  biasadj = FALSE,
  find.frequency = FALSE,
  allow.multiplicative.trend = FALSE,
  model = NULL,
  ...
)
```

Аргументы:

- `object` --- модель;
- `h` --- горизонт прогнозирования
- `level` --- уровень доверия предсказательных интервалов
- `fan` --- если `TRUE` , то строит интервалы разных уровней, что подходит для fan plots.
- `robust` --- использовать ли робастные прогнозы.

Рассмотрим модель с мультипликативной сезонностью и мультипликативными ошибками. Прогнозирование осуществляется с помощью функции `forecast` , которой передается обученная

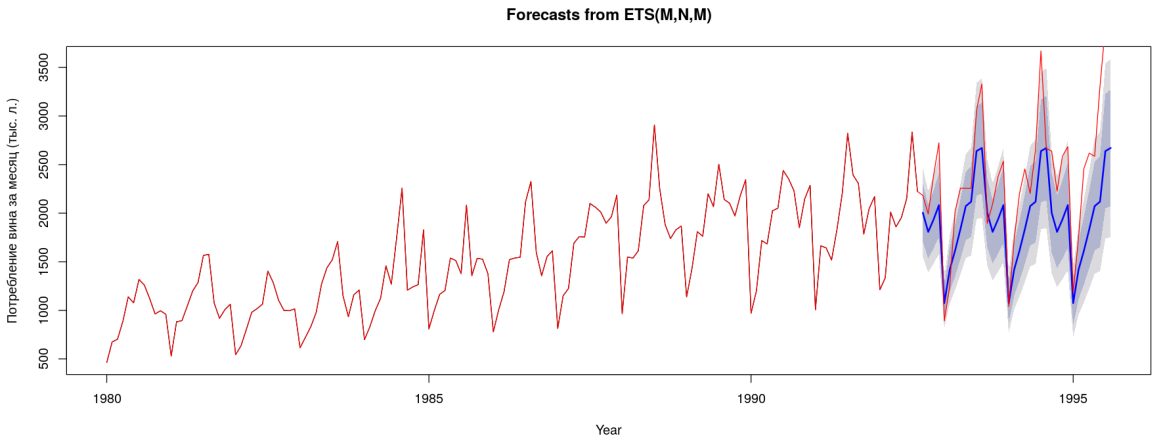
модель и горизонт прогнозирования. Функция `accuracy` вычисляет качество модели как на обучающих данных, так и на тестовых.

In [13]:

```
# построение модели
model.ets <- ets(trainSeries, model = "MNM", damped = FALSE)

# Прогнозирование
predicted <- forecast(model.ets, h = D)

# Вычисление качества
accuracy(predicted, testSeries)

# График
plot(predicted, ylab = xname, xlab = "Year")
lines(tSeries, col = "red")
```

A matrix: 2 × 8 of type dbl

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's U
Training set	27.4637	176.9042	128.9961	0.845731	8.30697	0.6877698	-0.006536106	NA
Test set	426.9203	549.8809	455.5682	15.680692	18.15986	2.4289570	0.209402942	0.7716804



Можно посмотреть на сами прогнозы и границы предсказательных интервалов

In [14]:

```
1  head(data.frame(predicted))
```

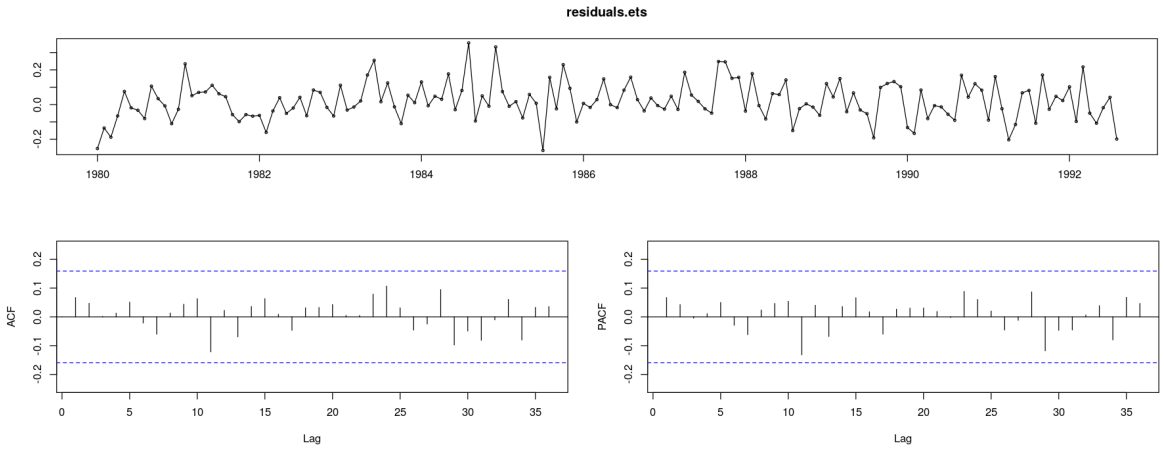
A data.frame: 6 × 5

	Point.Forecast	Lo.80	Hi.80	Lo.95	Hi.95
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
Sep 1992	2003.997	1706.6906	2301.304	1549.3060	2458.689
Oct 1992	1807.319	1534.3251	2080.313	1389.8109	2224.827
Nov 1992	1934.827	1637.4527	2232.201	1480.0323	2389.622
Dec 1992	2083.027	1757.4532	2408.600	1585.1049	2580.949
Jan 1993	1074.403	903.7235	1245.082	813.3713	1335.435
Feb 1993	1417.439	1188.6901	1646.188	1067.5978	1767.280

Остатки модели можно извлечь с помощью функции `residuals` . Построим график остатков, а также коррелограмму (график автокорреляций) и график частичных автокорреляций. Видно, что все лаги незначимы

In [15]:

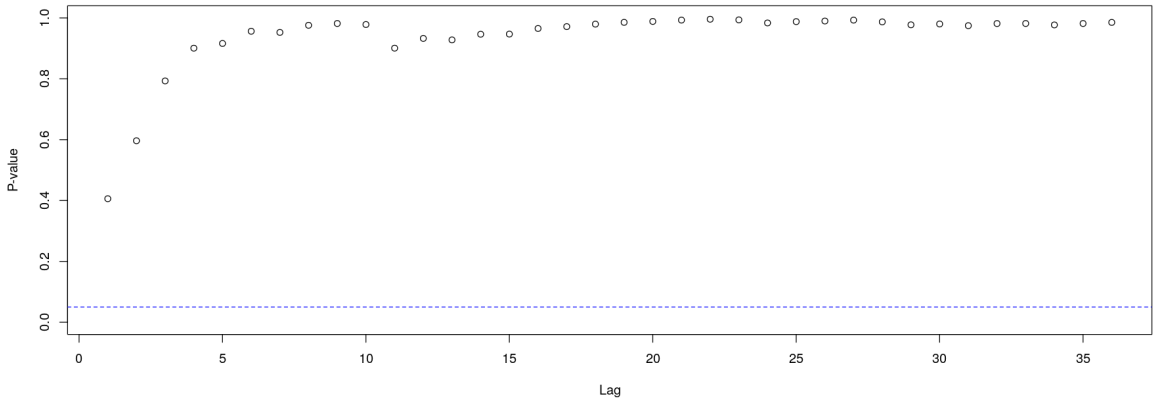
```
1  residuals.ets <- residuals(model.ets)
2
3  tsdisplay(residuals.ets)
```



p-value критерия Льюнга-Бокса `Box.test` о наличии значимых лагов автокорреляции:

In [16]:

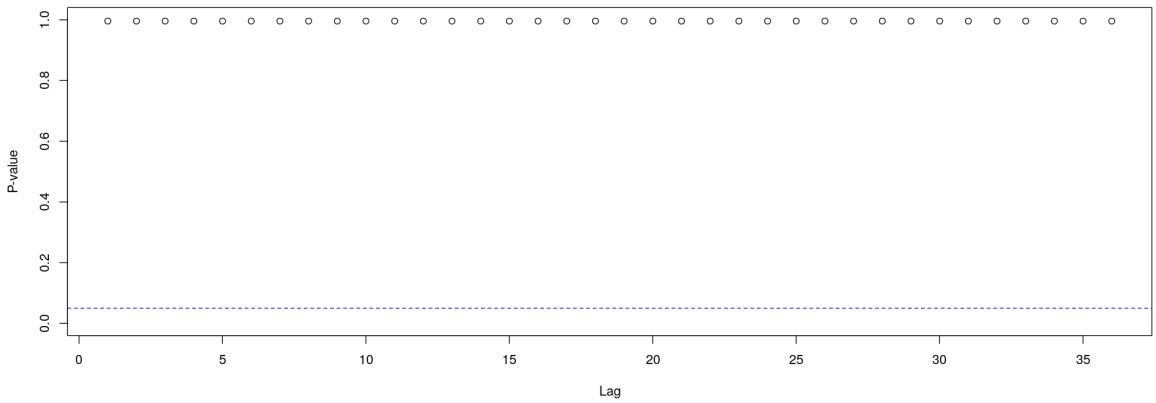
```r
# вычисления pvalue
p <- rep(0, 1, frequency(residuals.ets)*3)
for (i in 1:length(p)){
  p[i] <- Box.test(residuals.ets, lag = i, type = "Ljung-Box")$p.value
}

# график
plot(p, xlab = "Lag", ylab = "P-value", ylim = c(0, 1))
abline(h = 0.05, lty = 2, col = "blue")
```



Все pvalue выше порога, поэтому все автокорреляции в остатках незначимы. В общем случае необходимо делать поправку на множественное тестирование:

In [17]:

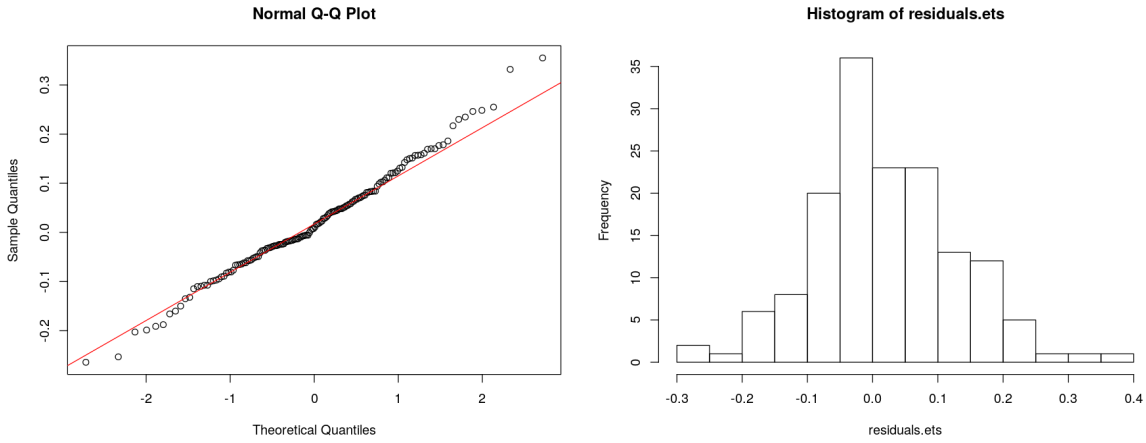
```r
corrected.pvals <- p.adjust(p, method = 'BH')

plot(corrected.pvals, xlab = "Lag", ylab = "P-value", ylim = c(0, 1))
abline(h = 0.05, lty = 2, col = "blue")
```



Q-Q plot и гистограмма для остатков:

In [18]:

```
# два графика в строчку
par(mfrow = c(1, 2))
# QQ-plot и линия на нем
qqnorm(residuals.ets)
qqline(residuals.ets, col = "red")
# гистограмма
hist(residuals.ets)
```



Проверяем гипотезы для остатков:

- Нормальность --- критерий Шапиро-Уилка
- Несмещённость --- критерий Уилкоксона
- Стационарность --- критерий KPSS
- Гомоскедастичность --- критерий Бройша-Пагана

In [19]:

```
shapiro.test(residuals.ets)$p.value
wilcox.test(residuals.ets)$p.value
kpss.test(residuals.ets)$p.value
bptest(residuals.ets ~ c(1:length(residuals.ets)))$p.value
```

0.41216643897944

0.0423734125397351

```
Warning message in kpss.test(residuals.ets):
“p-value greater than printed p-value”
```

0.1

BP: 0.852994303660319

- Нормальность --- не отвергается
- Несмещённость --- не отвергается
- Стационарность --- не отвергается
- Гомоскедастичность --- не отвергается

4. ARIMA, ручной подбор модели

Проверим исходный ряд на стационарность

In [20]:

```
kpss.test(trainSeries)$p.value
```

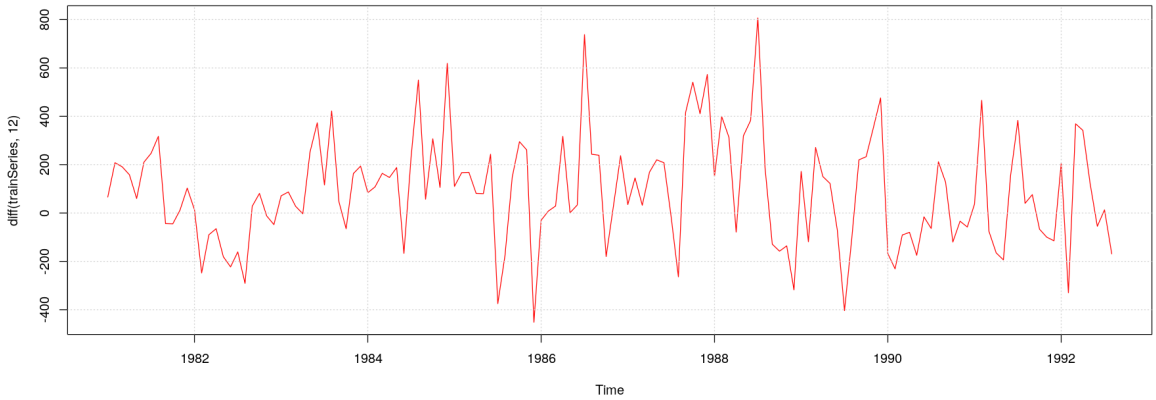
```
Warning message in kpss.test(trainSeries):
“p-value smaller than printed p-value”
```

0.01

Исходный ряд нестационарен; сделаем сезонное дифференцирование:

In [21]:

```
plot(diff(trainSeries, 12), type = "l", col = "red")
grid()
```



Снова применим критерий KPSS

In [22]:

```
round(kpss.test(diff(trainSeries, 12))$p.value, 4)
```

```
Warning message in kpss.test(diff(trainSeries, 12)):
“p-value greater than printed p-value”
```

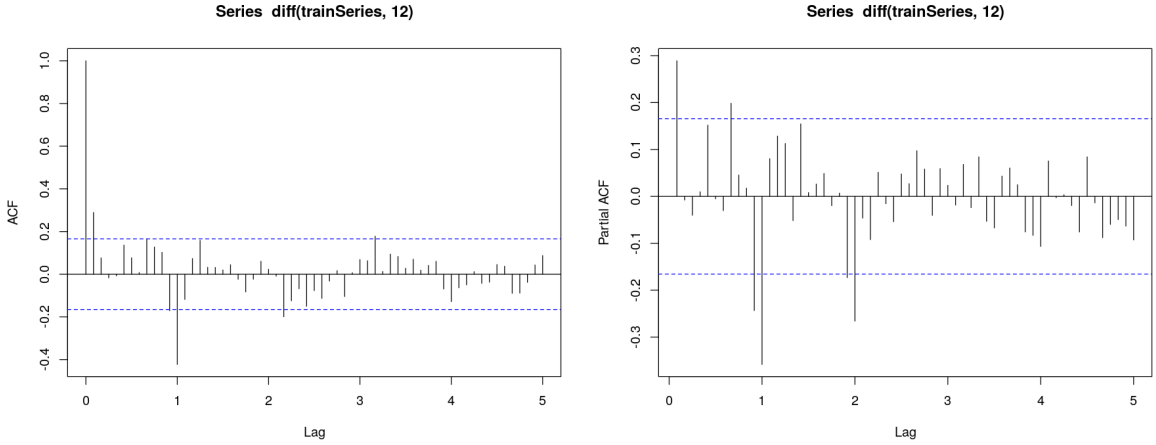
0.1

Для полученного ряда гипотеза стационарности не отвергается.

Посмотрим на ACF и PACF полученного продифференцированного ряда:

In [23]:

```
par(mfrow = c(1,2))
acf(diff(trainSeries, 12), lag.max = 5*12)
pacf(diff(trainSeries, 12), lag.max = 5*12)
```



На ACF значимы лаги 1 и 12, на PACF — 1 и близкие к сезонным. Будем искать модель, оптимальную по AICc, в окрестности ARIMA(1,0,1)(0,1,1)$_{12}$.

Разберемся для начала с функцией обучения модели

```
arima(x, order = c(0L, 0L, 0L),
      seasonal = list(order = c(0L, 0L, 0L), period = NA),
      xreg = NULL, include.mean = TRUE,
      transform.pars = TRUE,
      fixed = NULL, init = NULL,
      method = c("CSS-ML", "ML", "CSS"), n.cond,
      SSinit = c("Gardner1980", "Rossignol2011"),
      optim.method = "BFGS",
      optim.control = list(), kappa = 1e6)
```

Аргументы:

- `x` --- одномерный временный ряд;
- `order` --- гиперпараметры (p, d, q);
- `seasonal` --- гиперпараметры (P, D, Q), либо лист из двух элементов --- `order` =(P, D, Q) и `period` =s;
- `xreg` --- вектор или матрица экзогенных признаков. Число строк матрицы равно длине временного ряда;
- `include.mean` --- Включать ли свободный параметр в модель;
- `transform.pars` --- Преобразовывать ли параметры AR-компоненты так, чтобы модель оставалась стационарной;
- `init` --- инициализация параметров;
- `method` --- метод обучения: максимизация правдоподобия или минимизация условной суммы квадратов. По умолчанию (если нет пропусков), сначала применяется минимизация условной суммы квадратов, затем -- максимизация правдоподобия.

Перебираем различные значения гиперпараметров и смотрим качество по AIC

In [24]:

```
for (p in 1:3) {
    for (q in 1:3) {
        for (P in 0:1) {
            for (Q in 0:1) {
                print(c(p, q, P, Q, arima(trainSeries,
                                          order = c(p, 1, q),
                                          seasonal = c(P, 1, Q))$aic))
            }
        }
    }
}
```

```
[1]   1.00   1.00   0.00   0.00 1898.15
[1]   1.000   1.000   0.000   1.000 1860.174
[1]   1.000   1.000   1.000   0.000 1868.088
[1]   1.000   1.000   1.000   1.000 1861.058
[1]   1.00   2.00   0.00   0.00 1900.15
[1]   1.000   2.000   0.000   1.000 1862.173
[1]   1.000   2.000   1.000   0.000 1869.992
[1]   1.000   2.000   1.000   1.000 1863.143
[1]   1.000   3.000   0.000   0.000 1901.948
[1]   1.00   3.00   0.00   1.00 1863.82
[1]   1.000   3.000   1.000   0.000 1871.664
[1]   1.000   3.000   1.000   1.000 1865.065
[1]   2.00   1.00   0.00   0.00 1900.15
[1]   2.000   1.000   0.000   1.000 1862.171
[1]   2.000   1.000   1.000   0.000 1869.859
[1]   2.00   1.00   1.00   1.00 1863.04
[1]   2.000   2.000   0.000   0.000 1901.767
[1]   2.000   2.000   0.000   1.000 1864.036
[1]   2.000   2.000   1.000   0.000 1871.828
```

Наилучшая по AICc модель — ARIMA(2, 1, 3)(0, 1, 1)$_{12}$. Обучим ее и посмотрим на вывод. Для каждого коэффициента приведена оценка его значения и оценка стандартного отклонения этой оценки. Название коэффициентов состоит из его типа и номера. Например, `ar2` --- 2-й коэффициент AR-компоненты, то есть перед y_{t-2}, а `sma1` --- 1-й коэффициент сезонной MA-компоненты, то есть перед ε_{t-12}. Далее указаны также оценка σ^2. логарифм функции правдоподобия и AIC-критерия.

In [25]:

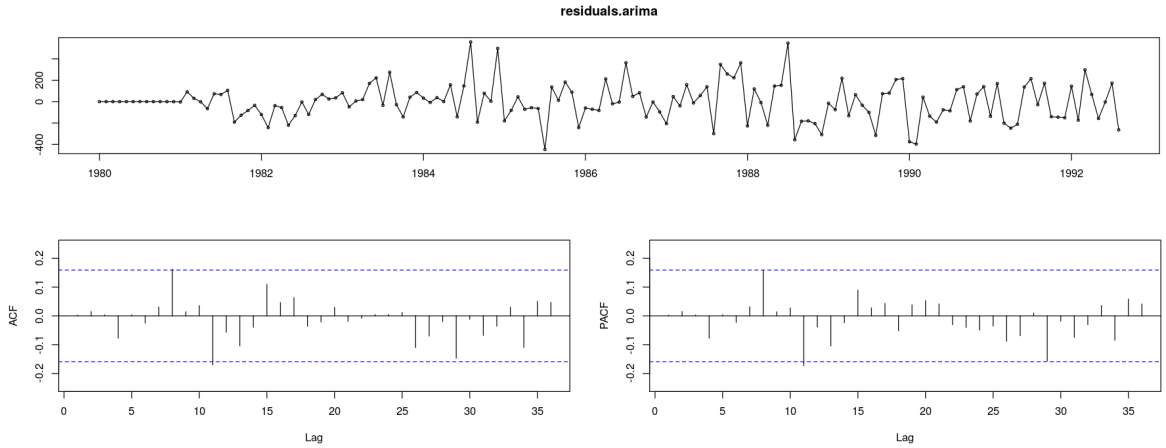
```
model.arima <- arima(trainSeries, order = c(2, 1, 3), seasonal = c(0, 1, 1))
model.arima
```

```
Call:
arima(x = trainSeries, order = c(2, 1, 3), seasonal = c(0, 1, 1))

Coefficients:
         ar1      ar2      ma1     ma2      ma3     sma1
      0.3770  -0.9686  -1.1772  1.2770  -0.8520  -0.5681
s.e.  0.0361   0.0365   0.0629  0.0634   0.0616   0.0796

sigma^2 estimated as 31924:  log likelihood = -922.92,  aic = 1859.85
```

Посмотрим на её остатки:

In [26]:

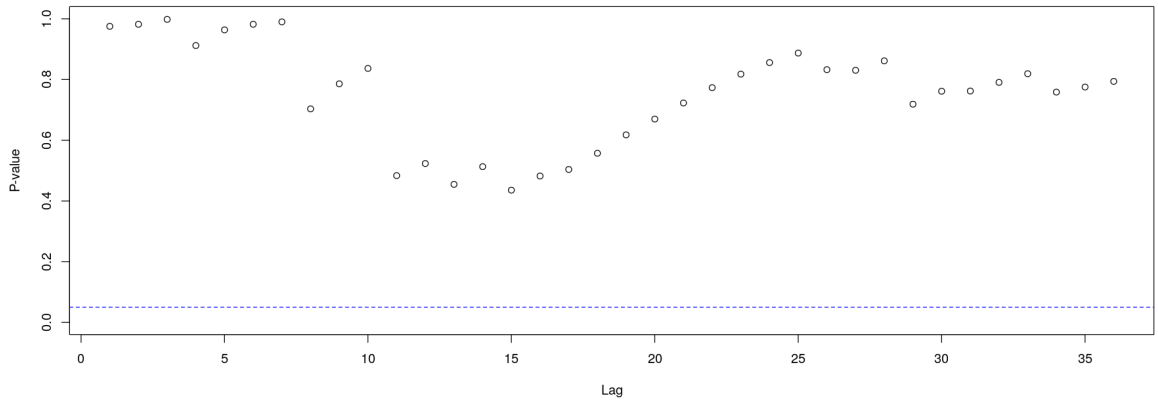
```
residuals.arima <- residuals(model.arima)

tsdisplay(residuals.arima)
```



p-value критерия Льюнга-Бокса о наличии значимых лагов автокорреляции. Видим, что все p-value больше порога, поэтому значимых автокорреляций нет

In [27]:

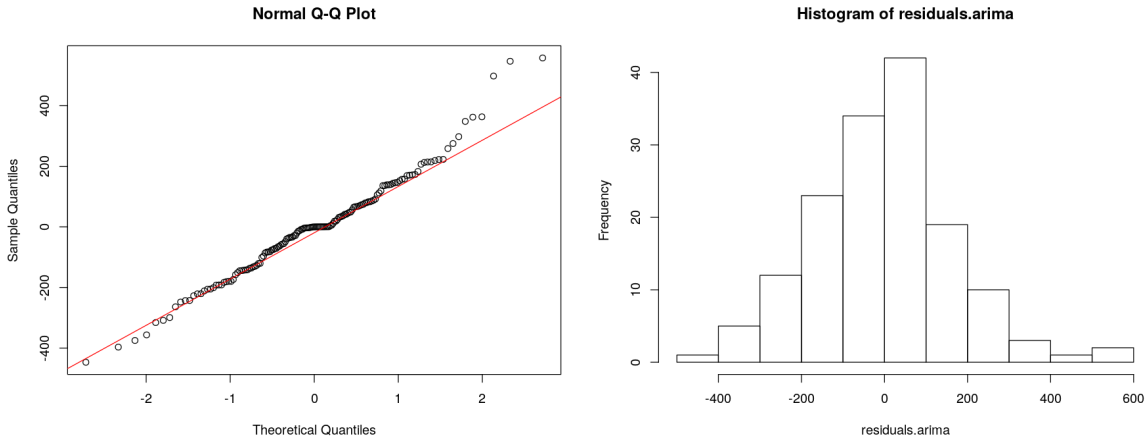
```
p <- rep(0, 1, frequency(residuals.arima)*3)
for (i in 1:length(p)){
  p[i] <- Box.test(residuals.arima, lag = i, type = "Ljung-Box")$p.value
}

plot(p, xlab = "Lag", ylab = "P-value", ylim = c(0, 1))
abline(h = 0.05, lty = 2, col = "blue")
```



Q-Q plot и гистограмма для остатков:

In [28]:

```
# два графика в строчку
par(mfrow = c(1, 2))
# QQ-plot и линия на нем
qqnorm(residuals.arima)
qqline(residuals.arima, col = "red")
# гистограмма
hist(residuals.arima)
```



На распределении остатков видны выбросы; скорее всего, из-за них гипотеза нормальности будет отклонена.

In [29]:

```
shapiro.test(residuals.arima)$p.value
wilcox.test(residuals.arima)$p.value
kpss.test(residuals.arima)$p.value
bptest(residuals.arima ~ c(1:length(residuals.arima)))$p.value
```

0.0231309732886827

0.637055882875306

```
Warning message in kpss.test(residuals.arima):
“p-value greater than printed p-value”
```

0.1

BP: 0.0141473554426262

- Нормальность --- отвергается
- Несмещённость --- не отвергается
- Стационарность --- не отвергается
- Гомоскедастичность --- отвергается

Из-за отсутствия нормальности в итоговом прогнозе будем использовать предсказательные интервалы, полученные с помощью симуляции.

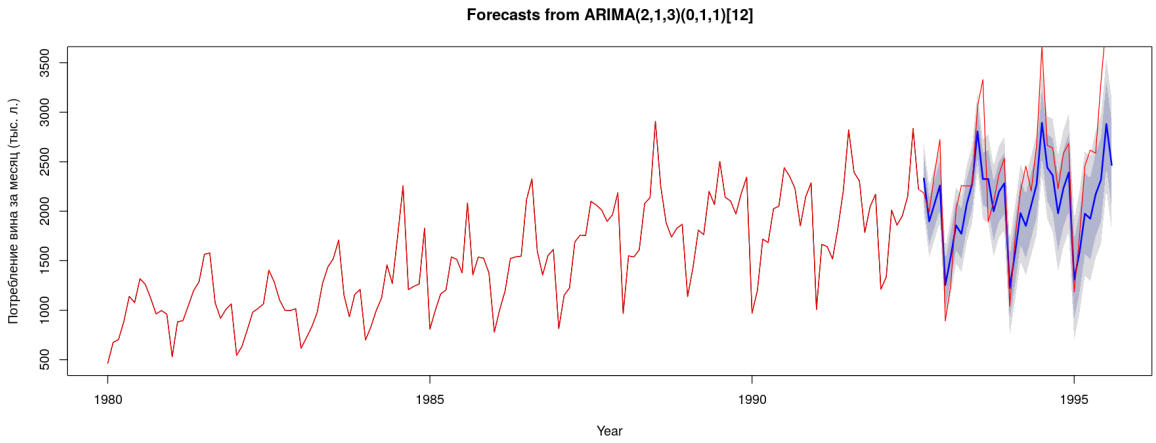
Посчитаем качество на тестовом отрезке ряда

In [30]:

```
# Предсказания
predicted <- forecast(model.arima, h=D)

# Качество предсказания
accuracy(predicted, testSeries)

# График
plot(predicted, ylab = xname, xlab = "Year")
lines(tSeries, col = "red")
```

A matrix: 2 × 8 of type dbl

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's
Training set	-3.146065	170.8630	126.8490	-1.466598	8.382784	0.6763217	0.002503462	N
Test set	267.998638	442.6141	357.2518	7.946218	14.952211	1.9047623	0.190174226	0.58387



Можно посмотреть на сами прогнозы и границы предсказательных интервалов

In [31]:

```
head(data.frame(predicted))
```

A data.frame: 6 × 5

	Point.Forecast	Lo.80	Hi.80	Lo.95	Hi.95
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
Sep 1992	2330.597	2100.315	2560.879	1978.4114	2682.783
Oct 1992	1897.012	1662.107	2131.918	1537.7551	2256.270
Nov 1992	2077.836	1838.624	2317.047	1711.9928	2443.678
Dec 1992	2260.310	2019.381	2501.239	1891.8405	2628.779
Jan 1993	1254.702	1012.597	1496.807	884.4346	1624.970
Feb 1993	1538.825	1293.792	1783.859	1164.0790	1913.571

5. ARIMA, автоматический подбор модели с помощью

auto.arima

```
auto.arima(
  y,
  d = NA,
  D = NA,
  max.p = 5,
  max.q = 5,
  max.P = 2,
  max.Q = 2,
  max.order = 5,
  max.d = 2,
  max.D = 1,
  start.p = 2,
  start.q = 2,
  start.P = 1,
  start.Q = 1,
  stationary = FALSE,
  seasonal = TRUE,
  ic = c("aicc", "aic", "bic"),
  stepwise = TRUE,
  nmodels = 94,
  trace = FALSE,
  approximation = (length(x) > 150 | frequency(x) > 12),
  method = NULL,
  truncate = NULL,
  xreg = NULL,
  test = c("kpss", "adf", "pp"),
  test.args = list(),
  seasonal.test = c("seas", "ocsb", "hegy", "ch"),
  seasonal.test.args = list(),
  allowdrift = TRUE,
  allowmean = TRUE,
  lambda = NULL,
  biasadj = FALSE,
  parallel = FALSE,
  num.cores = 2,
  x = y,
  ...
)
```

- `x` --- одномерный временный ряд;
- `d` --- количество дифференцирований ряда, по умолчанию подбирается автоматически на основе `test`;
- `D` --- количество сезонных дифференцирований ряда, по умолчанию подбирается автоматически на основе `season.test`;
- `max.p`, `max.d`, `max.q`, `max.P`, `max.D`, `max.Q` --- максимальные значения гиперпараметров, которые будут попробованны;
- `max.order` --- максимальное значение $p + q + P + Q$ если выбор модели не пошаговый;
- `stationary` --- если `TRUE`, то поиск ограничивается стационарными моделями;
- `seasonal` --- если `FALSE`, то поиск ограничивается несезонными моделями;
- `ic` --- Информационный критерий, используемый для выбора модели;
- `stepwise` --- Использовать ли пошаговый выбор модели (работает быстрее). Если нет, то выполняется поиск по всем моделям. Это может быть очень медленно, особенно для сезонных моделей;
- `nmodels` --- максимальное количество моделей в пошаговом поиске;
- `trace` --- печатать ли информацию о рассмотренных моделях;

- `approximation` --- если `TRUE`, то оценка производится с помощью условных сумм квадратов, а информационные критерии, используемые для выбора модели, аппроксимируются. Окончательная модель вычисляется с использованием оценки максимального правдоподобия. Аппроксимация может быть использована для длинных временных рядов или высокого сезонного периода, воизбежании долгих вычислений;
- `method` --- метод обучения: максимизация правдоподобия или минимизация условной суммы квадратов. По умолчанию (если нет пропусков), сначала применяется минимизация условной суммы квадратов, затем -- максимизация правдоподобия;
- `truncate` --- Количество наблюдений, которое следует использовать при выборе модели;
- `xreg` --- вектор или матрица экзогенных признаков. Число строк матрицы равно длине временного ряда;
- `test` --- Тип критерия единичного корня (проверка на стационарность). По умолчанию используется KPSS;
- `test.args` --- Его аргументы;
- `seasonal.test` --- Определяет, какой метод используется для выбора количества сезонных дифференцирований. По умолчанию метод заключается в использовании STL-декомпозиции. Другие критерии включают сезонные тесты на основе единичных корней;
- `seasonal.test.args` --- Его аргументы;
- `allowdrift` --- рассматривать ли модели с дрифтом, то есть включать ли компоненту, непосредственно зависящую от времени;
- `allowmean` --- рассматривать ли модели с ненулевым смещением;
- `lambda` --- параметр преобразования Бокса-Кокса. По умолчанию игнорируется. Если указано `"auto"`, то выбирается автоматически с помощью `BoxCox.lambda`;
- `parallel` --- использовать ли параллельный выбор модели. Не работает если `stepwise = TRUE`;
- `num.cores` --- количество параллельных процессов.

Попробуем обучить с параметрами по умолчанию. Вывод модели аналогичен модели, подобранной вручную

In [32]:

```
model.auto <- auto.arima(trainSeries)
model.auto
```

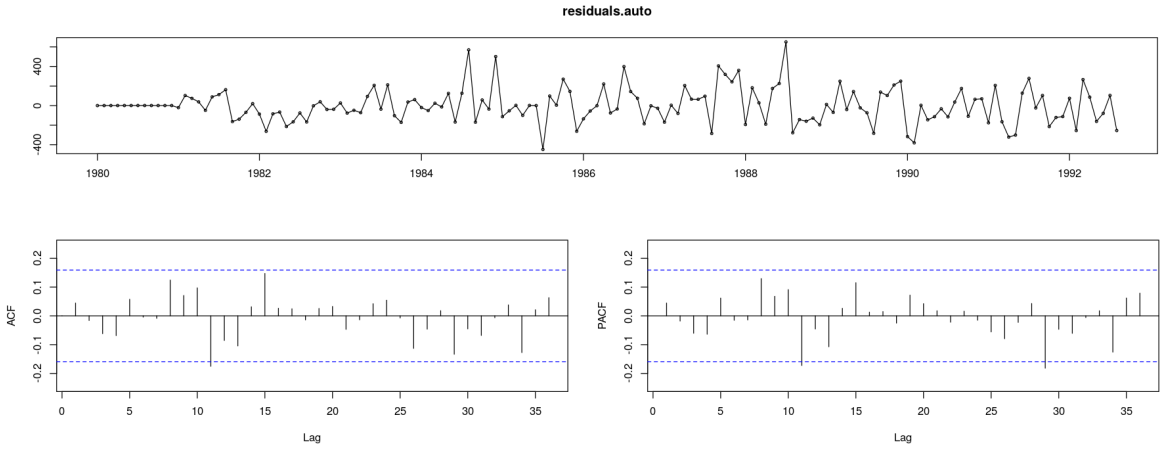
```
Series: trainSeries
ARIMA(1,0,1)(0,1,1)[12] with drift

Coefficients:
         ar1      ma1     sma1   drift
      0.9355  -0.7969  -0.6142  7.5293
s.e.  0.0568   0.0898   0.0751  1.7312

sigma^2 estimated as 34208:  log likelihood=-930.17
AIC=1870.35   AICc=1870.79   BIC=1885.05
```

Предлагается модель ARIMA(1,1,2)(0,1,1)$_{12}$ с дрифтом, т.е. с дополнительным слагаемым $7.5293 \cdot t$. Её `AIC` выше, чем у модели, подобранной вручную.

Посмотрим на её остатки:

In [33]:

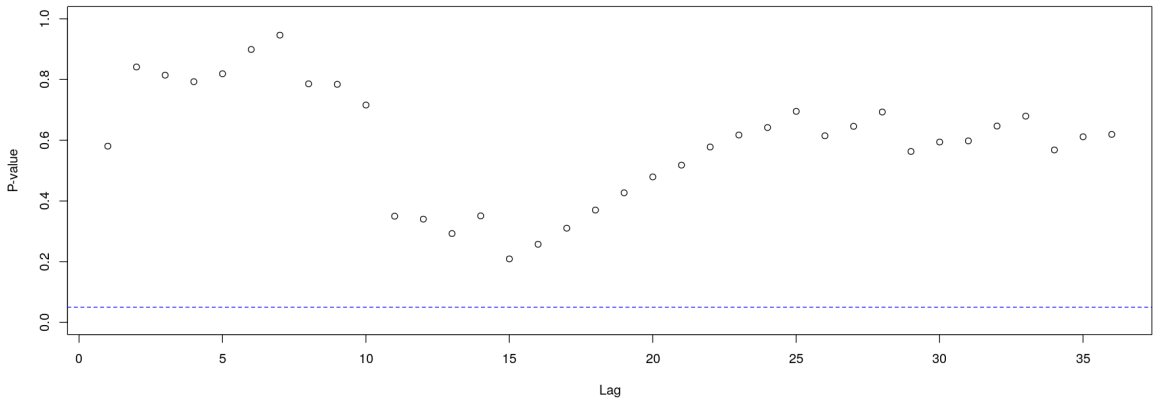
```
residuals.auto <- residuals(model.auto)

tsdisplay(residuals.auto)
```



p-value критерия Льюнга-Бокса о наличии значимых лагов автокорреляции. Опять же, значимых автокорреляций нет

In [34]:

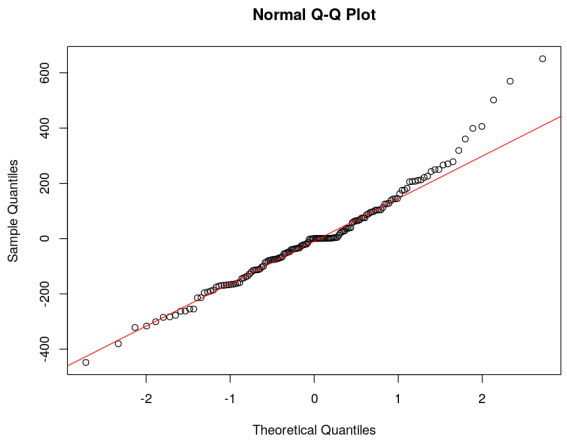
```
p <- rep(0, 1, frequency(tSeries)*3)
for (i in 1:length(p)){
  p[i] <- Box.test(residuals.auto, lag = i, type = "Ljung-Box")$p.value
}

plot(p, xlab = "Lag", ylab = "P-value", ylim = c(0, 1))
abline(h = 0.05, lty = 2, col = "blue")
```

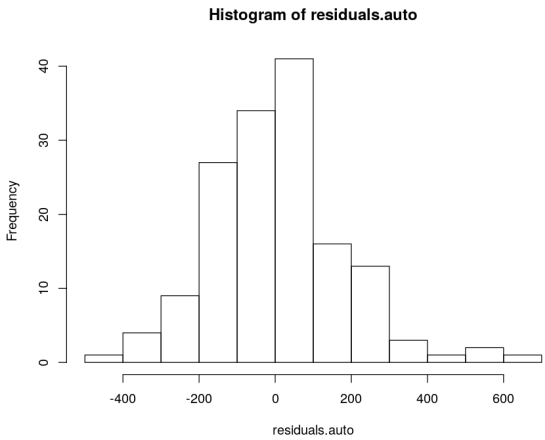


Q-Q plot и гистограмма для остатков:

In [35]:

```
par(mfrow = c(1, 2))
qqnorm(residuals.auto)
qqline(residuals.auto, col = "red")
hist(residuals.auto)
```





In [36]:

```
shapiro.test(residuals.auto)$p.value
wilcox.test(residuals.auto)$p.value
kpss.test(residuals.auto)$p.value
bptest(residuals.auto ~ c(1:length(residuals.auto)))$p.value
```

0.002716170549687

0.599469729142392

```
Warning message in kpss.test(residuals.auto):
“p-value greater than printed p-value”
```

0.1

BP: 0.0237752972974032

- Нормальность --- отвергается
- Несмещённость --- не отвергается
- Стационарность --- не отвергается
- Гомоскедастичность --- отвергается

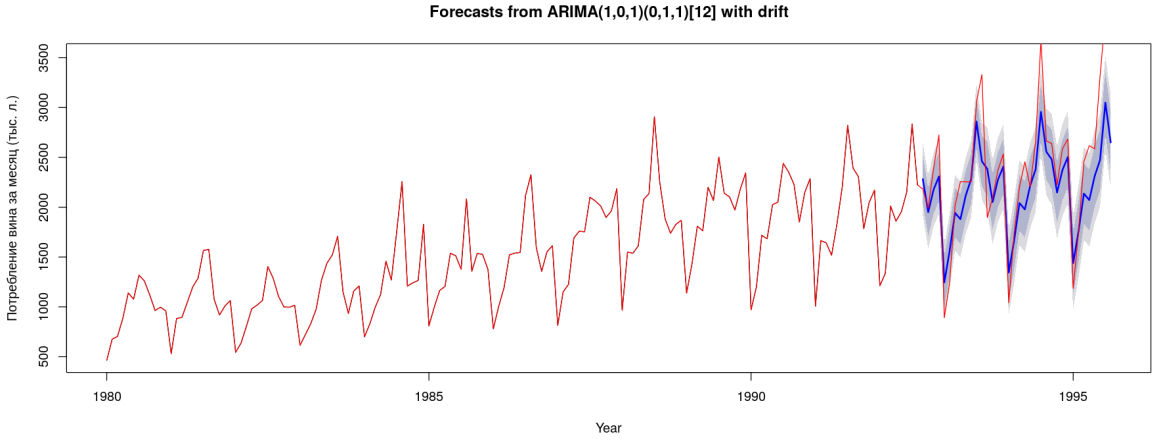
Посчитаем качество на тестовой выборке

In [37]:

```
# Предсказания
predicted <- forecast(model.auto, h = D)

# Качество предсказания
accuracy(predicted, testSeries)

# График
plot(predicted, ylab = xname, xlab = "Year")
lines(tSeries, col = "red")
```

A matrix: 2 × 8 of type dbl

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	The
Training set	-0.005073743	174.9503	128.8351	-1.557364	8.522846	0.6869111	0.04437596	
Test set	171.749062200	368.2348	278.3693	3.687218	12.166080	1.4841839	0.14479630	0.482



Вспомним, какие значения метрик мы получили на тестовой части ряда для модели, подобранной вручную

In [38]:

```
accuracy(forecast(model.arima, h=D), testSeries)
```

A matrix: 2 × 8 of type dbl

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's
Training set	-3.146065	170.8630	126.8490	-1.466598	8.382784	0.6763217	0.002503462	N
Test set	267.998638	442.6141	357.2518	7.946218	14.952211	1.9047623	0.190174226	0.58387

Как видим, по всем метрикам ошибка на тестовой выборке у автоматической модели меньше, чем у модели, подобранной вручную. Это не всегда так на практике; возможно, стоило провести более тщательный анализ.

Как и ранее, можно извлечь на сами прогнозы и границы предсказательных интервалов

In [39]:

```
1  head(data.frame(predicted))
```

A data.frame: 6 × 5

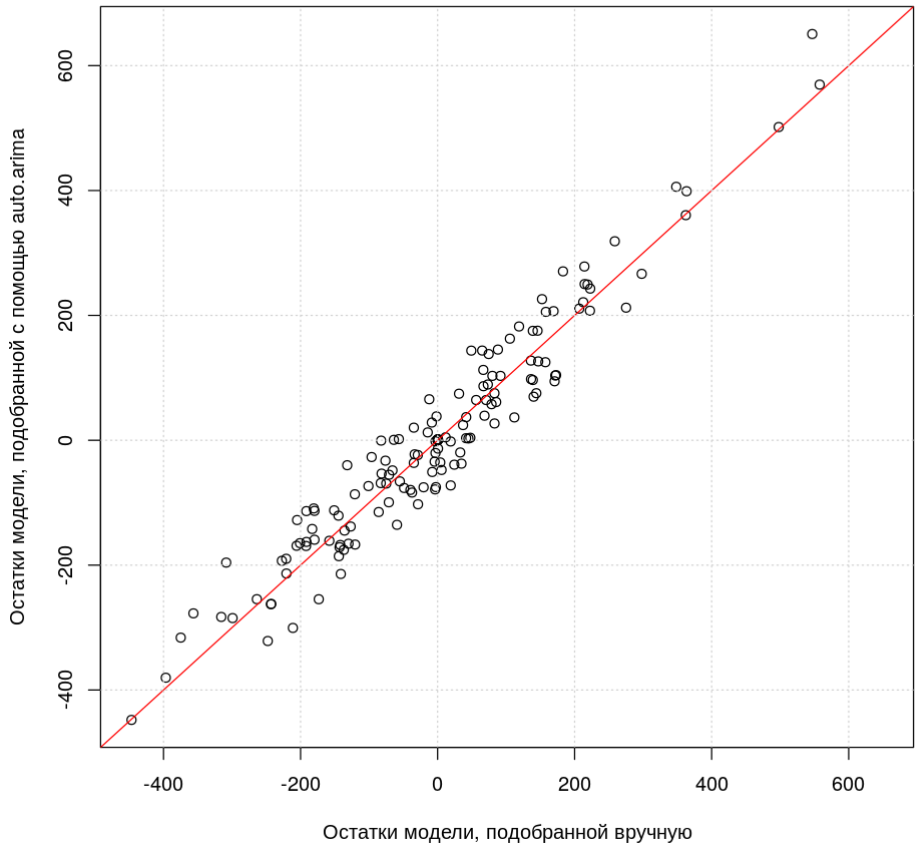
	Point.Forecast	Lo.80	Hi.80	Lo.95	Hi.95
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
Sep 1992	2281.341	2044.311	2518.371	1918.8343	2643.848
Oct 1992	1950.024	1710.727	2189.320	1584.0513	2315.996
Nov 1992	2176.587	1935.324	2417.849	1807.6077	2545.565
Dec 1992	2307.854	2064.884	2550.824	1936.2640	2679.444
Jan 1993	1244.648	1000.194	1489.102	870.7881	1618.508
Feb 1993	1564.627	1318.882	1810.373	1188.7917	1940.462

Для первичного сравнения моделей полезно также сравнивать их остатки на обучающей выборке. Нарисуем график зависимости остатков одной модели от остатков другой. Также можно использовать критерий Дибольда-Марьяно для гипотезы о том, что две модели прогнозирования имеют одинаковую точность прогноза. Функция также принимает параметры `h` --- горизонт прогнозирования и `power` --- степень (1 или 2) лосс-функции.

In [40]:

```
# Границы графика
min.value = min(residuals.arima, residuals.auto)
max.value = max(residuals.arima, residuals.auto)
limits = c(min.value, max.value)

# Размеры графика
options(repr.plot.width = 8, repr.plot.height = 8)

# График остатки-остатки
plot(residuals.arima, residuals.auto,
     xlim = limits, ylim = limits,
     xlab = "Остатки модели, подобранной вручную",
     ylab = "Остатки модели, подобранной с помощью auto.arima")
lines(limits*2, limits*2, col="red")
grid()

# проверка гипотезы
dm.test(residuals.arima, residuals.auto)
```

```
        Diebold-Mariano Test

data:  residuals.arimaresiduals.auto
DM = -0.97674, Forecast horizon = 1, Loss function power = 2, p-value
=
0.3303
alternative hypothesis: two.sided
```



Критерий не отвергает гипотезу об одинаковом качестве моделей. По значению AIC модель,

подобранная вручную оказалась лучше. Однако на тестовой выборке автоматическая модель показывает меньшую ошибку.

6. Итоговое сравнение и прогноз на будущее

Сравним остатки моделей ARIMA и ETS. Гипотезы об одинаковом качестве отвергаются.

In [41]:

```
# проверка гипотезы
dm.test(residuals.ets, residuals.auto)
dm.test(residuals.ets, residuals.arima)
```

```
        Diebold-Mariano Test

data:  residuals.etsresiduals.auto
DM = -6.6727, Forecast horizon = 1, Loss function power = 2, p-value =
4.476e-10
alternative hypothesis: two.sided


        Diebold-Mariano Test

data:  residuals.etsresiduals.arima
DM = -7.1374, Forecast horizon = 1, Loss function power = 2, p-value =
3.723e-11
alternative hypothesis: two.sided
```

Сравним также их предсказания на тестовом множестве

In [42]:

```
print("ets")
accuracy(forecast(model.ets, h = D), testSeries)

print("arima")
accuracy(forecast(model.arima, h = D), testSeries)

print("auto.arima")
accuracy(forecast(model.auto, h = D), testSeries)
```

```
[1] "ets"
```

A matrix: 2 × 8 of type dbl

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's U
Training set	27.4637	176.9042	128.9961	0.845731	8.30697	0.6877698	-0.006536106	NA
Test set	426.9203	549.8809	455.5682	15.680692	18.15986	2.4289570	0.209402942	0.771680

```
[1] "arima"
```

A matrix: 2 × 8 of type dbl

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's
Training set	-3.146065	170.8630	126.8490	-1.466598	8.382784	0.6763217	0.002503462	N
Test set	267.998638	442.6141	357.2518	7.946218	14.952211	1.9047623	0.190174226	0.58387

```
[1] "auto.arima"
```

A matrix: 2 × 8 of type dbl

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	The
Training set	-0.005073743	174.9503	128.8351	-1.557364	8.522846	0.6869111	0.04437596	
Test set	171.749062200	368.2348	278.3693	3.687218	12.166080	1.4841839	0.14479630	0.482

Наилучшее качество на тестовой выборке показала автоматическая модель. Построим итоговый прогноз с ее использованием на 3 года вперед.

In [43]:

```
f <- forecast(model.auto, h = D, bootstrap = TRUE)
print(f)

options(repr.plot.width = 15, repr.plot.height = 6)
plot(f, ylab = xname, xlab = "Year", col = "red")
```

	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
Sep 1992	2281.341	2088.295	2493.684	1980.7622	2680.211
Oct 1992	1950.024	1746.832	2168.247	1633.9876	2350.346
Nov 1992	2176.587	1968.715	2401.061	1860.1487	2625.781
Dec 1992	2307.854	2087.318	2527.908	1986.6702	2722.572
Jan 1993	1244.648	1024.677	1470.771	917.8271	1657.445
Feb 1993	1564.627	1345.991	1790.943	1240.4902	1987.845
Mar 1993	1943.323	1733.608	2178.024	1622.3411	2419.548
Apr 1993	1879.802	1664.725	2109.015	1551.3696	2306.377
May 1993	2119.612	1894.849	2341.686	1784.9809	2535.479
Jun 1993	2282.315	2059.190	2509.562	1948.8505	2707.895
Jul 1993	2860.107	2631.899	3078.679	2522.0906	3279.132
Aug 1993	2460.719	2233.850	2678.600	2128.5829	2849.438
Sep 1993	2384.042	2143.405	2631.165	2016.9773	2821.547
Oct 1993	2051.928	1808.047	2301.347	1681.4373	2493.340
Nov 1993	2277.746	2026.391	2535.358	1912.1580	2739.363
Dec 1993	2408.316	2158.619	2662.885	2038.1499	2889.047
Jan 1994	1344.458	1099.594	1599.697	969.2374	1789.184
Feb 1994	1663.827	1416.097	1913.139	1292.5239	2094.176
Mar 1994	2041.952	1798.480	2299.737	1680.8133	2494.245
Apr 1994	1977.898	1720.308	2233.972	1594.7313	2425.892
May 1994	2217.209	1968.248	2465.388	1834.7706	2685.231
Jun 1994	2379.444	2126.360	2633.390	1999.6344	2843.599
Jul 1994	2956.799	2704.950	3206.170	2581.1749	3430.669
Aug 1994	2557.003	2300.819	2812.790	2190.7257	3002.205
Sep 1994	2479.943	2206.488	2755.026	2072.6664	2943.664
Oct 1994	2147.471	1876.826	2416.611	1728.5743	2619.008
Nov 1994	2372.954	2095.093	2661.702	1959.8118	2853.326
Dec 1994	2503.211	2230.297	2779.703	2095.7728	2980.608
Jan 1995	1439.060	1161.539	1724.412	1015.1591	1919.436
Feb 1995	1758.155	1472.734	2039.739	1333.0778	2248.048
Mar 1995	2136.024	1867.966	2421.590	1725.5297	2626.089
Apr 1995	2071.729	1790.259	2354.745	1645.8198	2545.913
May 1995	2310.815	2035.659	2586.105	1898.9353	2791.335
Jun 1995	2472.841	2195.434	2748.953	2049.1318	2955.709
Jul 1995	3050.000	2776.350	3329.323	2638.8273	3537.204
Aug 1995	2650.019	2375.765	2926.729	2238.5748	3129.632