

# Доп. задачи анализа данных.

## Задание 1. Временные ряды

- Дедлайн **27 марта 16:30**. После дедлайна работы не принимаются кроме случаев наличия уважительной причины.
- Выполненную работу нужно отправить на почту `mipt.stats@yandex.ru`, указав тему письма "[ad] Фамилия Имя - задание 1". Квадратные скобки обязательны. Если письмо дошло, придет ответ от автоответчика.
- Задание необходимо оформить в `tex`'е и прислать `pdf` или же прислать фотку в правильной ориентации рукописного решения, где все четко видно.
- Решения, размещенные на каких-либо интернет-ресурсах не принимаются. Кроме того, публикация решения в открытом доступе может быть приравнена к предоставлению возможности списать.
- Не забывайте делать пояснения и выводы.

При решении задач можно пользоваться следующим утверждением. Временной ряд  $(y_t, t \in \mathbb{Z})$ , удовлетворяющий выражению

$$a(L)y_t = \alpha + b(L)\varepsilon_t,$$

где  $(\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z})$  — гауссовский белый шум со средним 0 и дисперсией  $\sigma^2$ , является стационарным тогда и только тогда, когда все корни (комплексные) уравнения  $a(z) = 0$  лежат вне единичного круга.

1. **(2 балла)** Пусть временной ряд  $(y_t, t \in \mathbb{Z})$  с нулевым средним подчиняется модели авторегрессии  $AR(2)$  :  $y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$ , где белый шум  $\varepsilon_t$  не зависит от  $y_{t-1}, i > 1$ . Докажите, что условия  $|\varphi_2| < 1, \varphi_1 + \varphi_2 < 1, \varphi_2 - \varphi_1 < 1$  являются необходимыми для того, чтобы ряд  $y_t$  являлся стационарным в широком смысле.
2. **(4 балла)** Пусть временной ряд  $(y_t, t \in \mathbb{Z})$  задан выражением

(a)  $y_t = 1 + 0.5y_{t-1} - 0.5y_{t-2} + 0.25y_{t-3} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}$

(b)  $y_t = 2 + y_{t-1} - 0.5y_{t-2} + 0.5y_{t-3} + \varepsilon_t - 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}$

(c)  $y_t = -1 - y_{t-2} - 0.25y_{t-4} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-3}$

где  $(\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z})$  — гауссовский белый шум со средним 0 и дисперсией  $\varepsilon$ , который также не зависит от  $y_{t-i}, i > 1$ . Являются ли ряды стационарными в широком смысле? Определите тип процесса в терминах  $ARIMA(p, d, q)$ .

Если ряд стационарен, выпишите его  $MA(\infty)$ -представление в явном виде. Иначе для продифференцированного соответствующее число раз ряда.

3. **(2 балла)** Для временного ряда из задачи 2 с), вычислите математическое ожидание и дисперсию  $y_t$ .