

Отчёт по практикуму
«Динамическое программирование и процессы
управления. Ellipsoidal Toolbox»

Студент 415 группы
Д. Т. Солтанова

Преподаватель
ассистент Ю. Ю. Минаева

Оглавление

1. Постановка задачи	3
2. Вывод уравнения движения системы	4
3. Исследование системы без управления	6

1. Постановка задачи

Дана электрическая система с двумя степенями свободы, совершающая затухающие колебания:

Электрический контур состоит из трех конденсаторов емкости C_1, C_2, C и двух катушек индуктивности L_1, L_2 . Управлением U можно подавать дополнительное напряжение к участку цепи между второй катушкой индуктивности и вторым конденсатором. В начальный момент на конденсаторах с емкостями C_1 и C_2 были падения напряжения U_1 и U_2 , а токи через катушки были равны I_1, I_2 .

Для рассмотрения затухающих колебаний на нижние (на рисунке 1.1 слева) горизонтальные участки цепи добавить два сопротивления R , последовательно с конденсаторами C_1 и C_2 .

Даны следующие параметры: $C, C_1, C_2, L_1, L_2, U_1, U_2, I_1, I_2, R, |U| \leq U$.

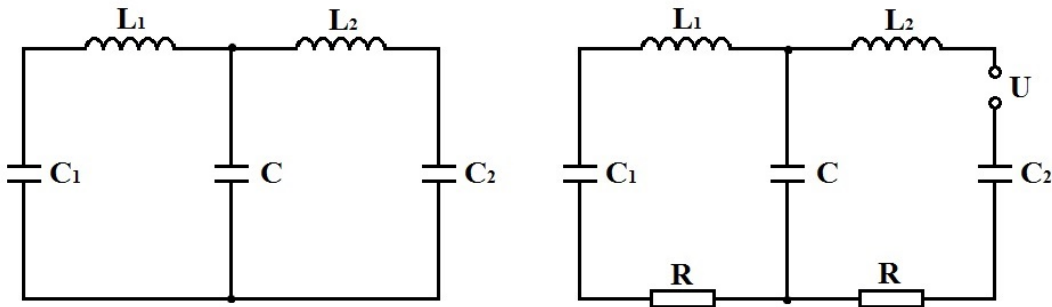


Рис. 1.1: Электрическая цепь с учетом управления, сопротивлений (справа) и без них (слева)

Исследовать движение системы без управления (найти собственные значения, построить фазовые траектории). Подобрать параметры для более наглядного графического представления движения системы. При помощи Ellipsoidal Toolbox выяснить, за какое минимальное время можно успокоить систему. Привести в состояние, когда падение напряжения на конденсаторах равны нулю, и токи через катушки индуктивности равны нулю. В этом случае принять, что сопротивления равны нулю.

2. Вывод уравнения движения системы

Рассмотрим исходную электрическую цепь в немного ином виде:

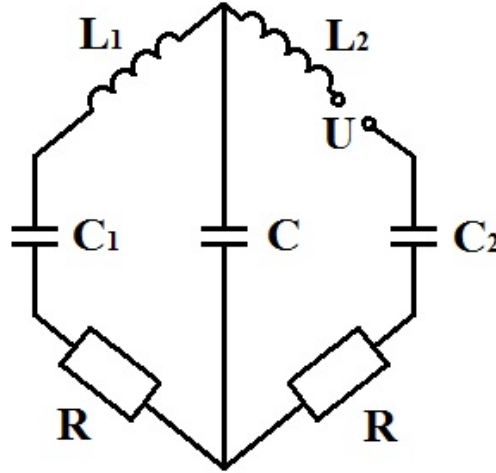


Рис. 2.1: Электрическая цепь с учетом управления, сопротивлений

На концах полученных трех параллельно соединенных ветках напряжения должны быть одинаковыми, то есть

$$U_{L_1} + U_{C_1} + U_R = U_{L_2} + U_{C_2} + U_R + U = U_C, \text{ где}$$

U_{C_1}, U_{C_2}, U_C — напряжения на конденсаторах с емкостями C_1, C_2 и C соответственно;

U_{L_1}, U_{L_2} — напряжения на катушках индуктивности L_1 и L_2 соответственно;

U_R — напряжение источника сопротивления (например, реостата) с сопротивлением R ;

U — дополнительное напряжение (управление).

Учтем, что

$$U_L = L \frac{dI}{dt}, \quad I = \frac{dq}{dt}, \quad U_C = \frac{q}{C}, \quad U_R = IR.$$

Тогда получим

$$L_1 \ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C_1} + \dot{q}_1 R = L_2 \ddot{q}_2 + \frac{q_2}{C_2} + \dot{q}_2 R + U = \frac{q_3}{C} \iff \begin{cases} L_1 \ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C_1} + \dot{q}_1 R = \frac{q_3}{C}, \\ L_2 \ddot{q}_2 + \frac{q_2}{C_2} + \dot{q}_2 R + U = \frac{q_3}{C}. \end{cases}$$

Еще одно уравнение — это равенство нулю алгебраической суммы зарядов обкладок, указанных на рис.2.2.

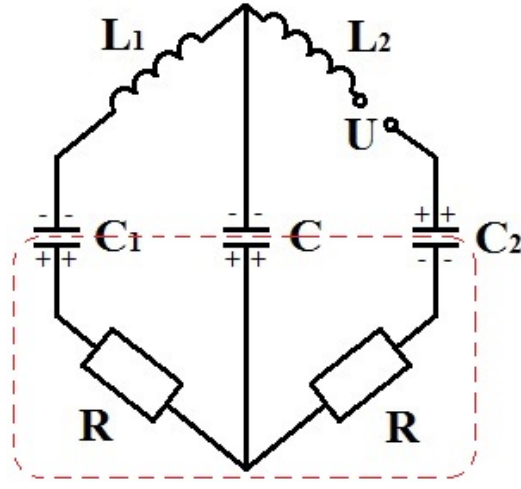


Рис. 2.2: Сумма зарядов обкладок в пунктирной области равна нулю

Понизим порядок системы ОДУ:

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = q_4, \\ \dot{q}_2 = q_5, \\ \dot{q}_3 = q_6, \\ q_3 = q_2 - q_1, \\ L_1 \dot{q}_4 + \frac{q_1}{C_1} + q_4 R = \frac{q_3}{C}, \\ L_2 \dot{q}_5 + \frac{q_2}{C_2} + q_5 R + U = \frac{q_3}{C}. \end{cases}$$

Окончательно имеем

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3, \\ \dot{x}_2 = x_4, \\ \dot{x}_3 = -x_1 \frac{C_1 + C}{CC_1 L_1} + x_2 \frac{1}{CL_1} - x_3 \frac{R}{L_1}, \\ \dot{x}_4 = -x_1 \frac{1}{CL_2} + x_2 \frac{C_2 - C}{CC_2 L_2} - x_4 \frac{R}{L_2} - \frac{U}{L_2}. \end{cases}$$

Получим линейную систему вида:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{C_1+C}{CC_1 L_1} & \frac{1}{CL_1} & -\frac{R}{L_1} & 0 \\ -\frac{1}{CL_2} & \frac{C_2-C}{CC_2 L_2} & 0 & -\frac{R}{L_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_2} \end{pmatrix} u(t), \text{ где} \quad (2.1)$$

$$x_1(t) = q_1, \quad x_2(t) = q_2, \quad x_3(t) = q_4, \quad x_4(t) = q_5, \quad u(t) = U.$$

3. Исследование системы без управления