

## 2020 年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标 I）

### 参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5 分) 若  $z=1+i$ ，则  $|z^2-2z|=(\quad)$

- A. 0                      B. 1                      C.  $\sqrt{2}$                       D. 2

【分析】由复数的乘方和加减运算，化简  $z^2-2z$ ，再由复数的模的定义，计算可得所求值.

【解答】解：若  $z=1+i$ ，则  $z^2-2z=(1+i)^2-2(1+i)=2i-2-2i=-2$ ，  
则  $|z^2-2z|=|-2|=2$ ，

故选：D.

【点评】本题考查复数的运算，考查复数的模的求法，主要考查化简运算能力，是一道基础题.

2. (5 分) 设集合  $A=\{x|x^2-4\leq 0\}$ ， $B=\{x|2x+a\leq 0\}$ ，且  $A\cap B=\{x|-2\leq x\leq 1\}$ ，则  $a=(\quad)$

- A. -4                      B. -2                      C. 2                      D. 4

【分析】由二次不等式和一次不等式的解法，化简集合  $A, B$ ，再由交集的定义，可得  $a$  的方程，解方程可得  $a$ .

【解答】解：集合  $A=\{x|x^2-4\leq 0\}=\{x|-2\leq x\leq 2\}$ ， $B=\{x|2x+a\leq 0\}=\{x|x\leq -\frac{1}{2}a\}$ ，  
由  $A\cap B=\{x|-2\leq x\leq 1\}$ ，可得  $-\frac{1}{2}a=1$ ，

则  $a=-2$ .

故选：B.

【点评】本题考查集合的交集运算，同时考查不等式的解法，考查方程思想和运算能力，是一道基础题.

4. (5 分) 已知  $A$  为抛物线  $C: y^2=2px$  ( $p>0$ ) 上一点，点  $A$  到  $C$  的焦点的距离为 12，到  $y$  轴的距离为 9，则  $p=(\quad)$

- A. 2                      B. 3                      C. 6                      D. 9

【分析】直接利用抛物线的性质解题即可.

【解答】解： $A$  为抛物线  $C: y^2=2px$  ( $p>0$ ) 上一点，点  $A$  到  $C$  的焦点的距离为 12，到  $y$  轴的距离为 9，

因为抛物线上的点到焦点的距离和到准线的距离相等，

$$\text{故有：} 9 + \frac{p}{2} = 12 \Rightarrow p = 6;$$

故选：C.

【点评】本题主要考查抛物线性质的应用，属于基础题.

6. (5分) 函数  $f(x) = x^4 - 2x^3$  的图象在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为 ( )

- A.  $y = -2x - 1$       B.  $y = -2x + 1$       C.  $y = 2x - 3$       D.  $y = 2x + 1$

【分析】求出原函数的导函数，得到函数在  $x=1$  处的导数，再求得  $f(1)$ ，然后利用直线方程的点斜式求解.

【解答】解：由  $f(x) = x^4 - 2x^3$ ，得  $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$ ，

$$\therefore f'(1) = 4 - 6 = -2,$$

$$\text{又 } f(1) = 1 - 2 = -1,$$

$\therefore$  函数  $f(x) = x^4 - 2x^3$  的图象在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y - (-1) = -2(x - 1)$ ,

即  $y = -2x + 1$ .

故选：B.

【点评】本题考查利用导数研究过曲线上某点处的切线方程，是基础的计算题.

8. (5分)  $(x + \frac{y^2}{x})(x+y)^5$  的展开式中  $x^3y^3$  的系数为 ( )

- A. 5      B. 10      C. 15      D. 20

【分析】先把条件整理转化为求  $(x^2+y^2)(x+y)^5$  展开式中  $x^4y^3$  的系数，再结合二项式的展开式的特点即可求解.

【解答】解：因为  $(x + \frac{y^2}{x})(x+y)^5 = \frac{(x^2+y^2)(x+y)^5}{x}$ ;

要求展开式中  $x^3y^3$  的系数即为求  $(x^2+y^2)(x+y)^5$  展开式中  $x^4y^3$  的系数；

展开式含  $x^4y^3$  的项为： $x^2 \cdot C_5^2 x^2 \cdot y^3 + y^2 \cdot C_5^4 x^4 \cdot y = 15x^4y^3$ ;

故  $(x + \frac{y^2}{x})(x+y)^5$  的展开式中  $x^3y^3$  的系数为 15;

故选：C.

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，二项式系数的性质，属基础题.

9. (5分) 已知 $\alpha \in (0, \pi)$ , 且 $3\cos 2\alpha - 8\cos \alpha = 5$ , 则 $\sin \alpha =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{9}$

**【分析】**利用二倍角的余弦把已知等式变形, 化为关于 $\cos \alpha$ 的一元二次方程, 求解后再由同角三角函数基本关系式求得 $\sin \alpha$ 的值.

**【解答】**解: 由 $3\cos 2\alpha - 8\cos \alpha = 5$ , 得 $3(2\cos^2 \alpha - 1) - 8\cos \alpha - 5 = 0$ ,

即 $3\cos^2 \alpha - 4\cos \alpha - 4 = 0$ , 解得 $\cos \alpha = 2$  (舍去), 或 $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ .

$\because \alpha \in (0, \pi), \therefore \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ,

则 $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - (-\frac{2}{3})^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

故选: A.

**【点评】**本题考查三角函数的化简求值, 考查同角三角函数基本关系式与二倍角公式的应用, 是基础题.

11. (5分) 已知 $\odot M: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ , 直线 $l: 2x + y + 2 = 0$ ,  $P$ 为 $l$ 上的动点. 过点 $P$ 作 $\odot M$ 的切线 $PA, PB$ , 切点为 $A, B$ , 当 $|PM| \cdot |AB|$ 最小时, 直线 $AB$ 的方程为 ( )

- A.  $2x - y - 1 = 0$       B.  $2x + y - 1 = 0$       C.  $2x - y + 1 = 0$       D.  $2x + y + 1 = 0$

**【分析】**由已知结合四边形面积公式及三角形面积公式可得 $|PM| \cdot |AB| = 2\sqrt{|PM|^2 - 4}$ ,

说明要使 $|PM| \cdot |AB|$ 最小, 则需 $|PM|$ 最小, 此时 $PM$ 与直线 $l$ 垂直. 写出 $PM$ 所在直线方程, 与直线 $l$ 的方程联立, 求得 $P$ 点坐标, 然后写出以 $PM$ 为直径的圆的方程, 再与圆 $M$ 的方程联立可得 $AB$ 所在直线方程.

**【解答】**解: 化圆 $M$ 为 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ ,

圆心 $M(1, 1)$ , 半径 $r = 2$ .

$\because S_{\text{四边形PAMB}} = \frac{1}{2} |PM| \cdot |AB| = 2S_{\triangle PAM} = |PA| \cdot |AM| = 2|PA| = 2\sqrt{|PM|^2 - 4}$ .

$\therefore$ 要使 $|PM| \cdot |AB|$ 最小, 则需 $|PM|$ 最小, 此时 $PM$ 与直线 $l$ 垂直.

直线 $PM$ 的方程为 $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$ , 即 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ,

联立 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases}$ , 解得 $P(-1, 0)$ .

则以 $PM$ 为直径的圆的方程为 $x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$ .

联立  $\begin{cases} x^2+y^2-2x-2y-2=0 \\ x^2+y^2-y-1=0 \end{cases}$ , 可得直线  $AB$  的方程为  $2x+y+1=0$ .

故选:  $D$ .

**【点评】** 本题考查直线与圆位置关系的应用, 考查圆的切线方程, 考查过圆两切点的直线方程的求法, 是中档题.

12. (5 分) 若  $2^a+\log_2 a=4^b+2\log_4 b$ , 则 ( )

A.  $a>2b$

B.  $a<2b$

C.  $a>b^2$

D.  $a<b^2$

**【分析】** 先根据指数函数以及对数函数的性质得到  $2^a+\log_2 a<2^{2b}+\log_2 2b$ ; 再借助于函数的单调性即可求解结论.

**【解答】** 解: 因为  $2^a+\log_2 a=4^b+2\log_4 b=2^{2b}+\log_2 b$ ;

因为  $2^{2b}+\log_2 b<2^{2b}+\log_2 2b=2^{2b}+\log_2 b+1$  即  $2^a+\log_2 a<2^{2b}+\log_2 2b$ ;

令  $f(x)=2^x+\log_2 x$ , 由指对数函数的单调性可得  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  内单调递增;

且  $f(a)<f(2b)\Rightarrow a<2b$ ;

故选:  $B$ .

**【点评】** 本题主要考查指数函数以及对数函数性质的应用, 属于基础题.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

14. (5 分) 设  $\vec{a}, \vec{b}$  为单位向量, 且  $|\vec{a}+\vec{b}|=1$ , 则  $|\vec{a}-\vec{b}|=\underline{\sqrt{3}}$ .

**【分析】** 直接利用向量的模的平方, 结合已知条件转化求解即可.

**【解答】** 解:  $\vec{a}, \vec{b}$  为单位向量, 且  $|\vec{a}+\vec{b}|=1$ ,

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2=1,$$

$$\text{可得 } \vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=1,$$

$$1+2\vec{a}\cdot\vec{b}+1=1,$$

$$\text{所以 } 2\vec{a}\cdot\vec{b}=-1,$$

$$\text{则 } |\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{3}.$$

故答案为:  $\sqrt{3}$ .

**【点评】** 本题考查向量的模的求法, 数量积的应用, 考查计算能力.

15. (5分) 已知  $F$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点,  $A$  为  $C$  的右顶点,

$B$  为  $C$  上的点, 且  $BF$  垂直于  $x$  轴. 若  $AB$  的斜率为 3, 则  $C$  的离心率为 2.

【分析】利用已知条件求出  $A, B$  的坐标, 通过  $AB$  的斜率为 3, 转化求解双曲线的离心率即可.

【解答】解:  $F$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点  $(c, 0)$ ,  $A$  为  $C$  的

右顶点  $(a, 0)$ ,

$B$  为  $C$  上的点, 且  $BF$  垂直于  $x$  轴. 所以  $B(c, \frac{b^2}{a})$ ,

若  $AB$  的斜率为 3, 可得:  $\frac{\frac{b^2}{a} - 0}{c - a} = 3$ ,

$b^2 = c^2 - a^2$ , 代入上式化简可得  $c^2 = 3ac - 2a^2$ ,  $e = \frac{c}{a}$ ,

可得  $e^2 - 3e + 2 = 0$ ,  $e > 1$ ,

解得  $e = 2$ .

故答案为: 2.

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用, 离心率的求法, 考查转化思想以及计算能力.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答. (一) 必考题: 共 60 分.

17. (12分) 设  $\{a_n\}$  是公比不为 1 的等比数列,  $a_1$  为  $a_2, a_3$  的等差中项.

(1) 求  $\{a_n\}$  的公比;

(2) 若  $a_1 = 1$ , 求数列  $\{na_n\}$  的前  $n$  项和.

【分析】(1) 设  $\{a_n\}$  是公比  $q$  不为 1 的等比数列, 运用等差数列的中项性质和等比数列的通项公式, 解方程可得公比  $q$ ;

(2) 求得  $a_n, na_n$ , 运用数列的错位相减法求和, 结合等比数列的求和公式, 化简整理, 可得所求和.

【解答】解: (1) 设  $\{a_n\}$  是公比  $q$  不为 1 的等比数列,

$a_1$  为  $a_2, a_3$  的等差中项, 可得  $2a_1 = a_2 + a_3$ ,

$$\text{即 } 2a_1 = a_1q + a_1q^2,$$

$$\text{即为 } q^2 + q - 2 = 0,$$

$$\text{解得 } q = -2 \text{ (1 舍去),}$$

所以  $\{a_n\}$  的公比为  $-2$ ;

$$(2) \text{ 若 } a_1 = 1, \text{ 则 } a_n = (-2)^{n-1},$$

$$na_n = n \cdot (-2)^{n-1},$$

$$\text{则数列 } \{na_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项和为 } S_n = 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) + 3 \cdot (-2)^2 + \cdots + n \cdot (-2)^{n-1},$$

$$-2S_n = 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2)^3 + \cdots + n \cdot (-2)^n,$$

$$\text{两式相减可得 } 3S_n = 1 + (-2) + (-2)^2 + (-2)^3 + \cdots + (-2)^{n-1} - n \cdot (-2)^n$$

$$= \frac{1 - (-2)^n}{1 - (-2)} - n \cdot (-2)^n,$$

$$\text{化简可得 } S_n = \frac{1 - (1 + 3n) \cdot (-2)^n}{9},$$

$$\text{所以数列 } \{na_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项和为 } \frac{1 - (1 + 3n) \cdot (-2)^n}{9}.$$

**【点评】** 本题考查等比数列的通项公式和求和公式的运用，以及等差数列的中项性质，考查数列的错位相减法求和，主要考查方程思想和化简运算能力，属于中档题.

19. (12 分) 甲、乙、丙三位同学进行羽毛球比赛，约定赛制如下：

累计负两场者被淘汰：比赛前抽签决定首先比赛的两人，另一人轮空；每场比赛的胜者与轮空者进行下一场比赛，负者下一场轮空，直至有一人被淘汰；当一人被淘汰后，剩余的两人继续比赛，直至其中一人被淘汰，另一人最终获胜，比赛结束.

经抽签，甲、乙首先比赛，丙轮空. 设每场比赛双方获胜的概率都为  $\frac{1}{2}$ .

(1) 求甲连胜四场的概率；

(2) 求需要进行第五场比赛的概率；

(3) 求丙最终获胜的概率.

**【分析】** (1) 甲连胜四场只能是前四场全胜，由此能求出甲连胜四场的概率.

(2) 根据赛制，至少需要进行四场比赛，至多需要进行五场比赛，比赛四场结束，共有三种情况，甲连胜四场比赛，乙连胜四场比赛，丙上场后连胜三场，由此能求出需要进行五场比赛的概率.

(3) 丙最终获胜，有两种情况，比赛四场结束且丙最终获胜，比赛五场结束丙最终获胜，则从第二场开始的四场比赛按丙的胜、负、轮空结果有三种情况：胜胜负胜，胜负空胜，

负空胜胜，由此能求出丙最终获胜的概率.

**【解答】**(1) 甲连胜四场只能是前四场全胜,  $P = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ .

(2) 根据赛制, 至少需要进行四场比赛, 至多需要进行五场比赛, 比赛四场结束, 共有三种情况,

甲连胜四场的概率为  $\frac{1}{16}$ , 乙连胜四场比赛的概率为  $\frac{1}{16}$ ,

丙上场后连胜三场的概率为  $\frac{1}{8}$ ,

$\therefore$  需要进行五场比赛的概率为:

$$P = 1 - \frac{1}{16} - \frac{1}{16} - \frac{1}{8} = \frac{3}{4}.$$

(3) 丙最终获胜, 有两种情况,

比赛四场结束且丙最终获胜的概率为  $\frac{1}{8}$ ,

比赛五场结束丙最终获胜,

则从第二场开始的四场比赛按丙的胜、负、轮空结果有三种情况:

胜胜负胜, 胜负空胜, 负空胜胜, 概率分别为  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,

$\therefore$  丙最终获胜的概率  $P = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{16}$ .

**【点评】** 本题考查概率的求法, 考查相互独立事件概率计算公式和互斥事件概率加法公式等基础知识, 考查运算求解能力, 是中档题.

21. (12 分) 已知函数  $f(x) = e^x + ax^2 - x$ .

(1) 当  $a=1$  时, 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq \frac{1}{2}x^3 + 1$ , 求  $a$  的取值范围.

**【分析】** (1) 求得  $a=1$  时,  $f(x)$  的解析式, 两次对  $x$  求得导数, 结合指数函数的值域判断导数的符号, 即可得到所求单调性;

(2) 讨论  $x=0$ , 不等式恒成立;  $x>0$  时, 运用参数分离和构造函数, 求得导数, 判断单调性和最值, 进而得到所求范围.

**【解答】** 解: (1) 当  $a=1$  时,  $f(x) = e^x + x^2 - x$ ,

$$f'(x) = e^x + 2x - 1, \text{ 设 } g(x) = f'(x),$$

因为  $g'(x) = e^x + 2 > 0$ , 可得  $g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上递增, 即  $f'(x)$  在  $\mathbf{R}$  上递增,

因为  $f'(0) = 0$ , 所以当  $x > 0$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x < 0$  时,  $f'(x) < 0$ ,

所以  $f(x)$  的增区间为  $(0, +\infty)$ , 减区间为  $(-\infty, 0)$ ;

(2) 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq \frac{1}{2}x^3 + 1$  恒成立,

① 当  $x=0$  时, 不等式恒成立, 可得  $a \in \mathbf{R}$ ;

② 当  $x > 0$  时, 可得  $a \geq \frac{\frac{1}{2}x^3 + x + 1 - e^x}{x^2}$  恒成立,

设  $h(x) = \frac{\frac{1}{2}x^3 + x + 1 - e^x}{x^2}$ , 则  $h'(x) = \frac{(2-x)(e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1)}{x^3}$ ,

可设  $m(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$ , 可得  $m'(x) = e^x - x - 1$ ,  $m''(x) = e^x - 1$ ,

由  $x \geq 0$ , 可得  $m''(x) \geq 0$  恒成立, 可得  $m'(x)$  在  $(0, +\infty)$  递增,

所以  $m'(x)_{\min} = m'(0) = 0$ ,

即  $m'(x) \geq 0$  恒成立, 即  $m(x)$  在  $(0, +\infty)$  递增, 所以  $m(x)_{\min} = m(0) = 0$ ,

再令  $h'(x) = 0$ , 可得  $x=2$ , 当  $0 < x < 2$  时,  $h'(x) > 0$ ,  $h(x)$  在  $(0, 2)$  递增;

$x > 2$  时,  $h'(x) < 0$ ,  $h(x)$  在  $(2, +\infty)$  递减, 所以  $h(x)_{\max} = h(2) = \frac{7-e^2}{4}$ ,

所以  $a \geq \frac{7-e^2}{4}$ ,

综上可得  $a$  的取值范围是  $[\frac{7-e^2}{4}, +\infty)$ .

**【点评】** 本题考查导数的运用: 求单调性和最值, 考查构造函数法, 主要考查分类讨论思想和化简运算能力、推理能力, 属于难题.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

22. (10 分) 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \cos^k t, \\ y = \sin^k t \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐

标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $4\rho \cos \theta - 16\rho \sin \theta + 3 = 0$ .

(1) 当  $k=1$  时,  $C_1$  是什么曲线?

(2) 当  $k=4$  时, 求  $C_1$  与  $C_2$  的公共点的直角坐标.

**【分析】** (1) 当  $k=1$  时, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 利用平方关系消

去参数  $t$ , 可得  $x^2 + y^2 = 1$ , 故  $C_1$  是以原点为圆心, 以 1 为半径的圆;



(2) 当  $k=4$  时, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x=\cos^4 t \\ y=\sin^4 t \end{cases}$ , ( $t$  为参数), 消去参数  $t$ , 可得  $\sqrt{x}+\sqrt{y}$

$=1$ , 由  $4\rho\cos\theta - 16\rho\sin\theta + 3 = 0$ , 结合极坐标与直角坐标的互化公式可得  $4x - 16y + 3 = 0$ . 联

立方程组即可求得  $C_1$  与  $C_2$  的公共点的直角坐标为  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ .

**【解答】** 解: (1) 当  $k=1$  时, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t \end{cases}$ , ( $t$  为参数),

消去参数  $t$ , 可得  $x^2+y^2=1$ ,

故  $C_1$  是以原点为圆心, 以 1 为半径的圆;

(2) 法一: 当  $k=4$  时,  $C_1: \begin{cases} x=\cos^4 t \\ y=\sin^4 t \end{cases}$ , 消去  $t$  得到  $C_1$  的直角坐标方程为  $\sqrt{x}+\sqrt{y}=$

1,

$C_2$  的极坐标方程为  $4\rho\cos\theta - 16\rho\sin\theta + 3 = 0$  可得  $C_2$  的直角坐标方程为  $4x - 16y + 3 = 0$ ,

$$\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \\ 4x-16y+3=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}.$$

$\therefore C_1$  与  $C_2$  的公共点的直角坐标为  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ .

法二: 当  $k=4$  时, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x=\cos^4 t \\ y=\sin^4 t \end{cases}$ , ( $t$  为参数),

两式作差可得  $x - y = \cos^4 t - \sin^4 t = \cos^2 t - \sin^2 t = 2\cos^2 t - 1$ ,

$$\therefore \cos^2 t = \frac{x-y+1}{2}, \text{得 } x = \cos^4 t = \left(\frac{x-y+1}{2}\right)^2,$$

整理得:  $(x-y)^2 - 2(x+y) + 1 = 0$  ( $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ ).

由  $4\rho\cos\theta - 16\rho\sin\theta + 3 = 0$ , 又  $x = \rho\cos\theta, y = \rho\sin\theta$ ,

$$\therefore 4x - 16y + 3 = 0.$$

$$\text{联立} \begin{cases} (x-y)^2 - 2(x+y) + 1 = 0 \\ 4x - 16y + 3 = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=\frac{169}{36} \\ y=\frac{49}{36} \end{cases} \text{ (舍)}, \text{或} \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}.$$

$\therefore C_1$  与  $C_2$  的公共点的直角坐标为  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ .

**【点评】** 本题考查简单曲线的极坐标方程, 考查参数方程化普通方程, 考查计算能力, 是中档题.