Slide03 必做题

Exercise 3.1.1 写出下列语言的正规表达式:

b) 从右端数第 10 个位置是 *1* 的所有 *0*, *1* 字符串的集合.

c) 最多包含两个相继的 *1* 的所有 *0*, *1* 字符串的集合.

参考解答:

b) (0+1)* 1 (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1)

或 $(0+1)^* 1 (0+1)^9$

c) 对不包含相继的 *1* 的所有 *0*, *1* 字符串的集合，正规表达式可以为:

(ε + 1)(0+01)*;

包含一对相继的 *1*，正规表达式可以为:

(0+10)*11(0+01)*;

所以，结果正规表达式可以为:

(ε + 1)(0+01)* + (0+10)*11(0+01)*

Exercise 3.1.2 写出下列语言的正规表达式:

b) 0 的个数能够被 *5* 整除的所有 *0*, *1* 字符串的集合.

参考解答:

正规表达式可以为:

(1*01*01*01*01*01*)* + 1*,

或 (01*01*01*01*0 + 1)*

**!Exercise 3.1.5*

参考解答: 从"课程文件"中下载网页文件，从中找到参考解答

Exercise 3.4.1 验证下列包含正规表达式的等式

c) *(RS) T = R (ST)*

g) *(ε+R)* = R*.*

参考解答:

c) 将两个表达式具体化，将 *R* 替换为 *a*，将 *S* 替换为 *b.*

(RS)T 具体化为 *(ab)a*, *R(ST)*具体化为 *a(ba)*, 而 *L((ab)a)=L(a(ba))={abc}*, 所以原等式成立;

g) 将两个表达式具体化，将 *R* 替换为 *a.*

*(ε+R)**具体化为*(ε+a)**, *R**具体化为 *a**, 而 *L((ε+a)*)=L(a*)={ε,a,aa,aaa,…}*, (注: 若严格证明 *L((ε+a)*)=L(a*)*, 可以在归纳证明: 对任意 *k>=0*, $\{\varepsilon, a\}^k=\{a\}^k$ 的基础上进行)，所以原等式成立;

Exercise 3.4.2 证明或否证下列关于正规表达式的命题

*b) (RS+R)*R = R (SR+R)**

*d) (R+S)*S = (R*S)*.*

参考解答:

b) 将两个表达式具体化，将 *R* 替换为 *a*，将 *S* 替换为 *b.*

*(RS+R)*R* 具体化为 *(ab+a)*a*，*R (SR+R)** 具体化为 *a(ba+a)**，可以证明 *L((ab+a)*a)=L(a(ba+a)*)*

（注：同上，可以先归纳证明：

对任意 $k>=0$，$\{ab, a\}^k\{a\}=\{a\}\{ba, a\}^k$，而由连接运算对∪运算的分配律，可知 $L((ab+a)^*a)=\cup_{k=0,1,2,\ldots}(\{ab, a\}^k\{a\})$, $L(a(ba+a)^*)=\cup_{k=0,1,2,\ldots}(\{a\}\{ba, a\}^k)$，由此证得 *L((ab+a)*a)=L(a(ba+a)*)*

)，

所以原等式成立;

d) 将两个表达式具体化，将 *R* 替换为 *a*，将 *S* 替换为 *b.*

*(R+S)*S* 具体化为 *(a+b)*b*，*(R*S)** 具体化为 *(a*b)**，由于 $\varepsilon \in L((a^*b)^*)$，而 $\varepsilon \notin L((a^*b)^*)$，所以原等式不成立.

Slide03 思考题

!! Exercise 3.1.3(a)

参考解答:

0*（11*000*）*1*0*　　或改写为　0*（1*000*）*1*0*

(设计思路容易想出来)

!! Exercise 3.1.3(b)

参考解答:

(01+10)*

（设计思路：可以从满足条件的 0, 1 串，如ε，01，10，…，归纳生成所有长度为 2k 的串，从归纳构造过程可联想到这个结果。）若严格证明的话，需要从两个方面进行归纳证明：一方面，归纳于满足条件的串的长度，证明这些串属于 (01+10)* 定义的语言；另一方面，归纳于 $(01+10)^* =(01+10)^0 \cup (01+10)^1 \cup(01+10)^2 \cup\ldots\cup(01+10)^k \cup\ldots$ 中的 k，证明 L((01+10)*)中串都满足题目中的条件。