

تمرین شماره‌ی ۴ تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

۱ الف) اگر بدانیم یک سیگنال حقیقی متناوب با دوره‌ی تناوب $T = 8$ و تنها ضرایب غیرصفرسری فوریه a_k این سیگنال عبارتند از:

$$a_1 = a_{-1}^* = 1 + j2, a_3 = a_{-3} = 3$$

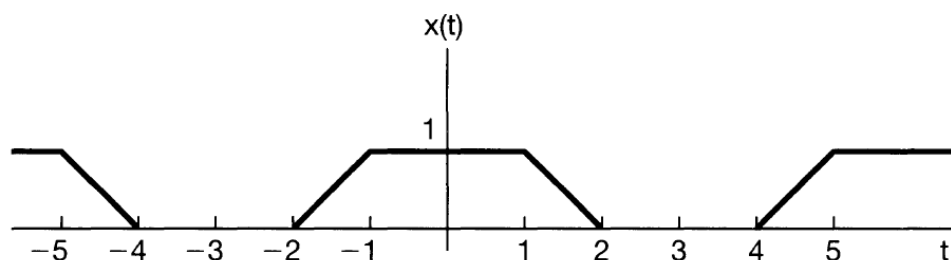
ضابطه‌ی سیگنال $x(t)$ را به سه شکل مختلف بنویسید.

ب) ضرائب سری فوریه‌ی سیگنال $y(t) = x(t - t_0) - x(t + t_0)$ چه رابطه‌ای با ضرائب a_k دارند؟

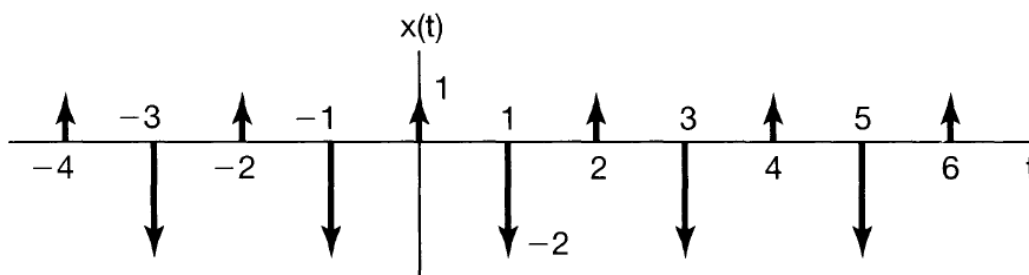
۲ ضرایب سری فوریه‌ی سیگنال‌های متناوب زیر را بدست آورید. (T دوره‌ی تناوب اصلی سیگنال است)

الف) $x(t) = 2t, -1 \leq t \leq 2$ و $T = 3$ ب) $x(t) = 2\sin\left(\frac{3}{2}t\right) + \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) + 1$

ج)



د)



۳ یک سیستم LTI و علی توصیف‌شده توسط معادله‌ی دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{d}{dt}y(t) + 4y(t) = x(t)$$

مطلوب است محاسبه‌ی ضرایب سری فوریه سیگنال خروجی $y(t)$ در پاسخ به سیگنال ورودی:

$$x(t) = 1 + \cos(3\pi t) + \sin(8\pi t + \frac{\pi}{3})$$

۴ اگر $x(t)$ یک سیگنال متناوب با دوره‌ی تناوب اصلی $T = 4$ و ضرایب سری فوریه a_k باشد و بدانیم که:

۱. $x(t)$ حقیقی و فرد است.
 ۲. به ازای $|k| > 1$ ، $a_k = 0$.
 ۳. $\int_1^9 |x(t)|^2 dt = 2$.
- سیگنال‌های ممکن برای $x(t)$ را تعیین کنید.

۵ سیگنال $x(t)$ دارای تبدیل فوریه $X(j\omega)$ است. تبدیل فوریه هر یک از سیگنال‌های زیر را بر حسب $X(j\omega)$ به دست آورید.

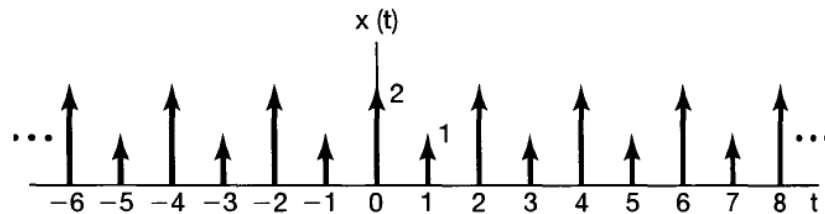
(الف) $e^{jt}x(4t-1)$ (ب) $\int_{t-2}^{t+2} x(\tau)d\tau$

۶ تبدیل فوریه هر یک از سیگنال‌های زیر را محاسبه کنید.

(الف) $x(t) = \begin{cases} 0, & |t| > 1 \\ \frac{t+1}{2}, & |t| \leq 1 \end{cases}$

(ب) $x(t) = t\left(\frac{\sin t}{\pi t}\right)^2$

(ج)



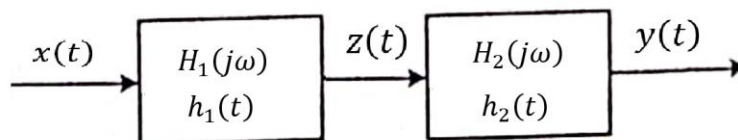
۷ برای هر یک از تبدیل فوریه‌های زیر، سیگنال زمانی متناظر را به دست آورید.

(الف) $X(j\omega) = \frac{d}{d\omega} \left\{ \frac{\sin 3\omega - j\cos 3\omega}{\frac{1}{2} + j\omega} \right\}$

(ب) $X(j\omega) = \frac{1-j\omega}{(1+j\omega)^2}$

(ج) $X(j\omega) = \cos\left(2\omega + \frac{\pi}{6}\right)$

۸ در شکل زیر:



اگر $H_1(j\omega) = \begin{cases} -4\omega^2, & |\omega| < 8 \\ 0, & 8 < |\omega| \end{cases}$ و $H_2(j\omega) = e^{-j2\omega}$ به ترتیب پاسخ فرکانسی سیستم‌های اول و دوم باشند، خروجی $y(t)$ را به ازای ورودی $x(t) = 3 + 2\cos(2t + \frac{\pi}{4})$ به دو روش زیر بدست آورید.

(الف) با تحلیل در حوزه فرکانس (ب) با تحلیل در حوزه زمان

موفق باشید

عمومی