

تمرین شماره‌ی ۳ تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

۱ تبدیل لاپلاس سیگنال‌های زمان پیوسته‌ی زیر را محاسبه و ناحیه‌ی همگرایی آنها را تعیین کنید.

(الف) $x_1(t) = 3e^{-t}u(t) + 2e^t u(-t)$ (ب) $x_2(t) = |t|e^{-2|t|}u(-t)$

(ج) $x_3(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 3 \\ 6-t, & 3 \leq t \leq 6 \\ 0, & oth. \end{cases}$ (د) $x_4(t) = e^{-|t|} \cos(t)$

۲ تبدیل Z دنباله‌های زیر را محاسبه و ناحیه‌ی همگرایی آنها را تعیین کنید.

(الف) $x_1[n] = 2^n u[n+1] + 3\left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n]$ (ب) $x_2[n] = |n|\left(\frac{1}{3}\right)^{|n|}$

(ج) $x_3[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n \{u[n+2] - u[n-2]\}$ (د) $x_4[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos(2n)u[n]$

۳ سیگنال زمانی متناظر با هریک از تبدیل لاپلاس‌های زیر را با توجه به ناحیه‌ی همگرایی آنها به دست آورید.

(الف) $F_1(s) = \frac{s^2+4}{s^2+8s+15}$, $-5 < \text{Re}(s) < -3$

(ب) $F_2(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$, $\text{Re}(s) < -1$

(ج) $F_3(s) = \frac{s^2+2}{(s+1)^2}$, $\text{Re}(s) > -1$

۴ دنباله‌ی متناظر با هریک از تبدیل Z های زیر را با توجه به ناحیه‌ی همگرایی آنها به دست آورید.

(الف) $F_1(z) = \frac{1+4z^{-2}}{1+\frac{9}{2}z^{-1}+2z^{-2}}$, $\frac{1}{2} < |z| < 4$

(ب) $F_2(z) = \frac{z^3}{(z-1)^3}$, $|z| > 1$

(ج) $F_3(z) = \frac{z^{-1}-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$, $|z| < \frac{1}{3}$

۵ تبدیل لاپلاس خروجی یک سیستم خطی و تغییرناپذیر با زمان در پاسخ به ورودی $x(t) = 2u(t)$ ، به صورت زیر است:

$$Y(s) = \frac{s+1}{s^2+6s+13}$$

(الف) مقادیر $y(0^+)$ و $y(\infty)$ را به دست آورید.

(ب) تابع انتقال این سیستم را تعیین کنید.

(ج) با فرض پایدار و علی بودن سیستم، پاسخ ضربه‌ی آن را به دست آورید.

(د) پاسخ سیستم به ورودی $x(t) = 5 \cos(t)$ را به دست آورید.

۶ اطلاعات زیر درباره‌ی یک سیستم LTI زمان گسسته با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ داده شده است:

۱. اگر $x[n] = (-2)^n$ برای هر n ، آنگاه $y[n] = 0$ برای هر n .

۲. اگر $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ برای هر n ، آنگاه $y[n]$ برای هر n به صورت زیر است:

$$y[n] = \delta[n] + a\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

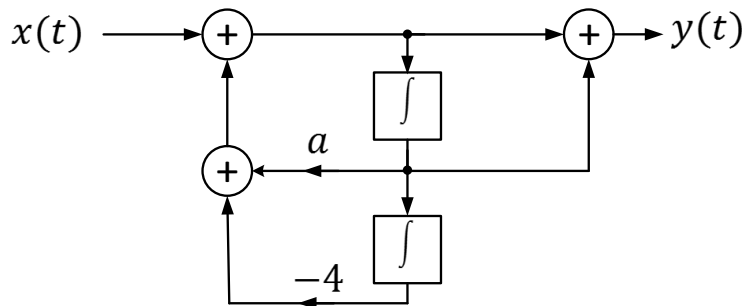
که در آن a یک عدد ثابت است.

الف) مقدار a را تعیین کنید.

ب) پاسخ این سیستم به ورودی ثابت $x[n] = 1$ برای هر n ، را تعیین کنید.

ج) پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = \cos(2n)$ برای هر n ، را تعیین کنید.

۷. نمودار بلوکی یک سیستم LTI، با استفاده از جمع کننده‌ها، انتگرال گیرهای مرتبه‌ی اول و ضرب کننده‌های در عدد ثابت، در شکل زیر نشان داده شده است.



الف) تابع انتقال $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ و معادله‌ی دیفرانسیل توصیف کننده‌ی رابطه‌ی ورودی-خروجی این سیستم را بر حسب پارامتر a به دست آورید.

ب) اگر پاسخ این سیستم به سیگنال $x(t) = e^t$ ، سیگنال $y(t) = \frac{1}{5}e^t$ باشد، مقدار ثابت a را تعیین کنید.

ج) با فرض مقدار $a = -5$ و پایدار بودن سیستم، پاسخ ضربه‌ی آن را تعیین کنید.

د) پاسخ سیستم بند ج را به سیگنال ورودی $x(t) = 2e^{-3t}u(t)$ تعیین کنید.

۸. رابطه‌ی ورودی-خروجی یک سیستم LTI توسط معادله‌ی تفاضلی زیر توصیف شده است:

$$y[n-2] + \frac{7}{2}y[n-1] - 2y[n] = x[n-1] - x[n]$$

پاسخ ضربه‌ی سیستم را در هر یک از حالت‌های زیر تعیین کنید.

الف) سیستم علی و ناپایدار باشد.

ب) سیستم غیرعلی (Noncausal) و پایدار باشد.

ج) سیستم ضدعلی (Anticausal) و ناپایدار باشد.

د) در بند الف، پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ برای هر n ، را تعیین کنید.

موفق باشید

عمومی