



۱- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با استدلال (خلاصه) یا مثال نقض مشخص کنید:

- (a) رابطه  $h_\tau(t) = h(t - \tau)$  در یک سیستم LTI تقریبی است.  
 (b) در سیستم وارون پذیر، خروجی‌های متناظر با دو ورودی متمایز در هیچ لحظه زمانی برابر نیستند.  
 (c) سیگنال خروجی یک سیستم LTI (پایدار) با ورودی سیگنال متناوب، متناوب است.  
 (d) سیستم LTI با پاسخ ضربه  $h[n]$  متناوب ناپایدار است.  
 (e) اگر سیستم LTI زمان گسسته با پاسخ ضربه  $h_1[n]$  پایدار باشد، سیستم دارای پاسخ ضربه  $h_2[n] = 2^n h_1[n]$  نیز الزاما پایدار است.  
 (f) سیستم معادل بهم پیوستن موازی یا سری دو سیستم زمان پیوسته پایدار (نه الزاما LTI) می تواند ناپایدار باشد.  
 (g) انرژی پاسخ ضربه یک سیستم زمان گسسته پایدار محدود است.

۲- برای دوتاییهای ورودی و پاسخ ضربه زیر خروجی سیستم را بدست آورید:

- (الف)  $h[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$  .  $x[n] = (\frac{1}{3})^n u[n]$   
 (ب)  $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - 2k]$  .  $h[n] = u[n + 3] - u[n - 1]$   
 (پ)  $h[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$  و  $x[n] = (-1)^n$   
 (ت)  $x(t) = u(t - 3) - u(t - 5)$  و  $h(t) = e^{-3t} u(t)$   
 (ث)  $h(t)$  .  $(\frac{dx(t)}{dt})$  قسمت (ت). جواب این قسمت چه ارتباطی با قسمت (ت) دارد؟  
 (ج)  $x(t) = u(t) - 2u(t - 2) + u(t - 5)$  و  $h(t) = e^{2t} u(1 - t)$

۳- سیستم LTI با پاسخ ضربه  $h(t) = \begin{cases} 4(1 - |t|), & |t| \leq 1 \\ 0, & \text{سایر} \end{cases}$  و ورودی  $x(t) = \begin{cases} 2, & -2 \leq t \leq 0 \\ -2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{سایر} \end{cases}$  را در نظر می گیریم.

(الف) بدون محاسبه کامل انتگرال کانولوشن، مشخص کنید:

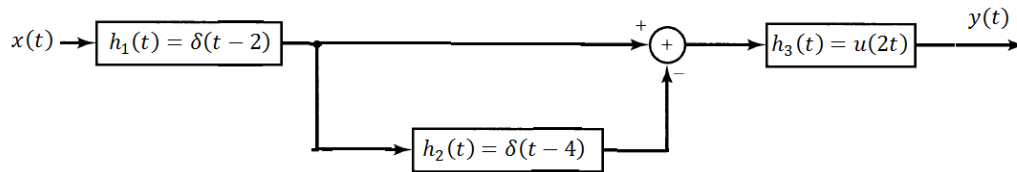
- (a)  $y(t)$ ، سیگنال خروجی، در کدام بازه (ها) دقیقا برابر صفر است؟  
 (b)  $y(t)$  در کدام  $t$  (ها) حداکثر است؟  
 (ب) با محاسبه کامل انتگرال کانولوشن،  $y(t)$  را بدست آورید تا درستی پاسخ ها در بند (الف) تایید شود.

۴- در یک سیستم (زمان گسسته) LTI پایدار می توان با دانش پاسخ ضربه، پاسخ به هر ورودی کران دار را محاسبه کرد.

(الف) اگر سیستم را گسسته زمان و ورودی را  $x[n] = 1, \forall n$  در نظر بگیریم، سیگنال خروجی را بر حسب پاسخ ضربه،  $h[n]$ ، به دست آورید.

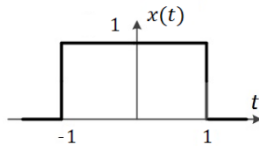
(ب) اگر  $x(t)$  را متناوب با پریود  $T$  در نظر بگیریم و بخواهیم  $y(t)$ ، سیگنال خروجی، تنها مولفه مستقیم، DC، سیگنال ورودی باشد،  $h(t)$  مناسب کدام است؟ آیا پاسخ یکتا است؟

۵- پاسخ ضربه معادل (کلی) اتصال سه سیستم با پاسخ ضربه های نشان داده شده در زیر را بدست آورید و رسم کنید.



(ب)  $x(t)$  ورودی سیستم، سیگنال نشان داده شده در شکل زیر است،

$y(t)$  خروجی سیستم را بدست آورده و با دقت کافی رسم نمایید.



۶- رابطه ورودی-خروجی یک سیستم در زیر داده شده است:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-2(t-\tau)} x(\tau - 1) d\tau$$

(الف) نشان دهید سیستم LTI است.

(ب) پاسخ ضربه سیستم را به دست آورید.

(پ) آیا سیستم پایدار و علی است؟ چرا؟

(ت) بند های (الف) تا (پ) را برای رابطه ورودی-خروجی زیر بررسی و پاسخگویی کنید:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2(t-\tau)} x(\tau - 1) d\tau$$

۷- سیستمی با معادله دیفرانسیل زیر در نظر بگیرید:

$$\frac{d^2 y(t)}{dx^2} + 3 \frac{dy(t)}{dx} - 4y(t) = x(t)$$

(الف) نشان دهید وقتی  $x(t) = 0 \quad \forall t$  آنگاه پاسخ معادله به صورت  $Ae^t + Be^{-4t}$  است.

(ب) در صورتی که سیستم علی باشد، پاسخ ضربه سیستم را بدست آورید.

(پ) در صورتی که سیستم پایدار باشد، پاسخ ضربه سیستم را بدست آورید.