

1- عبارت زیر را با استفاده از قوانین ساده کنید:

$$(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

2- دو گزاره P و Q را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$P: (A \vee B) \Rightarrow C$$

$$Q: (\neg C \Rightarrow \neg A) \vee (\neg C \Rightarrow \neg B)$$

کدام یک از موارد زیر درست است ؟

الف)  $P \Rightarrow Q$

ب)  $Q \Rightarrow P$

پ) هم‌ارز هستند.

3- هر یک از گزاره‌های سمت چپ را به یکی از عبارات سمت راست متناظر کنید.

- |  |   |
|--|---|
| (a) $q \rightarrow p$                          | 1) is a tautology                                     |
| (b) $q \vee \neg p$                            | 2) is the contrapositive of (a)                       |
| (c) $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ | 3) is equivalent to $p$ implies $q$                   |
| (d) $\neg p \rightarrow \neg q$                | 4) is equivalent to $p$ if and only if $q$            |
| (e) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$      | 5) is the symbolic expression for " $q$ only if $p$ " |

4- سه کشور  $c1, c2, c3$  وجود دارند. کشور  $c1$  یک جاسوس دارد ولی بستر ارتباطی مطمینی وجود ندارد، به همین خاطر جاسوس یک در میان اخبار درست و دروغ ارسال می‌کند. این جاسوس 5 پیغام زیر را مخابره می‌کند،

- جنگ بین کشور  $c1$  با کشور  $c2$  آغاز نمی‌شود.
- $c1$  هر طور شده، همزمان با دو کشور وارد جنگ نمی‌شود.
- پیمان اقتصادی آلفا بین کشورها نهایی نمی‌شود.
- اگر جنگ بین کشور  $c2$  و  $c1$  شروع نشود، جنگ بین  $c3$  ,  $c1$  شروع می‌شود.
- اگر پیمان اقتصادی آلفا بین  $c2, c1$  برقرار شود، جنگ بین  $c2$  ,  $c1$  شروع نمی‌شود.

الف) متن بالا را با جبر گزاره‌ها بنویسید.

ب) بنظر شما آینده چگونه است (وضعیت جنگ و صلح کشورها به چه صورت است)؟

5- نقیض دو گزاره زیر را بنویسید، P مجموعه اعداد اول

$$\forall n > 4. \exists p \in P \exists q \in P. 2n = p + q$$

$$\neg \exists y (\exists x R(x, y) \vee \forall x S(x, y))$$

8- اگر گزاره  $\forall y \exists x P(x, y)$  درست باشد، آیا لزوماً  $\exists x \forall y P(x, y)$  نیز درست است؟  
ثابت کنید و یا مثال نقض بیاورید.

9- با استفاده از قوانین استنتاج نشان دهید که اگر سه گزاره زیر درست باشند:

$$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \quad -$$

$$\forall x (Q(x) \rightarrow R(x)) \quad -$$

$$\neg R(a) \quad -$$

که  $a$  یک عضو مشخص در دامنه مورد بحث است.

- آیا می‌توان نتیجه گرفت که  $\neg P(a)$  هم درست است؟

10- ثابت کنید  $\log_2(9)$  عددی گنگ است .

11- ثابت کنید  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$  گنگ است

12- نشان دهید اگر عدد  $n$  مربع کامل باشد، آنگاه  $n+2$  مربع کامل نیست.

13- ثابت کنید معادله  $r^3 + r + 1 = 0$  هیچ ریشه گویایی ندارد.