

تمرین شماره‌ی ۵ تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

۱ اطلاعات زیر درباره‌ی دنباله‌ی متناوب $x[n]$ داده شده است:

(الف) $x[n]$ یک دنباله‌ی حقیقی و زوج است. (ب) دوره‌ی تناوب اصلی دنباله، $N = 10$ و ضرایب سری

فوری‌ی آن a_k است. (ج) $a_{11} = 5$. (د) $\frac{1}{10} \sum_{n=0}^9 |x[n]|^2 = 50$

ضابطه‌ی این دنباله را به صورت $x[n] = A \cos(Bn + C)$ بنویسید.

۲ ضرایب سری فوری‌ی دنباله‌های متناوب زیر را بدست آورید. (N دوره‌ی تناوب اصلی دنباله است)

(الف) $x[n] = \sin\left(\frac{3\pi}{5}n\right) + 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}n + \frac{\pi}{4}\right)$ (ب) $x[n] = \begin{cases} 3, & -2 \leq n \leq 0 \\ -3, & 1 \leq n \leq 3 \end{cases}$, $N = 6$

(ج) $x[n] = \begin{cases} -2, & n = 0 \\ 2, & n = \pm 1 \\ 1, & n = \pm 2 \end{cases}$, $N = 5$

۳ دنباله‌های متناوب متناظر با ضرایب سری فوری‌ی زیر را بدست آورید.

(الف) $a_k = \cos\left(\frac{8\pi}{11}k\right)$, $k = \langle 11 \rangle$ (ب) $a_k = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{|k|}, & -2 \leq k \leq 2 \\ 0, & k = 3 \end{cases}$, $k = \langle 6 \rangle$

(ج) $a_k = \begin{cases} 2, & -1 \leq k \leq 1 \\ 0, & k = 2 \end{cases}$, $k = \langle 4 \rangle$

۴ تبدیل فوری‌ی دنباله‌های زیر را محاسبه کنید.

(الف) $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n+2]$ (ب) $x[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^{|n|}$

(ج) $x[0] = 0, x[1] = 1, x[2] = 2$ and $x[n+3] = x[n]$

۵ دنباله‌های زمانی متناظر با تبدیل فوری‌های داده‌شده را به دست آورید.

(الف) $X(e^{j\omega}) = \cos^2(\omega) + \sin^2(3\omega)$ (ب) $X(e^{j\omega}) = \frac{1 - \frac{1}{3}e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{4}e^{-j\omega} - \frac{1}{8}e^{-j2\omega}}$

(ج) $X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta(\omega - k\frac{\pi}{2})$

۶ ورودی یک سیستم LTI زمان گسسته با پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ ، سیگنال

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 4k]$$

و خروجی آن سیگنال

$$y[n] = \cos\left(\frac{5\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right)$$

است. مطلوبست تعیین مقادیر $H(e^{jk\pi/2})$ ، برای $k = 0, 1, 2, \text{ and } 3$.

۷ یک سیستم LTI زمان گسسته با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ ، توسط معادله‌ی تفاضلی زیر توصیف شده است:

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] = x[n]$$

مطلوبست تعیین ضرایب نمایش سری فوریه‌ی خروجی متناظر با هر یک از ورودی‌های زیر:

$$x[n] = \sin\left(\frac{3\pi}{4}n\right) \quad \text{الف)}$$

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) \quad \text{ب)}$$

موفق باشید

عمومی