

تمرین شماره ۷ درس تجزیه و تحلیل سیگنالها و سیستمها

۱ تبدیل z دنباله‌های زیر را محاسبه و ناحیه همگرایی آنها را تعیین کنید.

$$x_1[n] = 2^n u[n+1] + 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n] \quad (\text{الف})$$

$$x_2[n] = |n| \left(\frac{1}{3}\right)^{|n|} \quad (\text{ب})$$

$$x_3[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n \{u[n+2] - u[n-2]\} \quad (\text{ج})$$

$$x_4[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos(2n) u[n] \quad (\text{د})$$

۲ دنباله متناظر با هریک از تبدیل z های زیر را با توجه به ناحیه همگرایی آنها به دست آورید.

$$F_1(z) = \frac{1+4z^{-2}}{1+\frac{9}{2}z^{-1}+2z^{-2}}, \quad \frac{1}{2} < |z| < 4 \quad (\text{الف})$$

$$F_2(z) = \frac{z^3}{(z-1)^3}, \quad |z| > 1 \quad (\text{ب})$$

$$F_3(z) = \frac{z^{-1}-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}, \quad |z| < \frac{1}{3} \quad (\text{ج})$$

۳ حاصل جمع کانولوشن بین دو دنباله

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n], \quad h[n] = u[n] - u[n-3]$$

را از دو روش زیر به دست آورده و مقایسه کنید:

(الف) تعریف و خواص جمع کانولوشن و محاسبه مستقیم در حوزه زمان.

(ب) استفاده از تبدیل z و خواص آن.

۴ اطلاعات زیر درباره یک سیستم LTI زمان گسسته با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ داده شده است:

۱. اگر $x[n] = (-2)^n$ برای هر n ، آنگاه $y[n] = 0$ برای هر n .

۲. اگر $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ برای هر n ، آنگاه $y[n]$ برای هر n به صورت زیر است:

$$y[n] = \delta[n] + a\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

که در آن a یک عدد ثابت است.

الف) مقدار a را تعیین کنید.

ب) پاسخ این سیستم به ورودی ثابت $x[n] = 1$ برای هر n ، را تعیین کنید.

ج) پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = \cos(2n)$ برای هر n ، را تعیین کنید.

۵ رابطه ورودی-خروجی یک سیستم LTI توسط معادله تفاضلی زیر توصیف شده است:

$$y[n-2] + \frac{7}{2}y[n-1] - 2y[n] = x[n-1] - x[n]$$

پاسخ ضربه سیستم را در هر یک از حالت‌های زیر تعیین کنید.

الف) سیستم علی و ناپایدار باشد.

ب) سیستم غیرعلی (Noncausal) و پایدار باشد.

ج) سیستم ضدعلی (Anticausal) و ناپایدار باشد.

د) در بند الف، پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = (\frac{1}{3})^n u[n]$ برای هر n ، را تعیین کنید.

موفق باشید