

تمرین شماره ۶ درس تجزیه و تحلیل سیگنالها و سیستمها

۱. با توجه به اینکه میدانیم به ازای $|a| < 1$ تبدیل فوریه سیگنال $a^n u[n]$ برابر $\frac{1}{1-ae^{-jw}}$ می باشد، تبدیل فوریه معکوس عبارت $\frac{1}{1-ae^{-jw}}$ را به ازای $|a| > 1$ تنها با استفاده از خواص تبدیل فوریه محاسبه نمایید.

۲. سیستم زمان گسسته LTI ضد علی پایدار با معادله تفاضلی $y[n] - 5y[n-1] + 6y[n-2] = x[n]$ در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) پاسخ فرکانسی و پاسخ ضربه این سیستم را محاسبه نمایید.

ب) پاسخ این سیستم به ورودی $(\frac{1}{3})^n u[n]$ را تعیین نمایید

ج) پاسخ این سیستم به ورودی $(3)^n u[n]$ را تعیین نمایید (به هر روش ممکن).

د) در صورتی که ورودی این سیستم به صورت زیر باشد، ضرایب سری فوریه خروجی سیستم را مشخص نمایید.

$$x[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) + 2\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

ه) چنانچه خروجی قسمت د از یک فیلتر میان گذر ایده آل با پاسخ فرکانسی زیر عبور کند، خروجی فیلتر را مشخص نمایید.

$$H_{hp}(e^{jw}) = \begin{cases} 1 & \frac{\pi}{3} \leq |w| < \frac{2\pi}{3} \\ 0 & o.w \end{cases} \quad \text{for one period}$$

۳. تبدیل فوریه سیگنال های $x[n]$ داده شده را فقط با استفاده از جدول تبدیل فوریه سیگنالها و جدول خواص مشخص نمایید.

$$x[n] = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{6}n\right) & -10 < n < 10 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad \text{الف)}$$

$$x[n] = \begin{cases} -1 & n = 3k \\ 1 & n = 3k + 1 \\ 1 & n = 3k + 2 \end{cases} \quad (\text{ب})$$

۴. با توجه به اطلاعات داده شده، سیگنال حوزه زمان $x[n]$ را در هر مورد مشخص کنید.

$$X(e^{jw}) = \begin{cases} \frac{-w + \pi}{\pi} & 0 \leq w \leq \pi \\ \frac{w + \pi}{\pi} & -\pi \leq w < 0 \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$\text{Re}\{X(e^{jw})\} = 1 + \cos(3w) \quad (\text{ب}) \quad x[n] \text{ یک سیگنال علی و دارای کمترین انرژی است و}$$

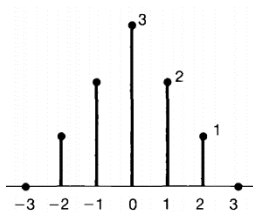
$$X(e^{jw}) = e^{j\frac{w}{3}}, \quad -\pi < w < \pi \quad (\text{ج})$$

۵ - ضرایب سری فوریه سیگنالهای زمان گسسته زیر را حتی المقدور با استفاده از خواص سری فوریه محاسبه کنید.

$$x[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 7 \\ 0 & n = 8, 9 \end{cases} \quad (\text{الف}) \quad \text{با دوره تناوب } 10$$

$$x[n] = \cos(n\pi) + \sin\left(\frac{2\pi n}{3}\right) \quad (\text{ب})$$

$$x[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{7}\right) + 1, \quad 0 \leq n \leq 6 \quad (\text{ج}) \quad \text{با دوره تناوب } 7$$



۶- فرض کنید $x[n]$ یک سیگنال متناوب با دوره تناوب ۶ به صورت زیر باشد.

$$\text{نمایش سری فوریه سیگنال } y[n] = x[n]\cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right) \text{ را بدست آورید.}$$

۷- ضرایب سری فوریه سیگنالهایی زمان گسسته به همراه دوره تناوب آنها داده شده است. حتی المقدور با استفاده از خواص سری فوریه، فرم بسته ریاضی هر کدام از این سیگنال ها را مشخص کنید. در هر مورد نیز حقیقی یا مختلط بودن سیگنال را با ذکر دلیل بنویسید. کدام یک از سیگنالها زوج و یا فرد است؟

$$a_k = \begin{cases} 1 & k = 2 \\ 0 & -1 \leq k \leq 1 \end{cases} \quad (\text{الف}) \quad \text{با دوره تناوب } 4$$

$$a_k = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ e^{\frac{jk\pi}{2}} & k = \pm 1 \\ e^{\frac{j3k\pi}{4}} & k = \pm 2 \end{cases} \quad \text{ب) با دوره تناوب ۵}$$

$$a_k = \begin{cases} \frac{(-j)^k \sin\left(\frac{k\pi}{4}\right)}{k\pi} & -2 \leq k \leq 3; k \neq 0 \\ 0 & k = 0 \end{cases} \quad \text{ج) با دوره تناوب ۶}$$

موفق باشید