საოლიმპიადო ამოცანები კინემატიკაში თავისი ამოხსნებით

2022

წინამდებარე წიგნი წარმოადგენს ძალიან მდიდარ ამოცანათა კრებულს კინემატიკაში, სადაც თავს იყრის სავჩენკოს, იროდოვის, კვანტის, გედენიძის და სხვადასხვა საერთაშორისო ოლიმპიადის ამოცანები. თითოეული ამოცანა დიდი სიფრთხილით არის ამორჩეული და მისი ამოხსნა მკითხველს მნიშვნელოვან გაკვეთილს აძლევს. ყველა ამოცანის წყარო მითითებულია ამოხსნებში.

წიგნი ძირითადად განკუთვნილია ეროვნულ და საერთაშორისო ოლიმპიადებში ჩართულ მოსწავლეთათვის. თუმცა ასევე შესაძლებელია მისი გამოყენება ფიზიკა-მათემატიკურ სკოლებში და უნივერსიტეტის პირველ კურსზე.

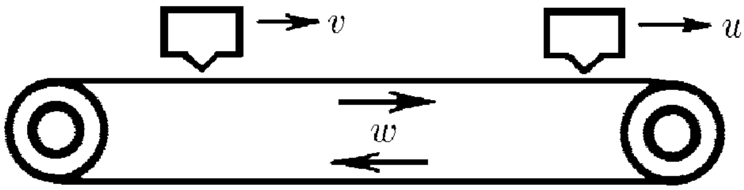
აღსანიშნავია, რომ წიგნის მეორე ნაწილში მოყვანილია ყველა ამოცანის დეტალური ამოხსნის მეთოდი, რაც მოსწავლეს ამოცანებზე დამოუკიდებლად მუშაობის საშუალებას აძლევს. აქვე უნდა ვახსენოთ, რომ სავჩენკოს წიგნიდან ამოღებული ამოცანების ოფიციალური ამოხსნები არ არსებობს და აქ მოყვანილი ამოხსნები ავტორისა და მისი მასწავლებლების დიდი დროის განმავლობაში დაგროვილი გამოცდილების შედეგია.

ამოცანების ამოხსნები დაწერილია/ნათარგმნია დავით მდინარაძის მიერ

1* სპორტსმენები მირბიან l სიგრძის კოლონად v სიჩქარით. მათ შესახვედრად მირბის მწვრთნელი $u < v$ სიჩქარით. ყოველი სპორტსმენი, როგორც კი გაუსწორდება მწვრთნელს, ბრუნდება უკან და იწყებს უკან სირბილს მოდულით იგივე v სიჩქარით. როგორი იქნება კოლონის სიგრძე, როდესაც ყველა სპორტსმენი შემოტრიალდება?

2* წყალქვეშა ნავიდან, რომელიც ვერტიკალურად და თანაბრად ეშვება, უშვებენ τ_0 ხანგრძლივობის ბგერით იმპულსებს. ფსკერიდან არეკვლილი იმპულსის მიღების ხანგრძლივობაა τ. ბგერის სიჩქარე წყალში არის c. რა სიჩქარით ეშვება წყალქვეშა ნავი?

3 ტრანსპორტიორის ლენტს აქვს w სიჩქარე. ლენტის თავზე მოძრაობს ავტომატი, რომელიც დროის ერთეულში აფრქვევს ν ბურთულას. ბურთულები ეწეპებიან ლენტს. ბურთულების მრიცხველი ფოტოელემენტით ითვლის მხოლოდ იმ ბურთულებს, რომლებმაც უშუალოდ მის წინ გაიარეს. რამდენ ბურთულას



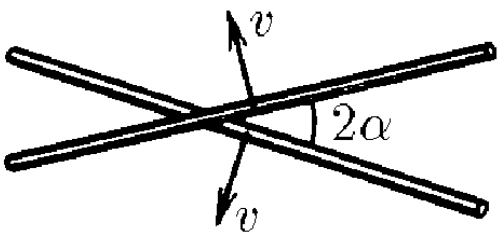
დაითვლის მრიცხველი დროის ერთეულში, თუ ავტომატის სიჩქარე $v < w$, მრიცხველის სიჩქარე $u < w$?

4 $H = 6$ მეტრ სიმაღლეზე დაკიდებული ნათურის ქვეშ მუდმივი $u = 2მ/წმ$ სიჩქარით მოძრაობს $h = 1.5მ$ სიმაღლის ადამიანი. იპოვეთ დედამიწის ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ადამიანის თავის ჩრდილის მოძრაობის სიჩქარე.

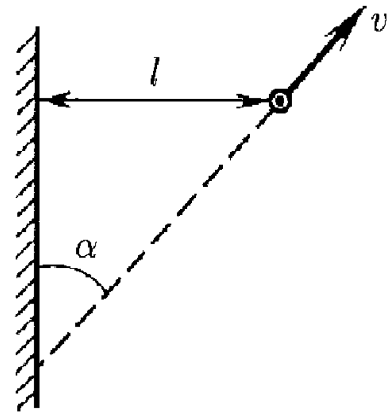
5* ზებგერითი თვითმფრინავი მიფრინავს ჰორიზონტალურად. ერთ ვერტიკალზე, ერთმანეთისაგან l მანძილზე მოთავსებული ორი მიკროფონი არეგისტრირებს თვითმფრინავისგან ბგერის მოსვლას Δt დროის დაგვიანებით. ბგერის სიჩქარე ჰაერში არის c. როგორია თვითმფრინავის სიჩქარე?

6 ორ ურთიერთგადამკვეთ წრფეს შორის უმცირესი კუთხეა α. ერთ-ერთი მათგანი გადატანითად მოძრაობს ამ წრფეებზე გამავალ სიბრტყეში მეორეს მართობულად v სიჩქარით. იპოვეთ ამ წრფეების გადაკვეთის წერტილის სიჩქარე.

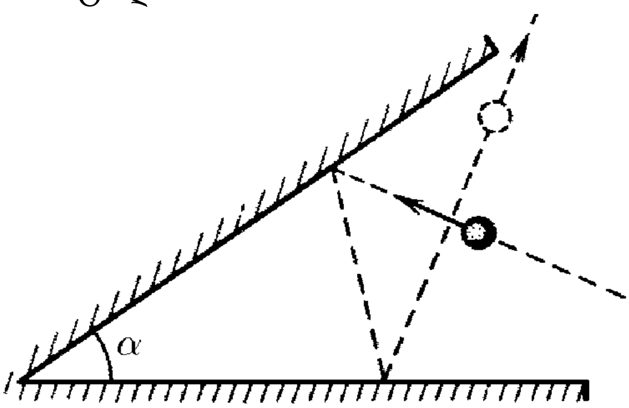
7 ორი ღერო იკვეთება 2α კუთხით და მოძრაობენ თანაბარი v სიჩქარეებით თავისი თავის მართობულად. როგორია ღეროების გადაკვეთის წერტილის სიჩქარე?



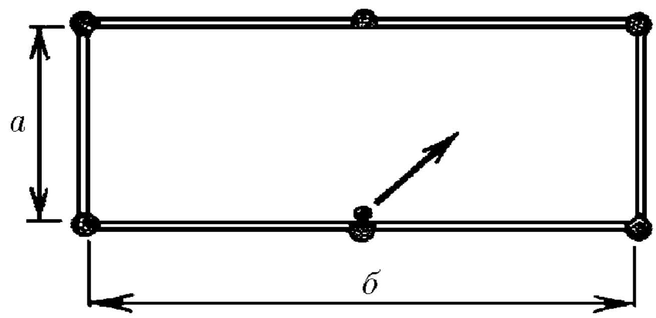
8* ავტომობილი v სიჩქარით შორდება გრძელ კედელს, რომლის მიმართ მოძრაობს α კუთხით. იმ მომენტში, როდესაც კედლამდე მისი დაშორება იყო l, მძღოლი აძლევს მოკლე ხმოვან სიგნალს. რა მანძილის გავლის შემდეგ გაიგონებს ავტომობილის მძღოლი ექოს? ბგერის სიჩქარე ჰაერში არის c.



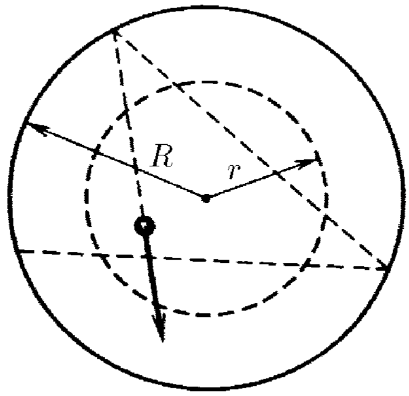
9 რა კუთხით შეიცვლება სფეროს სიჩქარის მიმართულება α კუთხით გადაკვეთილ კედლებზე ორი დრეკადი დარტყმის შემდეგ? როგორ გაფრინდება სფერო, თუ კუთხე $\alpha = \frac{\pi}{2}$? მოძრაობა ხდება კედლების მართობულ სიბრტყეში. გლუვ უძრავ კედელზე სფეროს დრეკადი დარტყმის დროს სფეროს ვარდნის კუთხე არეკვლის კუთხის ტოლია.



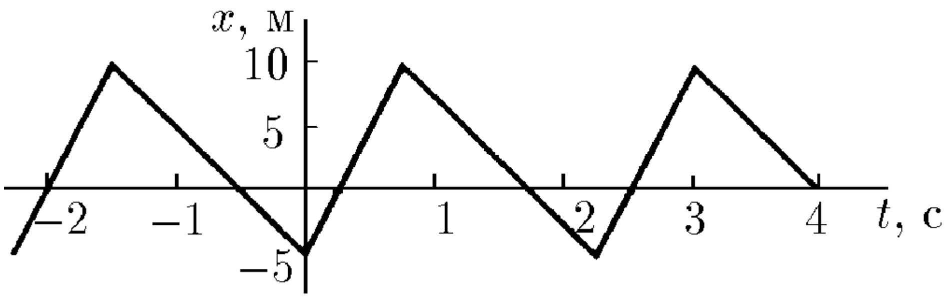
10* a და b გვერდების მქონე ბილიარდის მაგიდაზე უშვებენ ბურთს b გვერდის შუა წერტილიდან. რა კუთხით უნდა დაიწყოს ბურთმა მოძრაობა მაგიდის კიდის მიმართ, რომ ისევ დაბრუნდეს საწყის წერტილში?



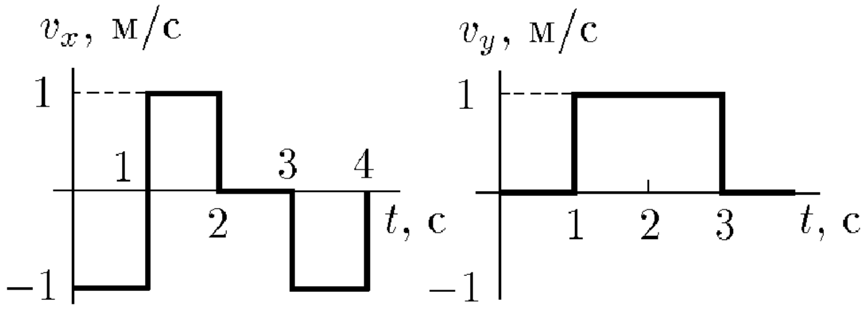
11 R რადიუსის მქონე გლუვ კედლებიანი დამაგრებული ცილინდრის შიგნით დაფრინავს პატარა ბურთულა, რომელიც დრეკადად ირეკლება კედლებიდან ისე, რომ მისგან ცილინდრის ღერძამდე მინიმალური მანძილი h-ს ტოლია. რამდენ ხანს იმყოფება ის ცილინდრის ღერძიდან r-ზე ნაკლებ და h-ზე მეტ მანძილზე?



12 კოორდინატის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკის მიხედვით ააგეთ სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი.

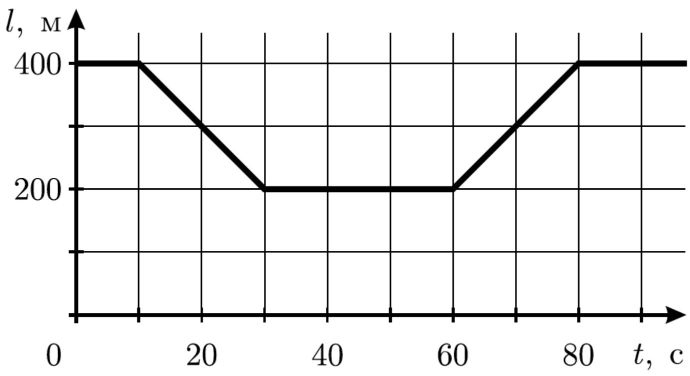


13 ნაწილაკი მოძრაობს ერთ სიბრტყეში. სიჩქარის v_x და v_y პროექციების დროზე დამოკიდებულების გრაფიკების მიხედვით ააგეთ ნაწილაკის ტრაექტორია, თუ $x(0) = 2$მ, $y(0) = 1$მ.



14 გზატკეცილის დაზიანებულ მონაკვეთზე შესვლისას კოლონის ყველა ავტომობილი ამცირებს სიჩქარეს v_1-დან v_2-მდე. როგორი უნდა იყოს მანძილი ავტომობილებს შორის, რომ ისინი ერთმანეთს არ დაეჯახნონ? ავტომობილების სიგრძეა l.

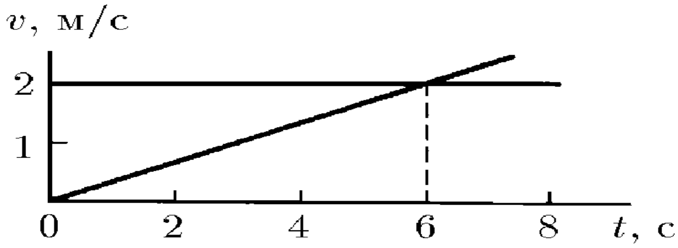
15 გრძელ სწორ გზაზე ავტომობილი მოძრაობს მუდმივი v_1 სიჩქარით ყველგან გარდა ხიდისა რომელზეც ავტომობილი მოძრაობს v_2 სიჩქარით. ნახაზზე გამოსახულია ერთი მიმართულებით მოძრავ ორ მეზობელ მანქანას შორის მანძილის დროზე დამოკიდებულება. იპოვეთ v_1 და v_2 სიჩქარეები და ხიდის



სიგრძე.

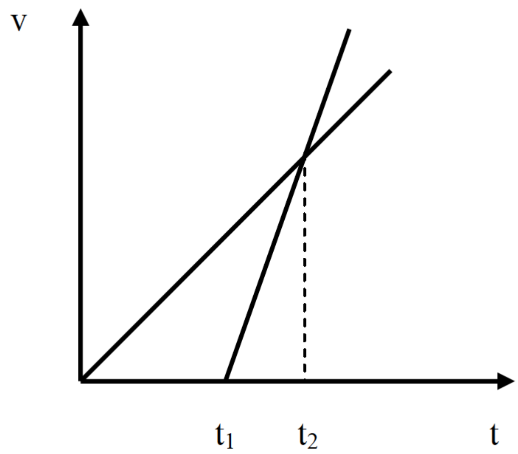
16 სხეულმა გასავლელი გზის ნახევარი იმოძრავა v_1 სიჩქარით. გზის მეორე ნახევარზე მოძრაობის დროის ნახევარის განმავლობაში მისი სიჩქარე იყო v_2 ხოლო დროის მეორე ნახევრის განმავლობაში v_3. განსაზღვრეთ მოძრაობის სკალარული საშუალო სიჩქარე მთელ გზაზე.

17 ორი ნაწილაკი $t = 0$ დროის მომენტში გამოვიდა ერთი წერტილიდან. სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკების მიხედვით განსაზღვრეთ ნაწილაკების ახალი შეხვედრის კოორდინატები და დრო.

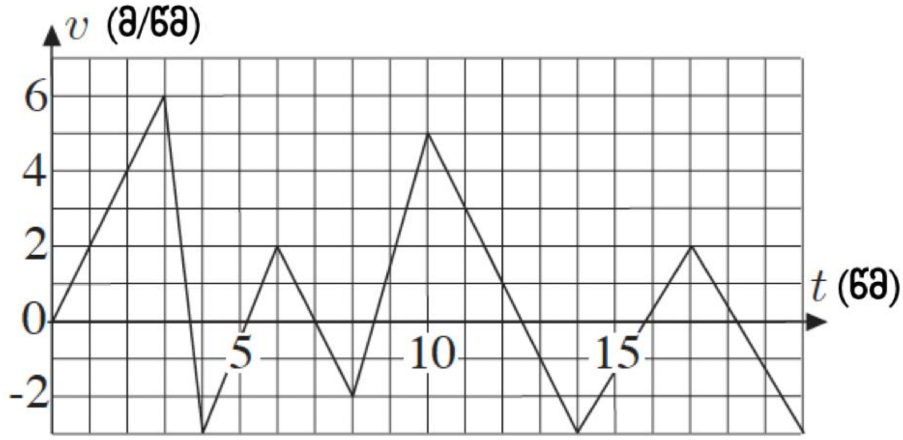


18 სადგურიდან დაძრული მატარებელი მუდმივი აჩქარებით მოძრაობს. პირველმა ვაგონმა მის დასაწყისთან მდგომ ადამიანს $t_0 = 5$ წამში ჩაუარა. რა დროში ჩაუვლის ამ ადამიანს მე-n-ე ვაგონი?

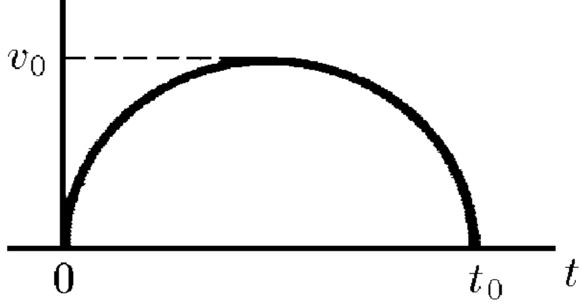
19 ნახაზზე მოყვანილია ერთი წერტილიდან ერთი მიმართულებით მოძრავი ორი წერტილის სიჩქარის გრაფიკი. t_1 და t_2 დროის მომენტები ცნობილია. დროის რომელ t_3 მომენტში შეხვდებიან ეს სხეულები?



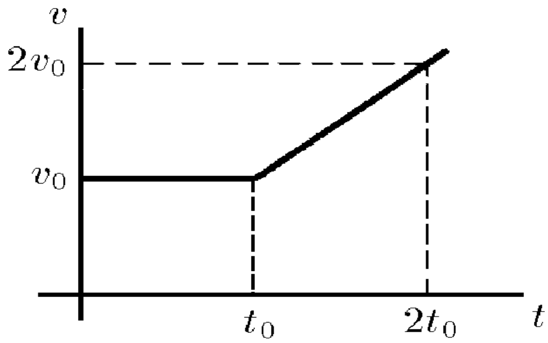
20 ნაწილაკი კოორდინატთა სათავიდან იწყებს მოძრაობას; ნახაზზე წარმოდგენილია მისი სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება. რისი ტოლია მოძრაობის განმავლობაში მისი მაქსიმალური დაშორება საკოორდინატო სათავიდან.



21 სხეულის სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკს გააჩნია ნახევარწრეწირისფორმა. სხეულის მაქსიმალური სიჩქარეა v_0, მოძრაობის დრო t_0. განსაზღვრეთ სხეულის მიერ გავლილი მანძილი.

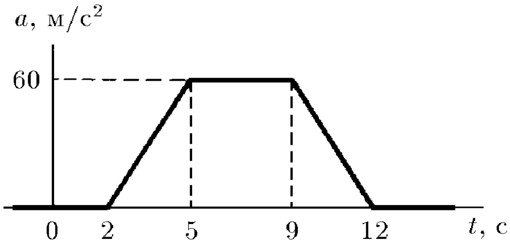


22 სხეული t_0 დროის განმავლობაში მოძრაობს მუდმივი v_0 სიჩქარით. შემდეგ მისი სიჩქარე დროთა განმავლობაში წრფივად იზრდება ისე, რომ $2t_0$ დროის მომენტში ის უდრის $2v_0$. განსაზღვრეთ $t > t_0$ დროში სხეულის მიერ გავლილი გზა.



23** წყაროდან გამოსვლის შემდეგ ნაწილაკი მუდმივი სიჩქარით გადის L მანძილს, შემდეგ კი ამუხრუჭებს a აჩქარებით. რა სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ნაწილაკს, რომ მისი მოძრაობის დრო იყოს უმცირესი?

24 აჩქარების დროზე დამოკიდებულების გრაფიკის მიხედვით დაადგინეთ სიჩქარე 4 და 15 წმ დროის მომენტებში, თუ 1 წმ დროის მომენტში სიჩქარე 3 მ/წმ ტოლია.



25* ჭიანჭველა გარბის ჭიანჭველის ბუდიდან წრფის გასწვრივ, ისე რომ მისი სიჩქარე უკუპროპორციულია ჭიანჭველის ბუდიდან მანძილისა. იმ მომენტში როდესაც ჭიანჭველა ბუდიდან დაშორებულია $l_1 = 1$ მეტრით მისი სიჩქარე $v_1 = 2$ სმ/წმ. რა დროში მიაღწევს ჭიანჭველაამ წერტილიდან წერტილს რომელიც ჭიანჭველების ბუდიდან დაშორებულია $l_2 = 2$ მეტრ მანძილზე?

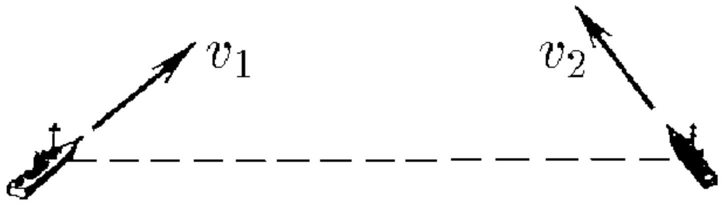
26 თავდაპირველად ორი ველოსიპედისტი ერთმანეთისგან 40 კილომეტრით არიან დაშორებულნი, ისინი იწყებენ მოძრაობას ერთმანეთისკენ პირველი 30 ხოლო მეორე 10 კმ/სთ სიჩქარეებით. საწყის მომენტში პირველ ველოსიპედისტთან ზის წერო მოძრაობის დაწყებისას წერო გაფრინდა მეორე ველოსიპედისტთან 50კმ/სთ სიჩქარით მასთან შეხვედრის შემდეგ იგი გამობრუნდა უკან იმავე სიჩქარით, პირველ ველოსიპედისტთან შეხვედრის შემდეგ კი ისევ უკან გაბრუნდა და ა.შ. რა მანძილს გაივლის წერო ველოსიპედისტთა შეხვედრამდე?

27 მეთევზე მიცურავს ნავით დინების საპირისპირო მიმართულებით. ხიდის ქვეშ გავლისას ანკესი მდინარეში ჩავარდა. მეთევზემ ეს ნახევარი საათის (t_0) შემდეგ შენიშნა, შემოაბრუნა ნავი და ხიდიდან (S_0) 5 კმ-ის მოშორებით დაეწია ანკესს.

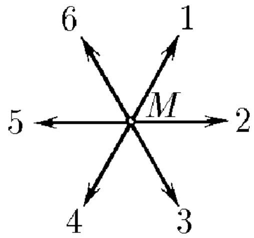
განსაზღვრეთ დინების სიჩქარე. ჩათვალეთ, რომ ნავის სიჩქარე წყლის მიმართ მუდმივია.

28 მოძრავ ესკალატორზე სირბილისას ყმაწვილმა 50 საფეხური დათვალა, ესკალატორის მიმართ სიჩქარის მოდულის სამჯერ გადიდების შემდეგ კი-75. რამდენ საფეხურს დაითვლის ყმაწვილი უძრავ ესკალატორზე?

29 ნახატზე მოცემულია ორი გემის საწყისი მდებარეობა და სიჩქარეები. გემები აჩქარების გარეშე მოძრაობენ. იპოვეთ მათ შორის უმცირესი მანძილი.

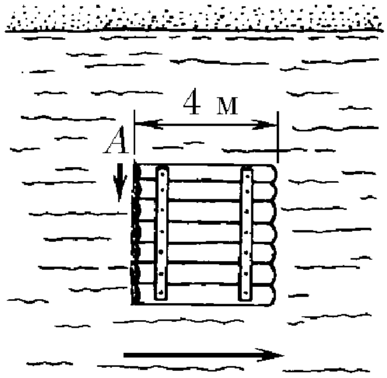


30 ნახატზე გამოსახულია მონადირის მიერ გაშვებული ექვსი კურდღლის სიჩქარეები მონადირესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. დახატეთ მონადირისა და კურდღლების სიჩქარეები კოორდინატთა სისტემაში, რომელიც უძრავია 1 კურდღლის მიმართ.



31* მტვრის ღრუბლის ერთ-ერთი ნაწილაკი (*A* ნაწილაკი) უძრავია, ხოლო ყველა დანარჩენი მიფრინავს მისგან ყველა მიმართულებით სიჩქარეებით, რომლებიც მათგან *A* ნაწილაკამდე მანძილების პროპორციულია. მოძრაობის როგორ სურათს აღმოაჩენს დამკვირვებელი, რომელიც მოძრაობს *B* ნაწილაკთან ერთად?

32 ძაღლი კვადრატული ტივის *A* კუთხიდან ჩახტა წყალში და გაცურა ტივის ირგვლივ. დახატეთ ძაღლის მოძრაობის ტრაექტორია ნაპირის მიმართ, თუ ის დაცურავს ტივის გვერდების გასწვრივ, ხოლო მისი სიჩქარე წყლის მიმართ შეადგენს მდინარის დინების სიჩქარის 4/3-ს.

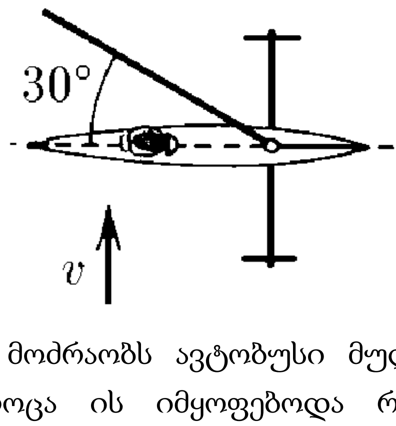


33 მუხლუხა ტრაქტორი 3 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. რა სიჩქარით მოძრაობს დედამიწის მიმართ მუხლუხას ზესა ნაწილი? ქვადა ნაწილი? მუხლუხას ის წერტილი, რომელიც მოცემულ მომენტში ვერტიკალურად მოძრაობს ტრაექტორიასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში?

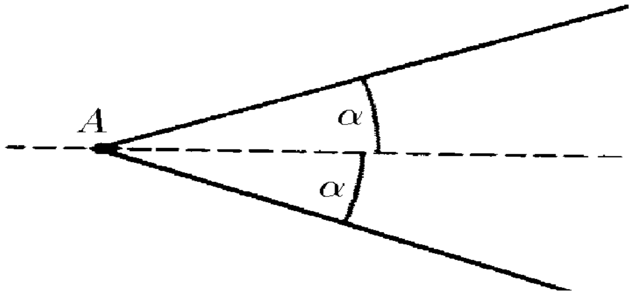
34 ა) ჰაერის წინააღმდეგობის გამო წვიმის წვეთები ეცემიან ვერტიკალურად მუდმივი v სიჩქარით. როგორ უნდა განვათავსოთ u სიჩქარით მოძრავ პლატფორმაზე ცილინდრული ვედრო ისე, რომ წვეთები მის კედლებს არ მოხვდეს?

ბ) ქარის 10 მ/წმ სიჩქარის დროს წვიმის წვეთები ვერტიკალისადმი 30° კუთხით ეცემიან. რა სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ქარს, რომ წვიმის წვეთები 45° კუთხით დაეცნენ?

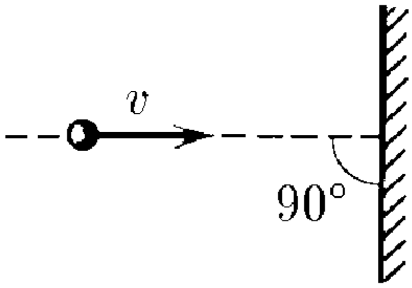
35 ნავი წარმოადგენს იალქნებიან მარხილს. მას შეუძლია მოძრაობა მხოლოდ იმ წრფის გასწვრივ საითაცაა მიმართული მისი ციგურები. ქარი უბერავს ნავის მოძრაობის მიმართულების მართობულად v სიჩქარით. იალქანი კი მოძრაობის მიმართულებასთან 30° კუთხეს ქმნის. რა სიჩქარეს ვერ გადააჭარბებს ნავი ასეთი ქარის დროს?



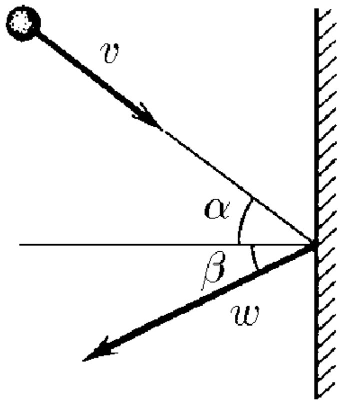
36* სწორ გზატკეცილზე მოძრაობს ავტობუსი მუდმივი v სიჩქარით. თქვენ შეამჩნიეთ ავტობუსი, როცა ის იმყოფებოდა რომელიღაც A წერტილში. გზატკეცილის მახლობლად მდებარე რომელი უბნიდან დაეწევით ამ ავტობუსს, თუ თქვენი სირბილის სიჩქარე $u < v$? დახატეთ ეს უბანი $u = v/2$-თვის.



37 უძრავ კედელზე სხეულის დრეკადი დაჯახებისას მისი v სიჩქარე იცვლის მხოლოდ მიმართულებას. იპოვეთ ამ სხეულის სიჩქარის ცვლილება დარტყმის შემდეგ, თუ კედელი მოძრაობს: ა) u სიჩქარით სხეულის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ; ბ) $w < v$ სიჩქარით, სხეულის მოძრაობის მიმართულებით.



38 სხეული ეჯახება კედელს v სიჩქარით კედლის მართობული წრფის მიმართ α კუთხით. განსაზღვრეთ სხეულის სიჩქარე დრეკადი დაჯახების შემდეგ, თუ კედელი: ა) უძრავია; ბ) მოძრაობს w სიჩქარით თავისი თავის მართობულად სხეულის შემხვედრი მიმართულებით; გ) მოძრაობს w სიჩქარით სხეულის შემხვედრი მიმართულებით და თავისი თავის მართობულ წრფესთან ადგენს β კუთხეს.



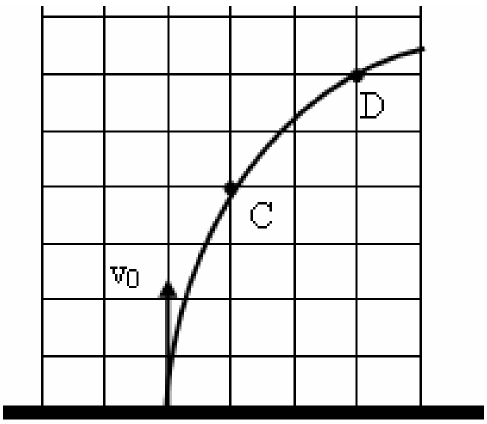
39 ბირთვი რომელიც, მიფრინავს v სიჩქარით, იშლება ორ ერთნაირ ნაწილად. იპოვეთ მაქსიმალური შესაძლო კუთხე α ერთ-ერთი ნამსხვრევის სიჩქარესა და v ვექტორს შორის,თუკი უძრავი ბირთვის დაშლისას ნამსხვრევებს გააჩნიათ $u < v$ სიჩქარე.

40 გაგვაჩნია ერთნაირ ატომბირთვთა ნაკადი, რომრლებიც მოძრაობენ v სიჩქარით. ნაკადში შემავალი ბირთვები თავისთავად იშლებიან ორ ერთნაირ ნამსხვრევებად. იმ ნამსხვრევთა სიჩქარე, რომლებიც მოძრაობენ ბირთვთა ნაკადის მიმართულებით $3v$-ს ტოლია. იპოვეთ იმ ნამსხვრევთა სიჩქარე რომლებიც მოძრაობენ ბირთვთა ნაკადის მართობულად.

41 ბიჭუნას რომელსაც შეუძლია მდინარის დინების სიჩქარეზე ორჯერ ნაკლები სიჩქარით ცურვა, სურს გადაცუროს მდინარე ისე რომ ნაპირთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაშ გაიაროს უმცირესი მანძილი. მდინარის ნაპირის მიმართ რა კუთხით უნდა გაცუროს ბიჭუნამ?

42 თეთრი ცარცის ნატეხი გაასრიალეს ჰორიზონტალურ დაფაზე რომელიც მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. თავიდან ცარცის სიჩქარე მართობული იყო დაფის მოძრაობის მიმართულებისა. რა ფორმის კვალს დატოვებს ცარცი დაფაზე?

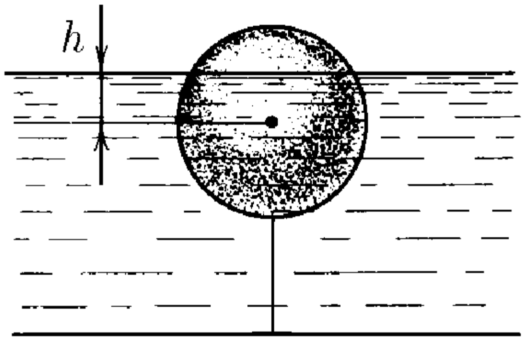
43** ნახაზზე ნაჩვენებია ნავის ტრაექტორია, რომელსაც ისე უბიძგეს ნაპირიდან, რომ მისი $v_0 = 1{,}0\ მ/წმ$ საწყისი სიჩქარე ნაპირის მართობად აღმოჩნდა მიმართული. 1 წმ-ის შემდეგ ნავი C წერტილში აღმოჩნდა, ხოლო 2 წმ-ის შემდეგ D წერტილში. განსაძღვრეთ მდინარის დინების სიჩქარე.



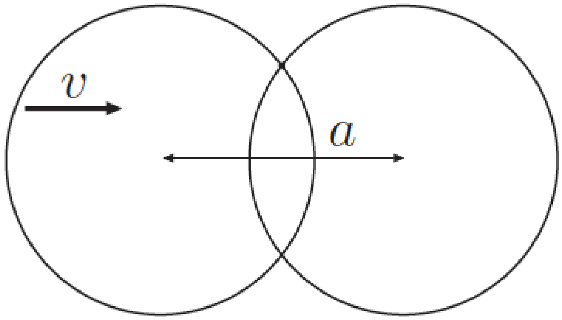
44 ორი ნივთიერი წერტილის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულების ფორმულებს აქვთ შემდეგი სახე: $x_1 = 2t + 3t^2$, $x_2 = 100 - 3t$. როგორ არის მეორე სხეულის კოორდინატი და სიჩქარე დამოკიდებული დროზე პირველი სხეულის მიმართ.

45 წყლით გავსებული R რადიუსის ნახევარსფერული აკვარიუმიდან წყლის ზედაპირის ერთეულიდან დროის ერთეულში სითხის q მოცულობა ორთქლდება. რა დროში აორთქლება წყალი მთლიანად?

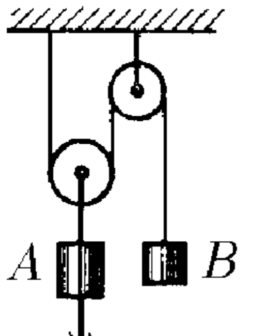
46 R რადიუსის სფერული ტივტივა მიბმულია წყალსაცავის ფსკერზე. წყლის დონე წყალსაცავში u სიჩქარით იწევს. როგორია ტივტივას წყალში ჩაძირული ნაწილის საზღვრის ტივტივას ზედაპირზე გადაადგილების სიჩქარე იმ მომენტში, როდესაც წყლის დონე ტივტივას ცენტრიდან h-ით აიწევს?



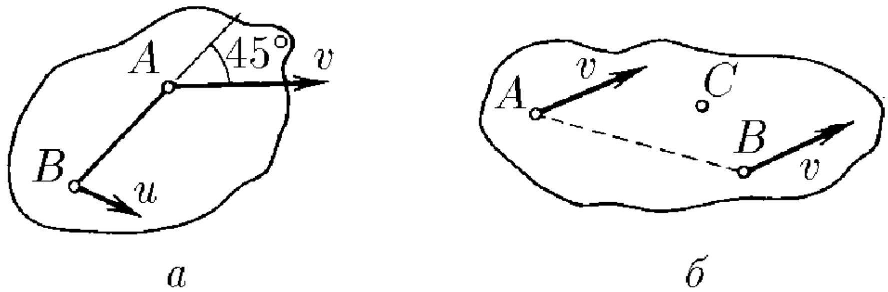
47* ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებუი არის R რადიუსის რგოლი. მის გვერძე v სიჩქარით მოძრაობს იგივენაირი რგოლი (მათი სიბრტყეები პარალელურნი არიან). იპოვეთ მათი კვეთის ზედა წერტილის v_A სიჩქარის მათ ცენტრებს შორის d მანძილზე დამოკიდებულება.



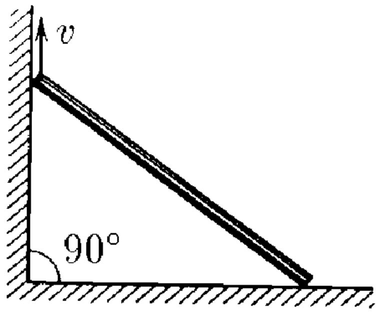
48 A ტვირთის სიჩქარეა v_A. რას უდრის B ტვირთის სიჩქარე?



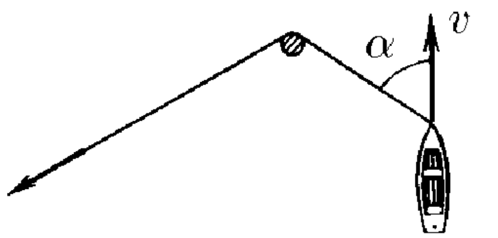
49 ა) მყარი სხეულის A წერტილის სიჩქარეა v და AB წრფის მიმართულებასთან ქმნის 45° კუთხეს. B წერტილის სიჩქარეა u. განსაზღვრეთ B წერტილის სიჩქარის გეგმილი AB მიმართულებაზე.
ბ) მყარი სხეულის A და B წერტილების სიჩქარეები უდრის v. AB წრფესა და v ვექტორზე გამავალ სიბრტყეში მდებარე C წერტილის სიჩქარე უდრის $u > v$. იპოვეთ C წერტილის სიჩქარის გეგმილი ღერძზე, რომელიც მოცემული სიბრტყის მართობულია.

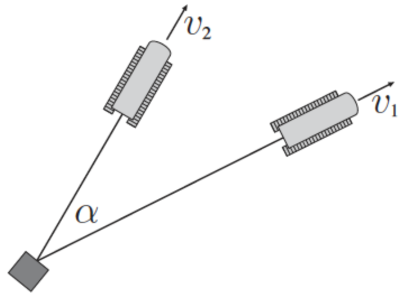


50 ღერო თავისი ბოლოებით ებჯინება მართი კუთხის კედლებს. ღეროს ზედა ბოლო მოძრაობს v სიჩქარით ვერტიკალური კედლის გასწვრივ. იპოვეთ, მისი ქვედა ბოლოს სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება. დროის ათვლის დასაწყისად აიღეთ მომენტი, როდესაც ზედა ბოლო კუთხის წვეროში იმყოფება. ღეროს სიგრძე არის L.

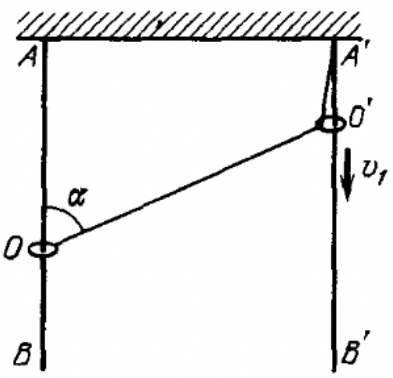


51 ნავზე მიბმული თოკის თავისუფალ ბოლოს ქაჩავენ იმდაგვარად, რომ ის მუდმივად დაჭიმული იყოს. ნავი მოძრაობს მუდმივი v სიჩქარით და დროის რაღაც მომენტში ბოძსა და ნავს შორის მდებარე თოკთან ქმნის α კუთხეს. როგორი სიჩქარით უნდა გამოვქაჩოთ დროის ამ მომენტში თოკის თავისუფალი ბოლო?

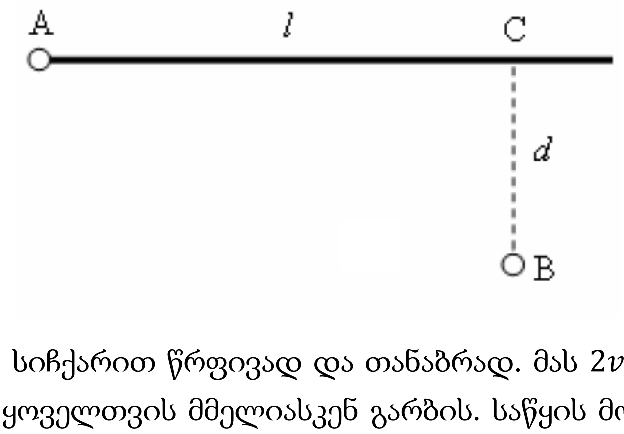




52* მძიმე ყუთი მიაქვთ ორ ტრაქტორს. ერთი ტრაქტორის სიჩქარეა v_1 ხოლო მეორის v_2, სიჩქარეებს შორის კუთხეა α. რისი ტოლია ყუთის სიჩქარე თუკი ჩავთვლით რომ თოკები შესაბამისი ტრაქტორების სიჩქარეების პარალელურია?
53* ორი მძივი O და O' წამოცმულნი არიან შესაბამისად AB და $A'B'$ უძრავ ვერტიკალურ ჯოხებზე. უწელვადი ძაფი მიმაგრებულია A' წერტილსა და O მძივზე, ისე რომ ძაფი გზაში O' მძივში გადის. O' მძივი მოძრაობს ქვემოთ მუდმივი v_1 სიჩქარით, იპოვეთ O მძივის v_2 სიჩქარე როდესაც კუთხე $AOO' = \alpha$.

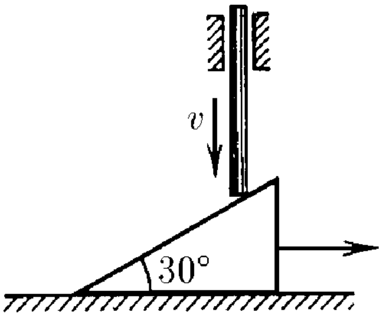


54 ოთხი კუ იმყოფება a გვერდის მქონე კვადრატის წვეროებში. ისინი ერთდროულად იწყებენ მოძრაობას მოდულით მუდმივი v სიჩქარით. თითოეული კუ მოძრაობს თავისი მეზობლისაკენ საათის ისრის ბრუნვის მიმართულებით. სად და რამდენ ხანში შეხვდებიან კუები ერთმანეთს?
55 გზატკეცილზე მდებარე A პუნქტიდან საჭიროა ავტომანქანით უმცირეს დროში მოხვდეთ B პუნქტში, რომელიც მინდორში მდებარეობს და გზატკეცილიდან დაშორებულია d მანძილით. ცნობილია, რომ ავტომანქანის სიჩქარე მინდორში η-ჯერ ნაკლებია, ვიდრე გზატკეცილზე. C წერტილიდან რა მანძილზე უნდა გადაუხვიოთ გზატკეცილიდან? $AC = l$.

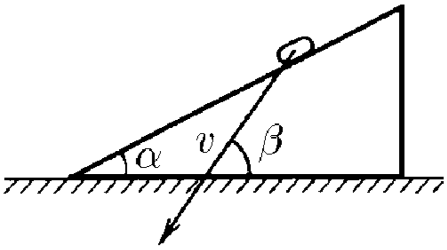


56* მელია გარბის v სიჩქარით წრფივად და თანაბრად. მას $2v$ სიჩქარით მისდევს მწევარი, რომელიც ყოველთვის მმელიასკენ გარბის. საწყის მომენტში მათ შორის მანძილია l, ხოლო სიჩქარეების ვექტორებს შორის კუთხე მართია. რა დროში დაეწევა მწევარი მელიას?
57* გემი მიცურავს ზღვაში v სიჩქარით წრფივად და თანაბრად. მას ისეთივე v სიჩქარით მისდევს მეორე გემი, რომელიც ყოველთვის პირველი გემისაკენ

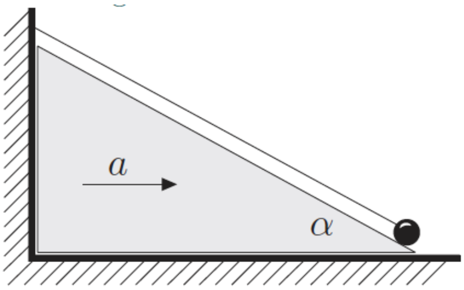
მიცურავს. საწყის მომენტში მათ შორის მანძილია d, ხოლო სიჩქარეებისვექტორებს შორის კუთხე მართია. რა მანძილი იქნება გამებს შორის დიდი დროის შემდეგ?
58 30°-იანი კუთხის მქონე სოლი ძევს ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე. ვერტიკალური ღერძი v სიჩქარით ეშვება და ასრიალებს სოლს ამ სიბრტყეზე. როგორია სოლის სიჩქარე?



59 სოლიდან ჩამოსრიალებული მონეტას სიჩქარე გამოსახულია ნახატზე. გრაფიკული აგებით იპოვეთ სოლის სიჩქარე.



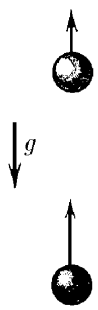
60 ბურთულა დევს α კუთხით დახრილ სიბრტყეზე და უჭიმვადი ძაფით მიბმულია კედელზე როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები. დახრილი სიბრტყის მოძრაობას ვიწყებთ მარჯვნივ, რა იქნება ბურთულის ტრაექტორია? რისი ტოლი იქნება ბურთულის აჩქარება თუკი დახრილი სიბრტყის აჩქარებაა a?



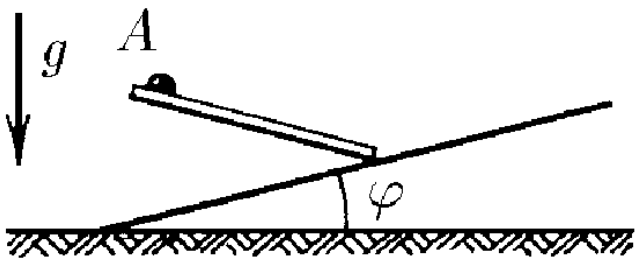
61 დედამიწიდან ვერტიკალურად ასროლილი სხეული h სიმაღლეზე ორჯერ აღმოჩნდა τ დროის ინტერვალით. იპოვეთ საწყისი სიჩქარე და მოძრაობის დრო ასროლიდან დედამიწაზე დავარდნამდე.
62 უსაწყისო სიჩქარით თავისუფლად ვარდნილმა სხეულმა უკანასკნელი მეტრი n-ჯერ ნაკლებ დროში გაიარა, ვიდრე პირველი. იპოვეთ ვარდნის სიმაღლე.
63 აეროსტატიდან, რომელიც ვერტიკალურად ადიოდა თანაბარაჩქარებულად a აჩქარებით, აისროლეს სხეული აეროსტატის მიმართ v_0 სიჩქარით. აეროსტატის

მიმართ რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ადის სხეული? ასროლის მომენტიდან რა დროის შემდეგ გაუსწორდება ისევ სხეული აეროსტატს?

64 ერთი და იგივე წერტილიდან ვერტიკალურად ზევით v სიჩქარით აისროლეს ორი ბურთულა Δt დროის ინტერვალით. მეორე ბურთულის ასროლიდან რა დროის შემდეგ შეეჯახებიან ისინი ერთმანეთს?



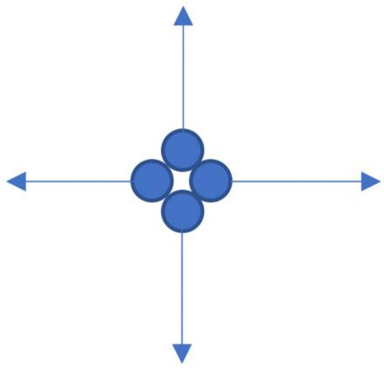
65 A წერტილიდან ვერტიკალისადმი რა კუთხით უნდა იყოს მიმართული გლუვი ღარი, რომ მასზე მოძრავი ბურთულა უმოკლეს დროში ჩამოსრიალდეს დახრილ სიბრტყეზე?



66 h სიმაღლიდან სხეული ვარდება ფილაზე. ფილა მოძრაობს ვერტიკალურად ზევით u სიჩქარით. განსაზღვრეთ ფილაზე სხეულის ორ თანმიმდევრულ დარტყმას შორის დრო. დარტყმები აბსოლუტურად დრეკადია.

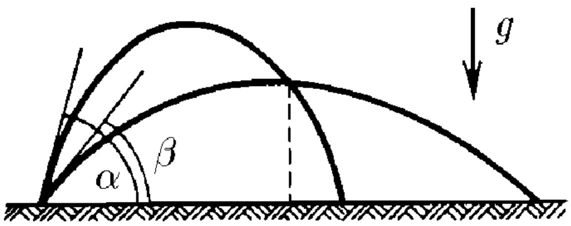
67 ქვემეხიდან ჰორიზონტისადმი φ კუთხით მოახდინეს გასროლა. ჭურვის საწყისი სიჩქარეა v. მიწის ზედაპირი ჰორიზონტალურია. იპოვეთ: ა) სიჩქარის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური პროექციების დროზე დამოკიდებულება; ბ) x და y კოორდინატების დროზე დამოკიდებულება; გ) ტრაექტორიის განტოლება, ე.ი. y-ის დამოკიდებულება x-ზე; დ) ჭურვის ფრენის დრო, ასვლის მაქსიმალური სიმაღლე და ფრენის სიშორე.

68 საკმაოდ დიდ სიმაღლეზე მდებარე წერტილიდან გაისროლეს ოთხი სხეული მოდულით ტოლი v_0 სიჩქარით რა ფიგურის წვეროებშ განლაგდებიან სხეულები მოძრაობის პროცესში? ნახაზი მოცემულია ვერტიკალურ სიბრტყეში



69 რა სიჩქარით უნდა გამოვარდეს ჭურვი ზარბაზნიდან რაკეტის სტარტის მომენტში, რომ გაანადგუროს რაკეტა, რომელიც ვერტიკალურად a აჩქარებით მოძრაობს? ზარბაზნიდან რაკეტის სტარტის ადგილამდე მანძილია L, ზარბაზანი ისვრის ჰორიზონტისადმი $45°$ კუთხით.

70 მილის ნახვრეტიდან გამოდის ორი ჭავლი ერთნაირი საწყისი v სიჩქარით და ჰორიზონტისადმი α და β კუთხით. ნახვრეტიდან ჰორიზონტის გასწვრივ რა მანძილზე გადაიკვეთებიან ისინი?

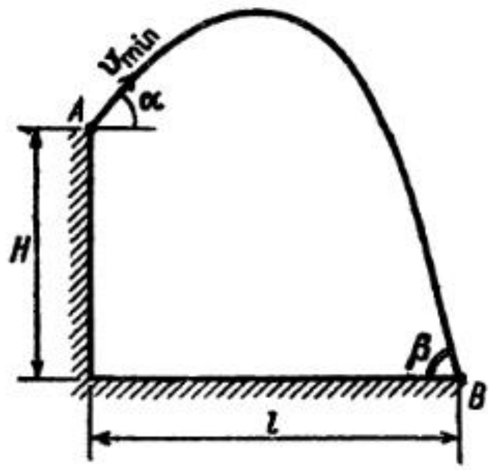


71* მიწაზე დადებული შლანგიდან ჰორიზონტისადმი $45°$ კუთხით და 10 მ/წმ საწყისი სიჩქარით გამოდის წყალი. ნახვრეტის კვეთის ფართობი არის 5სმ^2. განსაზღვრეთ ჰაერში მყოფი ჭავლის მასა.

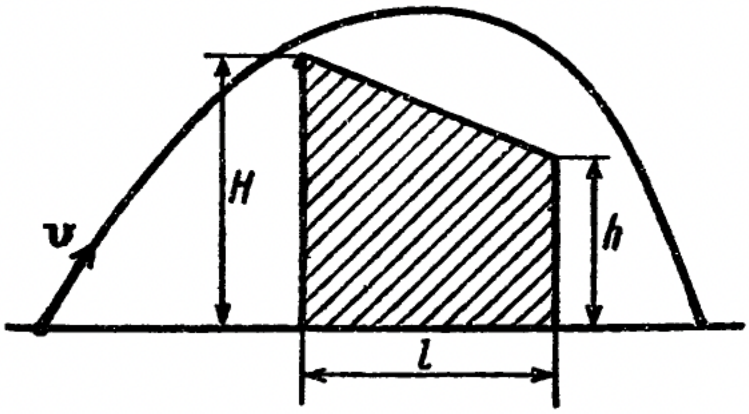
72 რისი ტოლია მაქსიმალური კუთხე ჰორიზონტთან რომლითაც შეგვიძლია ქვა გავისროლოთ და ის სულ გვშორდებოდეს?

73* რა მინიმალური სიჩქარე უნდა გააჩნდეს ბიჭის მიერ გასროლილ ქვას, რომ ქვამ გადაუფრინოს H სიმაღლისა და L სიგრძის სახლს, თუ ტყორცნა განხორციელდა h სიმაღლიდან და ბიჭს ამისათვის ნებისმიერი ადგილის არჩევა შეუძლია?

74 ქვას ისვრიან H სიმაღლის კლდის A კიდიდან, ჰორიზონტალური ზედაპირის B წერტილში, რომელიც კლდიდან l მანძილზე მდებარეობს. რისი ტოლია მინიმალური სროლის სიჩქარე? ამ შემთხვევაში ჰორიზონტთან რა α კუთხით უნდა ვისროლოთ ქვა? რა სიჩქარით დაეცემა ქვა ჰორიზონტალურ ზედაპირს ქვა? რა კუთხეს შეადგენს ქვის სიჩქარე ჰორიზონტთან დაცემის მომენტში?



75 ქვის რა მინიმალური საწყისი სიჩქარის შემთხვევაში შეგვიძლია გადავაფრინოთ იგი სახლს რომელსაც გააჩნია დახრილი სახურავი (იხილეთ ნახაზი), უახლოესი კედლის სიმაღლეა H, უკანა კედლის სიმაღლეა h, სახლის სიგანეა l-ი

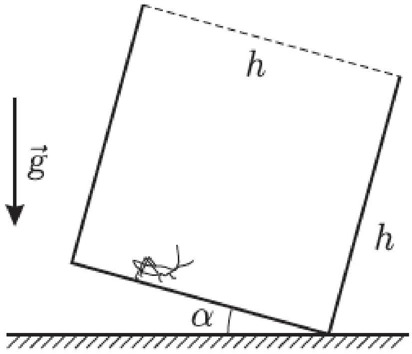


76 20 სმ დიამეტრის ხის მორი მოთავსებულია დედამიწის ზედაპირზე. ზარმაც კალიას სურს მასზე გადახტომა. იპოვეთ კალიას მინიმალური ახტომის სიჩქარე რომ მან ეს მოახერხოს.

77 დიდი მრგვალი ოთახის დიამეტრია 20მ, ჭერის სიმაღლე 3.2მ. ცენტრში დგას კუბის ფორმის დიდი სეიფი, რომლის სიმაღლეა 3მ. იატაკზე დგას სათამაშო კატაპულტა. მისი მეშვეობით გვინდა შევაგდოთ კენჭი სეიფის „სახურავის" შუაში ისე, რომ კენჭი ოთახის ჭერს არ შეეხოს. რა მინიმალური სიჩქარეა ამისათვის საჭირო? ოთახის ჭერის რა სიმაღლისთვისაა ეს საერთოდ შესაძლებელი?

78* ღია კვადრატულ ყუთში ზის კალია, რომელსაც შეუძლია ხტომა $v_0 = 3$მ/წმ საწყისი სიჩქარით, ნებისმიერი მიმართულებით. რა მინიმალური კუთხით უნდ და-ვხაროთ ყუთი ჰორიზონტის მიმართ რომ კალიამ შეძლოს ამოხტომა? ჩათვალეთ რომ კვადრატული ყუთის თითოეული გვერდის სიგრძეა $h = 52$სმ. ხოლო თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა $g = 10$მ/წმ^2. ჰაერის წინააღმდეგობას ნუ

გაითვალისწინებთ. (კალიას შეუძლია ყუთის ფსკერის ნებისმიერ წერტილში განლაგება)

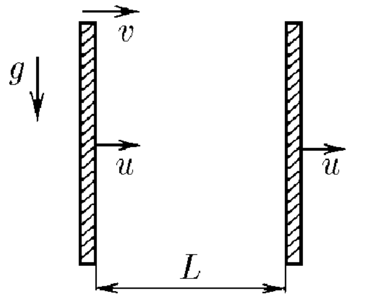


79** საწყისი v სიჩქარით ქვემეხიდან გამოფრენილი ჭურვი მოხვდა წერტილში კოორდინატებით (x, y). იპოვეთ: ა) გასროლის კუთხის ტანგენსი; ბ) ჭურვის შესაძლებელი მოხვედრის უბნის საზღვარი; გ) ჭურვის უმცირესი საწყისი სიჩქარე, რომლის დროსაც ის შეიძლება მოხვდეს წერტილს x, y კოორდინატებით. (მითითება. ამოხსნის დროს გამოიყენეთ ტრიგონომეტრიული იგივეობა $1/\cos^2\varphi = \tan^2\varphi + 1$.)

80 R რადიუსის მქონე გლუვი ვერტიკალური ცილინდრის შიდა ზედაპირზე ვერტიკალისადმი α კუთხით უშვებენ ბურთულას. როგორი საწყისი სიჩქარე უნდა ჰქონდეს მას, რომ ის საწყის წერტილში დაბრუნდეს?

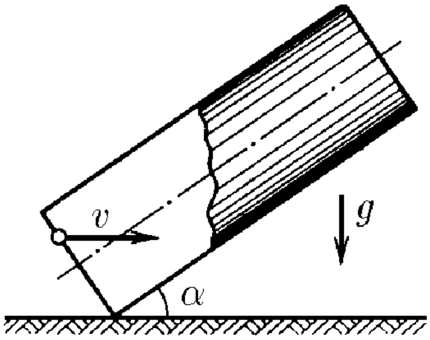
81 ბიჭმა ჰორიზონტისადმი $\pi/4$ -იანი კუთხით, 10მ/წმ სიჩქარით სტყორცნა ბურთი კედელს და კედელთან აბსოლუტურად დრეკადი დაჯახების შემდეგ ბურთი 6მ-ის დაშორებით დაიჭირა. განსაზღვრეთ კედლიდან რა მანძილით იყო დაშორებული ბიჭი ბურთის ტყორცნისას.

82 სხეული ჰორიზონტალურად v სიჩქარით შედის ორ ვერტიკალურ კედელს შორის სივრცეში. კედლები მოძრაობენ u სიჩქარით. განსაზღვრეთ სხეულის სიჩქარე წინა კედელზე n-ური დაჯახების შემდეგ. მანძილი კედლებს შორის არის L. დარტყმები აბსოლუტურად დრეკადია.

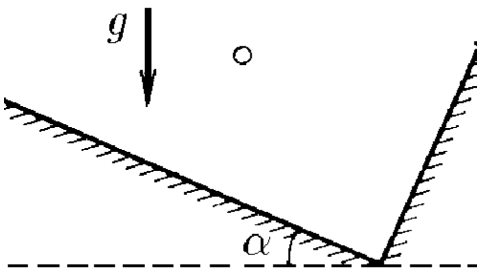


83 დრეკადი ბურთულა იწყებს თავისუფალ ვარდნას α კუთხით დახრილი სიბრტყის ზევით სიბრტყიდან d სიმაღლეზე. რა მანძილს გაივლის ბურთულა პირველ და მეორე დაჯახებებს შორის? მე-n-ე და მე $n+1$-ე დაჯახებებს შორის?

84* ჰორიზონტისადმი α კუთხით დახრილ l სიგრძის მილში ჰორიზონტალური v სიჩქარით შეფრინდა ბურთულა. განსაზღვრეთ მასში ბურთულას ყოფნის დრო, თუ ბურთულას დარტყმები კედლებზე დრეკადია.

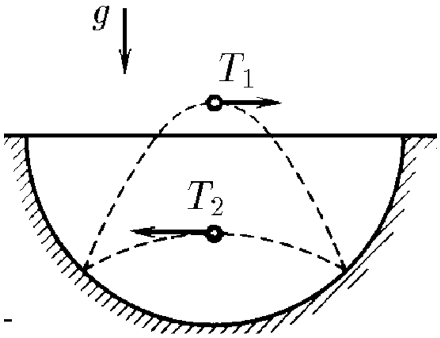


85 მართკუთხა კოლოფში ფსკერსა და მარჯვენა კედელთან დრეკადი დაჯახებების შემდეგ ბურთულა მოძრაობს იქით და აქეთ ერთიდაიმავე ტრაექტორიაზე. ფსკერზე და კედელზე დარტყმებს შორის დროა Δt. კოლოფის ფსკერი



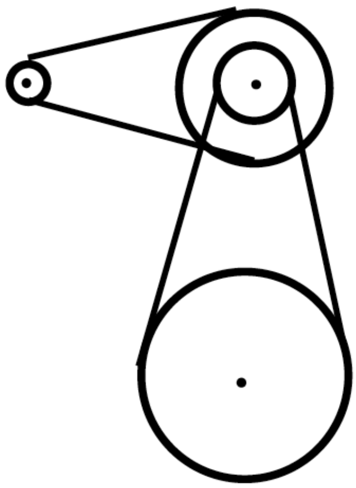
ჰორიზონტთან ქმნის α კუთხეს. იპოვეთ ბურთულას სიჩქარე მყისვე დარტყმების შემდეგ.

86 სფერულ ფორმის ღარში დახტის ბურთულა, რომელიც დრეკადად ეჯახება მის კედელს ერთ დონეზე მდებარე ორ წერტილში. დაჯახებებს შორის დრო მარცხნიდან მარჯვნივ მოძრაობის დროს ყოველთვის არის T_1, ხოლო მარჯვნიდან მარცხნივ მოძრაობისას – $T_2 \neq T_1$. განსაზღვრეთ ღარის რადიუსი.

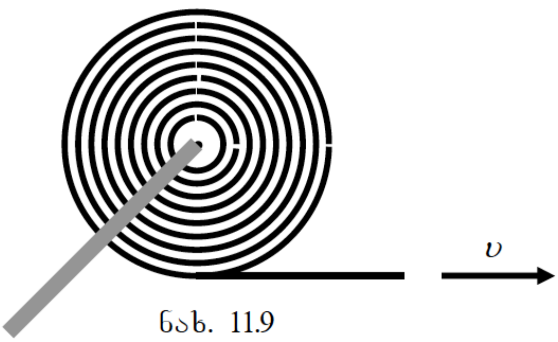


87 დღე-ღამის განმავლობაში რამდენჯერ შეადგენენ მართ კუთხეს საათების და წუთების მაჩვენებელი ისრები?

88 ა) მთვარე დედამიწისკენ მუდამ ერთი მხარით არის შებრუნებული. რამდენ ბრუნს შეასრულებს ის თავისი ღერძის გარშემო დედამიწის ირგვლივ ერთი სრული ბრუნის განმავლობაში?
ბ) საშუალოდ რამდენით მოკლეა ვარსკლავური დღე-ღამე მზიურ დღე-ღამეზე? დედამიწა მზეს შემოუვლის 365,25 მზიურ დღე-ღამეში.
89 I ლილვიდან III-ს მოძრაობა გადაეცემა ორი ღვედური გადაცემით. იპოვეთ III ლილვის ბრუნვის სიხშირე, თუ I ლილვის ბრუნვის სიხშირრეა 1200 ბრ/წთ, მასზე წამოცმული შკივის რადიუსია 8 სმ, II ლილვზე წამოცმული შკივების რადიუსებია 32 სმ და 11 სმ, ხოლო III ლილვზე წამოცმული შკივის რადიუსია 55 სმ



90 მჭიდროდ დახვეულ ქაღალდის რულონს შლიან ისე რომ ქაღალდის ბოლოს v სიჩქარე მუდმივია. საწყის მომენტში რულონის რადიუსია R. ქაღალდის სისქეა d. რისი ტოლი იქნება რულონის კუთხური სჩქარე t დროის შემდეგ?



ნახ. 11.9

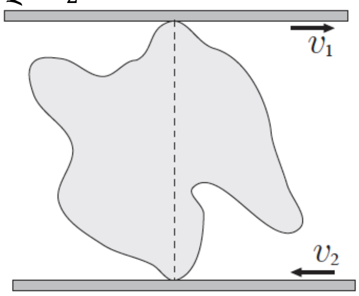
91 მარიამი ზის $R = 6მ$ რადიუსის მქონე კარუსელის კიდეზე და ბრუნავს მუდმივი სიჩქარით. გიორგი უძრავად დგას მიწაზე წერტილში რომელიც კარუსელის ბრუნვის ცენტრიდან დაშორებულია 12მ მანძილით. გარკვეულ მომენტში, გიორგი ამჩნევს რომ მარიამი მოძრაობს მათი შემაერთებელი წრფის გასწვრივ მისკენ 1 მ/წმ

სიჩქარით. რა სიჩქარით მოძრაობს გიორგი ამ მომენტში მარიამთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში?

92 R რადიუსის კბილანა მოთავსებულია ორ პარალელურ კბილანებიან დაფას შორის. დაფები მოძრაობენ ერთმანეთის შემხვედრი მიმართულებით v_1 და v_2 სიჩქარეებით. როგორია კბილანას ბრუნვის სიხშირე?

93 ბრტყელი ფიგურა ბრუნავს მის სიბრტყეში რაღაც A წეში გამავალი ღერძის გარშემო, მუდმივი ω კუთხური სიჩქარით. განსაზღვრეთ როგორაა განაწილებული მყარ წერტილთა სიჩქარეები ამ მყარი სხეულის სხვა B წერტილის მიმართ. (ამ ამოცანის ამოხსნა თითქმის იდენტურია 28(**1.4.3.**) ამოცანის ამოხსნის)

94 მყარი ბრტყელი ფიგურა (იხ.ნახაზი) მოთავსებულია ორ სიბრტყეს შორის (ისინი მასთან მჭიდროდ არიან მიბჯენილნი), ერთ ერთი მათგანი მოძრაობს v_1 სიჩქარით ხოლო მეორე v_2 სიჩქარით. მოცემულ მომენტში სიჩქარეები ჰორიზონტალურია, ხოლო ფიგურის სიბრტყეებთან კონტაქტის წერტილები ერთ მართობზე მდებარეობენ. მონიშნეთ ნახაზზე ყველა ის წერტილი რომელთა სიჩქარის მოდულებია v_1 და v_2

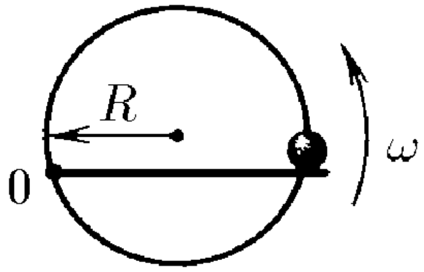


95 R რადიუსის მქონე ბორბალი სრიალის გარეშე მიგორავს ჰორიზონტალურ გზაზე მუდმივი v სიჩქარით, როგორ არის მისი ფერსოს წერტილთა სიჩქარეები განაწილებულნი? რა სიჩქარით მოძრაობს ეს ბორბალი, თუ მისი რადიუსია 0.5მ და წუთში 360 ბრუნს აკეთებს.

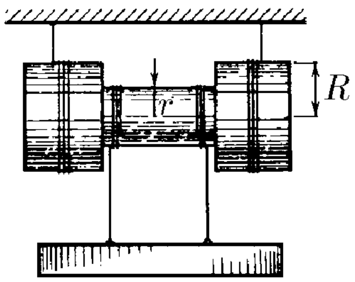
96* ავტომობილი, რომლის ბორბლის რადიუსია R, სრიალის გარეშე v სიჩქარით მოძრაობს ჰორიზონტალურ გზაზე. დედამიწის ზედაპირიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს ბორბლიდან მოწყვეტილი ტალახის წვეთები.

97 $2r$ რადიუსის დამაგრებული ცილინდრის შიდა ზედაპირზე სრიალის გარეშე მიგორავს r რადიუსის ბორბალი. იპოვეთ ბორბლის ფერსოს წერტილთა ტრაექტორია.

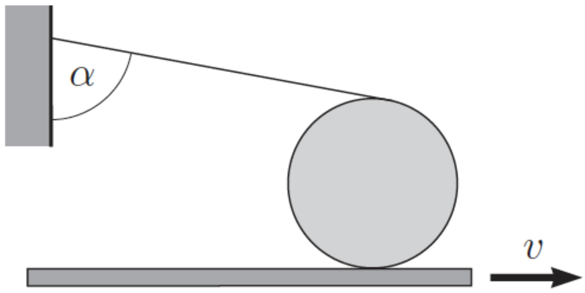
98 R რადიუსის რგოლზე წამოცმულ მძივს ამოძრავებს რგოლის სიბრტყეში ω კუთხური სიჩქარით თანაბრად მბრუნავი ჩხირი. ჩხირის ბრუნვის ღერძი რგოლზე მდებარეობს. იპოვეთ მძივის აჩქარება.



99 კოჭას კუთხური სიჩქარეა ω, შიდა ცილინდრის რადიუსი r, ხოლო გარე ცილინდრების რადიუსებია R. როგორია კოჭას ღერძისა და ტვირთის სიჩქარეები დედამიწის მიმართ?

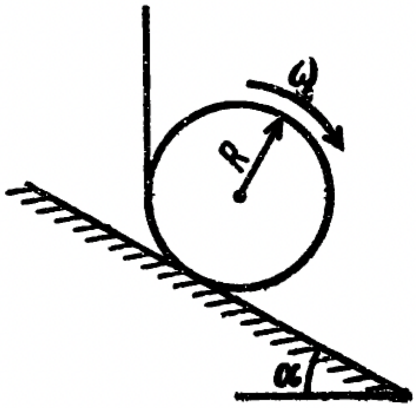


100* ცილინდრს დაახვიეს ძაფი რომლის მეორე ბოლოც მიმაგრებულია კედელზე. ცილინდრი მოთავსებულია ჰორიზონტალურ ზედაპირზე რომელიც მოძრაობს ჰორიზონტალურად v სიჩქარით (ცილინდრის ღერძის მართობულად). იპოვეთ

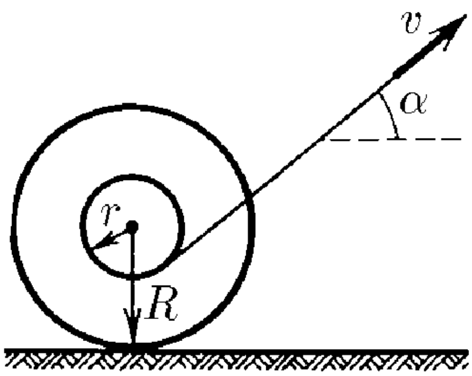


ცილინდრის ღერძის სიჩქარე როგორც ძაფსა და ვერტიკალს შორის α კუთხის ფუნქცია. ცილინდრი მიგორავს ზედაპირზე გასრიალების გარეშე.

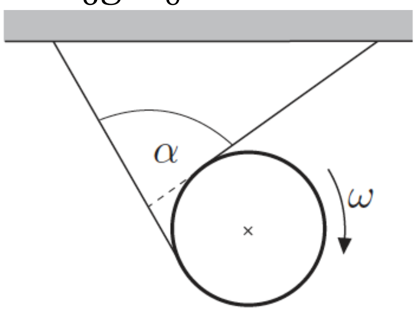
101* ცილინდრზე დახვეულია ძაფი რომლის მეორე ბოლოც დამაგრებული. ცილინდრი მიგორავს α კუთხით დახრილ სიბრტყეზე. გამოთვალეთ ა) ცილინდრის ღერძის მოძრაობის სიჩქარე ბ) ცილინდრის იმ წერტილის სიჩქარე რომელიც ეხება დახრილ ზედაპირს. ცილინდრის რადიუსია R (იხილეთ ნახაზი)



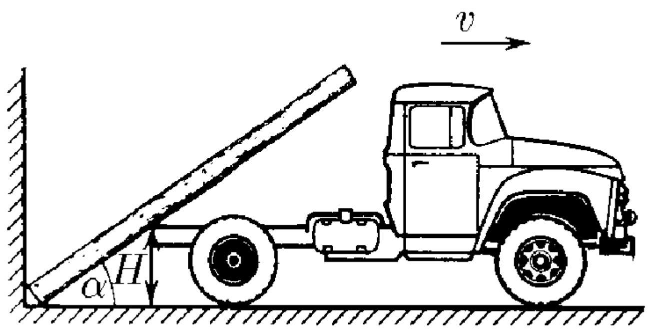
102* კოჭას ღერძზე დახვეულ ძაფს ეწევიან v სიჩქარით და ჰორიზონტისადმი α კუთხით. კოჭა ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე მიგორავს სრიალის გარეშე. იპოვეთ კოჭას ღერძის სიჩქარე და ბრუნვის კუთხური სიჩქარე. α კუთხეების როგორი მნიშვნელობების დროს მოძრაობს ღერძი მარჯვნივ? მარცხნივ? ძაფი იმდენად გრძელია, რომ α კუთხე მოძრაობისას არ იცვლება.



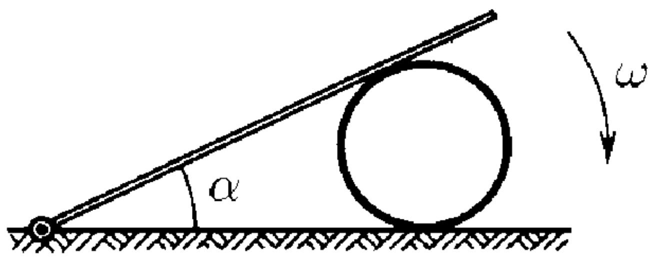
103* R რადიუსის მძიმე დისკი ბრუნვით ეშვება ქვავით. ამავდროულად დისკზე დახვეული ორი ძაფი ეშვება(განიხვევა). ძაფები მიმაგრებულნი არიან ჭერს, და მოძრაობის პროცესში მუდმივად დაჭიმულნი არიან. რისი ტოლია დისკის ცენტრის სიჩქარის მნიშვნელობა როდესაც, მისი ბრუნვის კუთხური სიჩქარე ω-ს ტოლია ხოლო ძაფებს შორის კუთხე α?



104 მორი თავისი ქვედა ბოლოთი ებჯინება კედელსა და მიწას შორის კუთხეს და მიწიდან H სიმაღლეზე ეხება სატვირთო მანქანის ფსკერს. იპოვეთ მორის კუთხური სიჩქარის მორსა და ჰორიზონტს შორის α კუთხეზე დამოკიდებულება, თუ სატვირთო მანქანა v სიჩქარით შორდება კედელს.



105* ღერო, რომელიც ერთი ბოლოთი სახსრულადაა მიმაგრებული ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე, დევს ცილინდრზე. ღეროს კუთხური სიჩქარეა ω. ცილინდრსა და სიბრტყეს შორის სრიალი არაა. იპოვეთ ცილინდრის კუთხური სიჩქარის ღეროსა და სიბრტყეს შორის α კუთხეზე დამოკიდებულება.



106 R რადიუსიანი ცილინდრი სრიალის გარეშე მიგორავს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. განსაზღვრეთ ფერსოს წერტილის ტრაექტორიის სიმრუდის რადიუსი მაქსილამურ სიმაღლეზე და რადიუსის ტოლ სიმაღლეზე.

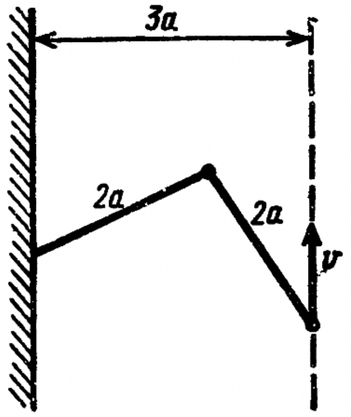
107 განსაზღვრეთ $y = bx^2$ პარაბოლის სიმრუდის რადიუსი წვეროში.

108 მიწაზე მდგარ სფერულ რეზერვუარს აქვს R რადიუსი. როგორი მინიმალური სიჩქარე უნდა გააჩნდეს მიწიდან აგდებულ ქვას, რომ ამ ქვამ გადაუფრინოს რეზერვუარს ისე, რომ მხოლოდ მის წვეროს შეეხოს?

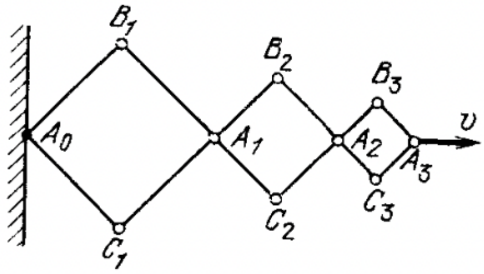
109 იპოვეთ ჰორიზონტისადმი α კუთხით (ჰორიზონტის ზემოთ) v_0 სიჩქარით გასროლილი სხეულის ტრაექტორ სიმრუდის რადიუსი ა) მაქსიმალურ სიმაღლეზე; ბ) საწყის წერტილში.

110 თავდაპირველად უძრავმა ნივთიერმა წერტილმა მუდმივი კუთხური აჩქარებით დაიწყო მოძრაობა წრეწირზე. განსაზღვრეთ სხეულის სიჩქარესა და აჩქარებას შორის კუთხე ერთი ბრუნის ბოლოს.

111 მცირე ზომის სხეული მოძრაობს r რადიუსის წრეწირზე სიჩქარით, რომელიც დროში წრფივად იზრდება $v = kt$ კანონის მიხედვით. იპოვეთ სრული აჩქარების დროზე დამოკიდებულება.
112 მყარი სხეული იწყებს ბრუნვას უძრავი ღერძის გარშემო $\varepsilon = bt$ კუთხური აჩქარებით სადაც b მუდმივაა. საწყისი კუთხური სიჩქარე ნულის ტოლია. განსაზღვრეთ ბრუნვის დაწყებიდან რა დროის შემდეგ შეადგენს სხეულის ნებისმიერი წერტილის აჩქარების ვექტორი α კუთხეს სიჩქარის ვექტორთან.
113 ორი ერთნაირი $2a$ სიგრძის ჯოხისგან შემდგარი სახსრული კონსტრუქციის ერთი ბოლო დამაგრებულია. მეორე ბოლო კი მოძრაობს მუდმივი v სიჩქარით წრფის გასწვრივ რომელიც, დამაგრებული ბოლოდან $3a$ მანძილითაა დაშორებული (იხილეთ ნახაზი). იპოვეთ იპოვეთ სახსრის აჩქარება მაშინ როცა ა) მარცხენა ჯოხი ჰორიზონტალურია ბ) სახსრის სიჩქარე ნულია.



114 სახსრული კონსტრუქცია შედგება სამი რომბისაგან, რომელთა გვერდთა სიგრძეთა ფარდობებია $3:2:1$ (იხილეთ ნახაზი). A_3 წვეროს ექაჩებიან ჰორიზონტალურად მუდმივი v სიჩქარით. იპოვეთ A_1, A_2 და B_2 წერტილთა სიჩქარეები როდესაც რომბები კვადრატებს წარმოადგენენ.



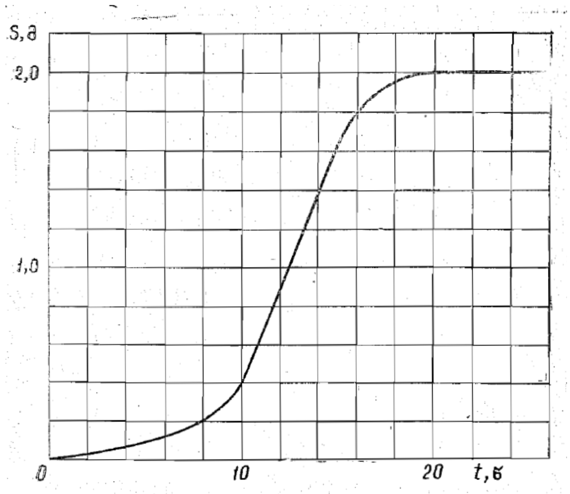
115 წერტილი მოძრაობს წრფის გასწვრივ, ნახაზზე ნაჩვენებია მის მიერ განვლილი s მანძილის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. გრაფიკის მიხედვით იპოვეთ:

ა) წერტილის საშუალო სიჩქარე მთელი დროის განმავლობაში;

ბ) მაქსიმალური სიჩქარე

გ) დროის t_0 მომენტი, რომელშიაც მყისი სიჩქარე ტოლი იქნება პირველი t_0 წმ-ის განმავლობაში საშუალო სიჩქარის.

დ) საშუალო აჩქარებები პირველი 10 და 16 წმ-ის განმავლობაში.

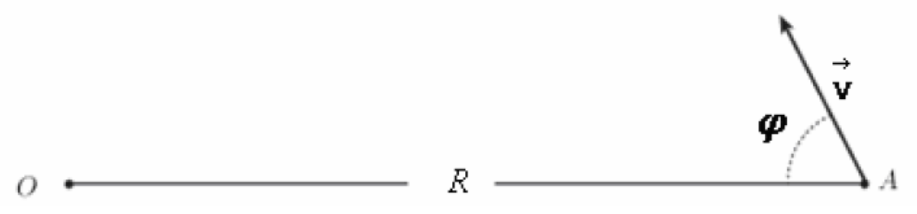


116 ორი ნაწილაკი მოძრაობს $\vec{v_1}$ და $\vec{v_2}$ მუდმივი სიჩქარეებით. საწყის მომენტში მათი რადიუს-ვექტორებია $\vec{r_1}$ და $\vec{r_2}$. ამ ოთხი ვექტორის როგორი თანაფარდობისა დროს დაეჯახებიან ეს ნაწილაკები ერთმანეთს?

117* მოცემული გვაქვს R რადიუსის ვარსკლავი რომლის ცენტრშიც იმყოფება A ნაწილაკი საშუალოდ რა დროში დატოვებს ნაწილაკი ვარსკლავს თუკი მისი თავისუფალი განარბენია λ ხოლო საშუალო დრო დაჯახებებს შორის τ.

118 M ნაწილაკის პოზიციის მახასიათებელი რადიუს ვექტორი უძრავი O წერტილის მიმართ დროში იცვლება კანონით $\vec{r} = \vec{A}\,sin(\omega t) + \vec{B}cos(\omega t)$ სადაც $\vec{A}$ და $\vec{B}$ მუდმივი ურთიერთმართობული ვექტორები არიან, ხოლო ω დადებითი მუდმივაა. იპოვეთ ნაწილაკის $\vec{a}$ აჩქარება და ტრაექტორიის $y(x)$ განტოლება თუკი x და y ღერძებს მივმართავთ შესაბამისად $\vec{A}$ და $\vec{B}$ ვექტორთა მიმართულებით.

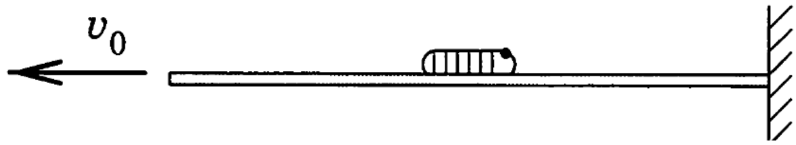
119* განვიხილოთ სინათლის წყარო, რომელიც A წერტილიდან მოძრაობს $\vec{v}$ სიჩქარით შორს მყოფი O დამკვირვებლისკენ მიმართული ღერძისადმი φ $(0 \leq \varphi \leq \pi)$ კუთხით. (იხილეთ ნახაზი). სიჩქარე ჩავწეროთ როგორც $v = \beta c$, სადაც c სინათლის სიჩქარეა. წყარომდე დამკვირვებლის მიერ გაზომილი მანძილი იყოს R. დამკვირვებლის მდებარეობიდან წყაროს კუთხური სიჩქარე იყოს ω, ხოლო წყაროს



მოჩვენებითი წირითი სიჩქარე დაკვირვების მართობულად იყოს $v'_\perp$. გამოსახეთ ω და $v'_\perp$ სიდიდეები β, R და φ სიდიდეებით

120* წრფის გასწვრივ მოძრაობს O მნათი ობიექტი დიდი v სიჩქარით (სინათლის c სიჩქარესთან ახლოს). დამკვირვებელი მოთავსებულია ამ წრფიდან l მანძილზე. იპოვეთ დამკვირვებლის მიერ დაფიქსირებული, ობიექტის სიჩქარის დამოკიდებულება, ნორმალსა და ობიექტის პოზიციის მიმართულების ვექტორს შორის α კუთხეზე (იხილეთ ნახაზი).

121* „სუპერ წელვადი" 1 მეტრი სიგრძის თოკი ერთი ბოლო მიბმულია კედელზე, ხოჭო ზის ამ თოკის მარცხენა ბოლოში.



თოკის ვექაჩებთ მუდმივი $v_0 = 1$ $სმ/წმ$ სიჩქარით. ხოჭო მოძრაობს კედლისკენ $1მმ/წმ$ სიჩქარით. მიაღწევს თუ არა ხოჭო კედელს? რა დროში?

122 ერთი წერტილიდან ერთდროულად გაისროლეს ორი სხეული ერთი ვერტიკალურად ზევით, მეორე კი ჰორიზანტისადმი $\theta = \pi/3$ კუთხით. თითოეული სხეულის საწყის სიჩქარეა $v_0 = 25$ $მ/წმ$ უგულებელყავით ჰაერის წინააღმდეგობა და იპოვეთ მანძილი სხეულებს შორის $t = 1.70$ წმ-ის შემდეგ.

123 სიმძიმის ძალის ერთგვაროვან ველში g აჩქარებით მოძრაობს ორი ნაწილაკი. საწყის მომენტში ნაწილაკები იმყოფებიან ერთ წერტილში და ჰქონდათ ჰორიზონტალურად და ურთიერთსაპირისპიროდ მიმართული $v_1 = 3.0$ მ/წმ და $v_2 = 4.0$ მ/წმ სიჩქარეები. იპოვეთ მანძილი ნაწილაკებს შორის იმ მომენტისათვის, როდესაც მათი სიჩქარეების ვექტორები ურთიერთმართობულად იქნებიან მიმართული.

124* A წერტილი მოძრაობს თანაბრად v სიჩქარით: ისე, რომ მისი $\vec{v}$ სიჩქარის ვექტორი ყოველთვის მიმართულია B წერტილისაკენ, რომელიც თავის მხრივ მოძრაობს წრფივად და თანაბრად $u < v$ სიჩქარით. საწყის მომენტში მათი სიჩქარეები ურთიერთმართობულნი არიან, ხოლო მანძილი მათ შორის უდრის l-ს, რამდენი ხნის შემდეგ შეხვდებიან წერტილები ერთმანეთს?

125 ნაწილაკის რადიუს-ვექტორის დამოკიდებულება t დროზე მოცემულია $\vec{r} = \overrightarrow{a_0}t(1 - \alpha t)$ კანონით, სადაც $\vec{a}_0$ მუდმივი ვექტორია, α-კი დადებითი მუდმივა. იპოვეთ:

ა) ნაწილაკის $\vec{v}$ სიჩქარის და $\vec{a}$ აჩქარების დროზე დამოკიდებულება

ბ) დროის Δt შუალედი, რომლის განმავლობაშიც ნაწილაკი დაბრუნდება საწყის წერტილში და ამ დროში გავლილი s მანძილი.

126 $t = 0$ მომენტში ნაწილაკმა დაიწყო მოძრაობა კოორდინატთა სათავიდან x ღერძის დადებითი მიმართულებით. მისი სიჩქარე $\vec{v} = \overrightarrow{v_0}(1 - t/\tau)$ კანონითაა დამოკიდებული დროზე, სადაც $\tau = 5.0$წმ-ს, ხოლო $\overrightarrow{v_0}$ საწყისი სიჩქარის ვექტორია, რომლის სიდიდე $v_0 = 10.0$ სმ/წმ იპოვთ:

ა) ნაწილაკის x კოორდინატა 6.0, 10, და 20 წმ მომენტებში.

ბ) დროის მომენტები, როდესაც ნაწილაკი კოორდინატთა სათავიდან 10.0 სმ-ის მანძილზე იმყოფება

გ) ნაწილაკის მიერ პირველ 4.0 და 8.0 წამის განმავლობაში გავლილი s მანძილი. ააგე $s(t)$ დამოკიდებულების სავარაუდო გრაფიკი

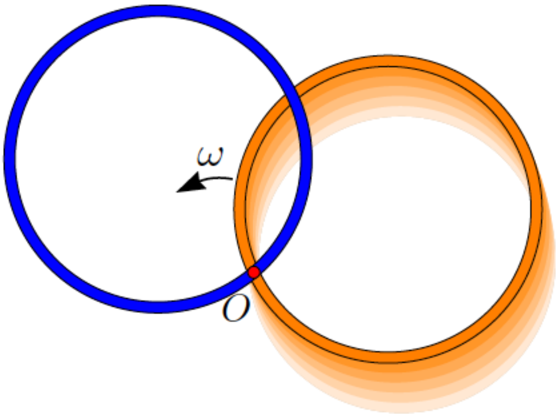
127 ნაწილაკი მოძრაობს x ღერძის დადებითი მიმართულებით, ისე რომ მისი სიჩქარე იცვლება $v = \alpha\sqrt{x}$ კანონით, სადაც α დადებითი მუდმივაა. გაითვალისწინეთ რომ საწყის მომენტში ნაწილაკი კოორდინატთა სათავეში იმყოფება და იპოვეთ:

ა) ნაწილაკის სიჩქარის და აჩქარების დამოკიდებულება დროზე

ბ) ნაწილაკის საშუალო სიჩქარე იმ დროში, რომლის განმავლობაშიც ის გაივლის პირველ s მეტრს.

128 წერტილი მოძრაობს სწორხაზოვნად და შენელებულად ისეთი აჩქარებით, რომლის მოდული $a = a_0\sqrt{v}$ კანონითაა დამოკიდებული მის v სიჩქარეზე. სადაც a_0 დადებითი მუდმივაა. საწყის მომენტში წერტილის სიჩქარეა v_0. რა მანძილს გაივლის წერტილი გაჩერებამდე? რა დროში გაივლის ამ მანძილს?

129* განიხილეთ ორი r რადიუსის მქონე როგოლი როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები: ლურჯი რგოლი გაჩერებულია, ხოლო სტაფილოსფერი რგოლი ბრუნავს O წერტილის გარშემო მუდმივი ω კუთხური სიჩქარით. იპოვეთ რგოლთა კვეთის წერტილის მინიმალური და მაქსიმალური v_{min}, v_{max} სიჩქარეები.



130 წერტილი მოძრაობს R რადიუსიანი წრეწირის რკალის გასწვრივ. მისი სიჩქარის დამოკიდებულება გავლილ მანძილზე გამოისახება $v = a\sqrt{s}$ კანონით სადაც a მუდმივაა. იპოვეთ სრული აჩქარების ვექრორისა და სიჩქარის ვექტორს შორის წარმოქმნილი კუთხის დამოკიდებულება s განვლილ მანძილზე.

131 ნაწილაკი მოძრაობს მუდმივი v სიჩქარით $y = kx^2$ ტრაექტორიაზე, აქ k დადებითი მუდმივაა. იპოვეთ ნაწილაკის აჩქარება $x = 0$ წერტილში.

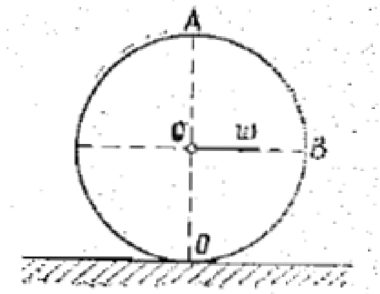
132 ბორბალი ბრუნავს უძრავი ღერძის გარშემო ისე, რომ მისი მობრუნების φ კუთხე დამოკიდებულია დროზე $\varphi = a_0 t^2$ კანონით, სადაც $a_0 = 0.20$ $რად/წმ^2$ იპოვეთ ბორბლის A წერტილის a სრული აჩქარება $t = 2.5$წმ მომენტისათვის, თუ A წერტილის ხაზოვანი სიჩქარე ამ მომენტისათვის $v = 0.65$მ/წმ-ია.

133 R რადიუსიანი ცილინდრი სრიალის გარეშე მიგორავს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. იპოვეთ ფერსოს წერტილის გავლილი მანძილი ზედაპირთან შეხების ორ მომდევნო მომენტს შორის.

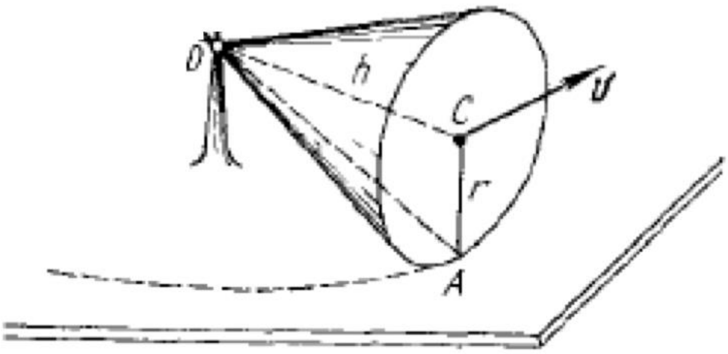
134 $R = 10.0$ სმ რადიუსის სფერო სრიალის გარეშე მიგორავს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ისე, რომ მისი ცენტრი მოძრაობს მუდმივი $a = 2.50$ $სმ/წმ^2$ აჩქარებით. მოძრაობის დაწყებიდან $t = 2.00$ წმ-ის შემდეგ მისი მდებარეობა გამოსახულია ნახაზზე. იპოვეთ

ა) A, B და O წერტილების სიჩქარეები

ბ) ამავე წერტილების აჩქარებები.



135 კონუსი რომელის სიმაღლეცაა h და ფუძესთან გააჩნია r რადიუსის წრეწირი, გორაობს ხახუნის გარეშე მაგიდის ზედაპირზე, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები,

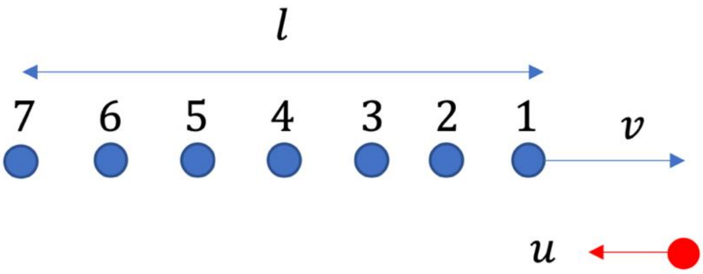


კონუსის წვერო სახსრულად არის დაფიქსირებული O წერტილში რომელიც კონუსის ფუძის C ცენტრის სიმაღლეზეა. C წერტილი მოძრაობს მუდმივი v სიჩქარით, იპოვეთ მაგიდის მიმართ, კონუსის ω კუთხური სიჩქარე.

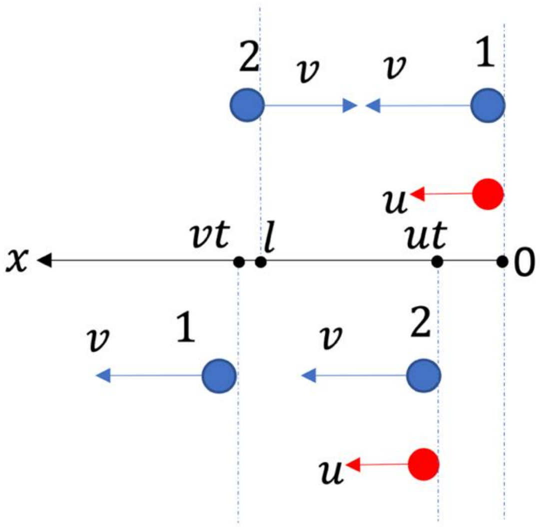
ამოხსნები:

1 (1.1.6.)

ამოცანაში მოცემული პირობის უკეთ გასაგებად მოდით დავხაზოთ ნახაზი:



ამ ნახაზზე როგორც ჩანს სპორცმენები ჯერ არ შეხვედრილან მწვრთნელს შესაბამისად ისინი ჯერ არ შემოტრიალებუნან. ნახაზზე მოცემულ სპორცმენთა რაოდენობას არანაირი მნიშვნელობა არააქვს, მთავარია კოლონის სიგრძე. ამოცანის უკეთ გასააზრებლად მოდით დავივიწყოთ სხვა სპორცმენთა არსებობა და განვიხილოთ თუ როგორ იცვლება ორ სპორცმენს შორის მანძილი მათი მიმდევრობით შემობრუნებისას. ვთქვათ დროის ნულოვან მომენტში პირველი



სპორცმენი და მწვრთნელი გაუსწორდნენ ერთმანეთს, მივმართოთ X-ღერძი მწრთვნელის სიჩქარის მიმართულებისაკენ და ეს შეხვედრის წერტილი ავიღოთ ათვლის სათავედ. მოცემული სიტუაცია გამოსახულია მოცემული ნახაზის ზედა ნახევარზე. ამ მომენტში მეორე სპორცმენის პოზიციაა l-ი. მეორე სპორცმენი და მწრთვნელი ერთმანეთს შეხვდებიან საწყისი მომენტიდან გარკვეული t დროის შემდგომ გამოვთვალოთ ეს დრო. სპორცმენის და მწრთვნელის ფარდობითი სიჩქარეა $u + v$ ხოლო მათ შორის საწყისი მანძილი l შესაბამისად:

$$t = \frac{l}{u + v}$$

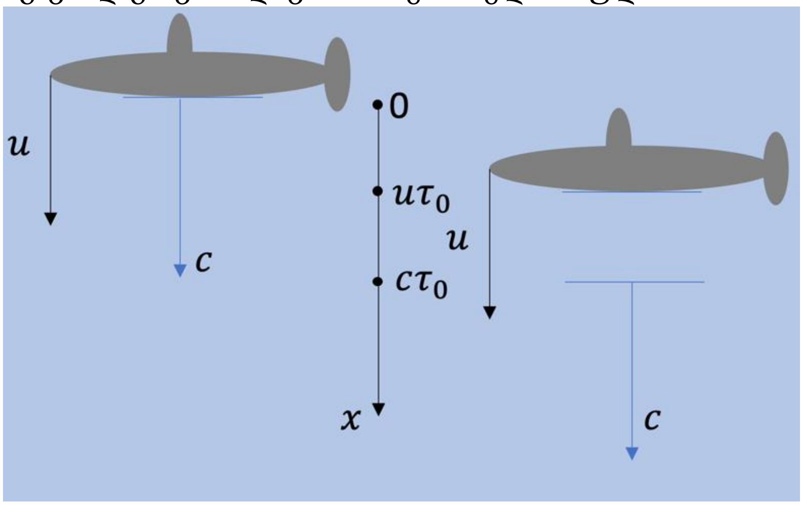
ნახაზის ქვედა ნახევარზე მოცემულია სიტუაცია სწორედ საწყისი მომენტიდან t დროის შემდგომ ამ მომენტში მეორე სპორცმენი და მწრთვნელი ხვდებიან ერთმანეთს, ცხადია რომ ამ მომენტის შემდეგ მანძილი პირველ და მეორე სპორცმენს შორის აღარ შეიცვლება ვინაიდან მათ შორის ფარდობითი სიჩქარე კვლავ ნული გახდება. ამ მომენტისათვის პირველი სპორცმენი სათავიდან დაშორებულია vt მანძილით ხოლო მეორე ut მანძილით (ემთხვევა მწრთვნელის პოზიციას). მაშასადამმე საბოლოო მანძილი სპორცმენებს შორის:

$$l' = vt - ut = (v - u)\frac{l}{u + v} = l\frac{v - u}{u + v}$$

და ბოლოს ვიტყვი რომ არანაირი მნიშვენლობა არააქვს სპორცმენთა რაოდენობას რადგან თითოეულ მეზობლებს შორის მანძილი იცვლება $\frac{v-u}{u+v}$ -ჯერ შესაბამისად ჯამში კოლონას სიგრძეც შეიცვლება $\frac{v-u}{u+v}$ -ჯერ.

2 (1.1.7.)

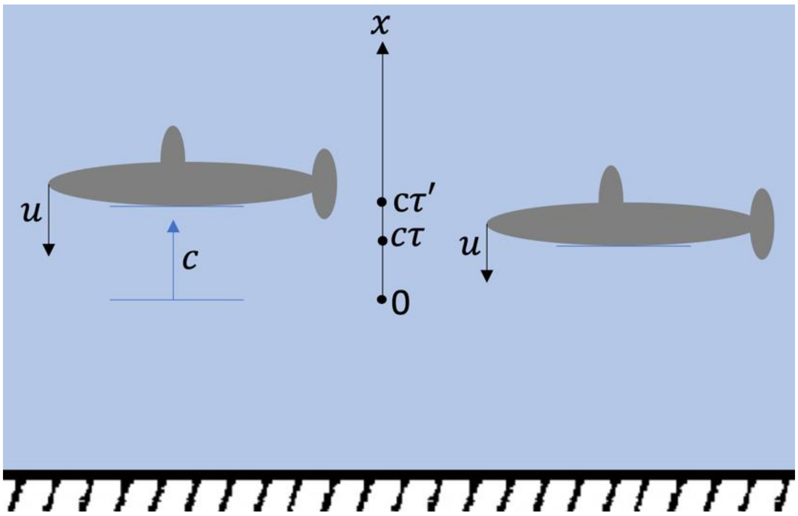
პირველ რიგში ვნახოთ რა ხანგრძლივობის ბგერით იმპულსს გაიგებს გემის ქვემოთ მყოფი დამკვირვებელი თუკი გემი თავისი თავის მიმართ უშვებს τ_0 ხანგრძლივობის იმპულსს ხოლო მისი ქვევით მოძრაობის სიჩქარეა u, 1(1.1.6)-ი ამოცანის მსგავსად განვიხილავთ ორ მეზობელ იმპულსს:



დროის ნულოვან მომენტში წყალქვეშა ნავი უშვებს პირველ ბგერას მივმართოთ X-ღერძი წყალქვეშა ნავის სიჩქარის მიმართულებისაკენ და ეს ავიღოთ ათვლის სათავედ. მოცემული სიტუაცია გამოსახულია მოცემული ნახაზის მარცხენა ნახევარზე. ვნახოთ როგორ გამოიყურება სიტუაცია მეორე ბგერის გამოშვებისას, ანუ პირველი სიგნალის გამოშვებიდან τ_0 დროში, ეს სიტუაცია ნაჩვენებია ნახაზის მარჯვენა მხარეს. ამ მომენტში პირველი ბგერის პოზიციაა $c\tau_0$ მეორე ბგერის $u\tau_0$, უძრავი დამკვირვებლისათვის ბგერითი სიგნალის ხანგრძლივობაა:

$$\tau' = \frac{(c-u)\tau_0}{c}$$

ფსკერიდან არეკვლისას სიგნალის ხანგრძლივობა არ იცვლება (ეს ანალოგიურია 1(1.1.6) ამოცანაში მწრთვნელი უძრავი რომ იყოს ამ შემთხვევაში კოლონის სიგრძე უცვლელი დარჩებოდა). მოდით ახლა ვნახოთ თუ როგორ აღიქვამს წყალქვეშა ნავი



არეკვლილ სიგნალს:

ამ შემთხვევაშიც განვიხილავთ ორ მეზობელ სიგნალს თუმცა ამჯერად არეკლილს ანუ ისინი მიდიან წყალქვეშა ნავისაკენ. ნახაზზე მოცემულია სიტუაცია როდესაც პირველი სიგნალი იწყებს მიიღებას (მარცხენა მხარე). კორდინატთა სათავედ ავიღოთ ამ მომენტში მეორე სიგნალის პოზიცია და მივმართოთ იგი წყალქვეშა ნავისაკენ. რაღაც τ დროში მეორე სიგნალი მიაღწევს წყალქვეშა (ნახაზის მარჯვენა მხარე) ნავს შესაბამისად სწორედ ეს τ არის მის მიერ აღქმული სიგნალის ხანგრძლივობა. მეორე სიგნალსა და წყალქვეშა ნავს შორის საწყისი მანძილია $c\tau'$ ხოლო ფარდობითი სიჩქარე $c+u$ შესაბამისად:

$$\tau = \frac{c\tau'}{c+u} = \frac{c-u}{c+u}\tau_0$$

საიდანაც:

$$u = c\frac{\tau_0 - \tau}{\tau_0 + \tau}$$

3 (◊1.1.8.)

ავტომატი t დროში ტრანსპორტიორის ლენტის $(w-v)t$ სიგრძის მონაკვეთს ჩაუვლის. შესაბამისად ლენტის ერთეულ სიგრძეზე:

$$\frac{vt}{(w-v)t}$$

ცალი ბურთულაა. ფოტოელემენტი დროის t ინტერვალში დახედავს $(w-u)t$ სიგრძის ლენტას შესაბამისად დათვლის:

$$\frac{vt}{(w-v)t}(w-u)t$$

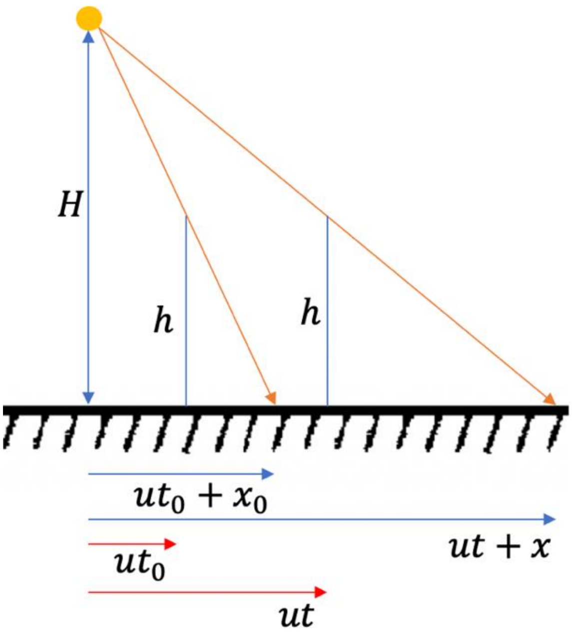
ცალ ბურთულას. აქედან გამომდინარე მრიცხველი დროის ერთეულში დათვლის

$$v' = \frac{1}{t}\frac{vt}{(w-v)t}(w-u)t = v\frac{w-u}{w-v}$$

ცალ ბურთულას.

4 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 17 ამოცანა 6.)

დროის ათვლის საწყის მომენტად ავიღოთ ადამიანის ნათურის ქვეშ გავლის მომენტი მაშინ ადამიანი t_0 მომენტში ნათურის ქვეშ საწყისი პოზიციიდან ut_0



მანძილით დაშორებული, ანალოგიურიად t მომენტში მისი დაშორება იქნება ut. რაც შეეხება თავის ჩრდილის პოზიციას t_0 მომენტში იგი $ut_0 + x_0$-ის ტოლია. სამკუთხედთა მსგავსებით:

$$\frac{ut_0 + x_0}{H} = \frac{x_0}{h}$$

საიდანაც:

$$x_0 = \frac{ut_0 h}{H-h}$$

ანალოგიურად t მომენტში მისი თავის ჩრდილის პოზიციაა $ut + x$ სადაც:

$$x = \frac{uth}{H-h}$$

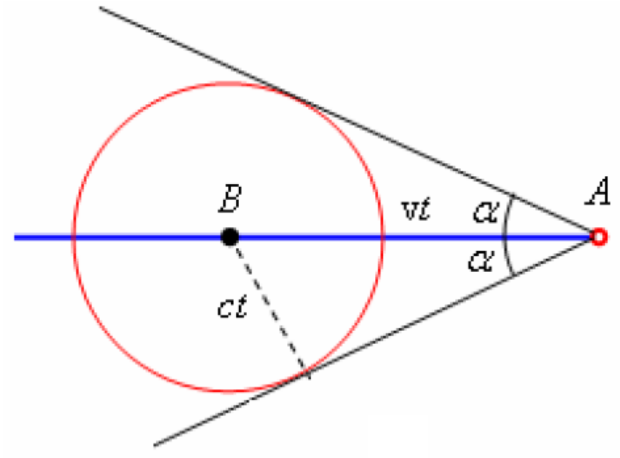
თავის ჩრდილის სიჩქარე:

$$v = \frac{ut + x - ut_0 - x_0}{t - t_0} = u + \frac{x - x_0}{t - t_0} = u + \frac{uh}{H-h} = \frac{uH}{H-h}$$

რიცხვითი მნიშვნელობები თავად ჩასვით

5 (1.1.11*. (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 16))

პირველ რიგში უნდა ვნახოთ თუ რას წარმოადგენს იმ არის საზღვარი, რომლის წერტილებშიც მოცემულ მომენტში ისმის თვრითმფრინავის ხმა. ვთქვათ,



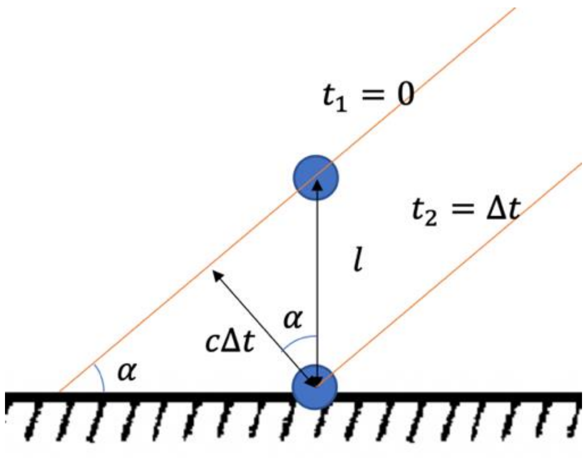
მოცემულ მომენტში თვითმფრინავი იმყოფება ტრაექტორიის A წერტილში t დროის წინ ის იქნებოდა ტრაექტორიის რომელიღაც B წერტილში. ცხადია, რომ $AB = vt$. სანამ თვითმფრინავი მიფრინდა A წერტილამდე, მანამ ბგერა B წერტილიდა გავრცელდა ct მანძილზე და მიაღწია ct რადიუსიან სფეროს. გავავლოთ A წერტილიდან ამ სფეროს მხებები. მივიღებთ კონუსის გვერდით ზედაპირს, რომლის მსახველები ტრაექტორიასთან ქმნის α კუთხეს. სურათიდან ჩანს, რომ

$$\sin(\alpha) = \frac{ct}{vt} = \frac{c}{v}$$

რადგან α კუთხე არ აღმოჩნდა t-ზე დამოკიდებული, ვასკვნით, რომ აღნიშნული კონუსის გვერდითი ზედაპირი არის ყველა იმ სფეროს მხები, სადამდეც მოცემულ მომენტში მიაღწია ხმამ სხვადასხვა წერტილიდან. ადვილი მისახვედრია, რომ კონუსის გვერდითი ზედაპირის წერტილში მოცემულ მომენტში ისმის მხოლოდ იმ ერთადერთი სფეროს ცენტრიდან გამოცემული ხმა, რომელიც ეხება კონუსის გვერდით ზედაპირს მოცემულ წერტილში. შიგა წერტილში ისმის ამ წერტილში გამავალი და კონუსის გვერდით ზედაპირის მხები ორი სფეროს ცენტრიდან გამმოცემული ხმა. გარე წერტილებში ხმა არ ისმის. ამრრიგად, საძებნი საზღვარია იმ კონუსის გვერდითი ზედაპირი, რომლის მსახველების ტრაექტორიასთან შექმნილი კუთხე განისაზღვრება ტოლობით:

$$\sin(\alpha) = \frac{ct}{vt} = \frac{c}{v}$$

ცხადია რომ პირველად ხმას გაიგებს ის მიკროფონი რომელიც ყველაზე მაღლა მდებარეობს, ამ $t_1 = 0$ დროს ბგერით ზედაპირი მოცემულია ნახაზზე, ნახაზზე ასევე მოცემულია $t_2 = \Delta t$ მომენტში ბგერითი ზედაპირი.



ნახაზიდან პირდაპირ ჩანს რომ:

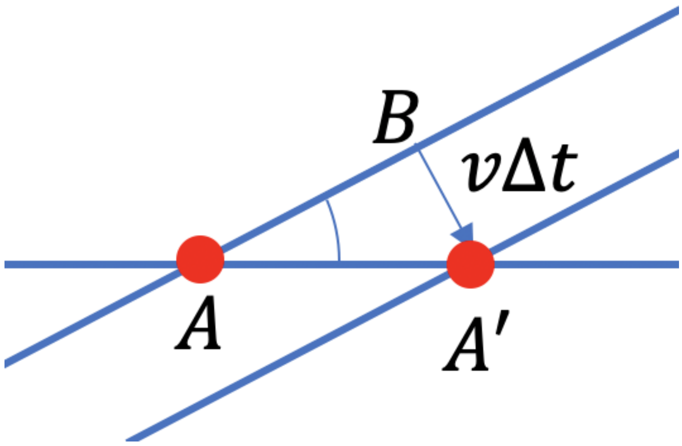
$$\frac{c\Delta t}{l} = \cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)}$$

$$\frac{c^2\Delta t^2}{l^2} = 1 - \frac{c^2}{v^2}$$

$$v = \frac{cl}{\sqrt{l^2 - c^2\Delta t^2}}$$

6 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 17 ამოცანა 10.)

განვიხილოთ გადაკვეთის წერტილის მდებარეობა Δt დროის შემდეგ:



კუთხე $A'AB$ α-ს ტოლია ხოლო კუთხე ABA'-ი მართია შედეგად სამკუთხედ $AA'B$ დან გადაკვეთის წერტილის მიერ განვლილი მანძილი:

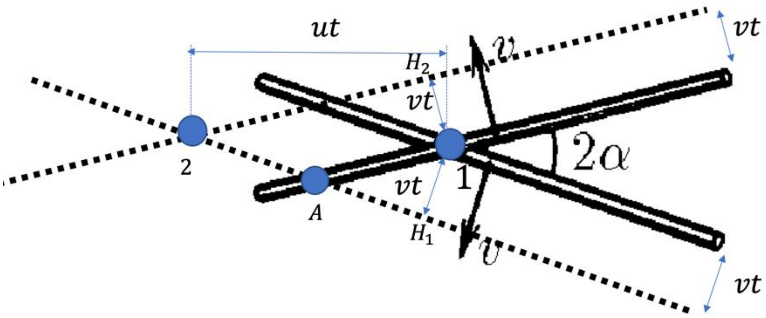
$$AA' = \frac{v\Delta t}{\sin(\alpha)}$$

საიდანაც გადაკვეთის წერტილის სიჩქარე:

$$u = \frac{v}{\sin(\alpha)}$$

7 (◊1.1.12.)

განვიხილოთ სიტუაცია საწყისი მომენტიდან t-დროის შემდგომ:



ნახაზიდან ვიპოვოთ $A1$-მონაკვეთის სიგრძე, კუთხე $A1H_1 = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$ შესაბამისად:

$$A1 = \frac{vt}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)} = \frac{vt}{\sin(2\alpha)}$$

ანალოგიურად:

$$A2 = \frac{vt}{\sin(2\alpha)}$$

ut-ს საპოვნელად დავწეროთ. კოსინუსთა თეორემა:

$$\frac{v^2t^2}{\sin^2(2\alpha)} + \frac{v^2t^2}{\sin^2(2\alpha)} - 2\frac{v^2t^2}{\sin^2(2\alpha)}\cos(\pi - 2\alpha) = u^2t^2$$

$$\frac{v^2}{\sin^2(2\alpha)}(2 - \cos(\pi - 2\alpha)) = u^2$$

$$u^2 = \frac{2v^2}{\sin^2(2\alpha)}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\right)\right) = \frac{2v^2}{\sin^2(2\alpha)}\left(1 - \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{2v^2}{\sin^2(2\alpha)}(1 + \cos(2\alpha)) = \frac{2v^2}{\sin^2(2\alpha)}(2\cos^2(\alpha)) = \frac{4v^2\cos^2(\alpha)}{4\sin^2(\alpha)\ \cos^2(\alpha)}$$

$$= \frac{v^2}{\sin^2(\alpha)}$$

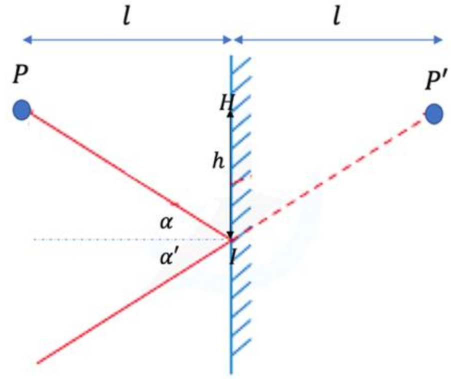
მაშასადამე:

$$u = \frac{v}{\sin(\alpha)}$$

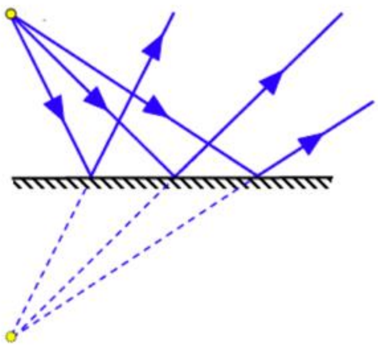
8 (◊1.1.18*.)

სანამ ამოცანის უშუალო ამოხსნას შევუდგებოდეთ განვიხილოთ ბგერითი სიგნალის კედლიდან არეკვლის გარკვეული თავისებურებები. როდესაც ბგერითი ტალღა ეცემა რაიმე გარემოს გამყოფ ზედაპირს, (მაგალითად კედელს) მისი ნაწილი აირეკლება და გააგრძელებს მოძრაობას იგივე გარემოში ხოლო მეორე ნაწილი გადავა ახალ გარემოში და გააგრძელებს მოძრაობას იქ. სარკული არეკვლისას ბგერა აირეკვლება ზედაპირიდან იმავე კუთხით რითიც იგი მას დაეცა, ესეიგი $\alpha = \alpha'$.

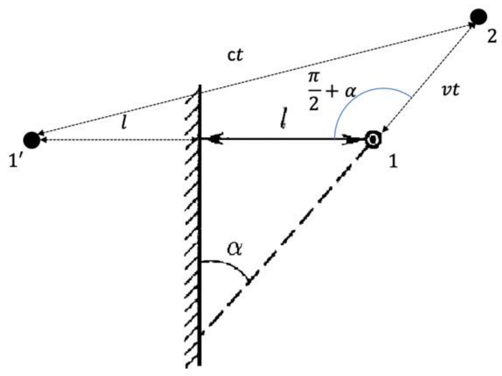
არეკვლილ სხივი გავაგრძელოთ კედლის უკან (წყვეტილი ხაზი) და გადავკვეთოთ იგი P წყაროდან კედელზე დაშვებულ მართობთან (ნახაზზე არ არის ნაჩვენები) P' წერტილში.



სამკუთხედი PHI და $P'HI$ ტოლი სამკუთხედები არიან და შესაბამისად მაშინ $PH = P'H$. ეს პირობა სრულდება ნებისმიერი სხივისათვის. გარე დამკვირვებლისათვის თითქოს ბგერა წამოვიდა ამ წარმოსახვითი P' წყაროსაგან. საილუსტრაციოდ შეხედეთ ქვემოთ მოყვანილ ნახაზს:



ახლა დავუბრუნდეთ ჩვენს ამოცანას, როდესაც მანქანა აძლევს მოკლე ხმოვან სიგნალს, ნაცვლად ამ სიგნალის არეკვლის უშუალოდ განხვილისა, უმჯობესია წარმოვიდგინოთ რომ კედლის მეორე მხარეს l მანძილზე მდგარი ავტომობილი უშვებს სიგნალს $(1')$. ჩვენი ამოცანაა გავარკვიოთ როდის მიაღწევს ხმოვანი



სიგნალი $1'$ წერტილიდან მოძრავ მანქანას, ამ მომენტისათვის ბგერა გაივლის ct მანძილს ხოლო მანქანა vt-ს. სამკუთხედ $11'2$-ში ცნობილაი კუთხე რომელიც მდებარეობს 1-თან, მონაკვეთი $11' = 2l$ დავწეროთ კოსინუსთა თეორემა:

$$c^2t^2 = v^2t^2 + 4l^2 - 2 \cdot 2l \cdot vt \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

გამოვიყენოთ ტრიგონომეტრიული იდენტობა:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (-\alpha)\right) = \sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$

შედეგად გადავწეროთ კოსინუსთა თეორემა:

$$(c^2 - v^2)t^2 - 4lvsin(\alpha)\, t - 4l^2 = 0$$

$$t = \frac{4lvsin(\alpha) \pm \sqrt{16l^2v^2\sin^2\alpha + 16l^2(c^2 - v^2)}}{2(c^2 - v^2)}$$

ცხადია რეალური ამონახსნისათვის მხოლოდ ვიტოვებთ + ნიშნიან ამონახსნს:

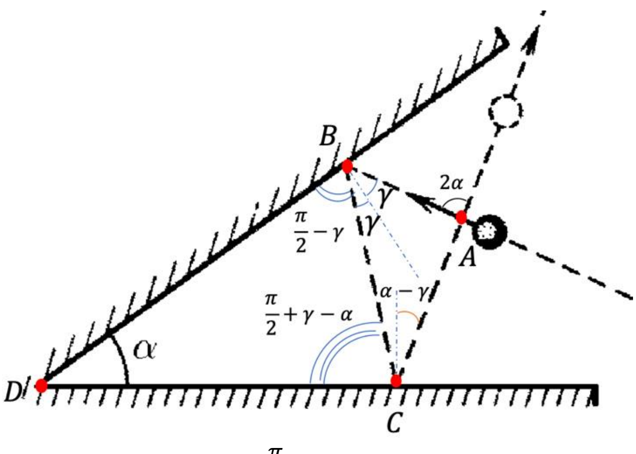
$$t = 2l\frac{vsin(\alpha) + \sqrt{c^2 - v^2\cos^2\alpha}}{c^2 - v^2}$$

შესაბამისად ავტომობილის მიერ განვლილი მანძილი ექოს გაგონებამდე:

$$vt = 2lv\frac{vsin(\alpha) + \sqrt{c^2 - v^2\cos^2\alpha}}{c^2 - v^2}$$

9 (◊1.1.19.)

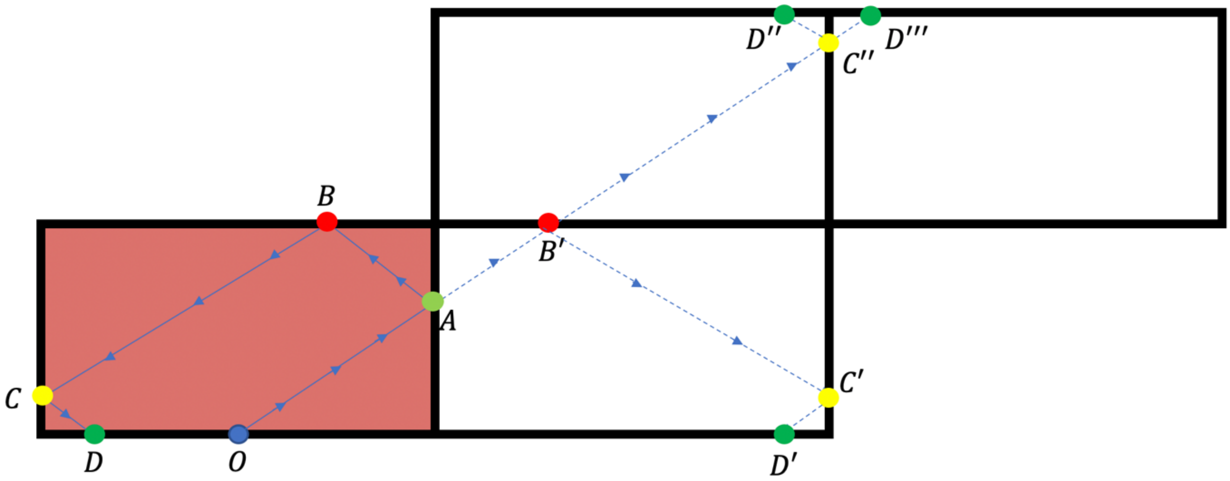
ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია, უბრალოდ კუთხეების დათვლით. მოდით დაცემის კუთხე B წერტილში ავღნიშნოთ γ-თი (კუთხე დაცემის სხივსა და ზედაპირის ნორმალს შორის), ცხადია არეკვლის კუთხეც იგივეა. კუთხე $DBC = \frac{\pi}{2} - \gamma$, სამკუთხედ DBC დან მივიღებთ რომ კუთხე $DCB = \frac{\pi}{2} + \gamma - \alpha$ შესაბამისად ბურთულას არეკვლის კუთხე C წერტილიდან არის $\alpha - \gamma$ სამკუთხედ ABC-დან კუთხე $BAC = \pi - 2\alpha$ შესაბამისად კუთხე საწყის და საბოლოო მიმართულებებს შორის არის 2α.



იმ შემთხვევაში თუკი კუთხე $\alpha = \frac{\pi}{2}$ მაშინ ბურთულა დაბრუნდება უკან იმავე მიმართულებით.

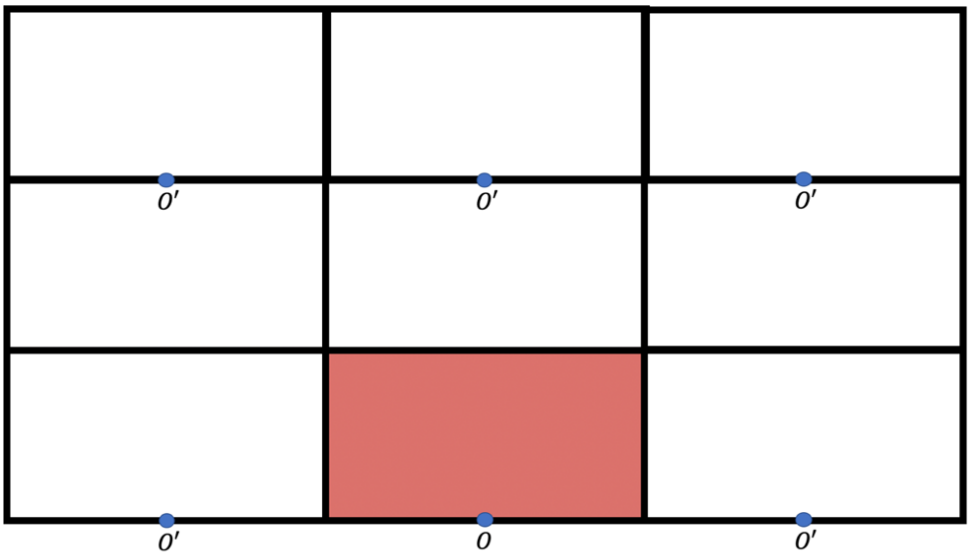
10 (◊1.1.20*.)

მოდით სანამ ამოხსნაზე გადავიდოდეთ განვიხილოთ ნებისმიერი მიმართულებით გაშვებული ბურთის მოძრაობის ზოგადი ამოცანა. ქვემოთ წარმოდგენილი ნახაზიდან ჯერ



მხოლოდ შევხედოთ წითლად შეფერადებულ მართკუთხედს სწორედ ეს არის ჩვენი ბილიარდის მაგიდა რომელზეც რაღაც მიმართულებით ვუშვებთ ბურთს ბურთი ჯერ ეცემა A წერტილს შემდეგ B-ს შემდეგ C-ს შემდეგ D-ს და ასე შემდეგ ჩვენ ჯერჯერობით მოძრაობის ამ ნაწილით შემოვიფარგლოთ. ვინაიდან დაცემის და არეკვლის კუთხე ერთმანეთის ტოლია თუკი ჩვენ ბურთის ტრაექტორიას A წერტილიდან გავაგრძელებთ თითქოს არ დაჯახებია იგი ვირტუალურად მიდგმულ მაგიდას გადაკვეთს B' წერტილში რომელიც წარმოადგენს B-წერტილის სარკულ სიმეტრიულ წერტილს ბილიარდის გვერდის მიმართ. მაშასადამე ჩვენ ვიპოვეთ B-წერტილის პოვნის მარტივი მეთოდი: ჩვენს ნამდვილ ბილიარდის მაგიდას გვერდით მივუდგათ ვირტუალური მაგიდა, ბურთის ტრაექტორია გავაგრძელოთ უწყვეტად მის B' წერტილში კვეთამდე, იმისათვის რომ ვიპოვოთ ნამდვილ მაგიდაზე ბურთის დაჯახების წერტილი უბრალოდ ბილიარდის გვერდის მიმართ სარკულად B' წერტილს შევუსაბამოთ B წერტილი. შემდგომ იგივე ამოცანა გვაქვს გვერდით მიდგმულ ვირტუალური ბილიარდის მაგიდისათვის როგორ ვიპოვოთ C' წერტილი B'-დან არეკვლის შემდეგ? აქ უკვე ამ ვირტუალურ მაგიდას ზემოთ მივუდგამთ კიდევ ერთ ვირტუალურ მაგიდას გავაგრძელებთ წრფეს მის C'' წერტილის კვეთამდე და მისი სარკული არეკვლით მივიღებთ C' წერტილს ზუსტად ანალოგიურად მივიღებთ D'' წერტილს შემდეგ კი D'-ს. ამით ჩვენი ამოცანის ძირითადი არსი გასაგებია დავფაროთ სიბრტყე ვირტუალური მაგიდებით და გავავლოთ ბურთის საწყისი მიმართულების წრფე შემდეგ მოვძებნოთ ვირტუალურ მაგიდებთან კვეთები და სარკულად შევუსაბამოთ ეს კვეთის წერტილები თავდაპირველ მაგიდას.

დავუბრუნდეთ ჩვენ ამოცანას და დავფაროთ სიბრტყე ვირტუალური მაგიდებით ამ მაგიდებზე კი მოვნიშნოთ საწყისი წერტილის შესაბამისი წერტილები:

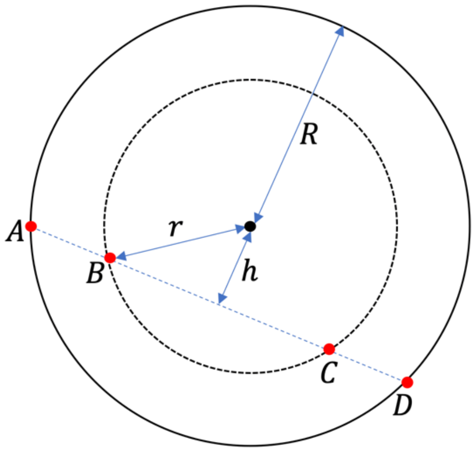


ნახაზიდან ცხადად ჩანს რომ ნებისმიერი ასეთი O' წერტილი O-დან ვერტიკალურად დაშორებულია $2na$ მანძილით სადაც n-ნატურალური რიცხვია ხოლო ჰორიზონტალურად mb მანძილით სადაც m-მთელი რიცხვია. ჩვენვის მისაღებია ნებისმიერი საწყისი მიმართულება რომლის სხივიც გადაკვეთავს რომელიმე O' წერტილს. შესაბამისად მაგიდის კიდის მიმართ ამ მიმართულების კუთხის ტანგენსი:

$$tg(\varphi) = \frac{2na}{mb}$$

11 (◊1.1.22.)

სხეული დაჯახებებს შორის მოძრაობს წრფივად და თანაბრად ამიტომ რაიმე არეში მისი მოძრაობის დროის წილი პროპორციულია ამ არეში მისი ტრაექტორიის სიგრძის ($t = S/v$).



ნახაზის მიხედვით:

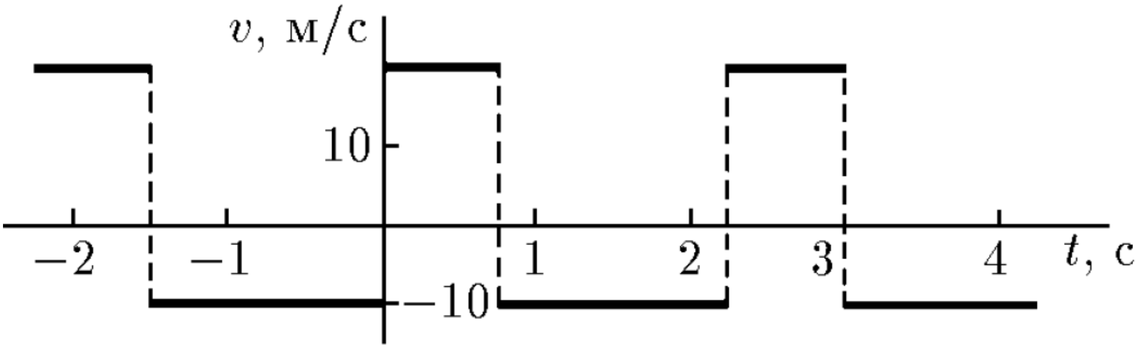
$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{BC}{AD} = \frac{2\sqrt{r^2 - h^2}}{2\sqrt{R^2 - h^2}} = \frac{\sqrt{r^2 - h^2}}{\sqrt{R^2 - h^2}}$$

12 (◊1.1.13.)

როგორც ცნობილია წრფივი თანაბარი მოძრაობისას სხეულის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულებას შემდეგი სახე აქვს:

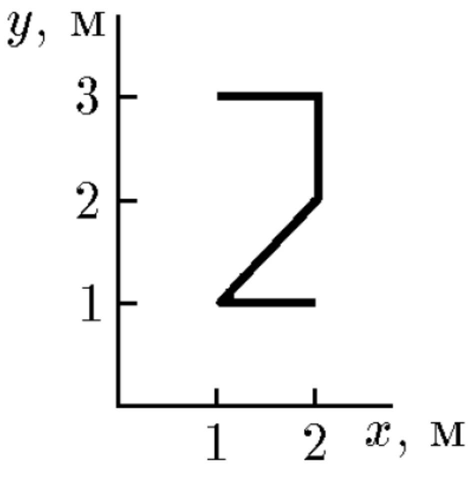
$$x(t) = x_0 + vt$$

ჩვენთვის წარმოდგენილი გრაფიკიდან ვასკვნით რომ სხეული გარკვეულ ინტერვალში მოძრაობს თანაბრად შემდეგ უცბად იცვლის სიჩქარის მიმართულებასა და სიდიდეს და ისევ აგრძელებს მოძრაობას წრფივად და თანაბრად. თითოეულ უბანზე წრფის დახრილობა გვიჩვენებს სხეულის სიჩქარეს და მაშასადამე შეგვიძლია ავაგოთ სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი.



13 (◊1.1.16.)

$t = 0$წმ მომწნტიდან 1 წამამდე მოძრაობისას სხეულის Y კოორდინატი არ იცვლება ვინაიდან მისი სიჩქარის Y კომპონენტი ნულის ტოლია, ხოლო X კოორდინატი შემცირდება 1-ით. მეორე წამის განმავლობაში სხეულის X და Y კოორდინატიები იზრდებიან 1 ით. მესამე წამს სხეულის X კოორდინატი უცვლელია ხოლო მისი Y კოორდინატი კვლავ 1-ით იზრდება. მეოთხე წამის განმავლობაში სხეულის Y კოორდინატი უცვლელია მაგრამ X კოორდინატი 1-ით მცირდება. შესაბამისი ტრაექტორია წარმოდგენილია გრაფიკზე.



14 (1.2.5.)

ვთქვად გზის პირველ უბანზე ორ მეზობელ მანქანას შორის მანძილია a. ვნახოთ როგორი უნდა იყოს ეს მანძილი რომ მეორე ავტომობილის დაზიანებულ უბანზე გადასვლის დაწყების მომენტში პირველ ავტომობილს ახალი დამთავრებული ჰქონდეს მეორე უბანზე გადასვლა. როდესაც პირველი ავტომობილი დაიწყებს დაზიანებულ უბანზე გადასვლას პირველ და მეორე ავტომობილს შორის ფარდობითი სიჩქარე აღარაა ნული:

$$v_{ფარ} = v_1 - v_2$$

ეს ფარდობითი სიჩქარე დარჩება არანულოვანი მანამ სანამ მეორე ავტომობილი არ დაიწყებს პირველ უბანზე გადასვლას. ეს მოხდება მაშინ როდესაც პირველი ავტომობილის გადასვლის დაწყებიდან მეორე ავტომობილი გაივლის $a + l$ მანძილს:

$$t = \frac{a + l}{v_1}$$

ამავდროულად პირველმა ავტომობილმა წკიპზე უნდა მოასწროს მეორე უბანზე გადასვლა ანუ მოასწროს მანქანის მთლიანად დაზინებულ უბანზე გადაყვანა:

$$v_2 t = l$$

ზედა ორი განტოლებიდან:

$$\frac{l}{v_2} = \frac{a + l}{v_1}$$

$$a = l\left(\frac{v_1}{v_2} - 1\right)$$

შესაბამისად იმისათვის რომ მეზობელი ავტომობილები ერთმანეთს არ დაეჯახონ მათ შორის მანძილი:

$$x > a$$

$$x > l\left(\frac{v_1}{v_2} - 1\right)$$

15 (1.10 მოსკოვი (1986-2005))

როდესაც ორივე ავტომობილი მოძრაობს გზაზე ან ხიდზე მათ შორის მანძილი არ იცვლება და იგი რჩება მუდმივად $l_1 = 400$მ და $l_2 = 200$მ-ს ტოლი. მათ შორის l მანძილი იწყებს შემცირებას როდესაც პირველი ავტომობილი იწყებს ხიდზე გადასვლას. შედეგად ცხადია რომ, როდესაც პირველი ავტომობილი იწყებს ხიდზე გადასვლას ($t = 10$წმ) ამ დროს მეორე ავტომობილი ხიდისგან $l_1 = 400$ მეტრითაა დაშორებული. როგორც გრაფიკიდან ვხედავთ ავტომობილებს შორის მანძილი აგრძელებს შემცირებას $t = 30$წმ მდე. ესეიგი $t_2 - t_1 = 20$წმ დროის

განმავლობაში მათ შორის მანძილი მცირდდება $l_1 - l_2 = 200$მ-თი ანუ მათი მიახლოების სიჩქარეა

$$v_1 - v_2 = \frac{l_1 - l_2}{t_2 - t_1} = 10მ/წმ$$

ასე რომ $v_1 > 10მ/წმ$ შედეგად მეორე ავტომობილის ხიდამდე მიღწევის დრო არ შეიძლება აღემატებოდეს $\frac{400მ}{10მ/წმ} = 40$წმ-ს

$t_2 = 30$წმ-ს მერე ავტომობილებს შორის მანძილი წყვეტს ცვლილებას. ეს ნიშნავს რომ ორივე ავტომობილი მოძრაობს ერთიდაიგივე სიჩქარით ანუ ან პირველი ავტომობილი გადავიდა ხიდიდზე ან მეორე ავტომობილმა დაიწყო ხიდზე გადასვლა. პირველ შემთხვევაში მეორე ავტომობილის ხიდზე გადასვლის დაწყების მომენტი იქნება $t_3 = 60$წმ (მომენტი როდესაც ავტომობილებს შორის მანძილი კვლავ იზრდება). მაგრამ ვინაიდან ამ პირობებში მეორე ავტომობილის ხიდზე გადასვლის დაწყების მომენტსა და პირველი ავტომობილის ხიდზე გადასვლის მომენტს შორის არის $t_3 - t_1 = 50წმ$ დროის შუალედი, პირველი შემთხვევა შეუძლებელია. ამიტომ გვაქვს მეორე შემთხვევა $t_2 = 30$წმ მომენტში მეორე ავტომობილმა დაიწყო ხიდზე გადასვლა, მაშინ $t_3 = 60$წმ მომენტში პირველი ავტომობილი ტოვებს ხიდს.

ესეიგი მეორე ავტომობილმა გაიარა $l_1 = 400$მ სიგრძის გზის მონაკვეთი $t_2 - t_1 = 20$წმ ში, შედეგად მისი სიჩქარე

$$v_1 = \frac{l_1}{t_2 - t_1} = 20მ/წმ$$

ხოლო ავტომობილის სიჩქარე ხიდზე:

$$v_2 = v_1 - \frac{l_1 - l_2}{t_2 - t_1} = 10მ/წმ$$

პირველმა ავტომობილმა ამ სიჩქარით ხიდზე $t_3 - t_1 = 50$წმ ში გადაიარა შედეგად ხიდის სიგრძე:

$$L = v_2(t_3 - t_1) = 500მ$$

16 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 27 ამოცანა 9)

განმარტების თანახმად სხეულის მოძრაობის სკალარული საშუალო სიჩქარე, წარმოადგენს ჯამური გადაადგილებისა და მოძრაობის დროის ფარდობას:

$$v_ს = \frac{S}{t}$$

აქ S ჯამური განვლილი მანძილია ხოლო t შესაბამისი მოძრაობის დრო. მოძრაობა დავყოთ სამ v_1, v_2, და v_3 სიჩქარით მოძრაობის უბნებად. შესაბამისი გადაადგილებები თითოეულ უბანზე, S_1, S_2, და S_3 , მოძრაობის დროები t_1, t_2, და t_3.

$$v_ს = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

პირობის თანახმად, $S_1 = S/2 = v_1 t_1, S_2 = v_2 t_2, S_3 = v_3 t_3 = v_3 t_2, v_2 t_2 + v_3 t_2 = S/2$ შედეგად:

$$v_ს = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + 2t_2} = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2(v_2 + v_3)}} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{v_1 + v_2 + v_3}$$

17 (◊1.2.2.)

როგორც გრაფიკიდან ჩანს ერთი სხეული მოძრაობს წრფივად და თანაბრად $2მ/წმ$ სიჩქარით, ხოლო მეორე სხეული იწყებს მოძრაობას ნულოვანი სიჩქარით თანაბარაჩქარებულად:

$$a = \frac{2 - 0}{6} = \frac{1}{3}\, მ/წმ^2$$

აჩქარებით. ვინაიდან ისინი მოძრაობას იწყებენ ერთი წერტილიდან მოდით ეს წერტილი ავირჩიოთ კოორდინატთა სათავედ მაშინ სხეულთა კოორდინატთა დროზე დამოკიდებულება შემდეგნაირად მოიცემა:

$$x_1 = 2t$$
$$x_2 = \frac{t^2}{6}$$

ამ სხეულთა შეხვედრისათვის მათი კოორდინატები უნდა დაემთხვეს ერთიდაიგივე მომენტში ანუ:

$$x_1 = x_2$$
$$2t = \frac{t^2}{6}$$

საიდანაც ($t = 0$ ამონახსნი არ გვაინტერესებს) $t = 12$წმ, ხოლო შეხვედრის კოორდინატი $x = 2 \cdot 12 = 24$მ.

18 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 34 ამოცანა 6)

მოცემულ t_0 დროში მატარებელი გაივლის პირველი ვაგონის l სიგრძეს

$$l = \frac{at_0^2}{2}$$

ახლა ვნახოთ რა დრო დასჭირდება მატარებელს პირველი $n - 1$ ვაგონის სიგრძის დასაფარად. განვლილი მანძილი

$$(n - 1)l = \frac{at_{n-1}^2}{2}$$

შედეგად $n - 1$ ვაგონის სიგრძეს მატარებელი გაივლის

$$t_{n-1} = \sqrt{\frac{2(n-1)l}{a}}$$

ანალოგიურად პირველი n ვაგონის გასავლელად მატარებელს ესაჭიროება

$$t_n = \sqrt{\frac{2nl}{a}}$$

დრო. საიდანაც გამომდინარეობს რომ მე-n-ე ვაგონი ადამიანს ჩაუვლის:

$$t_n - t_{n-1} = \sqrt{\frac{2l}{a}}(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

დროში, პირველი განტოლებიდან გამოვსახოთ $\sqrt{2l/a}$, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$t_n - t_{n-1} = t_0(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

19 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 35 ამოცანა 20)

ვთქვათ ეს გრაფიკები ერთმანეთს კვეთენ $v_1(t_2) = v_2(t_2) = v_0$ წერტილში მაშინ, პირველი სხეულის აჩქარებაა:

$$a_1 = \frac{v_0}{t_2}$$

ხოლო მეორე სხეულის აჩქარებაა:

$$a_2 = \frac{v_0}{t_2 - t_1}$$

მეორე სხეულის სიჩქარე t_1 მომენტში $v_2(t_1) = 0$ მაშასადამე:

$$v_{02} + a_2 t_1 = 0$$

საიდანაც:

$$v_{02} = -a_2 t_1 = -\frac{v_0 t_1}{t_2 - t_1}$$

მაშინ სხეულთა კოორდინატების დროზე დამოკიდებულების ფორმულებია:

$$x_1 = \frac{v_0}{t_2}\frac{t^2}{2}$$

$$x_2 = -\frac{v_0 t_1}{t_2 - t_1}t + \frac{v_0}{t_2 - t_1}\frac{t^2}{2}$$

სხეულების შეხვედრა ნიშნავს რომ მოცემულ მომენტში მათი კოორდინატები ერთმანეთს ემთხვევა:

$$\frac{v_0}{t_2}\frac{t^2}{2} = -\frac{v_0 t_1}{t_2 - t_1}t + \frac{v_0}{t_2 - t_1}\frac{t^2}{2}$$

საიდანაც:

$$t_3 = \frac{v_0 t_1}{t_2 - t_1}\frac{1}{\frac{1}{t_2 - t_1} - \frac{1}{t_2}}$$

20 (კალდა pr. 10)

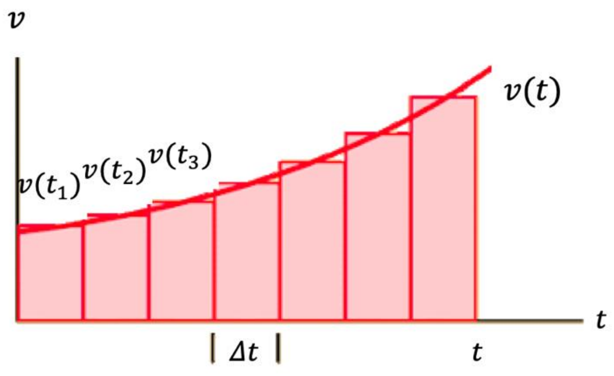
გრაფიკის ქვეშ არსებული ფართობი, $t = 0$ მომენტიდან მოცემულ მემენტამდე გვაძლევს სხეულის გადაადგილებას, გრაფიკის ის ნაწილი რომელიც მოთავსებულია t ღერძის ქვემოთ გვაძლევს უარყოფით კონტრიბუციებს. შედეგად თუკი რაიმე t მომენტი შეესაბამება მაქსიმალურ წანაცვლებას მაშინ $v(t) = 0$ წინააღმდეგ შემთხვევაში წანაცვლება შასაძლებელია გაიზარდოს t-ს მცირედით გაზრდით ან შემცირებით $v(t)$-ს ნიშნის მიხედვით. ნახაზის მიხედვით კარგი კანდიდატები არიან $t = 4.7$ *წმ*, $t = 7$ *წმ*, $t = 12.5$ *წმ* და $t = 18.3$ *წმ*. თითოეულის შემთხვევაშ ვითვლით ჯამურ ფართობს და ვხედავთ რომ მათგან მაქსიმალური გვაძლევს 18.75 მეტრს.

21 (◊1.2.6.)

მუდმივი v სიჩქარით მოძრაობისას ნაწილაკი t დროში გადის vt მანძილს. თუკი ნაწილაკის v სიჩქარე არაა დროში მუდმივი მაშინი მის მიერ დროის t ინტერვალში განვლილი მიახლოებითი მანძილის გამოსათვლელად უნდა გამოვთვალოთ ჯამი:

$$S = \sum_{i=1}^{N} v(t_i)\Delta t$$

ჩვენ დროის t ინტერვალი დავყავით N-ცალ ტოლ Δt ინტერვალებად. ფორმულაში $t_i = i\Delta t$, (ანუ $t_N = t$). თუკი დანაყოფთა N რაოდენებო საკმაოდ დიდია მოცემული ფორმულა ძალზედ ახლოსაა რეალურ განვლილ მანძილთან, ხოლო $N \to \infty$ ზღვარში იგი მას ემთხვევა.
მოცემული სიტვაცია შეგვიძლია წარმოვ გეომეტრიულადაც:



ცხადია რომ ზღვარში სხეულის მიერ განვლილი მანიძილი S ემთხვევა $v - t$ სიბრტყეზე $v(t)$ ფუნქციის ქვემოთ მოქცეულ ფართობს.

ზემოთ წარმოდგენილი არგუმენტების საფუძველზე ამოცანაში მოცემული სხეულის განვლილი მანძილი:

$$S = v_0 t_0 \cdot \frac{\frac{\pi r^2}{2}}{2r^2} = \frac{\pi}{4} v_0 t_0$$

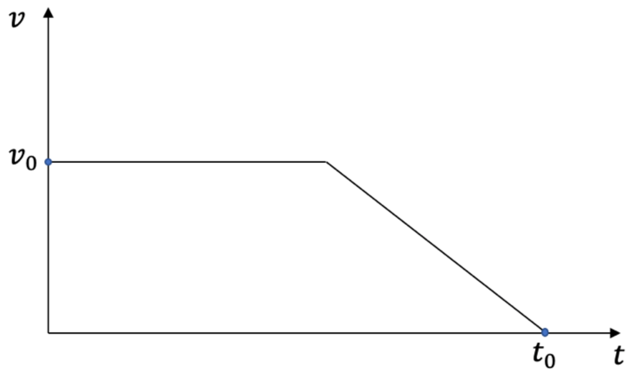
22 (◊1.2.3.)

როგორც წინა ამოცანაში ვაჩვენეთ სხეულის მიერ განვლილი მანძილი არის $v(t)$ გრაფიკის ქვეშ არსებული ფართობი. ჩვენს შემთხვევაში:

$$S = v_0 t_0 + (2t_0 - t_0)\frac{2v_0 + v_0}{2} = \frac{5}{2} v_0 t_0$$

23 (1.2.8*.)

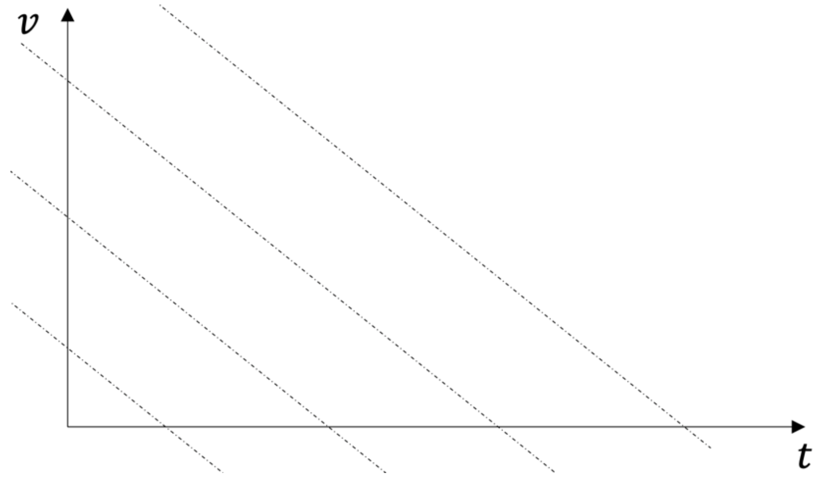
მოდით ვნახოთ როგორ გამოიყურება ტიპიური $v(t)$ გრაფიკი, v_0 საწყისი სიჩქარისათვის და შესაბამისი t_0 მოძრაობის დროისათვის:



ვინაიდან სანამ ნაწილაკი დაიწყებს შენელებას მან უნდა გაიაროს L მანძილი მაშინ:

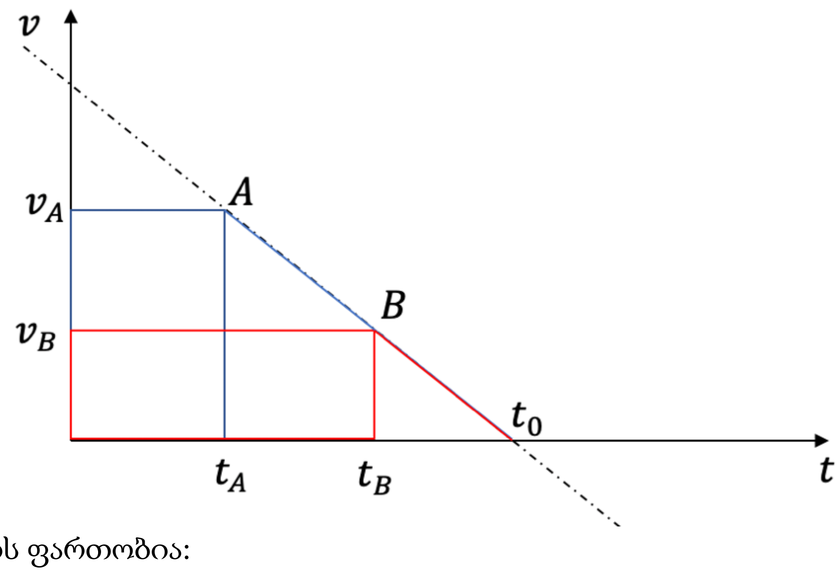
$$v_0 t' = L$$

ნაწილაკი მოძრაობის დასასრულს მოძრაობს თანაბარშენელებულად a აჩქარებით.



ქვემოთ ნახაზზე წაარმოდგენილია წირები რომლებიც შეესაბამება a აჩქარებით თანაბარშენელებული მოძრაობას სხვადასხვა საწყისი სიჩქარისათვის. ნაწილაკმა უნდა გაიაროს $L = v_0 t'$ მანძილი მანამ სანამ დაიწყებს შენელებას, ეს შეესაბამება $v - t$ სიბრტყეზე v_0 სიმაღლისა და t' სიგრძის მართკუთხედს.

იმისათვის რომ რომელიმე წირის ბოლო შეესაბამებოდეს პირობაში აღწერილ მოძრაობას, v, t, და აჩქარების წირის მიერ შექმნილ სამკუთხედში უნდა ეტეოდეს L „ფართობის" მართკუთხედი რომლის ორი გვერდიც მდებარეობს v და t ღერძებზე. მოდი განვიხილოთ რაიმე თანაბარშენელებული წირი, ჩვენი ამოცანაა დავადგინოთ რა მაქსიმალური ფართობის მართკუთხედი ჩაეტევა მასში, ანუ მოცემული t_0 დროში რა მაქსიმალური მანძილი შეიძლება გაიაროს ნაწილაკმა სანამ იგი დაიწყებს შენელებას.



მართკუთხედის ფართობია:

$$v_0 t' = v_0 \left(t_0 - \frac{v_0}{a}\right) = -\frac{v_0^2}{a} + v_0 t_0$$

ეს წარმოადგენს პარაბოლას (v_0-ცვლადის მიმართ) მისი ერთი ნულია $v_0 = 0$ ხოლო მეორე $v_0 = at_0$ ესეიგი მოცემული ფუნქცია აღწევს მაქსიმუმს როდესაც $v_0 = \frac{at_0}{2}$ შესაბამისად მაქსიმალური შესაძლო მანძილი რომელიც წერტილმა გაიარა თანაბარი სიჩქარით:

$$S = -\frac{at_0^2}{4} + \frac{at_0^2}{2} = \frac{at_0^2}{4}$$

თუ გვინდა რომ ნაწილაკმა გაიაროს L მანძილი თანაბარი სიჩქარით და. მერე გაჩერდეს მინიმალურ დროში მაშინ:

$$L = \frac{at_0^2}{4}$$

$$t_0 = 2\sqrt{\frac{L}{a}}$$

შესაბამისად სხეულის საწყისი სიჩქარე:

$$v_0 = \frac{at_0}{2} = \sqrt{La}$$

24 (◊1.2.14.)

განმარტების თანახმად თანაბარაჩქარებული მოძრაობის შემთხვევაში სხეულის აჩქარება:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

როდესაც აჩქარება არაა მუდმივი დროში მაშინ უნდა ვიმუშაოთ მყისიერ აჩქარებასთან ანუ Δt უნდა ავიღოთ ძალიან მცირე (მყისიერი სიჩქარის გამოთვლის მსგავსად). სხეულის სიჩქარის მცირე ცვლილება:

$$\Delta v = a\Delta t$$

სხეულის მიერ დროის t ინტერვალში სიჩქარის მიახლოებითი ცვლილების გამოსათვლელად უნდა გამოვთვალოთ ჯამი:

$$S = \sum_{i=1}^{N} a(t_i)\Delta t$$

ჩვენ დროის t ინტერვალი დავყავით N-ცალ ტოლ Δt ინტერვალებად. ფორმულაში $t_i = i\Delta t$, (ანუ $t_N = t$). თუკი დანაყოფთა N რაოდენებო საკმაოდ დიდია მოცემული ფორმულა ძალზედ ახლოსაა რეალურ განვლილ მანძილთან, ხოლო $N \to \infty$ ზღვარში იგი მას ემთხვევა. ამოცანა 20-ის ანალოგიურად მივიღეთ რომ სხეულის სიჩქარის ცვლილება წარმოადგენს $a(t)$ გრაფიკის ქვემოთ არსებულ ფართობს ჩვენს შემთხვევაში:

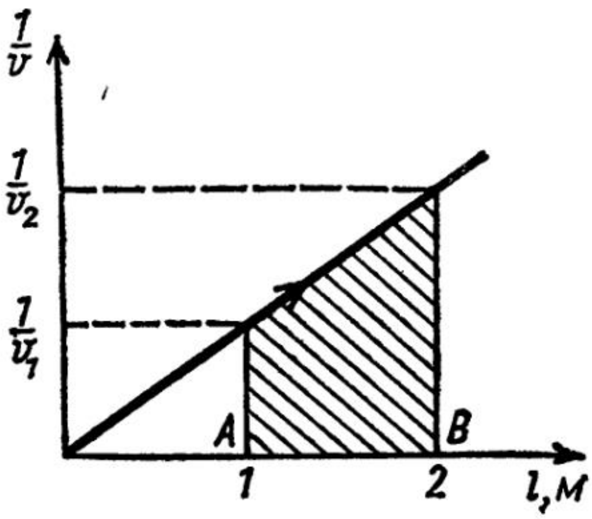
$$\Delta v(4წმ) = 40მ/წმ$$
$$\Delta v(15წმ) = 420მ/წმ$$

შესაბამისად:

$$v(4) = 43 \text{მ/წმ}$$
$$v(15) = 423 \text{მ/წმ}$$

25* (კვანტის ბიბლიოთეკა გამოცემა 81 ამოცანა 1.3)

დავყოთ ჭიანჭველის გზა A წერტილიდან B წერტილამდე მცირე ინტერვალებად, რომელსაც იგი გადის ერთიდაიგივე Δt დროის ინტერვალში. მაშინ $\Delta t = \Delta l / v_{\text{საშ}}(\Delta l)$ სადაც $v_{\text{საშ}}(\Delta l)$ არის ჭიანჭველის საშუალო სიჩქარე მოცემულ Δl ინტერვალზე. ავაგოთ $1/v_{\text{საშ}}(\Delta l)$-ის l ზე დამოკიდებულების გრაფიკი, A-B ინტერვალზე:



გრაფიკზე დაშტრიხული უბანი რიცხობრივად ტოლია საძიებელი დროისა:

$$S = \frac{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}{2}(l_2 - l_1) = \left(\frac{1}{2v_1} + \frac{1}{2v_1}\frac{l_2}{l_1}\right)(l_2 - l_1) = \frac{l_2^2 - l_1^2}{2v_1 l_1} = 75 \text{წმ}$$

26 ველოსიპედისტები ერთმანეთს შეხვდებიან:

$$t = \frac{40}{10 + 30} = 1 \text{სთ}$$

დროში ამ დროის განმავლობაში წერო მოძრაობდა მოდულით მუდმივი სიჩქარით მაშასადამე იგი გაივლის:

$$S = 50 \text{კმ}$$

27 (გედენიძე მე9-ე კლასი ამოცანა 356)

განვიხილოთ სიტუაცია მდინარესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, აქ ანკესი უძრავია ხოლო ხიდი დინების საწინააღმდეგოდ დინების u სიჩქარით მოძრაობს, ნავი მდინარის მიმართ მოძრაობს v სიჩქარით ნახევარ საათში იგი ანკესს vt_0 მანძილით დაშორდა, მას იგივე დრო დასჭირდება ანკესთან უკან დასაწევად (მდინარის მიმართ იგი უკანაც იგივე სიჩქარით მოძრაობს). შედეგად როდესაც ნავი დაბრუნდება ანკესთან ამასობაში ხიდი ანკესიდან:

$$S_0 = u \cdot 2t_0$$

მანძილით იქნება დაშორებული. რიცხვების ჩასმით ვიღებთ რომ ნავის სიჩქარეა 5კმ/სთ.

28 (გედენიძე მე9-ე კლასი ამოცანა 331)

ვინაიდან სწრაფად სირბილისას ყმაწვილი უფრო მეტ საფეხურს თვლის ადვილი მისახვედრის რომ ყმაწვილი მირბის ესკალატორის მოძრაობის მიმართულებით. ვთქვათ პირველ შემთხვევაში ყმაწვილის სიჩქარეა (ესკალატორის მიმართ) v ხოლო მეორე შემთხვევაში $3v$, ესკალატორის სიჩქარე დედამიწის მიმართ იყოს u. მაშინ ყმაწვილის სიჩქარე დედამიწის მმიმართ პირველ შემთხვევაში:

$$v_1 = v + u$$

შედეგად მას ესკალატოსის ბოლოებს შორის რაღაც l მანძილის გასავლელად ესაჭიროება

$$t_1 = \frac{l}{v+u}$$

დრო. ანალოგიურად მეორე შემთხვევაში მას ესაჭიროება:

$$t_2 = \frac{l}{3v+u}$$

დრო. პირველ შემთხვევაში ყმაწვილის მიერ ესკალატორზე განვლილი მანძილია:

$$\frac{l}{v+u}v = 50a$$

სადაც a ერთი საფეხურის სიგრძეა. გამოვსახოთ v:

$$v = \frac{50au}{(l-50a)}$$

მეორე შემთხვევაში ყმაწვილის მიერ ესკალატორზე განვლილი მანძილია:

$$\frac{l}{3v+u}3v = 75a$$

ჩავსვათ ზემთ გამოსახული v:

$$\frac{l}{\frac{150au}{(l-50a)}+u}\frac{150au}{(l-50a)} = 75a$$

საიდანაც:

$$\frac{2l}{150a + (l - 50a)} = 1$$

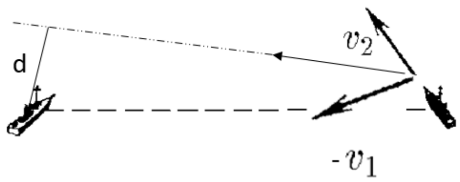
საბოლოოდ:

$$l = 100a$$

მაშასადამე ყმაწვილი დაითვლის 100 საფეხურს

29 (◊ 1.4.1.)

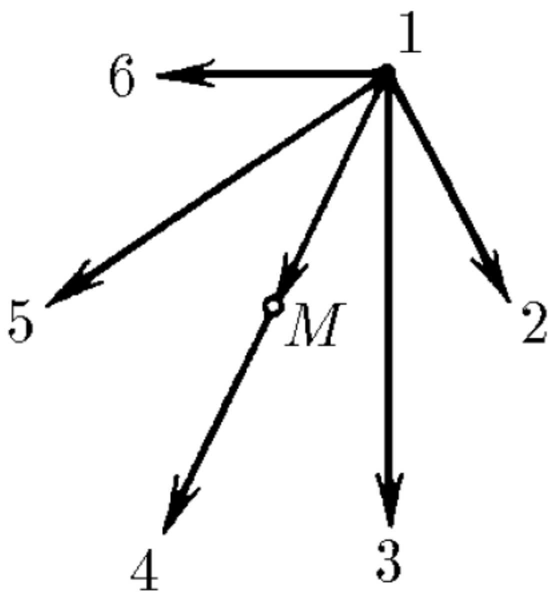
განვიხილოთ ეს ამოცანა ერთ-ერთი გემის ათვლის სისტემაში, მაგალითად პირველი გემის ათვლის სისტემაში, ამ სისტემაში მეორე გემი მოძრაობს წრფივად და თანაბრად $\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}$ სიჩქარით. მას შემდეგ რაც ავაგებთ $\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}$ ვექტორს მასზე უნდა გავავლოთ წრფე და პირველი გემის პოზიციიდან გავავლოთ ამ წრფეზე



მართობი სწორედ ეს მართობი იქნება ამ გემებს შორის უმოკლესი მანძილი.

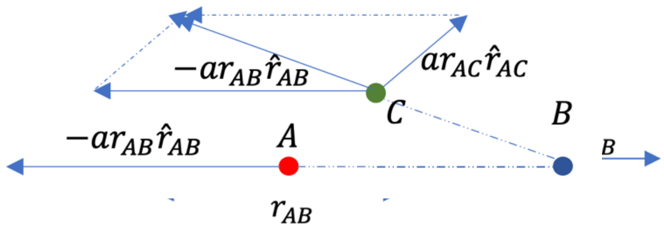
30 (◊1.4.2.)

იმისათვის რომ ვნახოთ როგორ გამოიყურება სიტუაცია პირველ კურდღელთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, ყველა დანარჩენ კურდღლის და მონადირის სიჩქარეს (მონადირის მიმართ) უნდა გამოვაკლოთ პირველი კურდღლის სიჩქარე (მონადირის მიმართ) შედეგად მივიღებთ:



31. (1.4.3.)

განვიხილოთ დამატებით რომელიღაც C ნაწილაკი, სიტუაცია წარმოდგენილია ქვემოთ მოყვანილ ნახაზზე, აქ $\hat{r}_{AC}$ და $\hat{r}_{AB}$ შესაბამისად წარმოადგენენ A-დან C სკენ



და B სკენ მიმართულ ერთეულოვან ვექტორებს, ხოლო a წარმოადგენს გარკვეულ პროპორციულობის კოეფიციენტს. იგივე სიტუაცია B-სთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, ნაჩვენებია ქვემოთ ნახაზზე:

ABC წარმოადგენს სამკუთხედს შესაბამისად სამართლიანია ტოლობა:

$$r_{AC}\hat{r}_{AC} + r_{CB}\hat{r}_{CB} + r_{BA}\hat{r}_{BA}$$

საიდანაც გამომდინარეობს რომ:

$$ar_{AC}\,\hat{r}_{AC} - ar_{AB}\,\hat{r}_{AB} = a(r_{AC}\,\hat{r}_{AC} + r_{BA}\,\hat{r}_{BA}) = -ar_{BA}\hat{r}_{BA}$$

მაშასადამე მივიღეთ რომ C წერტილი შორდება B წერტილს მათი რადიუსის გასწვრივ მათი მანძილის პროპორციული სიჩქარით. გვაქვს ზუსტად იგივე სიტუაცია რაც გვქონდა A წერტილთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში.

32 (◊1.4.4.)

იმ დროის განმავლობაში რომელშიც ძაღლი მიაღწევს ნავის პირველ კუთხეს (ანუ მდინარის მართობულად გაივლის 4 მეტრს) ნავი გადაინაცვლებს

$$\frac{4}{\frac{4}{3}u}u = 3მ$$

-ით შედეგად პირველი უბანი წარმოადგენს 4 და 3 მეტრის კათეტების მქონე მართკუთხა სამკუთხედის 5 მ სიგრძის ჰიპოთენუზას. ძაღლის მიერ მეორე კუთხის დაწევის პროცესში ნავი გადაადგილდება:

$$\frac{4}{\left(\frac{4}{3}u - u\right)}u = 12მ$$

შედეგად ძაღლს მოუწევს 16 მეტრის მდინარის გასწვრივ გაცურვა. მესამე კუთხის მისაღწევად ანალოგიურად პირველი კუთხისა ძაღლს მოუწევს 5 მეტრის გაცურვა. ბოლო კუთხის მიღწევისას ნავი გადაადგილდება:

$$\frac{4}{\left(\frac{4}{3}u + u\right)}u = \frac{12}{7}მ$$

შედეგად ძაღლი მიცურავს დინების საპირისპიროდ $4 - 12/7$ მეტრი

33 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 22 ამოცანა 10)

პირველ რიგში ავღნიშნოთ რომ, მუხლუხა ტრაქტოსი, მიწაზე არ სრიალებს, ეს ნიშნავს რომ მისი ქვედა ნაწილის სიჩქარე დედამიწის მიმართ ნულის ტოლია (ანალოგიური მსჯელობით ბორბლის გორვისას მისი და დედამიწის შეხების წერტილი მყისიერად უძრავია დედამიწის მიმართ). ტრაქტორთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მუხლუხას ყველა უბანი თანაბარი $v = 3$მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს (წინააღმდეგ შემთხვევაში მუხლუხა გაწყდებოდა). თუკი ჩვენ დავუბრუნდებით დედამიწის ათვლის სისტემას მუხლუხას ქვედა ნაწილი უძრავი იქნება ხოლო ზედას დაემატება 3მ/წმ ანუ გახდება 6მ/წმ, რაც შეეხება ზევით

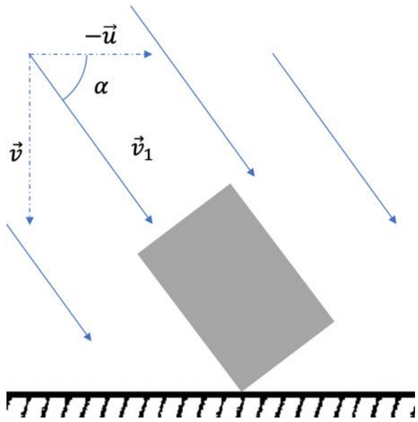
მიმავალ უზანს აქ გვექნება ორი მართობული ვექტორის ჯამი პითაგორას თეორემით მივიღებთ $3\sqrt{2}$მ/წმ.

34 (1.4.5.)

ა) ვედროსთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, წვეთის სიჩქარეა:

$$\vec{v}_1 = \vec{v} - \vec{u}$$

იმისათვის რომ კედელს არ მოხვდეს წვეთები ვედრო უნდა იყოს ჰორიზონტისადმი ისე დახრილი რომ კედელი პარალელური იყოს $\vec{v}_1$ ვექტორის.



ნახაზიდან მარტივად ჩანს რომ ჰორიზონტისადმი დახრის კუთხის ტანგენსი:

$$tg(\alpha) = \frac{v}{u}$$

ბ) წინა პუნქტის მსგავსად წვეთის სიჩქარე იქნება:

$$\vec{v}_2 = \vec{v} + \overrightarrow{u'}$$

სადაც $\vec{u}'$ ქარის სიჩქარეა, ხოლო $\vec{v}$ წვეთის ვარდნის სიჩქარე ქარის არ არსებობის შემთხვევაში. წინა პუნქტის ანალოგიურად წვეთის სიჩქარის მიმართულებასა და ვერტიკალს შორის კუთხის ტანგენსისთვის მიიღება:

$$tg(\varphi) = \frac{u'}{v}$$

პირობის თანახმად:

$$tg(\varphi_1) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{v}$$

საიდანაც:

$$v = 10\sqrt{3} მ/წმ$$

სასურველი u_1 სიჩქარისთვის:

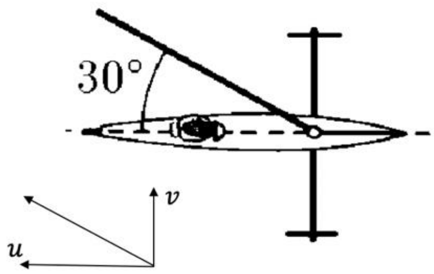
$$tg(\varphi_2) = 1 = \frac{u_1}{10\sqrt{3}}$$

საიდანაც:

$$u_1 = 10\sqrt{3}\ მ/წმ$$

35 (◊1.4.6*.)

ამოცანა განვიხილოთ იალქნებიანი მარხილის ათვლის სისტემაში, ამ ათვლის სისტემაში ქარის მოძრაობის სიჩქარეს აკლდება $\vec{u}$ მარხილის სიჩქარე დედამიწის მიმართ. ცხადია რომ თუ ქარი არ ეცემა იალქანს ანუ მის გასწვრივ უბერავს



მარხილს ვერ მოემატება სიჩქარე და შესაბამისად გვექნება მაქსიმალური სიჩქარე. ანუ u ისეთი უნდა იყოს რომ მარხილის მიმართ ქარი 30 გრადუსით უბერავდეს. შესაბამისად:

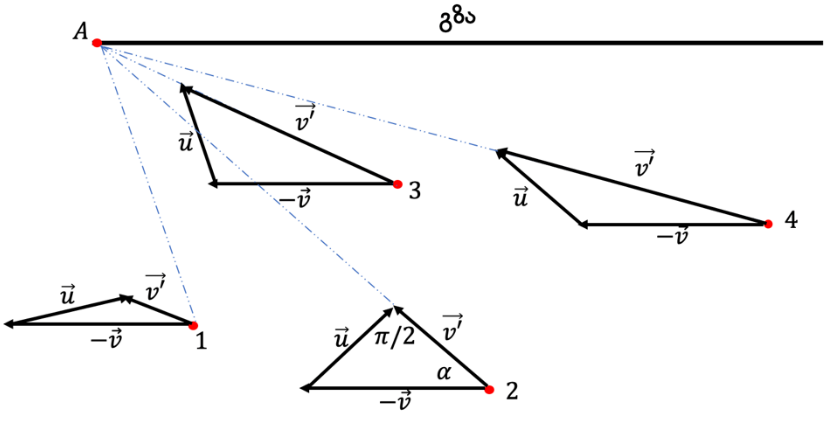
$$tg30 = \frac{v}{u} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$u = \sqrt{3}\, v$$

36 (◊1.1.10*.)

ამოცანის ამოხსნა გამარტივდება თუკი გადავალთ ავტობუსთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. ამ ათვლის სისტემაში იმისათვის რომ ადამიანმა ავტობუს მიუსწროს უმოკლეს დროში აუცილებელია რომ მისი სიჩქარე მიმართული იყოს ავტობუსისაკენ. ამ სისტემაში ადამიანის სიჩქარე:

$$\vec{v'} = \vec{u} - \vec{v}$$

აქ $\vec{u}$-ს მიმართულება ჩვენ უნდა ავირჩიოთ ისე რომ $\vec{v'}$ მიმართული იყოს ავტობუსისაკენ (A). ცხადია რომ შეუძლებელია რომ ეს მოხერხდეს ყველა საწყისი

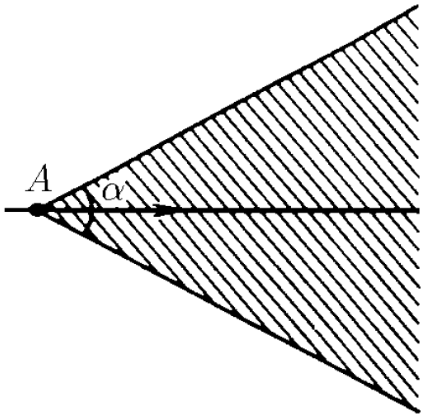


მდებარეობისათვის, ზოგ შემთხვევაში როგორაც არ უნდა მივმართოთ ჩვენი სიჩქარის ვექტორი ვერასდროს მივუსწრებთ ავტობუსს. ნახაზზე ნაჩვენებია ადამიანის სიჩქარე სხვადასხვა საწყისი პოზიციისათვის:

როგორც ვხედავთ საწყისი წერტილები 2,3,4 მიაღწევენ ავტობუსს მაგრამ საწყისი წერტილი 1 ვერ მიაღწევს ავტობუსს. წერტილი 2 მდებარეობს ზღვრულ წირზე ამ მდებარეობაში u და v' ურთიერთმართობულია. შესაბამისი ზღვრული კუთხე:

$$\sin\alpha = \frac{u}{v}$$

ქვემოთ ნახაზზე დაშტრიხულ არეში წარმოდგენილნი არიან წერტილები რომლიდანაც შეგვიძლია დავეწიოთ ავტობუსს.



ზღვრული წირის კუთხე გზის მიმართ:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{u}{v}\right)$$

37 (◊1.4.8.)

როგორც ვიცით უძრავი კედლის შემთხვევაში სიჩქარის მოდული არ იცვლება თუმცა იცვლება მისი მიმართულება. ა) - შემთხვევაში ბურთის საწყისი სიჩქარე ჰორიზონტალურ ღერძზე არის v, ახლა გადავიდეთ კედელთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ჰორიზონტალურ ღერძზე ბურთის საწყისი სიჩქარე არის $v + u$ დაჯახების შემდეგ $-u - v$ თუკი ახლა დავბრუნდებით გარე დამკვირვებლის სისტემაში მაშინ მისი სიჩქარე ჰორიზონტალურ ღერძზე არის $-2u - v$, შესაბამისად სიჩქარის ცვლილებაა:

$$(-2u - v) - v = -2(u + v)$$

ანალოგიურად ბ)- შემთხვევაში ბურთის საწყისი სიჩქარე ჰორიზონტალურ ღერძზე არის v, კედელთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ჰორიზონტალურ ღერძზე ბურთის საწყისი სიჩქარე არის $v - w$ დაჯახების შემდეგ $-v + w$ თუკი ახლა დავბრუნდებით გარე დამკვირვებლის სისტემაში მაშინ მისი სიჩქარე ჰორიზონტალურ ღერძზე არის $2w - v$, შესაბამისად სიჩქარის ცვლილებაა:

$$(-2u - v) - v = -2(v - w)$$

38 (◊1.4.9.)

ა) კედეთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში: დრკადი დაჯახებისას სხეულის სიჩქარის კომპონენტი რომელიც კედლი პარალელულაი არ იცვლება ხოლო კედლის მართობული კომპონენტი იცვლება საწინააღმდეგო მიმართულებით, ასე რომ:

$$u = v$$

ბ) როგორც წინა ამოცანაში ვნახეთ სხეულის სიჩქარის კედლის მართობული კომპონენტი გახდება: $-2(vcos(\alpha) - w)$, კედლის პარალელური კომპონენტი უცვლელი დარჩება შედეგად:

$$u^2 = 2^2(vcos(\alpha) - w)^2 + v^2sin^2(\alpha)$$

საიდანაც:

$$u = \sqrt{v^2 + 4vwcos(\alpha) + 4w^2}$$

გ) წინა პუნქტისგან განსხვავებით სხეულის მართობული კომპონენტი ამჯერად იქნება $-2(vcos(\alpha) - wcos(\beta))$ პარალელულ კომპონენტზე ცხადია არანაირი ცვლილება არ გვექნება შესაბამისად:

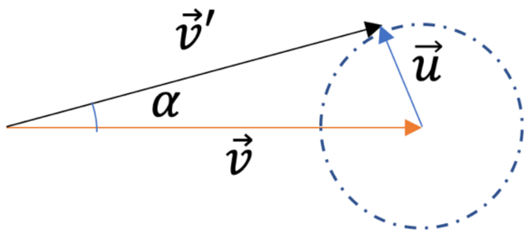
$$u = \sqrt{v^2 + 4vwcos(\alpha)\cos(\beta) + 4w^2\cos^2(\beta)}$$

39 (1.4.14*.)

ერთერთი ნაწილაკის სიჩქარე:

$$\vec{v}' = \vec{u} + \vec{v}$$

აქ $\vec{v}$ ვექტორი ფიქსირებულია, მაგრამ $\vec{u}$ ვექტორისთვის ფიქსირებულია მხოლოდ მოდული, მიმართულების არჩევა ჩვენზეა დამოკიდებული. ქვემოთ მოცემულ ნახაზზე ნაჩვენებია $\vec{v}' = \vec{u} + \vec{v}$ ჯამი, ცხადია ეს ჯამი მაშინ იქნება მაქსიმალურად

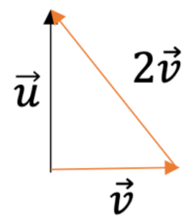


გადახრილი საწყისი მიმართულებიდან როდესაც v' წარმოადგენს u რადიუსის მქონე წრეწირის მხებს. ამ შემთქვევაში:

$$\sin(\alpha) = \frac{u}{v}$$

40 (1.4.15*.)

ცხადია რომ ბირთვთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მისი დაშლის შედეგად მიერ მიღებულ ნაწილაკებს გააჩნიათ ტოლი და საპირისპირო მიმართულების სიჩქარეები u'. თუკი დაშლილი ბირთვის ნაწილაკს ლაბორატორიულ ათვლის სისტემაში გააჩნია $3v$ სიჩქარე მაშინ ბირთვთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში



ეს სიჩქარე იქნება $u' = 3v - v = 2v$, თუკი ნაწილაკი მოძრაობს ნაკადის მართობულად მაშინ ნაკადის $\vec{v}$ სიჩქარეს დამატებული ნაწილაკის $2v$ სიჩქარე (მიმართულება არ ემთხვევა $\vec{v}$ ვექტორის მიმართულებას) უნდა იყოს $\vec{v}$-ს მართობული (იხილეთ ნახაზი). მართკუთხა სამკუთხედიდან:

$$u^2 + v^2 = 4v^2$$

შესაბამისად:

$$u = v\sqrt{3}$$

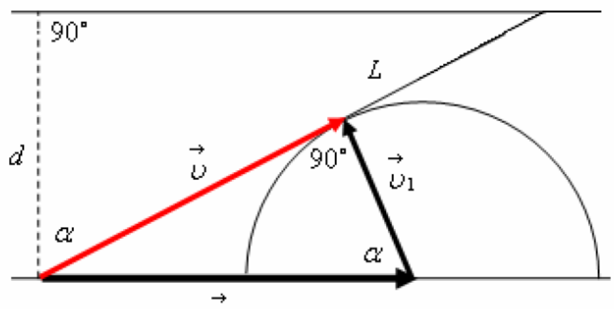
41 (1.4.18* (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 19))

ბიჭუნას სიჩქარე წყალთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში იყოს $\overrightarrow{v_1}$, წყლის სიჩქარე ნაპირის მიმართ იყოს $\vec{v}_2$, ხოლო ბიჭუნას სიჩქარე ნაპირის მიმართ იყოს $\vec{v}$. სიჩქარის გარდაქმნის წესის თანახმად

$$\vec{v} = \vec{v}_2 + \vec{v}_1$$

$\vec{v}_2$ ნაპირის პარალელულია. მისი სათავე ემთხვეოდეს ბიჭუნას საწყის მდებარეობას. $\vec{v}_1$-ის სათავეა $\vec{v}_2$-ის ბოლო, ხოლო $\vec{v}_1$-ის ბოლო მდებარეობს $\vec{v}_2$-ის ბოლოდან, როგორც წრეწირის ცენტრიდან, შემოწერილ v_1 რადიუსის ნახევარწრეწირზე. ცხადია, რომ $\vec{v}$-ის სათავეა ბიჭუნას საწყისი მდებარეობა, ხოლო ბოლოა აღნიშნული ნახევარწრეწირის რომელიმე წერტილი. ნაპირთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ბიჭუნას ტრაექტორია $\vec{v}$-ის გასწვრივია.

მაშასადამე, ბიჭუნას ტრაექტორია შესაძლოა იყოს აღნიშნული ნახევარწრეწირის გადამკვეთი ან მხები. შესაძლო ტრაექტორიებს შორის უმოკლესია



ნახ. 6.1

ნახევარწრეწირის მხები ტრაექტორია. $\vec{v}_1$-ის შესაბამისი მიმართულება მითითებულია ნახაზზე, ამ ნახაზის მიხედვით შეგვიძლია განვსაზღვროთ ბიჭუნას ცურვის მიმართულება წყალთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. ამ სისტემაში ბიჭუნამ უნდა გაცუროს დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით α კუთხით:

$$\cos(\alpha) = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$

მაშასადამე

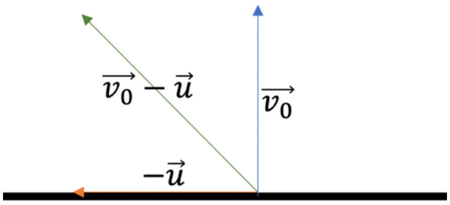
$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

42 (კალდა კინემატიკა pr 5.)

დაფასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, ცარცზე მოქმედებს ერთადერთი ძალა (ხახუნის ძალა) რომელსაც გააჩნია ფიქსირებული მიმართულება, საწყისი სიჩქარის ანტიპარალელური. შედეგად მოძრაობა არის წრფივი და დაფაზე დახაზული წირი წარმოადგენს წრფეს.

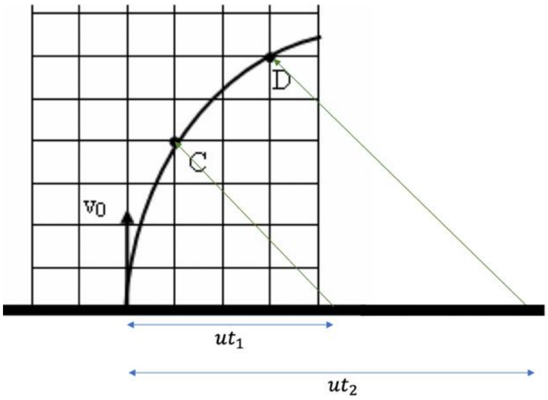
43 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 23 ამოცანა 18)

მდინარესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ნავის საწყისი სიჩქარეა $\overrightarrow{v_0} - \vec{u}$ სადაც $\vec{u}$ მდინარის სიჩქარეა.



ამ ათვლის სისტემაში ნავი იმოძრავებს შენელებულად (ხახუნის გამო) თუმცა მისი მოძრაობის მიმართულება იქნება $\overrightarrow{v_0} - \vec{u}$ ვექტორის მიმართულები (სანამ არ გაჩერდება).

ახლა მოდით მდინარესთან დაკავშირებული ათვლის სისტემიდან დავბრუნდეთ ნაპირთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. $t_1 = 1$ წამის შემდეგ სხეულის გადაადგილება იქნება მდინარესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ნავის გადაადგილებას დამატებული ut_1 ვექტორი რომელიც მიმართულია დინების მიმართულებით ანალოგიურად საწყისი მომენტიდან $t_2 = 2$ წამის შემდგომ სხეულის გადაადგილება იქნება მდინარესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ნავის გადაადგილებას დამატებული ut_2 ვექტორი. ეს ყველაფერი ნახაზზეა ნაჩვენები.



C წერტილის კოორდინატი თუკი ნავის გაშვების წერტილს ავიღებთ სათავედ ხოლო ღერძებს გავავლებთ მდინარის გასწვრივ და მართობულად იქნება $(a, 4a)$ სადაც a უჯრის სიგრძეა ანალოგიურად D წერტილისათვის $(3a, 6a)$. ut_1 ვექტორის ბოლო შეერთებული C წერტილთან პარალელულია ut_D ვექტორის ბოლო შეერთებული D წერტილთან (და მიმართულნი არიან $\overrightarrow{v_0} - \vec{u}$ ვექტორის მიმართულები) შესაბამისად სამართლიანია ტოლობა:

$$\frac{4a}{ut_1 - a} = \frac{6a}{ut_2 - 3a} = \frac{v_0}{u}$$

საიდანაც:

$$6a = 4ut_2 - 6ut_1$$
$$4au = ut_1v_0 - av_0$$

ამ ორი განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\frac{2}{3}(4ut_2 - 6ut_1)u = ut_1v_0 - \frac{1}{6}(4ut_2 - 6ut_1)v_0$$

დროის მნიშვნელობების შეტანით:

$$\frac{2}{3}(8u - 6u)u = uv_0 - \frac{1}{6}(8u - 6u)v_0$$
$$8u^2 = 6uv_0 - 2uv_0$$

საბოლოოდ არატრივიალური ამონახსნი იქნება:

$$u = \frac{1}{2} v_0$$

44(გედენიძე მე9-ე კლასი ამოცანა 545)

დედამიწის მიმართ საწყის მომენტში პირველი სხეულის კოორდინატია $x_{10} = 0$ ხოლო მეორე სხეულის საწყისი კოორდინატია $x_{20} = 100$. ანალოგიურად $t = 0$ მომენტში პირველი სხეულის სიჩქარეა $v_{10} = 2$ ხოლო მეორე სხეულის საწყისი სიჩქარეა $v_{20} = -3$. მეორე სხეული მდებარეობს პირველი სხეულ მარჯვნივ $x'_{20} = 100$ მანძილზე, მისი სიჩქარე პირველი სხეულის მიმართ $v'_{20} = v_{20} - v_{10} = -5$, პირველი სხეულის მიმართ აჩქარებულია მეორე სხეული და მას უახლოვდება $a_2 = -a_1 = -6$ აჩქარებით მაშასადამე მეორე სხეულის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულება პირველის მიმართ:

$$x'_2 = 100 - 5t - 3t^2$$
$$v_2 = -5 - 6t$$

ზოგად შემთხვევაში როდესაც:

$$x_1 = x_{01} + v_{01}t + \frac{a_1 t^2}{2}$$
$$x_2 = x_{02} + v_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2}$$

მეორე სხეულის კოორდინატის და სიჩქარის დროზე დამოკიდებულებას პირველის მიმართ შემდეგი სახე აქვს:

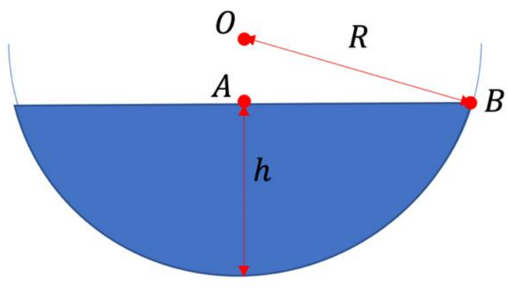
$$x'_2 = (x_{02} - x_{01}) + (v_{20} - v_{10})t + \frac{(a_2 - a_1)t^2}{2}$$
$$v_2 = (v_{20} - v_{10}) + (a_2 - a_1)t$$

აქედან მნიშვნელოვანი დასკვნაა რომ თუკი $a_2 = a_1$ მაშინ სხეულთა ფარდობითი მოძრაობა წრფივი და თანაბარია.

45(1.2.10.)

სიტუაცია როდესაც აკვარიუმში წყლის დონე h სიმაღლეზეა გამოსახულია ქვემოთ ნახაზზე:

ამ სიტუაციაში წყლის ზედაპირის ფართობია πr^2 სადაც r მანძილია A და B



წერტილებს შორის. აორთქლების სიჩქარე:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi r^2 q$$

აქ $\Delta V = \pi r^2 \Delta h$ შესაბამისად:

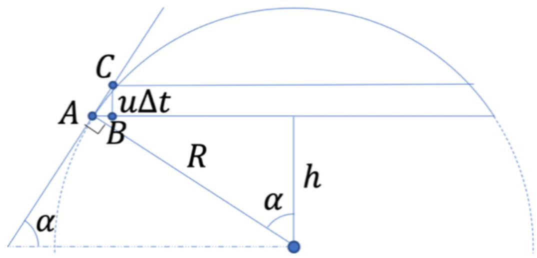
$$\frac{\pi r^2 \Delta h}{\Delta t} = \pi r^2 q$$
$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = q$$

ესეიგი სიმაღლე მუდმივი q სიჩქარით იკლებს მაშასადამე:

$$qt = R$$
$$t = \frac{R}{q}$$

46(◊1.5.19.)

განვიხილოთ წყლის დონის მცირე $u\Delta t$ მანძილით აწევა. ამ მომენტში ტივტივა დამატებით $u\Delta t$ სიღრმეზე ჩაიძირება, სიტუაცია ქვემოთ ნახაზზეა წარმოდგენილი.



ზღვარში $\Delta t \to 0$ წყალის საზღვარი მიყვება AC მონაკვეთს.
შედეგად

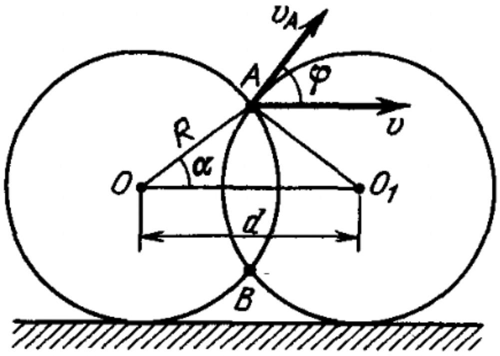
$$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{R} = \frac{AB}{AC} = \frac{u\Delta t}{v\Delta t} = \frac{u}{v}$$

საიდანაც:

$$v = \frac{uR}{\sqrt{R^2 - h^2}}$$

47(1.19 მოსკოვი (1968-1985))

გადავიდეთ ათვლის სისტემაში რომელიც მოძრაობს მარჯვნივ $v/2$ სიჩქარით. ამ სისტემაში კვეთის ზედა წერტილის სიჩქარის ჰორიზონტალური კომპონენტი ნულის ტოლია ანუ დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მისი სიჩქარე მიმართულია მარჯვნივ და ტოლია $v/2$-ის.



კვეთის წერტილის ჯამური v_A სიჩქარე ყოველთვის მიმართულია უძრავი რგოლის მხების გასწვრივ შედეგად იგი ჰორიზონტთან ადგენს $\varphi = \pi/2 - \alpha$ კუთხეს. როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ ამ წერტილის სიჩქარის ჰორიზონტალური კომპონენტია $v/2$ ამიტომ ჯამური სიჩქარე:

$$v_A = \frac{v}{2\cos(\varphi)} = \frac{v}{2\sin(\alpha)}$$

ვინაიდან

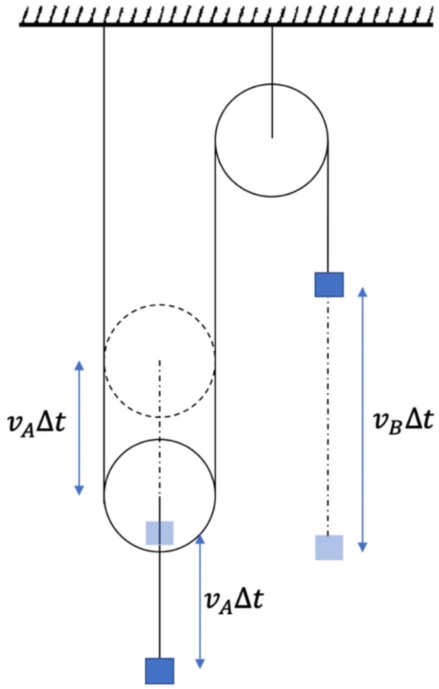
$$\sin(\alpha) = \sqrt{1-\cos^2(\alpha)} = \sqrt{1-\frac{d^2}{4R^2}}$$

კვეთის ზედა წერტილის სიჩქარე:

$$v_A = \frac{v}{2\sqrt{1-\frac{d^2}{4R^2}}}$$

48(◊1.5.1.)

როდესაც A ტვირთი გაივლის $v_A\Delta t$ მანძილს ამ დროის განმავლობაში, B ტვირთი აიწევა ზევით $2v_A\Delta t$ მანძილით ვინაიდან A ტვირთის შესაბამის ჭოჭონაქს დასჭირდება $2v_A\Delta t$ სიგრძის თოკი მისი ცენტრის $v_A\Delta t$ მანძილით დასაწევად. შესაბამისად B ტვირთის სიჩქარეა $2v_A$.



შესაბამისად

$$v_B\Delta t = 2v_A\Delta t$$

და B ტვირთის სიჩქარეა $2v_A$.

49(◊1.5.7.)

მყარ სხეულში, ნებისმიერ ორ წერტილს შორის მანძილი უცვლელია შედეგად, ამ წერტილთა სიჩქარეების გეგმილები ამ წერტილთა შემაერთებელი წრფის გასწვრივ ერთმანეთის ტოლია.

ა) ამ შემთხვევაში:

$$u_{AB} = ucos(\alpha) = vcos(45) = \frac{v}{\sqrt{2}}$$

ბ) ცხადია რომ ნახაზზე მოცემულ სიბრტყეში, C წერტილის სიჩქარის გეგმილი უნდა იყოს v-ს ტოლი, მაშინ:

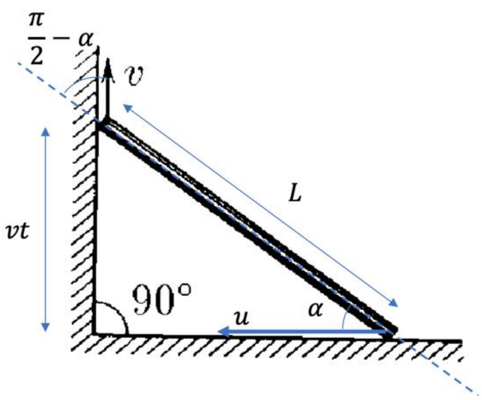
$$u^2 = v^2 + u_1^2$$

საიდანაც:

$$u_1 = \sqrt{u^2 - v^2}$$

50(◊1.5.16.)

t დროის შემდეგ ღეროს ბოლოს სიმაღლეა vt. ღერო მყარი სხეულია შედეგად მის ნებისმიერ ორ წერტილს შორის მანძილი ფიქსირებული. შედეგად სხეულის ნებისმიერი ორი წერტილის სიჩქარის გეგმილები მათ შემაერთებელ წირზე ერთმანეთის ტოლია.



ჩვენს შემთხვევაში:

$$u\cos(\alpha) = v\sin(\alpha)$$

საიდანაც:

$$u = \frac{v^2 t}{\sqrt{L^2 - v^2 t^2}}$$

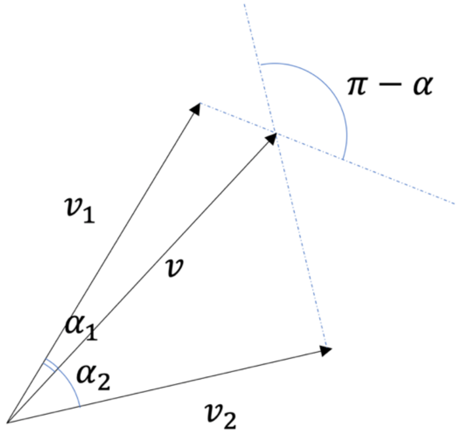
51 (◊1.5.13.)

თოკი მუდმივად დაჭიმულია ეს ნიშნავს რომ ნავის სიჩქარის გეგმილი თოკის გასწვრივ ტოლი უნდა იყოს თოკის ბოლოს მოძრაობის სიჩქარის (წინაარმდეგ შემთხვევაში თოკი გაწყდება ან მოეშვება) ანუ:

$$u = v\cos(\alpha)$$

52 (კალდა კინემატიკა pr 47.)

წინა ამოცანის მსგავსად: თოკის ბოლოების სიჩქარეები ტოლი უნდა იყოს ყუთის სიჩქარის გეგმილებისა შესაბამის თოკებზე. სიტუაცია გეომეტრიულად



წარმოდგენილია ნახაზზე:

ცხადია რომ:

$$v\cos(\alpha_1)=v_1$$
$$v\cos(\alpha_2)=v_2$$

სადაც:

$$\alpha_1+\alpha_2=\alpha$$

შედეგად

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\cos(\alpha_2)}{\cos(\alpha-\alpha_2)}=\frac{\cos(\alpha_2)}{\cos(\alpha)\cos(\alpha_2)+sin(\alpha)\,sin(\alpha_2)}=\frac{1}{\cos(\alpha)+sin(\alpha)\,tg(\alpha_2)}$$

ანუ:

$$tg(\alpha_2)=\frac{1}{\sin(\alpha)}\left(\frac{v_1}{v_2}-\cos(\alpha)\right)$$

ჩვენ დავადგინეთ მიმართულება, რაც შეეხება სიჩქარეს:

$$v=\frac{v_2}{\cos(\alpha_2)}=v_2\sqrt{1+tg(\alpha_2)}$$

53 (1.19 მოსკოვი (68-85))

გადავიდეთ O' მძივთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. O' მძივის მიმართ მასში თოკი მუდმივი v_1 სიჩქარით გადის შესაბამისად ძაფის უწელვადობიდან გამომდინარე ამ ათვლის სისტემაში O მძივის სიჩქარე u აკმაყოფილებს პირობას:

$$ucos(\alpha)=v_1$$

საიდანაც

$$u = \frac{v_1}{\cos(\alpha)}$$

(მიმართულია ზემოთ), შედეგად დედამიწის მიმართ ამ მძივის სიჩქარე:

$$v_2 = u - v_1 = \frac{v_1}{\cos(\alpha)} - v_1$$

54 (1.5.14*.)

ზოგად შემთხვევაში ორ წერტილოვან სხეულ შორის მანძილის ცვლილების

სიჩქარეა

$$vcos(\alpha) + ucos(\beta)$$

სადაც v პირველი წერტილის სიჩქარეა ხოლო u მეორე წერტილის სიჩქარეა, α არის კუთხე პირველი სხეულის სიჩქარის ვექტორსა და წერტილთა შემაერთებელ წრფეს შორის, ანალოგიურად β არის კუთხე მეორე სხეულის სიჩქარის ვექტორსა და წერტილთა შემაერთებელ წრფეს შორის.

ცხადია ჩვენს შემთხვევაში კუებს შორის მიახლოების სიჩქარეა:

$$vcos(0) + v\,cos(90) = v$$

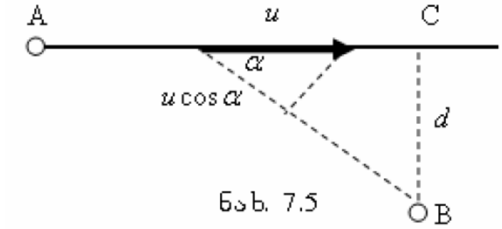
მაშასადამე კუები შეხვდებიან

$$t = \frac{a}{v}$$

დროში. სიმეტრიის გამო ეს მოხვდება კვადრატის ცენტრში.

55 (ჩხაიძე გვ. 26 ამოცანა 7.1)

მინდორში ავტომანქანის მოძრაობის სიჩქარე იყოს $\vec{v}$, ხოლო გზატკეცილზე მოძრაობის სიჩქარე იყოს $\vec{u}$. პირობის თანახმად $u = \eta v$. გზატკეცილზე მოძრაობისას ავტომანქანის მიახლოების სიჩქარეა $ucos(\alpha)$ სადაც α კუთხეა გზატკეცილსა და B პუნქტან ავტომობილის შემაერთებელ ,მონაკვეთს შორის.



ნახ. 7.5

ავტომანქანას გზატკეცილით მოძრაობა აწყობს მანამ, სანამ $ucos(\alpha) > v$ ანუ

$$\cos(\alpha) > 1/\eta$$

თუ თავიდანვე $\cos(\alpha) \leq 1/\eta$ ანუ

$$l/\sqrt{l^2 + d^2} \leq 1/\eta$$

მაშინ ავტომანქანამ გზატკეცილიდან თავიდანვე უნდა გადაუხვიოს ე.ი. C წერტილიდან l მანძილზე. თუ

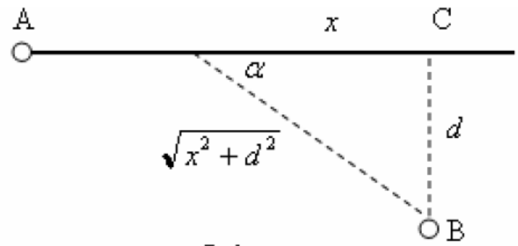
$$\frac{l}{\sqrt{l^2 + d^2}} > \frac{1}{\eta}$$

მაშინ ავტომანქანამ გზატკეცილიდან უნდა გადაუხვიოს C წერტილიდან ისეთ x მანძილზე, რომლის დროსაც $\cos(\alpha) = 1/\eta$ ანუ

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{1}{\eta}$$

საიდანაც

$$x = \frac{d}{\sqrt{\eta^2 - 1}}$$



ნახ. 7.6

ამრიგად, თუ

$$\frac{l}{\sqrt{l^2 + d^2}} \leq \frac{1}{\eta}$$

მაშინ ავტომანქანამ გზატკეცილიდან თავიდანვე უნდა გადაუხვიოს, ე.ი. C წერტილიდან l მანძილზე. ხოლო თუ

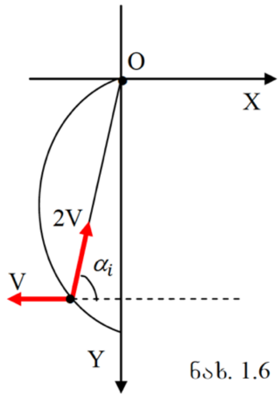
$$\frac{l}{\sqrt{l^2 + d^2}} > \frac{1}{\eta}$$

მაშინ ავტომანქანამ გზატკეცილიდან უნდა გადაუხვიოს C წერტილიდან:

$$x = \frac{d}{\sqrt{\eta^2 - 1}}$$

56 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 28 ამოცანა 13 (დამატებითი გვ. 3 ამოცანა 1.4))

ნახაზზე ნაჩვენებია მელიასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მწევარის ტრაექტორია. ვთქვათ მწევარს ესაჭიროება t_{∂} დრო მელიასთან დასაწევად დავყოთ ეს დრო მცირე $\Delta t = t_{\partial}/n$ დროის შუალედებად (აქ n ძალიან დიდი ნატურალური



ნახ. 1.6

რიცხვია, რაც მეტი მით უკეთესი). ტრაექტორიაც შესაბამისად დაიყოფა n ცალ ძალიან მცირე სიგრძის (თითქმის წრფივ) უბნად. ნახატზე ნაჩვენებია i-ური უბანი, რომელზე მოძრაობისას მელიის და მწევრის სიჩქარეებს შორის კუთხეა α_i, მწევარისა და მელიის მიახლოების სიჩქარე ამ უბანზე მოძრაობისას:

$$v_{\partial} = 2v - vcos(\alpha_i)$$

რაც წარმოადგენს მელიასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მწევრის სიჩქარის გეგმილს მწევარ-მელიის დამაკავშირებელ წრფეზე. შესაბამისად მცირე Δt დროში მელიასა და მწევარს შორის მანძილის ცვლილება:

$$\Delta l_i = -(2v - vcos(\alpha_i))\Delta t$$

ნახაზიდან ცხადია რომ ჯამური მანძილის ცვლილება:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta l_i = -\sum_{i=1}^{n} (2v - vcos(\alpha_i))\Delta t = -l$$

საიდანაც:

$$-\sum_{i=1}^{n} \big(cos(\alpha_i)\big)\Delta t + 2\sum_{i=1}^{n} \Delta t = \frac{l}{v}$$

$$-\sum_{i=1}^{n} \big(cos(\alpha_i)\big)\Delta t + 2t_{\partial} = \frac{l}{v}$$

აქ

$$t_{\partial} = \sum_{i=1}^{n} \Delta t$$

ჯამური მოძრაობის დროა. გამოვსახოთ ჯამი:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(cos(\alpha_i)\right)\Delta t = 2t_{\partial}-\frac{l}{v}$$

მელიასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მწევარის x კოორდინატის ცვლილების სიჩქარეა:

$$2vcos(\alpha_i) - v$$

შესაბამისად მცირე Δt დროში მწევარის x კოორდინატის ცვლილება

$$\Delta x_i = (2vcos(\alpha_i) - v)\Delta t$$

ნახაზიდან ცხადია რომ ჯამური x კოორდინატის ცვლილება:

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i = \sum_{i=1}^{n}(2vcos(\alpha_i) - v)\Delta t = 0$$

$$2\sum_{i=1}^{n}\left(cos(\alpha_i)\right)\Delta t - t_{\partial} = 0$$

ჩავსვათ გამოსახული ჯამი:

$$4t_{\partial} - 2\frac{l}{v} - t_{\partial} = 0$$

საიდანაც:

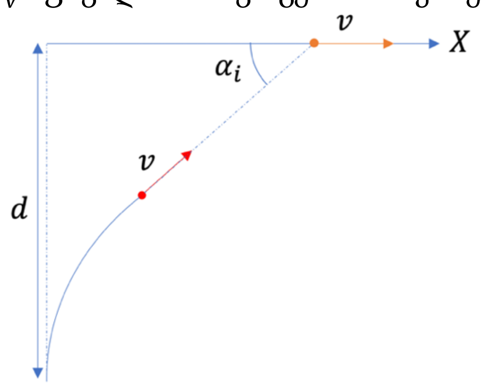
$$t_{\partial} = \frac{2l}{3d}$$

57 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 28 ამოცანა 14)

განვიხილოთ დროის მცირე Δt ინტერვალები, გემებს შორის მანძილის ცვლილება:

$$v_{\partial}\Delta t = \left(v - vcos(\alpha_i)\right)\Delta t$$

სადაც α_i კუთხეა მწევარი გემის რაღაც i-ურ უბანზე მოძრაობისას, მწევარი გემის სიჩქარის ვექტორსა და წრფივად მოძრავი გემის სიჩქარეს ვექტორს შორის.



ცხადია ჯამური მანძილის ცვლილება:

$$\sum_{i=1}^{\infty}\Delta l_i = \sum_{i=1}^{\infty}\left(v - vcos(\alpha_i)\right)\Delta t = d - l_{min}$$

მეორეს მხრივ გემებს შორის X ღერძზე მანძილის ჯამური ცვლილება:

$$x_1(\infty) - x_2(\infty) = \sum_{i=1}^{\infty} v\Delta t - \sum_{i=1}^{\infty} vcos(\alpha_i)\Delta t = \sum_{i=1}^{\infty} \big(v - vcos(\alpha_i)\big)\Delta t = l_{min}$$

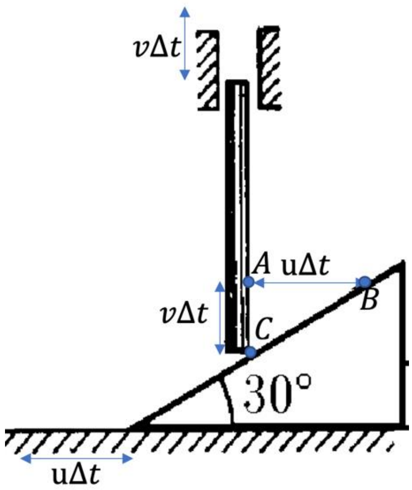
ამ ორი ტოლობის გამოკლებით მივიღებთ:

$$d - 2l_{min} = 0$$

$$l_{min} = \frac{d}{2}$$

58 (◊1.5.3.)

განვიხილოთ სიტუაცია Δt დროის შემდეგ. ნახაზზე B წერტილი აღნიშნავს ნულოვან მომენტში სხეულთა შეხების წერტილს ხოლო C Δt დროის შემდეგ შეხების წერტილს:



სამკუთხედ ABC დან ცხადია რომ:

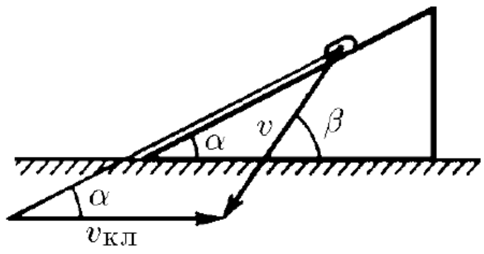
$$\frac{v\Delta t}{u\Delta t} = tg(30) = 1/\sqrt{3}$$

შედეგად:

$$u = v\sqrt{3}$$

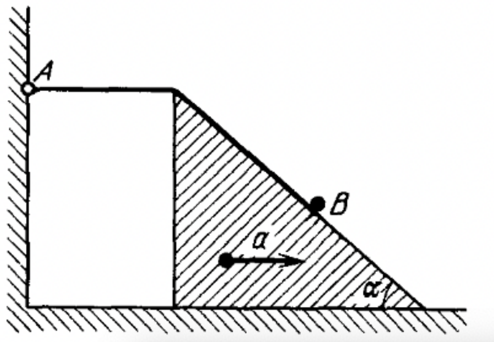
59 (◊1.5.5*.)

სოლთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მონეტა სოლის გასწვრივ მოსრიალებს. ნახაზზე მოცემულ ვექტორს გამოკლებული სოლის სიჩქარე გვაძლევს α კუთხით დახრილ სიჩქარეს (იხ. ნახაზი), შესაბამისად გრაფიკულად შეგვიძლია ავაგოთ სოლის სიჩქარე.



60 (კალდა pr. 38)

რაღაც t დროის შემდეგ სოლი გაივლის $S = at^2/2$ მანძილს და შეიძენს $v = at$ სიჩქარეს. ბურთულაც სოლზე გაივლის S მანძილს



ანუ სოლთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში იგი მოძრაობს $v = at$ სიჩქარით და იქნება მიმართული სოლის გასწვრივ. შესაბამისად დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ტვირთის სიჩქარის მოდული:

$$v_{ტ} = 2vsin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2asin\left(\frac{\alpha}{2}\right)t$$

ხოლო კუთხე რომელსაც ტვირთის სიჩქარე შეადგენს დედამიწის ზედაპირთან:

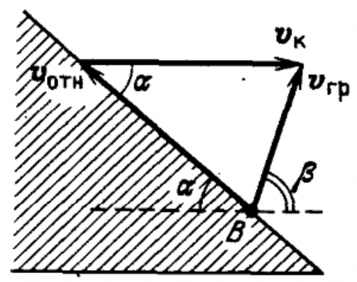


Рис. 133

$$\beta = (\pi - \alpha)/2$$

ესეიგი დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ტვირთი მოძრაობს წრფეზე რომელიც ჰორიზონტთან ადგენს β კუთხეს და მას გააჩნია:

$$a' = 2a\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

აჩქარება.

61 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ 37 ამოცანა 15)

კოორდინატთა სათავე ავიღოთ h სიმაღლეზე და მივმართოთ ზევით მაშინ:

$$y(\tau) = v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0$$

საიდანაც სხეულის სიჩქარე h სიმაღლეზე:

$$v_0 = \frac{g\tau}{2}$$

შედეგად სხეულის სიჩქარე დედამიწის ზედაპირზე ან კინემატიკით ან ენერგიის შენახვით:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

62 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ 38 ამოცანა 23)

ჯამური ვარდნის დრო უკავშირდება ვარდნის სიმაღლეს:

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

პირველი $h - 1$ მეტრის:

$$h - 1 = \frac{g(t - t')^2}{2}$$

პირობის მიხედვით:

$$t - t' = nt'$$

საიდანაც:

$$t' = \frac{t}{n+1}$$

ჩავსვათ:

$$h - 1 = \frac{g\left(t - \frac{t}{n+1}\right)^2}{2} = \frac{gt^2}{2}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^2$$

პირველ განტოლებაში ჩასმის შედეგად:

$$h = \frac{h-1}{\left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^2}$$

$$h = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^2}$$

63 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ 38 ამოცანა 28)

გადავიდეთ აეროსტატთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში აქ თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა $g + a$, შესაბამისად:

$$v = v_0 - (g + a)t$$

მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს

$$\tau = \frac{v_0}{g + a}$$

შესაბამისი სიმაღლე

$$h = v_0\tau - \frac{(g+a)\tau^2}{2} = \frac{v_0^2}{g+a} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g+a} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g+a}$$

სხეული აეროსტატს გაუსწორდება 2τ დროში.

64 (◊1.3.1.)

ამოცანის ამოხსნა უმჯობესია $\vec{g}$ სიჩქარით ვარდნილ ათვლის სისტემაში. ამ სისტემაში ორივე სხეული მოძრაობს თანაბარი სიჩქარით, მეორე სხეულის სიჩქარეა v (ზევით მიმართული) ხოლო პირველის $v - g\Delta t$ (შესაძლოა იყოს უარყოფითი ანუ ქვევით მიმართული), ამ ორი სხეულის ფარდობითი სიჩქარეა:

$$v_{ფარდ} = v - (v - g\Delta t) = g\Delta t$$

მათ შორის საწყისი მანძილია:

$$s_0 = v\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2}$$

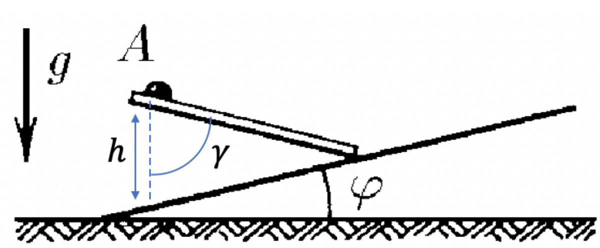
ასე რომ მათ შორის დაჯახების დრო:

$$t = \frac{s_0}{v_{ფარდ}} = \frac{v - \frac{g\Delta t}{2}}{g}$$

65 (◊1.3.3*.)

ცხადია γ მოთავსებული უნდა იყოს 0-სა (მაქსიმალური აჩქარება) და φ-ს შორის (მინიმალური-მანძილი). სინუსების თეორემის თანახმად:

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{l} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \gamma\right)}{h}$$



აქ l ბურთულას გასავლელი მანძილია:

$$l = \frac{h\cos(\varphi)}{\cos(\gamma - \varphi)}$$

ამ მანძილს ბურთულა გაივლის $gcos(\gamma)$ აჩქარებით:

$$\frac{h\cos(\varphi)}{\cos(\gamma-\varphi)}=\frac{gcos(\gamma)t^2}{2}$$

საიდანაც:

$$t=\sqrt{\frac{2h\cos(\varphi)}{gcos(\gamma)\cos(\gamma-\varphi)}}$$

იმისათვის რომ ეს დრო იყოს მინიმალური მაშინ $cos(\gamma)\cos(\gamma-\varphi)$ უნდა იყოს მაქსიმალური:

$$\begin{aligned}cos(\gamma)\cos(\gamma-\varphi)&=cos(\gamma)\cos(\gamma)\,cos(\varphi)+cos(\gamma)\,sin(\gamma)\,sin(\varphi)\\&=\cos^2(\gamma)\,cos(\varphi)+\frac{1}{2}\sin(2\gamma)\,sin(\varphi)\\&=\frac{1}{2}(1+\cos(2\gamma))\cos(\varphi)+\frac{1}{2}\sin(2\gamma)\,sin(\varphi)\\&=\frac{1}{2}\cos(\varphi)+\frac{1}{2}\cos(2\gamma)\cos(\varphi)+\frac{1}{2}\sin(2\gamma)\,sin(\varphi)\\&=\frac{1}{2}\cos(\varphi)+\frac{1}{2}\cos(2\gamma-\varphi)\end{aligned}$$

ჩვენ გვექნება მაქსიმუმი როდესაც $2\gamma-\varphi=0$ შესაბამისად კუთხე რომლითაც ბურთულა უმცირეს დროში ჩამოსრიალდება დახრილ სიბრტყეზე არის $\varphi/2$ ვერტიკალთან.

66 (1.4.11.)

გადავიდეთ ფილასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. ამ სისტემაში ბურთულა საწყისი ფილისკენ მიმართული u სიჩქარით მიემართება g თანაბარი აჩქარებით. ფილაზე პირველად დაჯახების დროის გამოსათვლელად დავწეროთ ტოლობა:

$$h=ut+\frac{gt^2}{2}$$

საიდანა:

$$t=\frac{-2u\pm\sqrt{u^2+gh}}{g}$$

ცხადია ვიტოვებთ მხოლოდ დადებით პასუხს:

$$t=\frac{-2u+\sqrt{u^2+gh}}{g}$$

$$t = 2\sqrt{\frac{u^2}{g^2} + \frac{2h}{g}}$$

67 (1.3.6.)

ვინაიდან ჰორიზონტალურ ღერძზე არ გვაქვს აჩქარება მასზე სიჩქარე მუდმივია:

$$v_x = vcos(\varphi)$$

ვერტიკალურ ღერძზე:

$$v_y = vsin(\varphi) - gt$$

აქედან

$$x = vcos(\varphi)t$$

$$y = vsin(\varphi)t - \frac{gt^2}{2}$$

x-ის დროზე დამოკიდებულებიდან გამოვსახოთ დრო და ჩავსვათ y-ის დოროზე დამოკიდებულებაში:

$$y = xtg(\varphi) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\varphi)} = xtg(\varphi) - \frac{gx^2}{2v^2}(1 + tg^2(\varphi))$$

მოძრაობა დამთავრდება როდესაც $y = 0$:

$$y = vsin(\varphi)t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

ესეიგი მოძრაობის დრო

$$\tau = \frac{2vsin(\varphi)}{g}$$

შესაბამისად განვლილი მანძილი:

$$L = vcos(\varphi)\tau = \frac{v^2sin(2\varphi)}{g}$$

ასვლის მაქსიმალური სიმაღლე:

$$h = \frac{vsin(\varphi)\tau}{2} - \frac{g\left(\frac{\tau}{2}\right)^2}{2} = \frac{v^2}{2g}\sin^2(\varphi)$$

68 (გედენიძე 871.)

გადავიდეთ ვერტიკალურად ქვევით g აჩქარებით ვარდნილ ათვლის სისტემაში, აქ ყველა ბურთულა მოძრაობს თანაბრად შედეგად მოძრაობისას ბურთულები განლაგდებიან კვადრატის წვეროებში რომლის დიაგონალიც იცვლება $2v_0t$ კანონით, ხოლო ცენტრი მოძრაობს შვეულად ქვევით g აჩქარებით.

69 (1.3.9.)

გადავიდეთ g აჩქარებით ვარდნილ ათვლის სისტემაში, ამ ათვლის სისტემაში რაკეტა მოძრაობს ვერტიკალურად ზევით $a + g$ აჩქარებით ხოლო ჭურვი მუდმივი v სიჩქარით ჰორიზონტისადმი $\pi/4$ კუთხით. იმისათვის რომ ისინი ერთმანეთს დაეჯახონ მათი X და Y კოორდინატები უნდა გატოლდნენ, ანუ:

$$\frac{v\sqrt{2}}{2}t = L$$

$$\frac{v\sqrt{2}}{2}t = \frac{(a+g)t^2}{2}$$

$$L = \frac{a+g}{2}\frac{4L^2}{2v^2}$$

$$v = \sqrt{(a+g)L}$$

70 (◊1.3.11.)

როგორც ამოცანა 1.3.6 -ში დავადგინეთ ტრაექტორიის განტოლება ჰორიზონტისადმი φ კუთხით და v საწყისი სიჩქარით გასროლილი სხეულისათვის არის:

$$y = xtg(\varphi) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\varphi)}$$

ჩვენს შემთხვევაში წირების განტოლებებია:

$$y_1 = xtg(\alpha) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\alpha)}$$

$$y_2 = xtg(\beta) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\beta)}$$

შესაბამისად მათი კვეთა იქნება:

$$y_1 = y_2$$

$$xtg(\alpha) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\alpha)} = xtg(\beta) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\beta)}$$

პირველი ცხადი ამონახსნია $x = 0$ ჩვენთვის საინტერესოა მეორე ამონახსნი:

$$x = 2v^2\frac{tg(\alpha) - tg(\beta)}{g}\left(\frac{1}{\frac{1}{\cos^2(\alpha)} - \frac{1}{\cos^2(\beta)}}\right) = 2v^2\frac{tg(\alpha) - tg(\beta)}{g}\left(\frac{1}{tg^2(\alpha) - tg^2(\beta)}\right)$$

$$= \frac{2v^2}{g(tg(\alpha) + tg(\beta))}$$

71 (1.3.12*.)

პირველ რიგში გამოვთვალოთ დრო რომელიც ესაჭიროება წყალის მცირე პორციას შლანგის ბოლოდან გამოსვლიდან მიწამდე დაცემას. საწყისი სიჩქარე y-ღერძზე არის $v_0\cos(\alpha)$ მიწაზე დაცემისას იგი იქნება $-v_0\cos(\alpha)$, მოძრაობა y ღერძზე თანაბარაჩქარებულია:

$$v_0\cos(\alpha) - gt = -v_0\cos(\alpha)$$
$$t = \frac{2v_0\cos(\alpha)}{g}$$

სანამ პირველი პორცია მიაღწევს ზედაპირს ამ დროში შლანგიდან გამოვა:

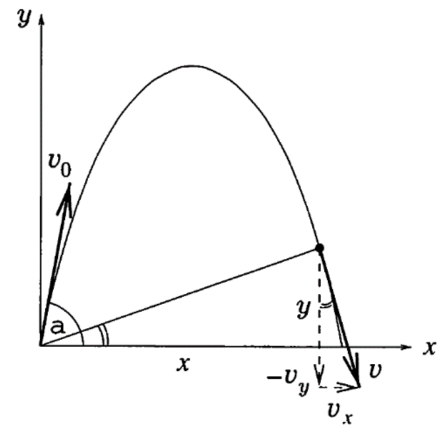
$$m = \rho St$$

მასის წყალი აქ ρ წყლის სიმკვრივეა ხოლო S შლანგის განივკვეთის ფართობი მონაცემთა ჩასმით მივიღებთ რომ:

$$m = 7\ კგ$$

72 (Puzz p37)

გამოვიყენოთ ნახატზე ნაჩვენები საკოორდინატო სისტემა, ქვის კოორდინატები და სიჩქარის კომპონენტები:



$$x = v_0 t cos(\alpha),\ \ y = v_0 t sin(\alpha) - \frac{gt^2}{2}$$
$$v_x = v_0\cos(\alpha), v_y \sin(\alpha) - gt$$

ქვა მაქსიმალურად შორდება საწყის წერტილს როდესაც მისი სიჩქარე პერპენდიკულარულია მისი რადიუს ვექტორის. შესაბამისი პირობა:

$$\frac{y}{x} = -\frac{v_x}{v_y}$$

რაც გვაძლევს კვადრატულ განტოლებას t დროის მომენტისათვის:

$$t^2 - \frac{3v_0\sin(\alpha)}{g}t + \frac{2v_0^2}{g^2} = 0$$

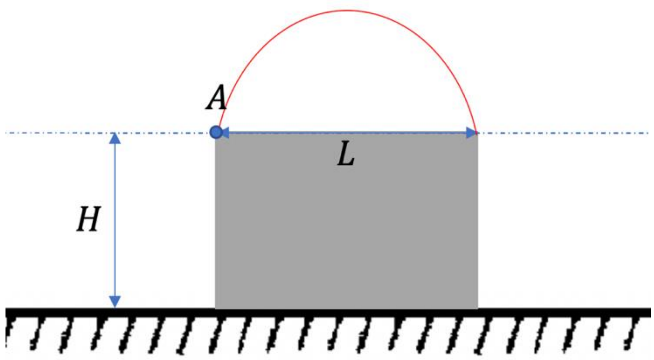
თუკი გვსურს რომ ეს არ მოხდეს მაშინ ამ განტოლების დისკრიმინანტი უნდა იყოს უარყოფითი ანუ:

$$\left(\frac{3v_0\sin(\alpha)}{g}\right)^2 < 4\left(\frac{2v_0^2}{g^2}\right)$$

იმისათვის რომ ქვა მუდმივად შორდებოდეს გასროლის წერტილს $\sin(\alpha) < \sqrt{8/9} = 0.94$.

73 (1.3.19*.)

წარმოვიდგინოთ სიტუაცია სახლის სახურავზე:



(ქვას ისვრიან მარცხენა მხრიდან), ცოტა ხნით დავივიწყოთ ქვის მოძრაობა წყვეტილი ხაზის ქვემოთ, იმისათვის რომ ქვამ გადაუფრინოს სახურავს საჭიროა რომ ქვამ დაიწყოს მოძრაობა, არა ნაცრისფერ არეში (სახურავი) და დაამთავროს არა ნაცრისფერ არეში. ამისათვის ცხადია რომ ქვამ მოძრაობა უნდა დაიწყოს A წერტილიდან, შემდეგ ქვა სახლის მეორე კიდეს უნდა შეეხოს. როგორც ამოცანა 1.3.6-ში ვნახეთ სხეულის გადაგდების სიშორე:

$$L = \frac{v^2 sin(2\varphi)}{g}$$

ფიქსირებული სიჩქარისთვის ეს სიდიდე მაქსიმუმს აღწევს როდესაც $\varphi = \pi/4$ ცხადია სხეულიც სწორედ ამ კუთხით უნდა მოძრაობდეს A წერტილში, და ეს მანძილი უნდა ემთხვეოდეს სახურავის სიგრძეს:

$$L = \frac{v_{min}^2}{g}$$

შესაბამისად ქვის მინიმალური სიჩქარე A წერტილში: $v_{min} = \sqrt{gL}$. შემდეგ ვიყენებთ ინტეგრალურ მუდმივას (რომლის შემოწმებაც თქვენ შეგიძლიათ, კინემატიკის ფარგლებში თუმცა ცხადია ეს უბრალოდ ენერგიის მუდმივობის კანონია):

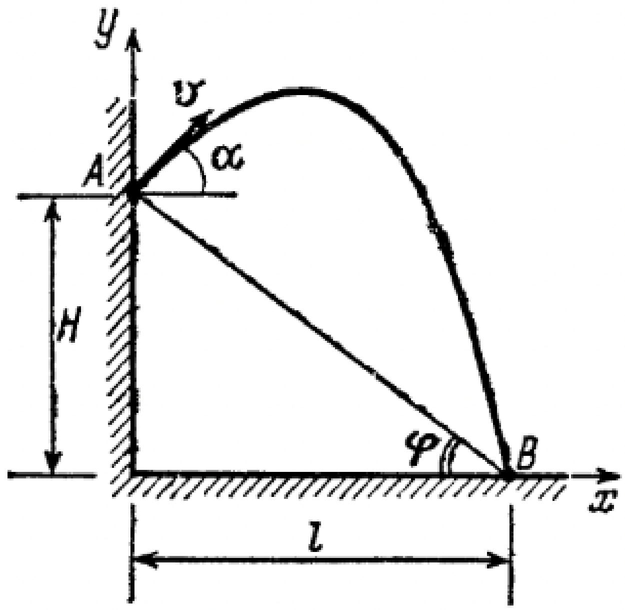
$$\frac{v^2}{2} = g(H-h) + \frac{v_{min}^2}{2}$$

საიდანაც საბოლოოდ მივიღებთ:

$$v = \sqrt{g(2(H-h)+L)}$$

74 (კვანტის ბიბლიოთეკა გამოცემა 81 ამოცანა 1.16)

შემოვიტანოთ X და Y ღერძები, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. ვთვათ ნასროლი ქვა



თავიდან ჰორიზონტთან ადგენს α კუთხეს და გააჩნია v საწყისი სიჩქარე. მაშინ t დროის შემდეგ B წერტილში მოხვედრისათვის გვაქვს ორი პირობა. X ღერძზე:

$$l = vcos(\alpha)t$$

Y ღერძზე:

$$0 = H + vsin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$$

t-ს გამორიცხვით მივიღებთ კვადრატულ განტოლებას $tg(\alpha)$-სთვის:

$$\frac{gl^2}{2v^2}tg^2(\alpha) - ltg(\alpha) + \frac{gl^2}{2v^2} - H = 0$$

ესეიგი მოცემული H, l და v-სათვის გვაქვს სამი შემთხვევა: პირველ შემთხვევაში v იმდენად პატარაა რომ სხეული გასროლის ვერცერთი კუთხისათვის ის ვერ მიაღწევს B წერთილს, მეორე შემთხვევაში გარკვეულის v_{min} საწყისი სიჩქარისათვის (როდესაც კვადრატული განტოლების დისკრიმინანტი ნულის ტოლია) არსებობს მხოლოდ ერთი გასროლის კუთხე რომლითაც სხეული მოხვდება B წერტილში, მესამე შემთხვევაში $v > v_{min}$ საწყისი სიჩქარისთვის

არსებობს ორის გასროლის კუთხე რომლითაც შესაძლებელია B წერტილში მოხვედრა.
ამოცანის პირობის მიხედვის ჩვენ გვაინტერესებს მეორე შემთხვავა.
დისკრიმინანტის ნულთან გატოლებით მივიღებთ:

$$v_{min}^2 = g(\sqrt{H^2 + l^2} - H)$$

გასროლის კუთხის ტანგენსი:

$$tg(\alpha) = \frac{v_{min}^2}{gl} = \sqrt{1 + \left(\frac{H}{l}\right)^2} - \frac{H}{l}$$

საიდანაც:

$$tg(\alpha) = tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

სადაც $tg(\varphi) = H/l$ და $\alpha = \pi/4 - \varphi/2$. ენერგიის მუდმივობის კანონის გამოყენებით (რომელიც შეგიძლიათ შეამოწმოთ კინემატიკის ფარგლებშიც), ვიპოვოთ v_1 სიჩქარე რომლითაც სხეული მოხვდება B წერტილში:

$$v_1^2 = g(\sqrt{H^2 + l^2} + H)$$

სიჩქარის ჰორიზონტალური კომპონენტი არ იცვლება მოძრაობისას, შედეგად დაცემის კუთხე:

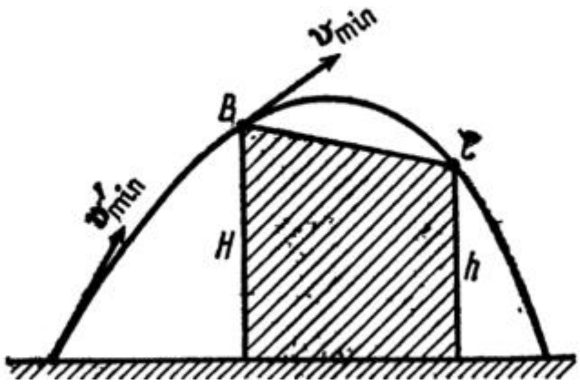
$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

75 (კვანტის ბიბლიოთეკა გამოცემა 81 ამოცანა 1.17)

მინიმალური საწყისი სიჩქარის შემთხვევაში, ქვის ტრაექტორია უნდა შეეხოს სახურავის B და C წერტილს. B წერტილში ქვის სიჩქარე ავღნიშნოთ v_{min}-ით, წინა ამოცანის გათვალისწინებით ეს სიჩქარე იქნება:

$$v_{min}^2 = g(\sqrt{(H-h)^2 + l^2} - (H-h))$$

შესაბამისად ენერგიის მუდმივობის კანონით ქვის მინიმალური სიჩქარე დედამიწის ზედაპირზე:



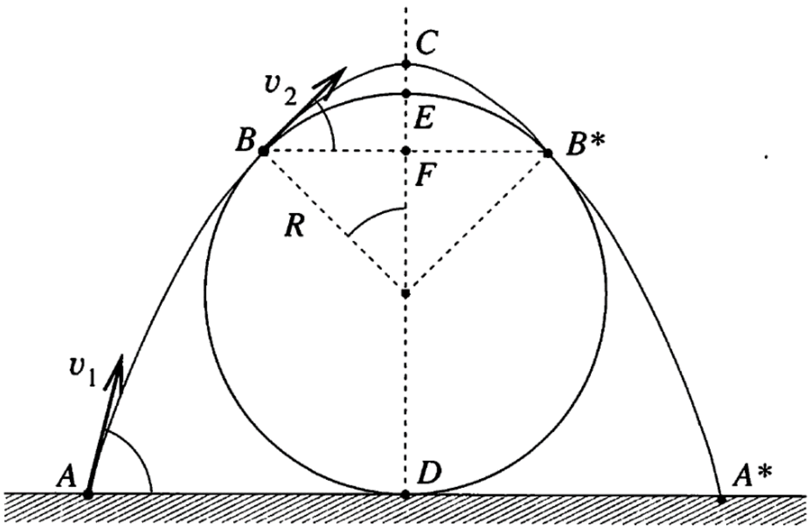
$$v'^2_{min} = v_{min}^2 + 2gH$$

საიდანაც:

$$v'^2_{min} = g(\sqrt{(H-h)^2 + l^2} + H + h)$$

76 (Puzz p38)

კალიის მოძრაობის ტრაექტორია პარაბოლაა რომელიც ეხება ხის მორს ორ სიმეტრიულად განლაგებულ წერტილებში B, B^*, ხის მორის ორ მხარეს (შეიძლება ეს წერტილები ერთმანეთს ემთხვეოდნენ და იყვნენ ხის მორის უმაღლეს წერტილში). კალია ხტება A წერტილიდან v_1 საწყისი სი სიჩქარითა და ჰორიზონტთან θ კუთხით, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები. შეხების B, B^* წერტილებში კალიის სიჩქარეა v_2 და იგი ჰორიზონტთან ადგენს β კუთხეს.



B წერტილში სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტი:

$$v_2 \sin(\beta) = g t_2$$

სადაც t_2 არის დრო რომელიც კალიას ესაჭიროება B დან C წერტილში მისაღწევად, შესაბამისი ჰორიზონტალური წანაცვლება:

$$BF = v_2 t_2 \cos(\beta) = R sin(\beta)$$

ამ ორი განტოლების ერთმანეთზე გამრავლებით ჩვენ მივიღებთ:

$$v_2^2 = \frac{gR}{\cos(\beta)}$$

ენერგიის შენახვის კანონით:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mg(R + R cos(\beta))$$

შედეგად:

$$v_1^2 = v_2^2 + 2gR(1 + \cos(\beta)) = \frac{gR}{\cos(\beta)} + 2gR(1 + \cos(\beta))$$
$$= 2gR\left(1 + \cos(\beta) + \frac{1}{2\cos(\beta)}\right)$$

ამ ფუნქციის მინიმუმის დათვლა შეგვიძლია წარმოებულით თუმცა არსებობს უფრო მარტივი გზა რომელიც იყენებს გეომეტრიული და არითმეტიკული საშუალოს უტოლობას:

$$\frac{1}{2}\left(\cos(\beta) + \frac{1}{2\cos(\beta)}\right) \geq \sqrt{\cos(\beta)\frac{1}{2\cos(\beta)}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ესეიგი $\beta = \pi/4$ საიდანაც:

$$v_1^{min} = \sqrt{2gR(1 + \sqrt{2})} \approx 2.2მ/წმ$$

77 (გედენიძე 853.)

მოსახერხებელია განვიხილოთ კენჭის მოძრაობა შებრუნებული მიმართულებით-სეიფის „სახურავის" შუა წერტილიდან ქვევით. კენჭი სახურავიდან უნდა გავისროლოთ კუბის წიბოს და არა დიაგონალის გასწვრივ ისე, რომ არ შეეხოს ჭერს და დაეცესიატაკზე. განვიხილოთ კენჭის ტრაექტორია, რომელიც ოდნავ ეხება კუბის წიბოს და ჭერს, გამოვთვალოთ მისი სიჩქარის v_1 ჰორიზონტალური და v_2 ვერტიკალური გეგმილები გასროლის მომენტში. რადგან კენჭი შვეული მიმართულებით გადის $H - h$ მანძილს და ტრაექტორიის ზედა წერტილში სიჩქარის შვეული მდგენელი 0-ის ტოლია, ამიტომ

$$v_2 = \sqrt{2g(H - h)} \approx \frac{2მ}{წმ}$$

ხოლო დრო, რომლის განმავლობაშიც ეს მანძილი გაიარა

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}}$$

სადაც H და h შესაბამისად ოთახის და სეიფის სიმაღლეებია. რადგან ამ დროში ჰორიზონტალური მიმართუოლებით მუდმივი სიჩქარით კენჭი გადის $h/4$ მანძილს, ამიტომ

$$v_1 = \frac{h}{4}\sqrt{\frac{g}{4(H - h)}} \approx 1.87მ/წმ$$

იატაკზე დაცემის მომენტში კენჭის მინიმალური v_0 სიქარის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონი:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + mgh \rightarrow$$

$$\rightarrow v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2gh = \frac{gh^2}{32(H-h)}, v_0 \approx 8.2მ/წმ$$

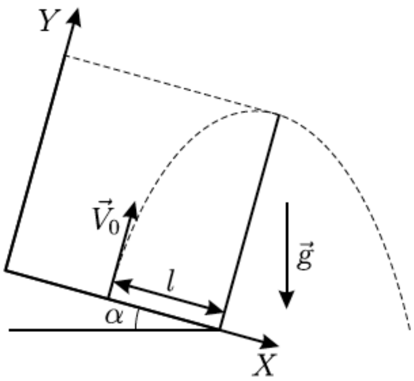
თუ ჭერის სიმაღლეს შევამცირებთ, მაშინ სიჩქარე გაიზრდება და ჭერის H_1 სიმაღლისას კენჭი იატაკზე დაეცემა.

$$H_1 = h + \frac{h}{\left(\frac{2d}{h}\right)^2 - 1} \approx 3.02მ$$

სადაც d ოთახის დიამეტრია.

78* (მოსკოვი 2007)

საკოორდინატო X და Y ღერძები ავირჩიოთ ისე როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები.



მინიმალური სიჩქარის შემთხვევაში, ავღნიშნოთ t_0-ით მომენტი როცა კალია გადალახავს ყუთის კიდეს, ამ მომენტში კალიის სიჩქარის Y პროექცია ნულის ტოლია ხოლო კოორდინატი h-ის ტოლია. სრულდება შემდეგი თანაფარდობა:

$$v_{0y} + a_y t_0 = 0; \quad v_{0y} t_0 + \frac{a_y t_0^2}{2} = h$$

სადაც $a_y = -gcos(\alpha)$ და v_{0y} კალიის აჩქარების და საწყი სიჩქარის გეგმილებია Y ღერძზე. შედეგად ვიღებთ:

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2gcos(\alpha)}$$

ფიქსირებული α-ს და v_0-ს მნიშვნელობისათვის კალია მაქსიმალურ სიმაღლეს აღწევს Y მიმართულებით როდესაც $v_{0y} = v_0$, ანუ კალია უნდა ახტეს ყუთის ფსკერის მართობულად. შედეგად:

$$\cos(\alpha) = \frac{v_0^2}{2gh} \approx 0{,}87, \alpha \approx \frac{\pi}{6}$$

X ღერძის გასწვრივ კალია t_0 დროში წაინაცვლებს

$$l = \frac{a_x t^2}{2} = \frac{gsin(\alpha)t^2}{2}$$

საიდანაც გამომდინარეობს რომ კალია ახტომისას უნდა მდებარეობდეს:

$$l = \frac{v_0^2 \sin(\alpha)}{2gcos^2(\alpha)} \approx 30სმ$$

შედეგად კუბის ფსკერის ზომა საკმარისია, კალიის შესაბამის ადგილას განსათავსებლად.

79 (1.3.13*.)

ა) ამოცანა **1.3.6.**-ის თანახმად სხეულის მოძრაობის ტრაექტორია, როდესაც ჰორიზონტთან საწყისი კუთხე φ-ა, შემდეგნაირად გამოიყურება:

$$y = xtg(\varphi) - \frac{gx^2}{2v^2}(1 + tg^2(\varphi))$$

შესაბამისად იმისათვის რომ სხეული მოხვდეს (x, y) წერტილში მაშინ გასროლის კუთხის ტანგენსი აკმაყოფილებს განტოლებას:

$$-\frac{gx^2}{2v^2} \cdot tg^2(\varphi) + xtg(\varphi) - y - \frac{gx^2}{2v^2} = 0$$

საიდანაც:

$$tg(\varphi) = \frac{v^2 \pm \sqrt{v^4 - 2gyv^2 - g^2x^2)}}{gx}$$

ბ) იმისათვის რომ ვნახოთ ჭურვის მიღწევის შესაძლო არე, რაიმე ფიქსირებული x-ისათვის უნდა ვუპოვოთ:

$$y = xtg(\varphi) - \frac{gx^2}{2v^2}(1 + tg^2(\varphi))$$

ფუნქციას ($tg(\varphi)$-ის მიმართ) მაქსიმუმი. ეს ფუნქცია წარმოადგენს პარაბოლას რომლის ნულებიც წინა პუნქტის მიხედვით ($y = 0$):

$$tg(\varphi) = \frac{v^2 \pm \sqrt{v^4 - g^2x^2)}}{gx}$$

შესაბამისად:

$$tg(\varphi_{max}) = \frac{v^2}{gx}$$

საიდანაც:

$$y_{max} = \frac{v^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v^2}$$

ჭურვს შეძლია მიაღწიოს ნებისმიერ წერტილს ამ წირის შიგნით.

გ) ჭურვი მიაღწევს (x, y) წერტილს მინიმალური სიჩქარით როდესაც ეს წერტილი მდებარეობს y_{max} წირზე.

$$y = \frac{v_{min}^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_{min}^2}$$

საიდანაც

$$v_{min} = \sqrt{g(y + \sqrt{x^2 + y^2})}$$

80 (1.3.15.)

ცხადია ბურთულას ჰორიზონტალური სიჩქარე $v_h = v_0 \cos(\alpha)$ მუდმივია, იგი ბრუნავს წრეწირზე პერიოდით

$$T = \frac{2\pi R}{v_0 \cos(\alpha)}$$

იმისათვის რომ ბურთულა უკანა გზაზე დაბრუნდეს საწყის წერტილში მისი მოძრაობის დრო უნდა იყოს $t_0 = nT$ სადაც n ნატურალური რიცხვია. ვერტიკალურ ღერძზე ბურთულა მოძრაობს თანაბარშენელებულად. მოძრაობის დრო:

$$v_0 \sin(\alpha) - g t_0 = -v_0 \sin(\alpha)$$

$$t_0 = \frac{2v_0}{g}\sin(\alpha)$$

შესაბამისად

$$\frac{2v_0}{g}\sin(\alpha) = \frac{2\pi n R}{v_0 \cos(\alpha)}$$

საიდანაც:

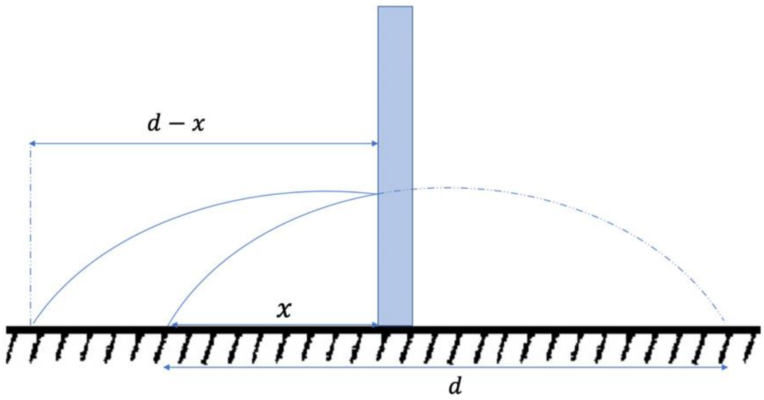
$$v_0 = \sqrt{\frac{2g\pi n R}{\sin(2\alpha)}}$$

81 (გედენიძე 849.)

წარმოვიდგინოთ რომ კედელი არ არის მაშინ ბურთი დავარდებოდა:

$$d = \frac{v_0^2 sin(2\varphi)}{g} = \frac{v_0^2}{g}$$

კედელთან დაჯახებისას სხეულის სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტი არ იცვლება მაგრამ ჰორიზონტალური კომპონენტი იცვლის ნიშანს, შედეგად შეგვიძლია მივხვდეთ რომ სხეულის ტრაექტორიის მეორე ნაწილი (დაჯახების შემდეგ) არის, კედლის მიმართ სიმეტრიულად არეკლილი, კედელი რომ არ ყოფილიყო როგორც წავიდოდა ბურთი ის ტრაექტორია. (იხილეთ ნახაზი წინადადება ვერჩამოვაყალიბე)



შედეგად მარტივი გეომეტრიით:

$$l = d - x$$

სადაც x ბიჭსა და კედელს შორის საწყისი მანძილია. შედეგად

$$x = d - l = \frac{v_0^2}{g} - l = 4\partial$$

82 (◊1.4.12.)

დაჯახებებისას სხეულს არ ეცვლება მისი სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტი ამიტომ:

$$v_y = gt$$

(საწყისი ვერტიკალური სიჩქარე ნულის ტოლია) აქ t (რომელსაც მოგვიანებით გამოვთვლით) n დაჯახებისთვის საჭირო დროა. რაც შეეხება ჰორიზონტალურ კომპონენტს გადავიდეთ ჰორიზონტალურად მარჯვნივ u სიჩქარით მოძრავ სისტემაში, აქ ბურთულის საწყისი ჰორიზონტალური სიჩქარე $v-u$-ს ტოლია და ყოველი დაჯახების შემდეგ იგი უბრალოდ ნიშანს იცვლის (ამ სისტემაში კედლები უძრავნი არიან) შედეგად წინა კედელზე n-ჯერ დაჯახების შემდეგ მისი სიჩქარე ამ სისტემაში $u-v$-ს ტოლია ხოლო გარე დამკვირვებლისთვის $2u-v$. რაც შეეხება ვერტიკალურ კომპუნენტს როგორც ვნახეთ კედლების სისტემაში ბურთულა მოძრაობს მოდულით მუდმივი $v-u$ სიჩქარით შედეგად მისი მოძრაობის ჯამური დროა:

$$t = \frac{(2n-1)L}{v-u}$$

და შედეგად სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტი:

$$\frac{(2n-1)Lg}{v-u}$$

83 (კალდა კინემატიკა pr 13)

შემოვიტანოთ Y და X ღერძები სიბრტყის მართობულად და მის გასწვრივ. ზედაპირთან დაჯახებებისას არ იცვლება სხეულის სიჩქარის X კომპონენტი ასე რომ სხეულის X ღერძზე მოძრაობის კანონი ვერ ამჩნევს დახრილი სიბრტყის არსებობას:

$$x=\frac{gsin(\alpha)t^2}{2}$$

სადაც $gsin(\alpha)$ თავისუფალი ვარდნის აჩქარების გეგმილია X ღერძზე. Y-ღერძზე სხეული დახტის ზევით ქვევით $gcos(\alpha)$ აჩქარების მქონე „ვერტიკალურ ველში" ცხადია რომ ახტომა დახტომებს შორის დრო არ იცვლება და ახტომის მაქსიმალური სიმაღლე სულ d-ს ტოლია. პირველ დაჯახებას ბურთი ახერხებს t' დროში:

$$d=\frac{gcos(\alpha)t'^2}{2}$$

$$t'=\sqrt{\frac{2d}{gcos(\alpha)}}$$

შედეგად ყოველი მომდევნო ახტომა დახტომის პერიოდია:

$$T=2t'=2\sqrt{\frac{2d}{gcos(\alpha)}}$$

შედეგად პირველ და მეორე დაჯახებებს შორის მანძილი:

$$S=\frac{gsin(\alpha)(T+t')^2}{2}-\frac{gsin(\alpha)t'^2}{2}=\frac{gsin(\alpha)(T^2+2Tt')}{2}=8d\cdot tg(\alpha)$$

მანძილი მე-n-ე და მე $n+1$-ე დაჯახებებს შორის:

$$x=\frac{gsin(\alpha)(nT+t')^2}{2}-\frac{gsin(\alpha)\big((n-1)T+t'\big)^2}{2}=\frac{gsin(\alpha)T((2n-1)T+2t')}{2}$$

84 (◊1.3.16*.)

დრეკადად დაჯახებისას სხეულის სიჩქარის ზედაპირის მართობილი მდგენელი იცვლის მიმართულებას ხოლო ტანგენციალური მდგენელი უცვლელი რჩება, ამიტომ უმჯობესია განვიხილოთ სხეულის მოძრაობა იმ ღერძზე რომელზეც არ მოგვიწევს დაჯახებების განხილვა ანუ ღერძზე რომელიც გადის ცილინდრის სიმეტრიის ღერძზე.
ამ ღერძზე:

$$ma_x=-mgsin(\alpha)$$

ამ განტოლების ინტეგრირებით და საწყისი პირობის ჩასმით მივიღებთ განტოლებას სხეულის სიჩქარის გეგმილისათვის:

$$v_x = vcos(\alpha) - gsin(\alpha)t$$

ამ განტოლების ინტეგრირებით კი მივიღებთ სხეულის კოორდინატის დროზე დამოკიდებულებას:

$$x = vcos(\alpha)t - \frac{gsin(\alpha)t^2}{2}$$

ამოცანა ამის შემდგომ ორ ნაწილად იყოფა ერთ შემთხვევაში სხეული გადის მილის მეორე მხარეს მეორე შემთხვევაში კი ვერა. განვიხილოთ მილის სიგრძის ზღვრული სიგრძე. ამ შემთხვევაში სხეულს მილის ბოლოში გააჩნია სიჩქარე რომლის გეგმილიც სიმეტრიის ღერძზე ნულია ანუ:

$$0 = vcos(\alpha) - gsin(\alpha)t \to t = \frac{v}{gtg(\alpha)}$$

შესაბამისად კრიტიკული სიგრძე:

$$l_{cr} = \frac{v^2cos^2(\alpha)}{\mathrm{g}\sin(\alpha)} - \frac{\cos^2(\alpha)\, v^2}{2\sin(\alpha)\, g} = \frac{v^2cos^2(\alpha)}{2\,\mathrm{g}\sin(\alpha)}$$

თუკი

$$l > l_{cr}$$

მაშინ მილში გატარებული დრო:

$$t = 2\frac{v}{gtg(\alpha)}$$

წინააღმდეგ შემთხვევაში უნდა ამოვხსნათ კვადრატული განტოლება:

$$vcos(\alpha)t - \frac{gsin(\alpha)t^2}{2} = l$$

ამ განტოლების ამონახსნებია:

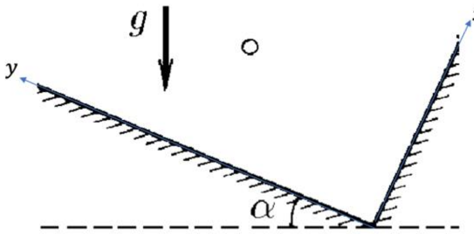
$$t = -\frac{-vcos(\alpha) \pm \sqrt{v^2\cos^2(\alpha) - 2glsin(\alpha)}}{gsin(\alpha)} =$$

ზღვარში როდესაც g მიისწრაფის ნულიასკენ ერთადერთი აზრიანი პასუხი შეგვიძლია მივიღოთ თუკი ავირჩევთ „+“ ნიშანს ასე რომ:

$$t = \frac{vcos(\alpha) \pm \sqrt{v^2\cos^2(\alpha) - 2glsin(\alpha)}}{gsin(\alpha)} = \frac{v}{g}ctg(\alpha)\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2glsin(\alpha)}{v^2cos^2(\alpha)}}\right)$$

85 (◊1.3.17.)

როგორც ვიცით ბურთულას კედელზე დაჯახებისას, ბურთულას სიჩქარე კედლის გასწვრივ არ იცვლება ხოლო მის მართობულად სიჩქარე საპირისპირო ხდება. ვინაიდან ბურთულა იქეთ და აქეთ ერთიდაიგივე ტრაექტორიაზე მოძრაობს ბურთულა ორივე კედელს მართობულად ეცემა. x და y ღერძები გავავლოთ როგორც ქვემოთ ნახაზზეა ნაჩვენები:



x ღერძზე აჩქარებაა $gsin(\alpha)$, ხოლო y ღერძზე აჩქარებაა $gcos(\alpha)$. როდესაც ბურთულა ეცემა y ღერძზე მისი სიჩქარის y კომპონენტი ნულია ანალოგიურად x ღერძისათვის.

ბურთულა x ღერძიდან არეკვლის შემდეგ x ღერძზე ნულოვანი საწყისი სიჩქარით დაიწყებს აჩქარებულ მოძრაობა $gsin(\alpha)$ აჩქარებით Δt დროის განმავლობაში. მისი საბოლოო სიჩქარე y ღერძთან დაჯახებისას:

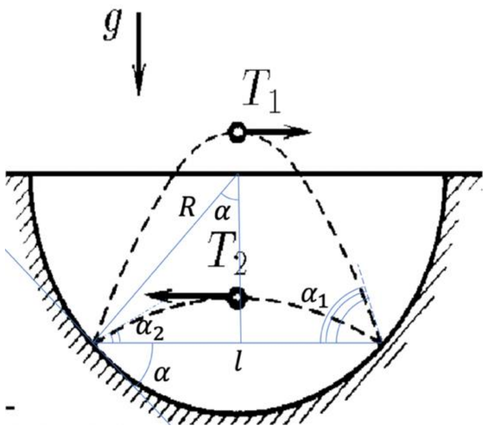
$$v_x = gsin(\alpha)\Delta t$$

ანალოგიურად:

$$v_y = gcos(\alpha)\Delta t$$

86 (◊1.3.18*.)

სიტუაცია წარმოდგენილია ნახაზზე:



აქ l არის დაჯახების წერტილებს შორის კუთხე α კუთხე ჰორიზონტსა და დაჯახების წერტილის მხებს შორის მარტივი გეომეტრიიდან ჩანს რომ (სინუსების თეორემა):

$$\sin(\alpha) = \frac{l}{2R}$$

სადაც R ღარის რადიუსია. T_1 პერიოდით მოძრაობისას ბურთულას სიჩქარის კუთხე მოძრაობის დაწყების მომენტში α_1 ის ტოლია, T_2 მოძრაობისას α_2.

ვინაიდან მექანიკური ენერგია ინახება დაცემისას და არეკვლისას ბურთულის სიჩქარეები მოდულით ტოლები არიან $v_1 = v_2 = v_0$. ბურთულის სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტის დროზე დამოკიდებულებიდან მივიღებთ:

$$v_0 \sin(\alpha_1) - gT_1 = -v_0 \sin(\alpha_1) \to \sin(\alpha_1) = \frac{gT_1}{2v_0}$$

$$v_0 \sin(\alpha_2) - gT_2 = -v_0 \sin(\alpha_2) \to \sin(\alpha_2) = \frac{gT_2}{2v_0}$$

ესეიგი:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{T_1}{T_2} \ (*)$$

ნახაზიდან ჩანს რომ (დრეკადი დაჯახებისას დაცემა არეკვლის კუთხე ერთმანეთის ტოლია!):

$$\alpha_1 = \alpha_2 + 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \alpha_2\right)$$

ფრენის სიშორისთვის გვაქვს ფორმულა:

$$l = \frac{v_0^2}{g}\sin(\alpha_1) = \frac{v_0^2}{g}\sin(\alpha_2)$$

საიდანაც:

$$\sin(\alpha_1) = \sin(\alpha_2) \to 2\alpha_1 = \pi - 2\alpha_2$$

თუ ამას გავითვალისწინებთ წინა კუთხეების განტოლებაში მივიღებთ:

$$\alpha_2 + 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \alpha_2\right) = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \to \alpha = \frac{\pi}{4}$$

შემდეგ:

$$\sin(\alpha_2)\cos(\alpha_2) = \sin(\alpha_1)\cos(\alpha_1) = \sin(\alpha_2)\sqrt{1-\sin^2(\alpha_2)} = \sin(\alpha_1)\sqrt{1-\sin^2(\alpha_1)}$$

ამ და (*) ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ:

$$\sqrt{1-\sin^2(\alpha_2)} = \frac{T_1}{T_2}\sqrt{1-\frac{\sin^2(\alpha_2)\,T_1^2}{T_2^2}}$$

$$1-\sin^2(\alpha_2) = \frac{T_1^2}{T_2^2} - \frac{T_1^4}{T_2^4}\sin^2(\alpha_2)$$

$$\sin^2(\alpha_2) = \frac{1}{\frac{T_1^2}{T_2^2}+1}$$

საიდანაც:

$$\sin(\alpha_2) = \frac{T_2}{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{T_1}{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$$

ამ ყველაფრის გათვალისწინებით:

$$2Rsin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{T_1^2}{4\sin^2(\alpha_1)}g2\sin(\alpha_2)\cos(\alpha_2) = \frac{g}{4}(T_1^2+T_2^2)\frac{2T_1T_2}{T_1^2+T_2^2}$$

შედეგად:

$$R = \frac{gT_1T_2}{2\sqrt{2}}$$

87 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 54 ამოცანა 23)

საათების ისრის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე:

$$\omega_{ს} = \frac{2\pi}{T_{დღ}/2} = \frac{2\pi}{12\cdot 3600}\ რად/წმ$$

წუთების ისრის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე:

$$\omega_{წ} = \frac{2\pi}{T_{წ}} = \frac{2\pi}{3600}\,რად/წმ$$

თუკი საათს შევხედავთ იმ ათვლის სისტემიდან რომელიც ბრუნავს $\omega_{ს}$ კუთხური სიჩქარით (ამ სისტემაში საათის ისარი გაჩერებულია) წუთების ისარი ბრუნავს $\omega_{წ}-\omega_{ს}$ კუთხური სიჩქარით ანუ იგი არტყამს ერთ წრეს (და შესაბამისად კვეთს საათების ისარს):

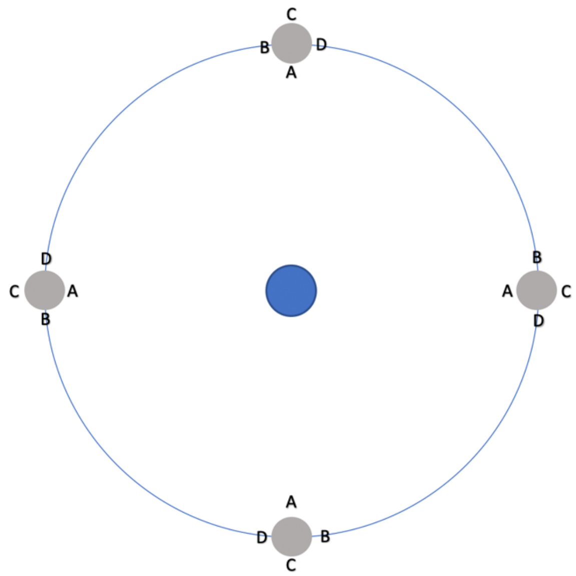
$$T = \frac{2\pi}{\omega_{წ} - \omega_{ს}}$$

დროში. შესაბამისად ერთი დღე ღამის განმავლობაში საათების და წუთების მაჩვენებელი ისრებ შეადგენენ მართ:

$$N = 2 \cdot \frac{24}{T} = 2 \cdot \frac{24}{\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3600} - \frac{2\pi}{12 \cdot 3600}}}$$

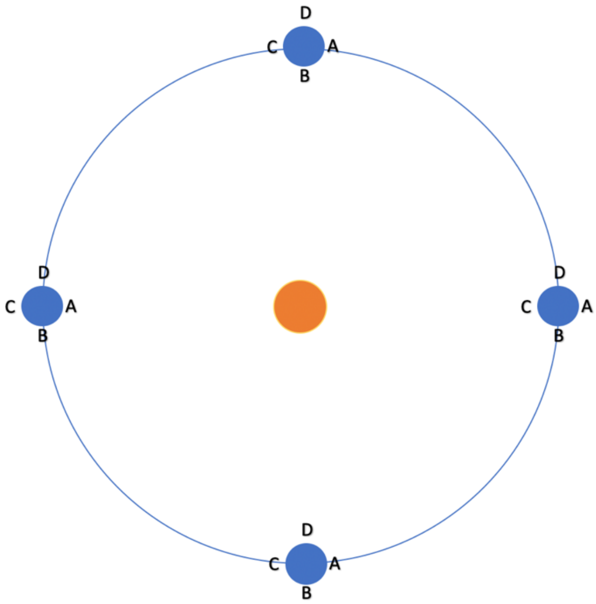
88 (**1.5.11**.)

ა) ნახაზიდან მარტივად ჩანს რომ მთვარე ერთი მობრუნებისას დედამიწის გარშემო



ასრულებს ერთ ბრუნს საკუთარი ღერძის გარშემო.

ბ) დედამიწა თავისი ღერძის გარშემო რომ არ ბრუნავდეს და ისე უვლიდეს წრეს მზეს მაშინ მზის გარშემო ერთი შემოვლისას დედამიწაზე გაივლიდა 1 დღე ღამე. ესეც მარტივად ჩანს ქვემოთ წარმოდგენილი ნახაზიდან



შესაბამისად თუკი დედამიწა თავისი ღერძის გარშემო ბრუნავს T პერიოდით (ვარსკლავური დღე-ღამე) მაშინ τ =ერთ წელიწადში იგი თავისი ღერძის გარშემო მოდრუნდება τ/T-ჯერ და გავა $\frac{\tau}{T} - 1 = 365.25$ დღე ღამე (მზიური) შესაბამისად:

$$T = \frac{365.25}{366.25} T_0$$

სადაც T_0 მზიური დღე ღამეა. დათვლებით ვნახავთ რომ ვარსკლავური დღე-ღამე დღიურზე 4 წუთით მოკლეა.

89 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 54 ამოცანა 26)

ვინაიდან ღვედები უჭიმვადები არიან, თითოეული ღვედის სიჩქარე ყველა მის წერტილში მოდულით ერთი და იგივე უნდა იყოს. პირველი ლილვის შკივის ბრუნვის სიჩქარე:

$$v_1 = \omega_1 R_1 = \frac{\nu_1 R_1}{2\pi}$$

სადაც ν_1 პირველი ლილვის ბრუნვის სიხშირეა ხოლო R_1 მასზე წამოცმული შკივის რადიუსია. მერე ლილვზე წამოცმული R_2 = 32სმ რადიუსის შკივის ბრუნვის სიჩქარეა:

$$v_2 = \omega_2 R_2 = \frac{\nu_2 R_2}{2\pi} = v_1$$

შედეგად:

$$\nu_2 = \nu_1 \frac{R_1}{R_2}$$

მეორე $R_3 = 11$სმ რადიუსის შკივზე წამოცმული ღვედის ბრუნვის სიჩქარეა:

$$v_3 = \omega_3 R_3 = \omega_2 R_3 = \frac{\nu_2 R_3}{2\pi}$$

მესამე ლილვზე წამოცმული შკივის ბრუნვის სიჩქარე:

$$v_4 = \omega_4 R_4 = \frac{\nu_4 R_4}{2\pi} = v_3 = \frac{\nu_2 R_3}{2\pi} = \nu_1 \frac{R_1}{R_2}\frac{R_3}{2\pi}$$

საიდანაც მესამე ლილვის ბრუნვის სიხშირე

$$\nu_4 = \nu_1 \frac{R_1}{R_2}\frac{R_3}{R_4} = 60\ ბრ/წთ$$

90 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 54 ამოცანა 27)

t დროის განმავლობაში განეხვევა $l = vt$ სიგრძის ქაღალდი. ვთქვად ეს სიგრძე შეესაბამება N-ცალ ნახვევს რულონზე მაშნ

$$Nd = R - r$$

სადაც r რულონის რადიუსია t დროის შემდეგ. მეორეს მხრივ განხვეული ქაღალდის სიგრძე აკმაყოფილებს პირობას:

$$2\pi \frac{R + r}{2} N = l$$

სადაც $(R + r)/2$ რულონის საშუალო რადიუსია, შედეგად:

$$r = \sqrt{R^2 - \frac{vtd}{\pi}}$$

ბრუნვის კუთხური სიჩქარისთვის გვაქვს პირობა:

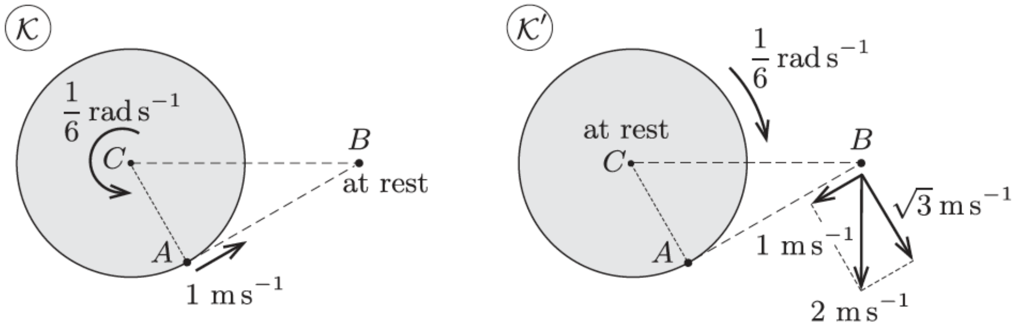
$$\omega r = v$$

საიდანაც:

$$\omega = \frac{v}{\sqrt{R^2 - \frac{vtd}{\pi}}}$$

91 (Mpuzz p2)

ვინაიდან მარიამი მოძრაობს გიორგისკენ, გიორგის პოზიცია B უნდა მდებარეობდეს კარუსელის მხებზე რომელიც ეხება მარიამის A პოზიციას. შედეგად A, B და კარუსელის ცენტრი C ქმნიან მართკუთხა სამკუთხედს. პითაგორას თეორემის გამოყენებით ვიღებთ რომ $AB = 6\sqrt{3}$მ. ასევე ცხადია რომ კარუსელის ტანგენსური სიჩქარე ტოლია 1მ/წმ-ის შედეგად კარუსელის ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა $\omega = \frac{1}{6}$ *რად/წმ*



მარიამი კარუსელის ცენტრში რომ მდგარიყო მაშინ იგი დაინახავდა რომ მის გარშემო ყველაფერი ბრუნავს მის გარშემო ω კუთხური სიჩქარით მაგრამ საპირისპირო მიმართულებით. ანუ ის დაინახავდა გიორგის 12 მეტრით. მოშორებით და ის იმოძრავებდა 12 · 1/6 მ/წმ სიჩქარით მათი შემაერთებელი წრფის მართობულად. მიუხედავად იმისა რომ მარიამი არ ზის კარუსელის ცენტრში იგივე დასკვნაა სამართლიანი ანუ გიორგი მოძრაობს 2მ/წმ სიჩქარით მის და კარუსელის ცენტრის შემაერთებელი წირის მართობულად

92 (1.4.13.)

ცხადია რომ კბილანასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში კბილანებიანი დაფები მოდულით ტოლი მაგრამ საპირისპირო მიმართულებით უნდა მოძრაობდნენ. მოვძებნოთ ეს სისტემა, მარტივი მისახვედრია რომ ეს იქნება:

$$\frac{v_1 - v_2}{2}$$

სიჩქარით მოძრავი სისტემა. შევამოწმოთ, პირველი კბილანის სიჩქარე ამ სისტემაში:

$$v_1 - \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

მეორეს სიჩქარე:

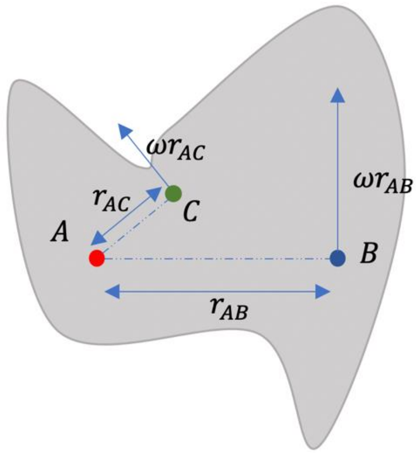
$$-v_2 - \frac{v_1 - v_2}{2} = -\frac{v_2 + v_1}{2}$$

ანუ მოძრაობენ ერთმანეთის საპირისპიროდ მოდულით ტოლი სიჩქარით. კბილანა ბრუნავს $(v_1 + v_2)/2$ სიჩქარით ანუ მისი ბრუნვის სიხშირე:

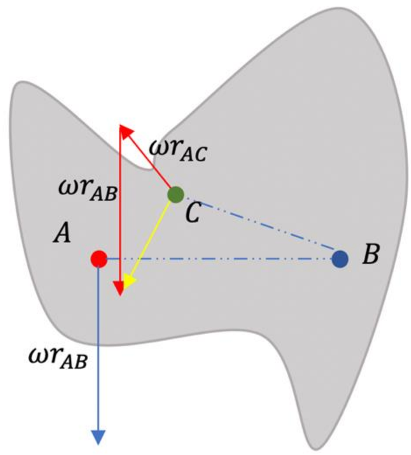
$$\omega = \frac{v_1 + v_2}{2R}$$

93 (ჩემს მიერ შეთხღული)

თუკი მოცემული გვაქვს ბრუნვის ღერძიდან r მანძილით დაშორებული რაიმე წერტილი მაშინ ბრუნვის ცენტრთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მისი სიჩქარეა ωr და მიმართულია ბრუნვის ცენტრისა და ამ წერტილის შემაერთებელი წრფის მართობულად. პირობაში განმარტებულ ფიგურაზე ავიღოთ დამატებით



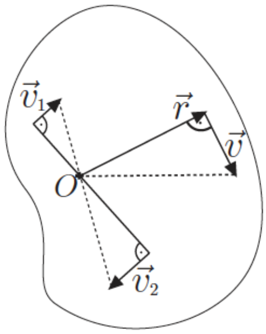
რომელიღაც C წერტილი, სიტუაცია წარმოდგენილია ქვემოთ მოყვანილ ნახაზზე. იგივე სიტუაცია B-სთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, ნაჩვენებია ქვემოთ ნახაზზე:



მარტივად ჩანს რომ ამ სისტემაში A წერტილის სიჩქარე ტოლი იქნება ωr_{AB} და მიმართული იქნება ქვემოთ. რაც შეეხება C წერტილის სიჩქარეს (ყვითელი ვექტორი) იგი ტოლი იქნება მის სიჩქარეს A სთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში გამოკლებული ამავე ათვლის სისტემაში B წერტილის სიჩქარეისა. ცხადია რომ ABC სამკუთხედი მსგავსია ორი წითელი და ერთი ყვითელი ვექტორის მიერ შექმნილი სამკუთხედისა (კუთხე ორ წითელ ვექტორს შორის ტოლია კუთხე CAB სი ხოლო მათი სიგრძეები პროპორციულნი არიან AC, და AB ვექტორთა სიგრძეებისა). შედეგად ყვითელი ვექტორის სიგრძეა ωr_{CB}, ხოლო იგი მიმართული იქნება CB-ს მართობულად. მაშასადამე B წერტილის მიმართ გვაქვს ზუსტად იგივე სიტუაცია, სხეული მის გარშემო ბრუნავს ω კუთხური სიჩქარით.

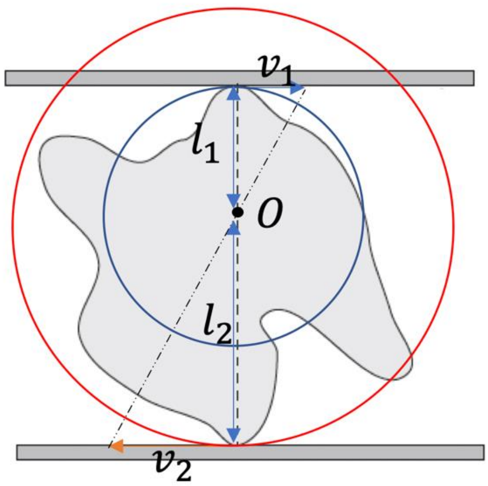
94 (კალდა კინემატიkა pr 23.)

მყარი სხეულის მოძრაობა ყოველთვის შეიძლება განხილული იყოს როგორც ბრუნვა მყისიერი ბრუნვის ღერძის გარშემო (2D სხეულებისათვის ბრუნვის



ცენტრი) გარკვეული კუთხური სიჩქარით.
ბრუნცის ცენტრი შესაძლებელია დადგენილი იქნას თუკი:
ა) ჩვენ ვიცით ორი წერტილის სიჩქარის მიმართულებები და ეს მიმართულებები არ არიან პარალელური, ამ შემთხვევაში ბრუნვის ცენტრი იქნება ამ წერტილებზე შესაბამისი სიჩქარეების მართობების კვეთის წერტილი.
ბ) ჩვენ ვიცით ორი წერტილის სიჩქარეები და ეს სიჩქარეები არიან პარალელურნი ასევე ისინი მართობულნია არიან ამ წერტილთა შემაერთებელი წრფისა. ამ შემთხვევაში ბრუნის ცენტრი მოთავსებული იქნება ამ წერტილების შემაერთებელი წრფისა და სიჩქარეების ვექტორთა ბოლოების შემაერთებილი წრფის კვეთის წერტილი (იხ ნახაზი).

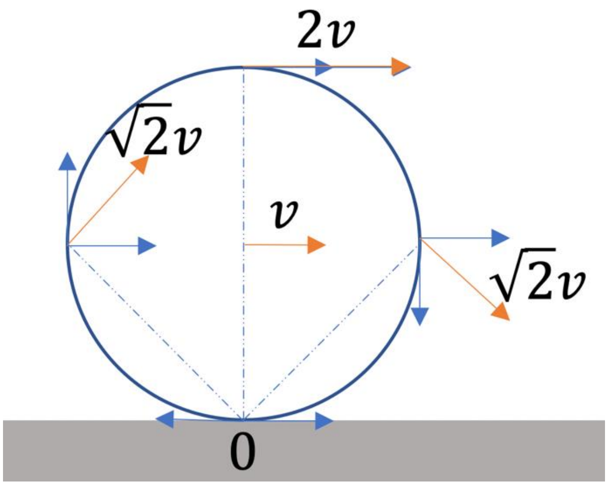
ახლა დავუბრუნდეთ ჩვენს ამოცანას, ცხადია რომ ყველა ის წერტილი რომელსაც გააჩნიათ მოდულით ერთიდაიგივე სიჩქარე, მდებარეობენ მყისიერი ბრუნვის ცენტრიდან თანაბრად დაშორებული მანძილით. ანუ ამოცანა დავიდა ბრუნვის



მყისიერი წერტილის პოვნაზე, ჩვენი შემთხვევა შეესაბამება ზემოთ აღწერილი შემთხვევებიდან ზ) ვარიანტს, ავაგოთ ბრუნვის ცენტრი:
ნახაზზე დახაზულია l_1 და l_2 რადიუსის წრეწირები მათი მყარ სხეულთან კვეთის წერტილები სწორედაც საძიებელი წერტილებია. l_1-რადიუსს შეესაბამება v_1 სიჩქარის წერტილები ხოლო l_2 რადიუსს შეესაბამება v_2 სიჩქარის წერტილები.

95 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ. 53 ამოცანა 13)

ყოველ მომენტში ბორბლის დედამიწასთან შეხების წერტილი უძრავია (გორვის განმარტებიდან გამომდინარე) სისტემაში რომელიც დაკავშირებულია ბორბალთან ბორბლის ფერსო ბრუნავს v სიჩქარით. მაშასადამე დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში უნდა შევკრიბოთ ფერსოს გასწვრივ v სიჩქარეები და პარალელური გადატანის v სიჩქარე როგორც ეს ნახაზზეა წარმოდგენილი:



ყოველ მომენტში მთლიანი ბორბალი ბრუნავს დედამიწასთან შეხების წერტილის გარშემო $\omega = v/R$ კუთხური სიჩქარით.

თუკი მოცემულია ბრუნვის სიხშირე შეგვიძლია დავთვალოთ ბრუნვის კუთხური სიჩქარე:

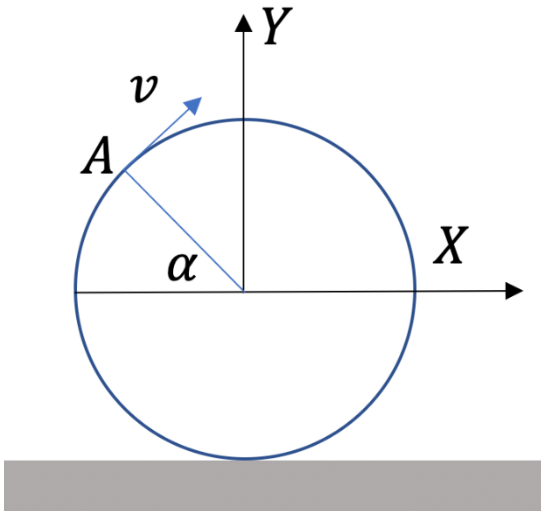
$$\omega = 2\pi\nu$$

შედეგად:

$$v = \omega R$$

96 (გედენიძე 852.)

კოორდინატთა სისტემა დავუკავშიროთ ავტომობილს, ათვლის სათავედ ავირჩიოთ ბორბლის ცენტრი. X ღერძი მივმართოთ ჰორიზონტალურად ავტომობილის მოძრაობის მიმართულებით, Y ღერძი შვეულად ზევით. რადგან ავტომობილი მოძრაობს ჰორიზონტალურად და თანაბრად, ათვლის არჩეულ



სისტემაში ბორბლის წერტილების სიჩქარის შვეული მდგენელი ისეთივეა, როგორც დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, ამიტომ წვეთის ასვლის მაქსიმალური სიმაღლე ამ ორ ათვლის სისტემაში ერთი და იგივე იქნება. წვეთები ბორბალს შესაძლოა სხვადასხვა წერტილში მოსწყდეს. განვიხილოთ მაგალითად A წერტილში მოწყვეტილი წვეთის მოძრაობა. ბორბლიდან მოწყვეტის შემდეგ წვეთები იწყებენ თავისუფალ ვარდნას, შედეგად აჩქარების გეგმილები $a_x = 0$, $a_y = -g$ საიდანაც კოორდინატთა დროზე დამოკიდებულება:

$$x = -Rcos(\alpha) + vtsin(\alpha)$$

$$y = Rsin(\alpha) + vtcos(\alpha) - \frac{gt^2}{2}$$

წვეთის სჩქარის შვეული კომპონენტი $v_y = vcos(\alpha) - gt$. ტრაექტორიის უმაღლეს წერტილში $v_y = 0$ ამიტომ:

$$t_1 = \frac{vcos(\alpha)}{g}$$

საიდანაც მაქსიმალური სიმაღლე:

$$y' = Rsin(\alpha) + \frac{v^2\cos^2(\alpha)}{2g} = -\frac{v^2\sin^2(\alpha)}{2g} + Rsin(\alpha) + \frac{v^2}{2g}$$

ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ ასვლის უდიდესი სიმაღლე y' დამოკიდებულია α კუთხეზე ანუ მოწყვეტის წერტილზე. $sin(\alpha)$-ს კვადრატული განტოლებისთვის ცხადია რომ y' მაქსიმუმი აქვს მაშინ როდესაც:

$$sin(\alpha) = \frac{Rg}{v^2}$$

თუკი

$$\frac{Rg}{v^2} \leq 1$$

ანუ ავტომობილი საკმაოდ სწრაფად მოძრაობს, მაშინ

$$sin(\alpha) = \frac{Rg}{v^2}$$

და

$$y' = \frac{gR^2}{2v^2} + \frac{v^2}{2g}$$

თუკი

$$\frac{Rg}{v^2} > 1$$

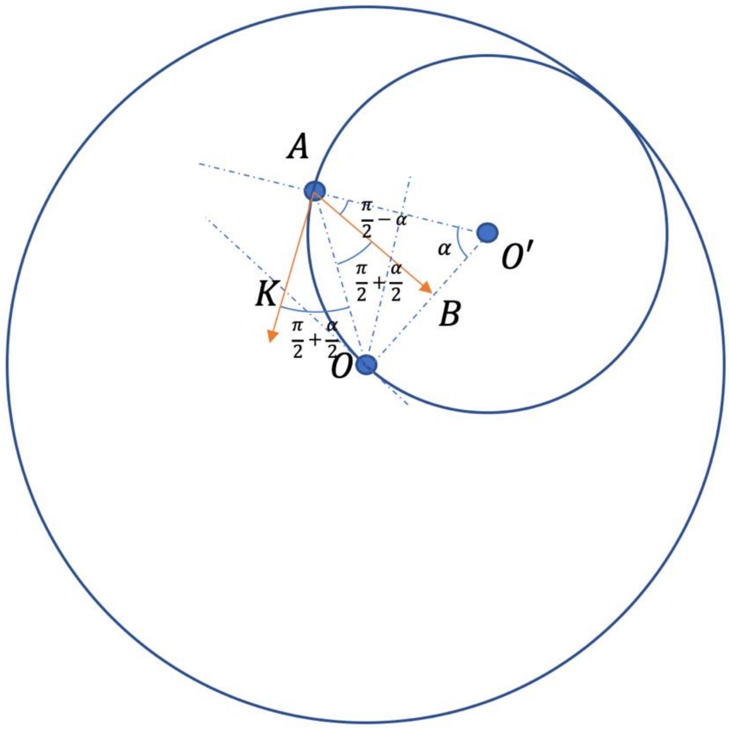
მაშინ

$$sin(\alpha) = 1$$

ანუ მაქსიმუმს აღწევს ის წვეთი რომელიც არ წყდება ბორბალს.

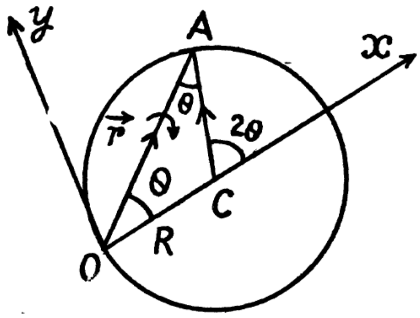
97 (◊1.5.10.)

განვიხილოთ ბორბლის ფერსოს რომელიღაც A წერტილი ცხადია მისი სიჩქარე ტოლია ბორბლის ბრუნვის შედეგად მხების გასწვრივ ωR სიჩქარეს დამატებული ბორბლის ცენტრის გადატანითი ωR სიჩქარე (მიმართული ბორბლის ცენტრისა და ცილინდთან შეხების წერტილის შემაერთებელი წირის მართობულად). დავუშვათ კუთხე $AO'O$ α-ს ტოლია ვინაიდან სამკუთხედი ABO' მართია (იხილეთ ნახაზი), კუთხე BAO' ტოლია $\pi/2-\alpha$, მეორეს მხრივ სამკუთხედი $AO'O$ ტოლფერდაა შედეგად კუთხე OAO' ტოლია $\pi/2-\alpha/2$ საიდანაც კუთხე BAO ტოლია $\pi/2\ +\alpha/2$. კუთხე KAO' მართია შედეგად კუთხე KAO ტოლია $\pi/2\ +\alpha/2$.



შედეგად A წერტილის სიჩქარე მდებარეობს დიამეტრალურ ხაზზე, ვინაიდან ეს სამართლიანია ყველა წერტილისათვის დროის ნებისმიერ მომენტში გამოდის რომ ბორბალის ფერსოს წერტილები მოძრაობენ დიამეტრზე.

98 (◊**1.5.12**.)



ნახაზიდან ჩანს რომ მძივის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე ცენტრის მიმართ:

$$\omega' = \frac{\Delta(2\theta)}{\Delta t} = 2\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = 2\omega = const$$

შედეგად აჩქარება:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = (2\omega)^2 R = 4\omega^2 R$$

99 (◊1.5.2.)

კოჭა მოძრაობისას იმდენით ჩამოდის ქვემოთ (ან ადის ზემოთ) რამდენითაც თოკი მოიშვებს (დაეხვევა) გარე ცილინდრს, კოჭას მოშვების (დახვევის) სიჩქარე არის ωR, შესაბამისად ცენტრის სიჩქარე დედამიწის მიმართ:

$$v_კ = \omega R$$

იგი, მიმართულია ქვემოთ თუკი თოკი ეშვება გარე ცილინდრს, წინააღმდეგ შემთხვევაში იგი მიმართულია ზემოთ.

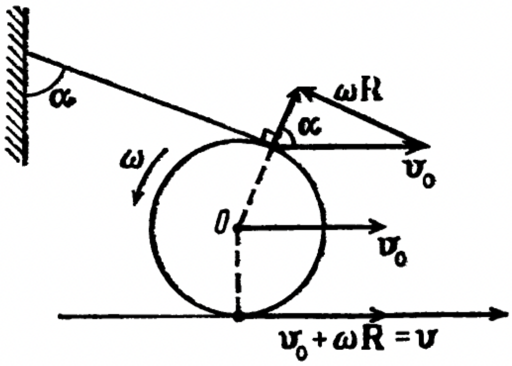
რაც შეეხება ტვირთს, გადავიდეთ კოჭასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, აქ ტვირთის ასვლის (ჩამოსვლის) სიჩქარეა, $v'_ტ = \omega r$ ამასთან იგი მიმართულია ზემოთ თუკი გარე ცილინდრზე ეშვება წინააღმდეგ შემთხვევაში იგი მიმართულია ზემოთ. შესაბამისად ტვირთის სიჩქარე დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში:

$$v_ტ = \omega(R - r)$$

მისი მიმართულება ემთხვევა კოჭის მოძრაობის მიმართულებას.

100 (კალდა კინემატიკა pr 26.)

ვთქვათ იმ მომენტში როდესაც, ძაფი ვერტიკალთან ქმნის α კუთხეს, ცილინდრის ღერძს გააჩნია v_0 სიჩქარე, ხოლო ცილინდრი ბრუნავს ω კუთხური სიჩქარით. ცილინდრის მოძრაობა წარმოადგენს v_0 სიჩქარით გადატანითი მოძრაობის და ω კუთხური სიჩქარით ბრუნვის ჯამს. ვთქვათ ცილინდრის რადიუსია R. ვინაიდან ცილინდრის მოძრაობისას ძაფი მუდმივად დაჭიმულია, ცილინდრის იმ



წერტილის სიჩქარე რომელიც ძაფს ეხება, მიმართული იქნება ძაფის მართობულად (ძაფის უჭიმვადობის პირობის თანახმად ამ წერტილის სიჩქარის გეგმილი ძაფის გასწვრივ უნდა იყოს ნული ვინაიდან ერთი წერტილი უკვე უძრავია (კედელზე დამაგრების წერტილი)), შედეგად შეგვიძლია დავწეროთ

$$v_0 \sin(\alpha) = \omega R$$

იმ წერტილის სიჩქარე რომელიც ეხება ჰორიზონტალურად v სიჩქარით მოძრავ ზედაპირს, იქნება:

$$v = v_0 + \omega R$$

შედეგად ცილინდრის სიჩქარე:

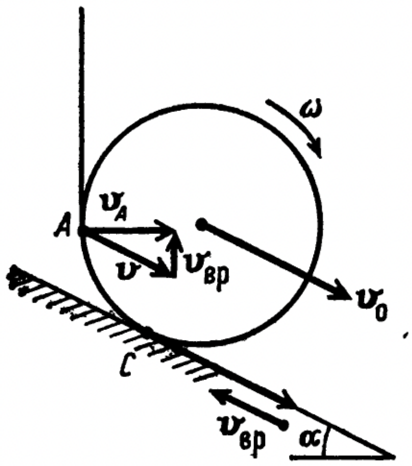
$$v_0 = \frac{v}{1 + \sin(\alpha)}$$

101 (კვანტის ბიბლიოთეკა გამოცემა 81 ამოცანა 1.11)

განვიხილოთ შემდეგი სიტუაცია: უჭიმვადი ძაფი ერთი ბოლოთი დამაგრებულია ხოლო მეორე ბოლო დახვეულია მოძრავ ცილინდრზე (რომელიც განიცდის ბრტყელ მოძრაობას), ასევე დავუშვათ რომ მოძრაობისას ძაფი მუდმივად დაჭიმულია. მაშასადამე ნებისმიერ მომენტში ძაფის ნაწილი წარმოადგენს სწორ ხაზს რომელიც ეხება ცილინდრს, ხოლო დარჩენილი ნაწილი დახვეულია ცილინდრზე. ვინაიდან თოკი უჭიმვადია, თოკის იმ წერტილებს რომლებიც მდებარეობენ სწორ ხაზზე ექნებათ თოკის მართობული სიჩქარეები. ცილინდრის

მიმართ ცილინდრზე დახვეული თოკის წერტილები უძრავნი არიან (წინააღმდეგ შემთხვევაში თოკი ან გაწყდებოდა ან მოეშვებოდა), შედეგად თოკის ამ წერტილთა სიჩქარეები დროის ნებისმიერ მომენტში ტოლია ცილინდრის იმ წერტილთა სიჩქარეებისა რომელიც მას ეხება. თოკის იმ წერტილს რომელიც წარმოადგენს საზღვარს სწორხაზოვან და დახვეულ უბანს შორის განსაკუთრებული მნიშვნელობააქ. იგი აკმაყოფილებს როგორც ცილინდრზე დახვეული თოკის უბნის თვისებებს ასევე სწორხაზოვანი უბნის წერტილების თვისებებს. ესეიგი ერთის მხრივ მისი სიჩქარე უნდა იყოს თოკის მართობულად მიმართული და მეორესმხრივ ცილინდრის მიმართ იგი უნდა იყოს უძრავი.

ახლა განვიხილოთ დროის ის მომენტი, როდესაც ძაფის სწორხაზოვანი



უბანი ვერტიკალურია (იხილეთ ნახაზი). ზემოთ ნათქვამიდან გამომდინარე, ძაფის ვერტიკალური უბნის ქვედა წერტილს და მასთან შეხებაში მყოფ ცილინდრის A წერტილს გააჩნიათ ერთნაირი ჰორიზონტალურად მიმართული სიჩქარე $\overrightarrow{v_A}$. ცილინდრის მოძრაობა განვიხილოთ როგორც მისი გადატანითი დახრილი სიბრტყის გასწვრივ $\overrightarrow{v_0}$ სიჩქარით მოძრაობის (ცილინდრის ღერძის სიჩქარე) და თავისი ღერძის გარშემო საათის ისრის მიმართულებით ω კუთხური სიჩქარით ბრუნვის ჯამი. ამ შემთხვევაში A წერტილის სიჩქარე:

$$\overrightarrow{v_A} = \overrightarrow{v'_{Bp}} + \overrightarrow{v_0}$$

ადვილი დასანახია რომ $\left|\overrightarrow{v_{Bp}}'\right| = \omega R,\ \overrightarrow{v_A} \perp \overrightarrow{v'_{Bp}}$ საიდანაც:

$$v_0 = \frac{\omega R}{\sin(\alpha)}$$

ანალოგიური განტოლება მიიღება C წერტილისათვისაც:

$$\overrightarrow{v_c} = \overrightarrow{v_0} + +\overrightarrow{v_{Bp}}''$$

ვინაიდან C წერტილის სიჩქარის ვექტორი მიმართულია დახრილი ზედაპირის გასწვრივ, მივიღებთ შემდეგ ტოლობას:

$$v_C = v_0 - \omega R$$

საიდანაც:

$$v_C = \frac{\omega R}{\sin(\alpha)} - \omega R = \omega R \frac{1 - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$
$$v_A = v_0 \cos(\alpha) = \omega R ctg(\alpha)$$

შედეგად:

$$v_0 = \frac{\omega R}{\sin(\alpha)}$$
$$v_C = \frac{\omega R(1 - \sin(\alpha))}{\sin(\alpha)}$$

102 (◊ 1.5.9*.)

განვიხილოთ A წერტილი, ამ წერტილის სიჩქარე ძაფის გასწვრივ ცხადია v-ს ტოლია, მეორეს მხრივ ამ წერტილის სიჩქარე შეგვიძლია დავუკავშიროთ კოჭის ბრუნვას:

$$v = \omega R cos(\alpha) - \omega r$$

საიდანაც:

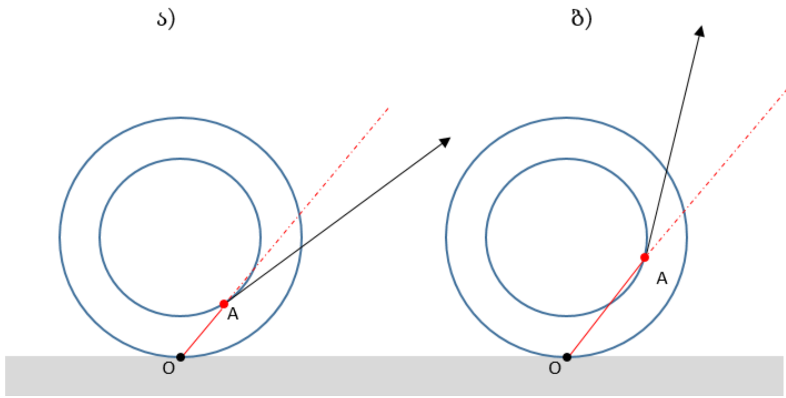
$$\omega = \frac{v}{R cos(\alpha) - r}$$

ხოლო კოჭას ცენტრის სიჩქარე:

$$u = \frac{vR}{R cos(\alpha) - r}$$

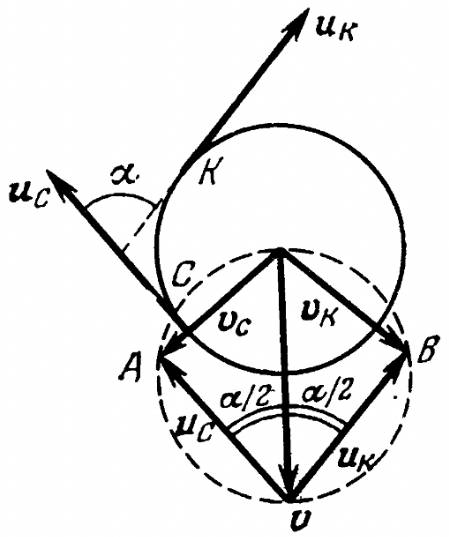
რაც შეეხება სხეულის გორვის მიმართულებას, სხეული დაიწყეს მარჯვნივ გორვას თუკი წრფე OA არის ისე განლაგებული რომ ძაფის მის მარჯვნივაა, წინააღმდეგ შემთხვევაში კოჭა მარცხნივ გორვას დაიწყებს, კრიტიკული კუთხისთვის შემდეგნაირი გამოსახულება გვაქვს (OA ემთხვევა ძაფის მიმართულებას):

$$\cos(\alpha) = \frac{r}{R}$$



103 (კვანტის ბიბლიოთეკა გამოცემა 5, ამოცანა 6)

დისკის ცენტრთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, C და K წერტილთა სიჩქარეები u_C და u_K, ωR-ის ტოლნი არიან და მიმართულნი არიან ძაფთა გასწვრივ. დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, ამ წერტილთა სიჩქარეები მიმართულნი არიან ძაფთა მართობულად (ძაფები უჭიმვადნი არიან!).

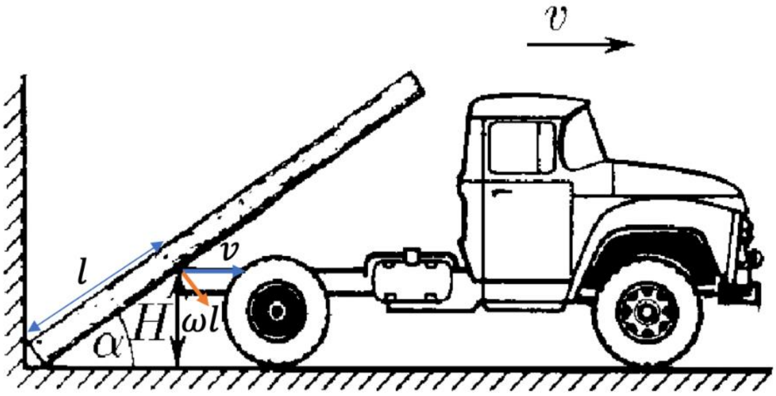


შედეგად, თუკი v არის დისკის ცენტრის სიჩქარე მაშინ, მმაშინ ვექტორი $v_C = u_C + v$ (იხილეთ ნახაზი) პერპენდიკულარულია u_C ვექტორისა.
ხოლო ვექტორი $v_K = u_K + v$ პერპენდიკულარულია u_K ვექტორისა. ეს ნიშნავს რომ, A და B წერტილები მდებარეობენ v დიამეტრის წრეწირზე. ნახაზიდან ჩანს რომ v ვექტორი თითოეულ ძაფთან ადგენს $\alpha/2$ კუთხეს. შედეგად:

$$v = \frac{u_C}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\omega R}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

104 (◊1.5.17.)

ამ ამოცანის ამოხსნისათვის უნდა გვესმოდეს, რომ თუ ორი სხეული მოძრაობისას ერთმანეთს ეხება მაშინ შემხები წერტილების სიჩქარეების გეგმილები საერთო



მხები ზედაპირის მართობულ ღერძზე ერთმანეთის ტოლია.
ვთქვათ მორის კუთხური სიჩქარეა ω, მაშინ მანქანის და მორის შეხების წერტილის მხების მართობული მდგენელი:

$$v = \omega l$$

აქ $l = H/\sin(\alpha)$ არის მანძილი შეხების წერტილსა და კუთხეს შორის. ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე:

$$\omega l = v sin(\alpha)$$

საიდანაც:

$$\omega = \frac{v sin^2(\alpha)}{H}$$

105 (◊1.5.18*. (მეცხრეს დამატებითი გვ 5 ამოცანა 2.5))

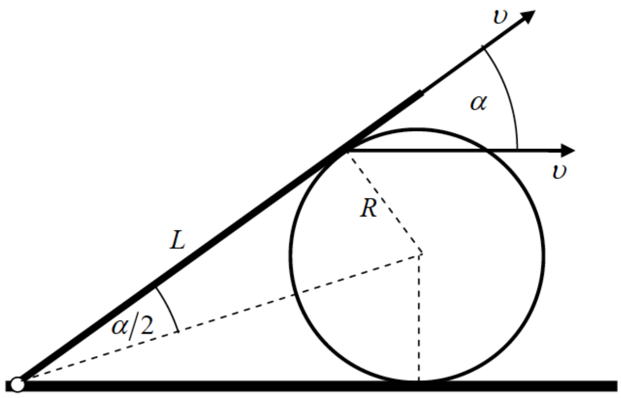
თუ სხეულები არ სრიალებენ ერთმანეთზე, მაშინ ერთმანეთის ტოლია შემხები წერტილების სიჩქარეების გეგმილები საერთო მხებ ღერძზე. ჩვენს შემთხვევაში რადგანაც ცილინდრი არ სრიალებს უძრავ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე, ამიტომ ზედაპირთან ცილინდრის შემხები წერტილები უძრავია. ამ ფაქტისა და სიჩქარეთა გარდაქმნის წესის გამოყენებით ვასკვნით, რომ ცილინდრის ღერძის სიჩქარე ჰორიზონტალური ზედაპირის მიმართ და ცილინდრის გვერდით ზედაპირის წერტილების ბრუნვის სიჩქარე ღერძის მიმართ მოდულებით ერთმანეთის ტოლია:

$$v = \Omega R$$

სადაც Ω ცილინდრის ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა, ხოლო R-ცილინდრის რადიუსი.

თუ ორი სხეული მოძრაობისას ერთმანეთს ეხება მაშინ შემხები წერტილების სიჩქარეების გეგმილები საერთო მხები ზედაპირის მართობულ ღერძზე ერთმანეთის ტოლია. რადგანაც ღერო ეხება ცილინდრს, ამიტომ მათი შემხები წერტილების სიჩქარეების ტოლი გეგმილები აქვთ ღეროს მართობულ ღერძზე. ღეროსთვის ეს გეგმილია ωL, სადაც L სახსრიდან ცილინდრთან ღეროს შეხების წერტილამდე მანძილია (იხილეთ ნახაზი). ღეროსთან ცილინდრის შემხები წერტილის სიჩქარეა ღერძის სიჩქარისა და ღერძის გარშემო ცილინდრის ბრუნვის სიჩქარის ვექტორული ჯამი. ეს სიჩქარეები, როგორც უკვე ავღნიშნეთ, მოდულით ერთმანეთის ტოლია. მისი გეგმილი ღეროს მართობულ ღერძზე არის:

$$vsin(\alpha) = \Omega Rsin(\alpha) = \Omega Ltg\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin(\alpha) = \Omega L\frac{sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\,2sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2\Omega Lsin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$



ნახ. 2.2

ამრიგად,

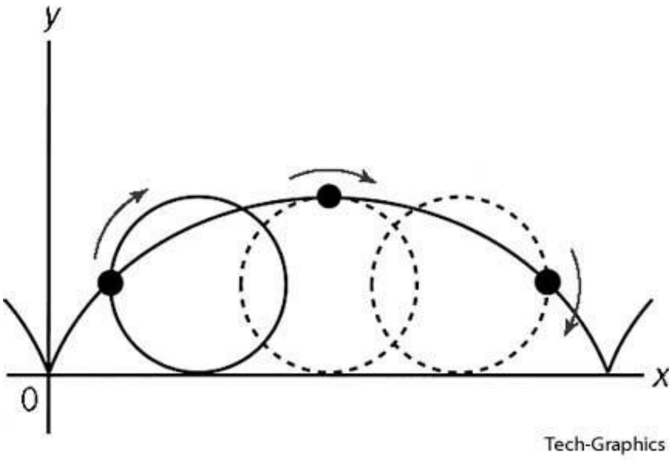
$$\omega L = 2\Omega Lsin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

საიდანაც:

$$\Omega = \frac{\omega}{2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

106 (ჩხაიძე კინემატიკა გვერდი 55, ამოცანა 32)

ნახაზზე სქემატურად ნაჩვენებია ბორბლის ერთერთი წერტილის მოძრაობის ტრაექტორია, მათემატიკაში ამ ტრაექტორიას ციკლოიდს უწოდებენ.



ტრაექტორიის მაქსიმალურ სიმაღლეზე ფერსოს წერტილის სიჩქარე დედამიწის მიმართ არის:

$$2v = 2\omega R$$

სადაც ω ცილინდრის ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა. ამ წერტილის აჩქარებაა:

$$a = \frac{4\omega^2 R^2}{R_{ზედა}}$$

მეორეს მხრივ ჩვენ ვიცით რომ სხეულის აჩქარება არ იცვლება ერთი თანაბარი სიჩქარით მოძრავი სისტემიდან მეორე თანაბარი სიჩქარით მოძრავ სისტემაში გადასვლით. ცილინდრთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში:

$$a = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \frac{4\omega^2 R^2}{R_{ზედა}}$$

შედეგად:

$$R_{ზედა} = 4R$$

რადიუსის ტოლ სიმაღლეზე ფერსოს წერტილის სიჩქარე:

$$\sqrt{v^2 + v^2} = \sqrt{2}\omega R$$

აჩქარების ცენტრისკენული კომპონენტი დედამიწის მიმართ:

$$a_{ც} = \frac{2\omega^2 R^2}{R_{შუა}}$$

ცილინდრთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ჯამური აჩქარება ცენტრისკენულის ტოლია:

$$a = \omega^2 R$$

და მიმართულია ჰორიზონტალურად მარჯვნივ. დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ჯამური აჩქარება იგივე იქნება. მაგრამ წინა შემთხვევისგან განსხვავებით აქ ტანგენციალური კომპონენტიც გვაქვს. ამიტომ ცენტრისკენული კომპონენტი:

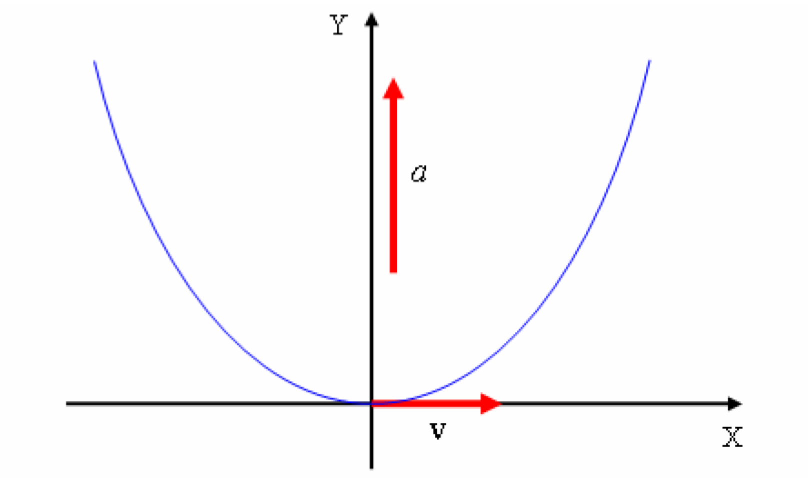
$$a_ც = \frac{2\omega^2 R^2}{R_{შუა}} = a\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

საიდანაც:

$$R_{შუა} = \frac{2R}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{4R}{\sqrt{2}}$$

107 (ჩხაიძე კინემატიკა გვერდი 49, ამოცანა 11.3)

განვიხილოთ ეს პარაბოლა, როგორც იმ სხეულის ტრაექტორია, რომელსაც ყველა წერტილში აქვს Y ღერძის გასწვრივ მიმართული a აჩქარება და X ღერძის გასწვრივ მიმართული v სიჩქარე.



წვეროს გავლის მომენტში სხეულის აჩქარება ცენტრისკენულია, ამიტომ გვექნება:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

საძიებელი სიმრუდის რადიუსისთვის გვექნება:

$$R = \frac{v^2}{a}$$

ცხადია, რომ წვეროში პარაბოლის სიმრუდის რადიუსი პარაბოლის მახასიათებელი b პარამეტრით უნდა გამოისახოს. აჩქარების შეცვლისას სათანადოდ უნდა შეიცვალოს სიჩქარე, რომ ტრაექტორია მოცემული პარაბოლა დარჩეს. დავაკავშიროთ v სიჩქარე b პარამეტრთან და a აჩქარებასთან. საწყის მომენტად მივიჩნიოთ წვეროს გავლის მომენტი. ამ პირობებში შეგვიძლია დავწეროთ კოორდინატის დროზე დამოკიდებულების ფორმულები:

$$x = vt, \quad y = \frac{at^2}{2}$$

ამ კოორდინატებმა უნდა დააკმაყოფილოს პარაბოლის განტოლება. პარაბოლის განტოლებაში კოორდინატების გამოსახულების ჩასმით ვიღებთ:

$$\frac{at^2}{2} = bv^2t^2$$

საიდანაც

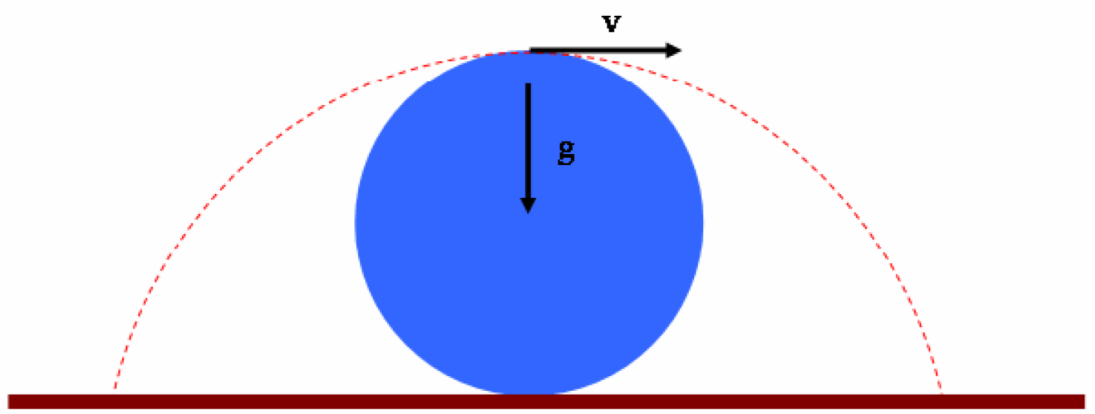
$$v^2 = \frac{a}{2b}$$

ამ გამოსახულების ხევითა ფორმულაში ჩასმით მივიღებთ:

$$R = \frac{1}{2b}$$

108 (1.3.27*. (ჩხაიძე კინემატიკა გვ 46 ამოცანა 11.1))

დედამიწიდან გასროლილი ქვა პარაბოლაზე მოძრაობს. მისი სიმრუდის რადიუსი



სხვადასხვა არის სხვადასხვა წერტილში. ჩვენი ამოცანის პირობებში პარაბოლა შეეხო სფეროს მის ზედა წერტილში. ცხადია ამ პარაბოლის სიმრუდის რადიუსი ზედა წერტილში არ შეიძლება აღმოჩნდეს სფეროს რადიუსზე უფრო მცირე ამრიგად გვაქვს შეზღუდვა:

$$R_{სიმ} \geq R$$

ტრაექტორიის ზედა წერტილში სიმრუდის რადიუსის ეს შემოსაზღვრა დაკავშირებული იქნება ამ წერტილში ქვის სიჩქარის შემოსაზღვრასთან. მართლაც, სხეულის აჩქარება ყველგან არის თავისუფალი ვარდნის აჩქარება. ეს აჩქარება ყველა წერტილშ არ არის ცენტრისკენული, მაგრამ ტრაექტორიის ზედა წერტილში ის ცენტრისკენული აჩქარებაა. ამიტომ, თუ ზედა წერტილში ქვის სიჩქარეს ავღნიშნავთ v-თი, გვექნება:

$$g = \frac{v^2}{R_{სიმ}}$$

საიდანაც

$$R_{სიმ} = \frac{v^2}{g}$$

თუ ამ გამოსახულებას ჩავსვამთ თავში მოცემულ უტოლობაში მივიღებთ:

$$\frac{v^2}{g} \geq R \Rightarrow v^2 \geq gR$$

ამრიგად, ტრაექტორიის ზედა წერტილში მინიმალური შესაძლებელი სიჩქარისთვის მიიღება:

$$v_{min}^2 = gR$$

დედამიწის ზედაპირიდან გასროლის მინიმალური სიჩქარეს ვიპოვით ენერგიის მუდმივობის კანონის გამოყენებით:

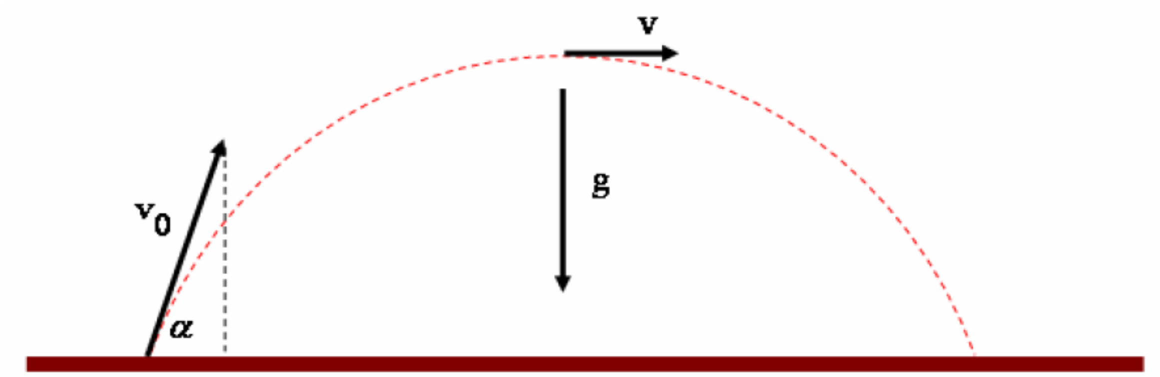
$$\frac{mv_{0min}^2}{2} = \frac{mv_{min}^2}{2} + mg2R$$

საიდანაც:

$$v_{0min} = \sqrt{5gR}$$

109 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ 47 ამოცანა 11.2)

ა) ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის ტრაექტორია პარაბოლაა. ტრაექტორიის ნებისმიერ წერტილში სხეულის აჩქარებაა თავისუფალი ვარდნის აჩქარება. ეს აჩქარება ყველა წერტილში არ არის ცენტრისკენული, მაგრამ



ტრაექტორიის ზედა წერტილში ის ცენტრისკენული აჩქარებაა.

ცენტრისკენული აჩქარების ფორმულის გამოყენებით გვექნება:

$$g = a_{ც} = \frac{v^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{v^2}{g}$$

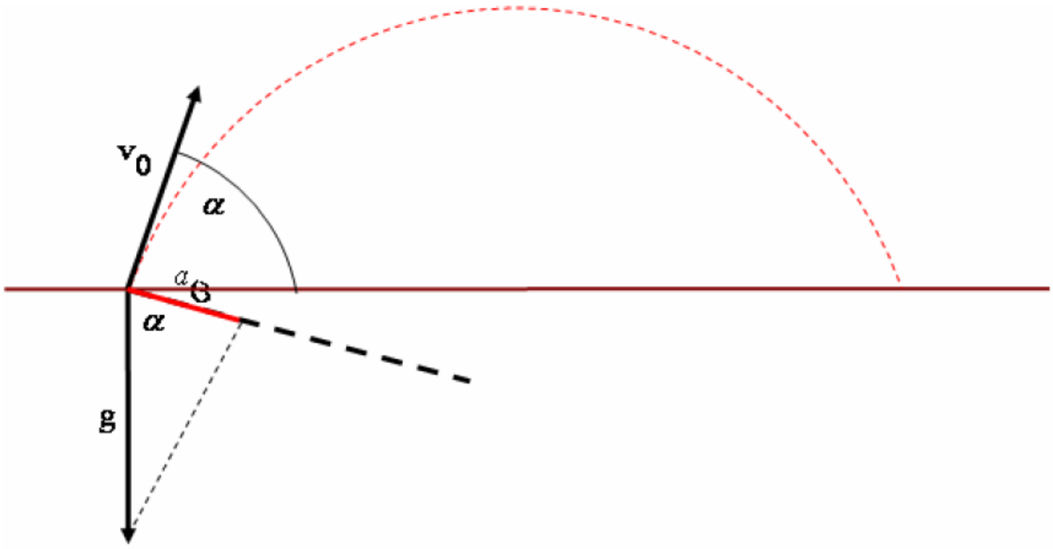
სადაც R_1 ტრაექტორიის სიმრუდის რადიუსია ზედა წერტილში, ხოლო v სხეულის სიჩქარე ზედა წერტილში. ეს უკანასკნელი:

$$v = v_0 \cos(\alpha)$$

თუ სიჩქარის გამოსახულებას ჩავსვამთ ზედა ფორმულაში მივიღებთ:

$$R_1 = \frac{v_0^2 \cos^2(\alpha)}{g}$$

ბ) წინა შემთხვევისგან განსხვავებით, საწყის წერტილში ცენტრისკენული აჩქარება არის თავისუფალი ვარდნის აჩქარების გეგმილი რადიუსის გასწვრივ ღერძზე ანუ



სიჩქარის ვექტორის მართობ ღერძზე.

ნახატის გამოყენებით ვპოულობთ, რომ:

$$a_{ც} = gcos(\alpha)$$

ცენტრისკენული აჩქარების ფორმულიდან ტრაექტორიის საწყის წერტილში სიმრუდის R_2 რადიუსი მიიღება:

$$R_2 = \frac{v_0^2}{a_{ც}} = \frac{v_0^2}{gcos(\alpha)}$$

110 (დამატებითი გვ. 5 ამოცანა 2.4)

მუდმივი კუთხური აჩქარების მქონე სხეულის კუთხური სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

სადაც ω_0 სხეულის საწყისი კუთხური სიჩქარეა ხოლო ε კუთხური აჩქარებაა. მაშასადამე ჩვენს შემთხვევაში:

$$\omega = \varepsilon t$$

მობრუნების კუთხე:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

ჩვენს შემთხვევაში:

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

სხეულის ცენტრისკენული აჩქარება:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \varepsilon^2 t^2 R = 2\varphi\varepsilon R$$

ტანგენციალური აჩქარება:

$$a_\tau = \varepsilon R$$

აჩქარებასა და სიჩქარეს შორის კუთხის ტანგენსი:

$$tg(\alpha) = \frac{a_c}{a_\tau} = 2\varphi$$

ჩვენს შემთხვევაში $\varphi = 2\pi$ ესეიგი $tg(\alpha) = 4\pi$

111 (1.3.25.)

სხეულის ცენტრისკენული აჩქარების დროზე დამოკიდებულება:

$$a_C = \frac{v^2}{r} = \frac{k^2 t^2}{r}$$

ტანგენციალური აჩქარება:

$$a_\tau = \frac{\Delta v}{\Delta t} = k$$

სრული აჩქარების მოდული:

$$a = \sqrt{a_C^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\frac{k^4 t^4}{r^2} + k^2} = k\sqrt{1 + \frac{k^2 t^4}{r^2}}$$

112 (ჩხაიძე კინემატიკა გვერდი 55, ამოცანა 31)

სხეულის ნებისმიერი წერტილის ტანგენციალური აჩქარება:

$$a_t = \varepsilon r$$

ხოლო ცენტრისკენული აჩქარება:

$$a_c = \omega^2(t) r$$

მაშასადამე უნდა ვიპოვოთ კუთხური სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება. $\varepsilon(t)$ ს გრაფიკი წარმოადგენს $\varepsilon - t$ სიბრტყეში წრფეს რომელიც გადის საკოორდინატო სიბრტყის სათავეზე და t ადგენს $tg(\alpha) = b$ კუთხის ტანგენსს. გავიხსენოთ თუ როგორ მივიღეთ თანაბარაჩქარებული მოძრაობისას სხეულის განვლილი მანძილი, ჩვენ ვიპოულობდით ფართობს დათვლის ამ წრფის ქვემოთ მოქცეულ არეში. ამ შემთხვევაშიც ზუსტად ანალოგიურად:

$$\omega(t) = \frac{bt^2}{2}$$

შედეგად, სხეულის სიჩქარესა და აჩქარებას შორის კუთხის ტანგენსი:

$$tg(\alpha) = \frac{a_c}{a_t} = \frac{\omega^2(t) r}{\varepsilon r} = \frac{b^2 t^4}{4b^2 t^2} = \frac{t^2}{4}$$

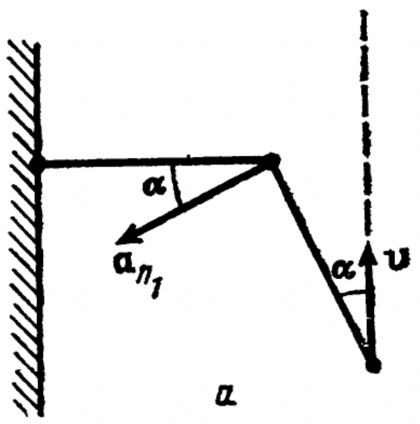
საიდანაც:

$$t = 2\sqrt{tg(\alpha)}$$

113 (კვანტის ბიბლიოთეკა გამოცემა 81 კინემატიკა ამოცანა 1.9)

ვინაიდან სისტემის მარცხენა ბოლო დამაგრებულია, სახსარი იმძრავებს $R = 2a$ რადიუსის წრეწირზე, და დროის ნებისმიერ მომენტში მისი სიჩქარის ვექტორი ჯოხის მართობული იქნება. იმ მომენტში როდესაც მარცხენა ჯოხი ჰორიზონტალურია, სახსრის სიჩქარე მიმართულია ვერტიკალურად ზევით. ასევე მარჯვენა ჯოხის ბოლოსაც გააჩნია ვერტიკალური სიჩქარე, მარჯვენა ჯოხის უჭიმვადობიდან გამომდინარეობს რომ ამ მომენტში მისი ბოლოების სიჩქარეები იქნება v-ს ტოლი. მარჯვენა ჯოხის მარჯვენა ბოლოსთან ერთად მუდმივი v სიჩქარით მოძრავი ათვლის სისტემის მიმართ, იმ მომენტში როდესაც მარცხენა ჯოხი ჰორიზონტალურია სახსარი უძრავი იქნება, ამიტომ მისი აჩქარება შესაძლებელია რომ მიმართული იყოს მხოლოდ მარჯვენა ხოხის მართობულად. ვინაიდან ორ ინერციულ სისტემებს შორის გადასვლისას აჩქარება არ იცვლება ზუსტად იგივე აჩქარება გვექნება უძრავ სისტემაშიც. სახსრის ჯამური $\vec{a}_{n_1}$ აჩქარების ვექტორის გეგმილი მარცხენა ჯოხის გასწვრივ წარმოადგენს ცენტრისკენულ აჩქარებას ამიტომ (იხილეთ ნახაზი):

$$a_{n_1}\cos(\alpha) = a_n = \frac{v^2}{2a}$$



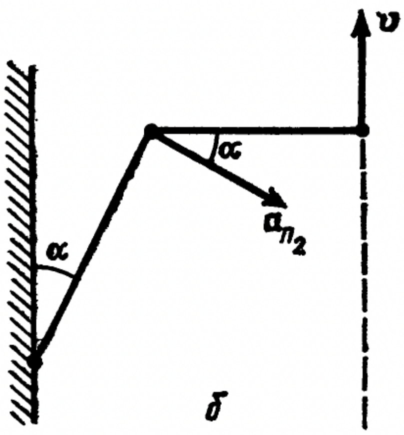
შედეგად ამ მომენტში სახსრის ჯამური აჩქრება:

$$a_{n_1} = \frac{v^2}{2a\cos(\alpha)}$$

ადვილი დასანახია რომ $\alpha = \pi/6$ საიდანაც:

$$a_{n_1} = \frac{v^2}{\sqrt{3}a}$$

იმ მომენტში როდესაც სახსრის სიჩქარე ნულია, მარჯვენა ჯოხი იქნება



ჰორიზონტალური, ჰოლო აჩქარების ვექტორი იქნება უძრავი მარცხენა ჯოხის მართობული (იხილეთ ნახაზი).

სახსრის აჩქარების გეგმილი მარჯვენა ჯოხზე იქნება:

$$a_{n_2}\cos(\alpha) = \frac{v^2}{2a}$$

ხოლო ვინაიდან $\alpha = \pi/6$

$$a_{n2} = \frac{v^2}{2a\cos(\alpha)} = \frac{v^2}{\sqrt{3}a}$$

შედეგად:

$$a_{n1} = a_{n2} = \frac{v^2}{\sqrt{3}a}$$

114 (1.25 მოსკოვი (1968-1985))

პირობიდან ნათლად ჩანს რომ, მოძრაობის დროს, A_0A_1, A_0A_2, A_0A_3 მონაკვეთებს შორის სრულდება ფარდობა:

$$l_1 : l_2 : l_3 = 3 : 5 : 6$$

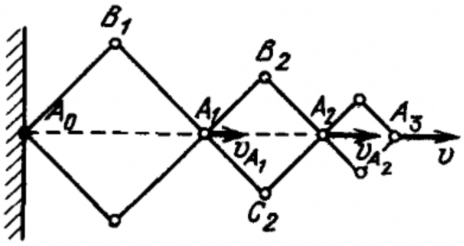
შედეგად A_1, A_2, A_3 წერტილთა სიჩქარეების ფარდობა:

$$v_{A_1} : v_{A_2} : v_{A_3} = 3 : 5 : 6$$

შედეგად (იხილეთ ნახაზი):

$$v_{A_1} = \frac{v}{2}, \qquad v_{A_2} = \frac{5v}{6}$$

მოდით ეხლა განვიხილოთ შუა სახსრის მოძრაობა ($A_1B_2A_2C_2$) იმ მომენტში როდესაც კუთხეები მართია. v_{A_1} სიჩქარით მოძრავ ათვლის სისტემაში B_2



წერტილის v'_{B_2} სიჩქარე მიმართულია B_2A_2 გვერდის გასწვრივ; A_2 წერტილის სიჩქარე მიმართულია ჰორიზონტალურად და ტოლია:

$$v'_{A_2} = v_{A_2} - v_{A_1} = \frac{v}{3}$$

B_2A_2 ჯოხის უჭიმვადობის პირობიდან გამომდინარეობს რომ:

$$v'_{B_2} = v'_{A_2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{v\sqrt{2}}{6}$$

B_2 წერტილის სიჩქარე უძრავი სისტემის მიმართ სიჩქარის საპოვნელად გამოვიყენოთ კოსინუსთა თეორემა:

$$v'^2_{B_2} = v^2_{A_1} + v'^2_{B_1} + 2v_{A_1}v'_{B_2}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{17}{36}v^2$$

საიდანაც:

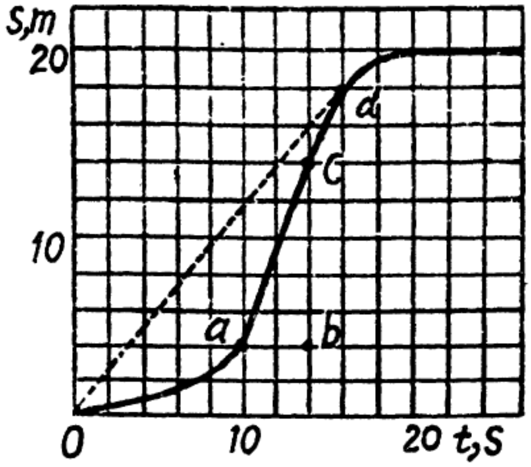
$$v_{B_2} = \frac{\sqrt{17}}{6}v$$

115 (იროდოვი 1.4)

ა) საშუალო სიჩქარე:

$$\bar{v} = \frac{S}{t} = 10 \text{ სმ/წმ}$$

ბ) მაქსიმალური სიჩქარისათვის, ds/dt უნდა იყოს მაქსიმალური. ნახაზიდან ჩანს რომ იგი აღწევს მაქსიმუმს ყველა წერტილშ რომელიც მდებარეობს ac უბანზე და ტოლია:



$$\frac{bc}{ab} = 25 \text{სმ/წმ}$$

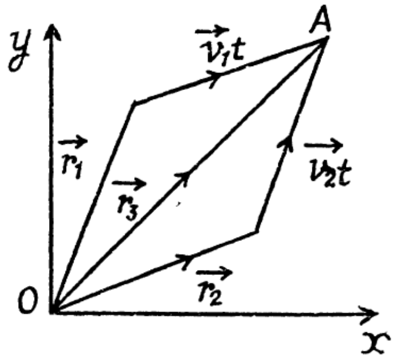
გ) ეს დრო t_0 ისეთი უნდა იყოს რომ შესაბამისი მხები წირი ds/dt უნდა გადიოდეს კოორდინატთა სათავეში

$$\frac{ds}{dt} = \frac{s}{t_0}$$

ნახაზიდან ჩანს რომ $t_0 = 16$ წმ

116 (იროდოვი 1.5)

ვთქვად ნაწილაკები ერთმანეთს რაღაც A წერტილში ეჯახებიან რომლის რადიუს ვექტორიცაა $\overrightarrow{r_3}$, თუკი ეს დაჯახება ხდება საწყისი მომენტიდან t დროში მაშინ სამკუთხედის შეკრების წესით:



$$\overrightarrow{r_3} = \overrightarrow{r_1} + \overrightarrow{v_1}t = \overrightarrow{r_2} + \overrightarrow{v_2}t$$

ასე რომ

$$\overrightarrow{r_1} - \overrightarrow{r_2} = (\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1})t$$

საიდანაც:

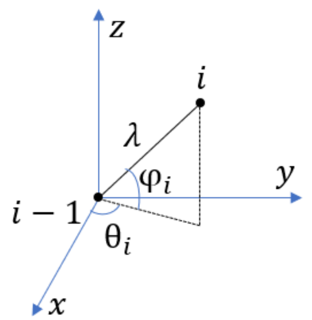
$$t = \frac{|\overrightarrow{r_1} - \overrightarrow{r_2}|}{|\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}|}$$

ამის ზედა განტოლებაში ჩასმით მივიღებთ რომ:

$$\frac{\overrightarrow{r_1} - \overrightarrow{r_2}}{|\overrightarrow{r_1} - \overrightarrow{r_2}|} = \frac{\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}}{|\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}|}$$

117* (Karttunen, astro)

შემოვიღოთ xyz საკოორდინატო სისტემა, განვიხილოთ ნაწილაკის i-ური გადაადგილება (იხ ნახაზი)



ავღნიშნოთ z ღერძის და გადაადგილების ტრაექტორიის მიერ შექმნილ სიბრტყეში კუთხე გადაადგილების ტრაექტორიასა და yx სიბრტყეს შორის φ_i-თ

ხოლო კუთხე გადაადგილების ტრაექტორიის გეგმილსა xy სიბრტყეში და x ღერძს შორის θ_i-თ.

$$\Delta x_i = \lambda\cos(\varphi_i)\cos(\theta_i)\,, \Delta y_i = \lambda\cos(\varphi_i)\,sin(\theta_i)\,, \Delta z_i = \lambda\,sin(\varphi_i)$$

ჯამური გადაადგილება:

$$\Delta = \left(\left(\sum_{i=1}^{i=n}\Delta x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{i=n}\Delta y_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{i=n}\Delta z_i\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \left(\sum_{i=1}^{i=n}\Delta x_i^2 + \sum_{i=1}^{i=n}\Delta y_i^2 + \sum_{i=1}^{i=n}\Delta z_i^2 + \sum_{i\neq j}^{i,j=n}\Delta x_i\Delta x_j + \sum_{i\neq j}^{i,j=n}\Delta y_i\Delta y_j + \sum_{i\neq j}^{i,j=n}\Delta z_i\Delta z_j\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sum_{i\neq j}^{i,j=n}\Delta x_i\Delta x_j = \sum_{i\neq j}^{i,j=n}\Delta y_i\Delta y_j = \sum_{i\neq j}^{i,j=n}\Delta z_i\Delta z_j = 0$$

ვინაიდან მოცემული შერეული ნამრავლები რანდომზეა და როგორც ვიცით კოსინუსის (ან სინუსის) საშუალო ამ შემთხვევაში ნულია შესაბამისად მათი ნამრავლის საშუალოც. შედეგად:

$$\Delta = \left(\sum_{i=1}^{i=n}\Delta x_i^2 + \sum_{i=1}^{i=n}\Delta y_i^2 + \sum_{i=1}^{i=n}\Delta z_i^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sum_{i=1}^{i=n}(\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2)\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \left(\sum_{i=1}^{i=n}(\lambda^2((\cos(\varphi_i)\cos(\theta_i))^2 + (\cos(\varphi_i)\,sin(\theta_i))^2 + (sin(\varphi_i))^2)\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \sqrt{n\lambda^2} = \lambda\sqrt{n} = \lambda\sqrt{t/\tau} = R$$

ასე რომ:

$$t = \frac{R^2}{\lambda^2}\tau$$

118 (იროდოვი მექანიკა 1.1)

გავაწარმოოთ რადიუს ვექტორი ორჯერ:

$$\vec{a} = -\omega^2\left(\vec{A}\,sin(\omega t) + \vec{B}cos(\omega t)\right) = -\omega^2 r$$

ანუ იგი ყოველთვის მიმართულია O ცენტრისაკენ და მისი მოდული მათ შორის მანძლის პროპორციულია.

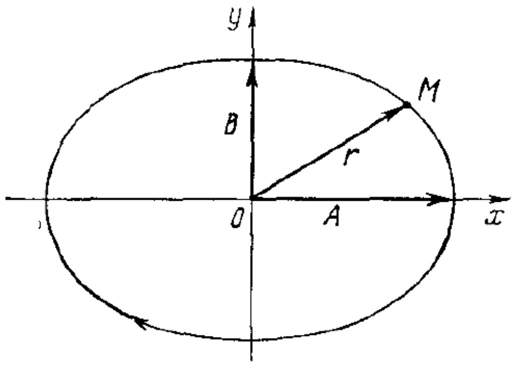
პირობიდან გამომდინარე:

$$x = Asin(\omega t),\ \ y = Bcos(\omega t)$$

საიდანაც მივიღებთ:

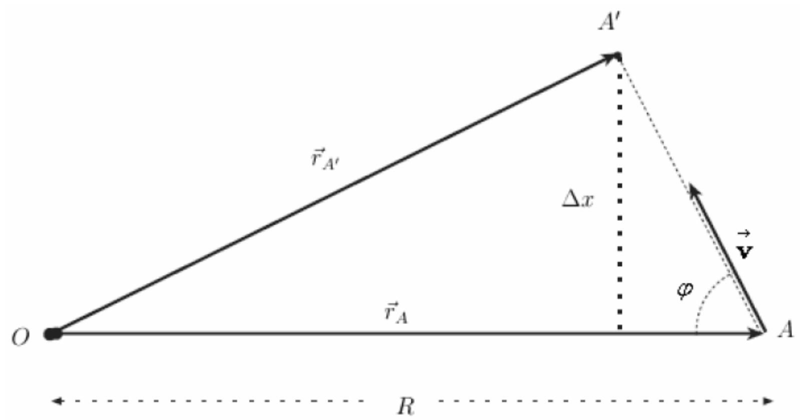
$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$$

რაც წარმოადგენს ელიფსის განტოლებას.



119* (ჩხაიძე IPHO 1998)

განვიხილოთ Δt დროის შუალედში წყაროს მოძრაობა A წერტილიდან A' წერტილამდე, ცხადია $AA' = v\Delta t$



OA და OA' მანძილების განსვავებისა და სინათლის სიჩქარის სასრულობის გამო, O წერტილში მყოფი დამკვირვებლისათვის A წერტილიდან A' წერტილამდე წყაროს მოძრაობის დრო განსხვავდება Δt დროის შუალედისგან. დაკვირვებული $\Delta t'$ დროის შუალედი:

$$\Delta t' = \Delta t + \frac{r_{A'} - r_A}{c}$$

როდესაც დროის შუალედი ძალიან მცირეა, კერძოდ $v\Delta t \ll r_A = R$, მაშინ:

$$r_{A'} - r_A \approx -AA' \cos(\varphi) = -v\Delta t cos(\varphi)$$

და

$$\Delta t' \approx \Delta t - \frac{v\Delta t cos(\varphi)}{c} = \Delta t(1 - \beta \cos(\varphi))$$

წყაროს მოჩვენებითი განივი სიჩქარე:

$$v'_{\perp} = \frac{\Delta x}{\Delta t'} = \frac{v\Delta t sin(\varphi)}{\Delta t(1 - \beta \cos(\varphi))} = \frac{c\beta \sin(\varphi)}{1 - \beta \cos(\varphi)}$$

O წერტილიდან დაკვირვებული კუთხური სიჩქარეა:

$$\omega = \frac{v'_{\perp}}{R} = \frac{c\beta \sin(\varphi)}{R(1 - \beta \cos(\varphi))}$$

120* (კვანტის ბიბლიოთეკა გამოცემა 81 ამოცანა 1.18)

ვთქვათ იმ მომენტიდან როდესაც ობიექტმა დამკვირვებელთან უახლოეს A წერტილში ჩაიარა გავიდა t დრო. მაშინ $vt = l \cdot tg(\alpha)$ აქ t დროა რომელსაც ითვლის უძრავი საათი მოთავსებული იმ წერტილში სადაც იმყოფება ობიექტი. დამკვირვებელი კი დაინახავს ობიექტს ამ წერტილში ცოტა მოგვიანებით, ვინაიდან სინათლის გავრცელების სიჩქარე სასრულია, ობიექტის ამ წერტილშ დაფიქსირებისას მისი საათი უჩვენებს:

$$t' = t + \frac{l}{c \cos(\alpha)}$$

სადაც მეორე წევრი არის დრო რომელიც სჭირდება სინათლის გავრცელებას ობიექტიდან დამკვირვებლამდე.

ცხადია რომ დამკვირვებლის მიერ გაზომილი ობიექტის მოძრაობის სიჩქარე:

$$v' = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t'} = v\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t'}$$

სადაც:

$$\frac{dt'}{dt} = 1 + \frac{l sin(\alpha)}{c \cos^2(\alpha)}\frac{d\alpha}{dt}$$

და:

$$v = \frac{l}{\cos^2(\alpha)}\frac{d\alpha}{dt}$$

შედეგად:

$$v' = \frac{v}{1 + \frac{v}{c}\sin(\alpha)}$$

121* (puzz p 64)

შემოვიღოთ სისტემა რომელშიც სიგრძის მასშტაბი ისე იცვლება რომ თოკის სიგრძე დარჩეს $L_0 = 1$მ-ს ტოლი ასეთ სისტემაში ხოჭოს სიჩქარე:

$$v' = \frac{v}{1 + v_0 t}$$

სადაც $v = 1$მმ/წმ არის სიჩქარე ჩვეულებრივ სისტემაში. მაშინ ხოჭო მივა კედელთან როდესაც:

$$\int_0^{t_0} \frac{vdt}{1 + v_0 t} = 1$$

ანუ:

$$\frac{v}{v_0} ln\left(\frac{1 + v_0 t_0}{1}\right) = 1$$

$$t_0 = e^{\frac{v_0}{v}} - 1$$

122 (იროდოვი 1.10)

ამოცანის ამოხსნა ძალიან მარტივდება თუკი გადავალთ ერთერთ სხეულთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. დავარქვათ ვერტიკალურად ზევით ასროლილ სხეულს 1 მაშინ მეორე სხეულთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაშ პირველი სხეულის პოზიციის ვექტორი:

$$\overrightarrow{r_{12}} = \vec{r}_{0(12)} + \vec{v}_{0(12)} t + \frac{1}{2}\, \vec{a}_{12} t^2$$

ცხადია $\vec{r}_{0(12)} = 0$, $\vec{a}_{12} = 0$ საიდანაც:

$$\overrightarrow{r_{12}} = \vec{v}_{0(12)} t$$

ანუ

$$|\overrightarrow{r_{12}}| = |\vec{v}_{0(12)}| t$$

მაგრამ:

$$|\vec{v}_{01}| = |\vec{v}_{02}|$$

შედეგად კოსინუსების თეორემიდან:

$$\left|\vec{v}_{0(12)}\right| = \sqrt{v_0^2 + v_0^2 - 2 v_0 v_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right)}$$

შედეგად:

$$|\vec{r}_{12}| = v_0 \sqrt{2(1 - \sin{(\theta)})}\, t = 22\partial$$

123 (იროდოვი 1.11)

ვთქვად ნაწილაკთა სიჩქრეები ურთიერთმართობულნი ხდებიან t დროის შემდეგ მაშინ მათი სიჩქარეები გახდებიან:

$$\overrightarrow{v_1}' = \overrightarrow{v_1} + \vec{g}t, \quad \overrightarrow{v_2}' = \overrightarrow{v_2} + \vec{g}t$$

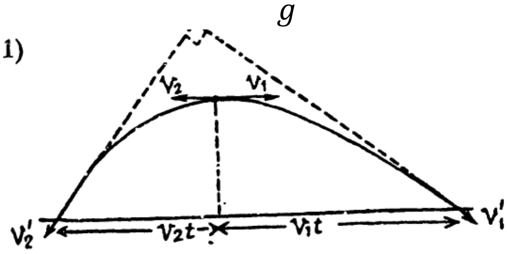
ურთიერთ მართობულობის პირობა $\overrightarrow{v_1}' \cdot \overrightarrow{v_2}' = 0$ ანუ:

$$(\overrightarrow{v_1} + \vec{g}t) \cdot (\overrightarrow{v_2} + \vec{g}t) = 0$$

$$-v_1 v_2 + g^2\, t^2 = 0$$

$$t = \frac{\sqrt{v_1 v_2}}{g}$$

1)



როგორც წინა ამოცანაში:

$$\overrightarrow{r_{12}} = \vec{r}_{0(12)} + \vec{v}_{0(12)}t + \frac{1}{2}\,\vec{a}_{12}t^2$$

ანუ:

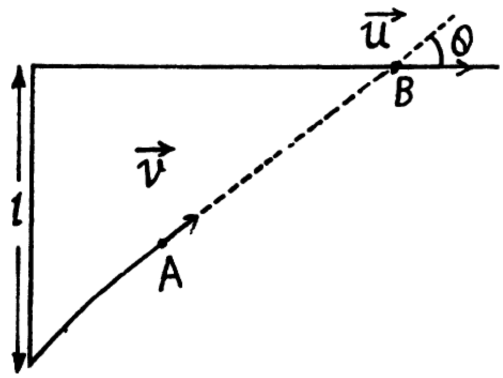
$$|\vec{r}_{12}| = |\vec{v}_{0(12)}|t$$

საიდანაც:

$$|\vec{r}_{12}| = \frac{v_1 + v_2}{g}\sqrt{v_1 v_2}$$

124 (იროდოვი 1.13)

განვიხილოთ სხეულთა მოძრაობის რაღაც მომენტი



თუკი ამ მომენტში A და B წერტილებს შორის მანძილია s მაშინ წერტილებს შორის დაახლოების სიჩქარე:

$$-\frac{ds}{dt} = v - ucos(\alpha)$$

სადაც კუთხე α დროში ცვალებადია. გაინტეგრებით მივიღებთ:

$$-\int_l^0 ds = \int_0^T (v - u\cos(\alpha))\, dt$$

სადაც T საძიებელი დროა, შედეგად

$$l = \int_0^T (v - u\cos(\alpha))\, dt$$

ვინაიდან მოძრაობისას x მიმართულებით საძიებელ დროში ორივე სხეული ერთნაირ მანძილს ფარავს, გვექნება შემდეგი განტოლება:

$$\Delta x = \int v_x dt$$

ანუ:

$$uT = \int_0^T vcos(\alpha) dt$$

წინა განტოლების გამოყენებით მივიღებთ:

$$T = \frac{ul}{v^2 - u^2}$$

125 (იროდოვი 1.20)

ა) სიჩქარე:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \overrightarrow{a_0}(1 - 2\alpha t)$$

აჩქარება:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -2\alpha\, \overrightarrow{a_0}$$

ბ) განტოლებიდან $\vec{r} = \overrightarrow{a_0}t(1-\alpha t)$ ცხადია რომ საწყის მომენტში სხეულ სისტემის სათავეშია და ხელმეორედ დაბრუნების დრო $t = \Delta t = 1/\alpha$. სიჩქარის დროზე დამოკიდებულებისთვის გვაქვს ფორმულა:

$$\vec{v} = \overrightarrow{a_0}(1-2\alpha t)$$

მისი მოდული:

$$v = a_0(1-2\alpha t)$$

როცა $t < 1/2\alpha$ ხოლო ამ მომენტის მერე

$$v = -a_0(1-2\alpha t)$$

შედეგად განვლილი მანძილი:

$$s = \int v dt = \int_0^{\frac{1}{2\alpha}} a_0(1-2\alpha t)dt - \int_{\frac{1}{2\alpha}}^{\frac{1}{\alpha}} a_0(1-2\alpha t)dt = \frac{a_0}{2\alpha}$$

126 (იროდოვი 1.21)

ა) ვინაიდან ნაწილაკი ტოვებს საკოორდინატო სათავეს $t = 0$ მემენტში:

$$\Delta x = x = \int v_x dt$$

პირობიდან გამომდინარე აქ:

$$v_x = v_0\left(1-\frac{t}{\tau}\right)$$

ჩავსვათ:

$$x = \int_0^t v_0\left(1-\frac{t}{\tau}\right)dt = v_0 t\left(1-\frac{t}{2\tau}\right)$$

შესაბამისი დროების ჩასმით მივიღებთ პასუხებს.

ბ) როდესაც ნაწილაკი სათავიდან ათ სანტიმეტრზეა $x = \pm 10$სმ. პირველ რიგში ჩავსვათ $x = 10$სმ ზედა განტოლებაში მაშინ შედეგად მივიღებთ კვადრატულ განტოლებას:

$$10 = 10t\left(1-\frac{t}{10}\right)$$

საიდანაც:

$$t = 5 \pm \sqrt{15}$$

ანალოგიურად მინუს ათისთვის:

$$t = 5 \pm \sqrt{35}$$

აქ მეორე პასუხი აღარ გვაწყობს ვინაიდან იძლევა უარყოფით პასუხს, შედეგად სხეული სამ დროის მომენტში იმყოფება სათვიდან 10 სმ მანძილზე.

გ) სიჩქარის მოდული, $t \leq \tau$-სთვის:

$$v = v_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$$

$t > \tau$-სთვის:

$$v = -v_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$$

შედეგად $t \leq \tau$-სთვის:

$$s = \int_0^t v_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) dt = v_0 t \left(1 - \frac{t}{2\tau}\right)$$

ხოლო $t > \tau$-სთვის:

$$s = \int_0^\tau v_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) dt - \int_\tau^t v_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) dt = \frac{v_0 \tau}{2}\left(1 + \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^2\right)$$

რიცხვით პასუხებს ამ განტოლებებში ჩასმით მივიღებთ.

127 (იროდოვი 1.22)

ა) სხეულის აჩქარება:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\alpha}{2\sqrt{x}}\frac{dx}{dt} = \frac{\alpha}{2\sqrt{x}}\alpha\sqrt{x} = \frac{\alpha^2}{2}$$

სიჩქარე:

$$v = \int_0^v dv = \int_0^t \frac{\alpha^2}{2} dt = \frac{\alpha^2 t}{2}$$

ბ) განვლილი მანძილი:

$$s = x = \int v dt = \int_0^t \frac{\alpha^2 t}{2} dt = \frac{\alpha^2 t^2}{4}$$

შესაბამისი დრო:

$$t = \frac{2}{\alpha}\sqrt{s}$$

საშუალო სიჩქარე:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{\alpha\sqrt{s}}{2}$$

128 (იროდოვი 1.23)

პირობის თანახმად:

$$\frac{dv}{dt} = -a_0\sqrt{v}$$

ან სხვა ფორმით:

$$\frac{vdv}{dx} = -a_0\sqrt{v}$$

საიდანაც:

$$-\int_{v_0}^{0}\sqrt{v}\,dv = a\int_{0}^{s}dx$$

$$s = \frac{2}{3a}v_0^{\frac{3}{2}}$$

მეორე კითხვისთვის:

$$\frac{dv}{dt} = -a_0\sqrt{v}$$

ან

$$\frac{dv}{\sqrt{v}} = -a_0 dt$$

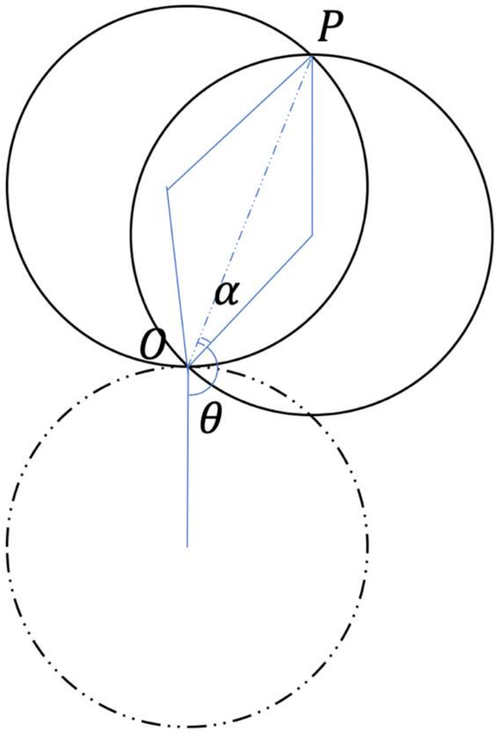
საიდანაც:

$$\int_{v_0}^{0}\frac{dv}{\sqrt{v}} = a\int_{0}^{t}dt$$

შედეგად:

$$t = \frac{2\sqrt{v_0}}{a}$$

129* (კალდა pr. 52)



ნახაზიდან მარტივი დასანახია რომ მანძილი კვეთის წერტილსა და ბრუნვის წერტილს შორის:

$$OP = 2Rcos\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)$$

გადავიდეთ სისტემაში რომელიც ბრუნავს ω-ს მიმართულებით $\omega/2$ სიჩქარით. ამ სისტემაში კვეთის წერტილი O ს შორდება:

$$\frac{d(OP)}{dt} = Rsin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)\frac{d\theta}{dt} = \omega Rsin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)$$

დავუბრუნდეთ დედამიწის სისტემას ამ სისტემაში:

$$v = \sqrt{(\omega\, OP)^2 + \left(\omega Rsin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)\right)^2} = \omega R$$

ანუ წერტილი მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით.

130 (იროდოვი 1.39)

ტანგენციალური აჩქარება:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{a_0}{2\sqrt{s}}\frac{ds}{dt} = \frac{a_0}{2\sqrt{s}}a_0\sqrt{s} = \frac{a_0^2}{2}$$

ცენტრისკენული აჩქარება:

$$a_{ც} = \frac{v^2}{R} = \frac{a^2 s}{R}$$

კუთხის ტანგენსი ნაწილაკის სიჩქარის ვექტორსა და სრულ აჩქარების ვექტორს შორის:

$$tg(\alpha) = \frac{|a_{ც}|}{|a_\tau|} = \frac{2s}{R}$$

131 (იროდოვი მექანიკა 1.8)

ორჯერ ვაწარმოოთ ტრაექტორიის განტოლება დროით:

$$\dot{y} = 2kx\dot{x}\,, \ddot{y} = 2k(\dot{x}^2 + x\ddot{x})$$

ვინაიდან ნაწილაკი მოძრაობს თანაბარი სიჩქარით, ნაწილაკის აჩქარება მხოლოდ ტრაექტორიის ნორმალურია, წერტილ $x = 0$ -ში იგი ემთხვევა $\ddot{y}(0)$-ს. იმის გათვალისწინწბით რომ $\dot{x} = v$ ვიღებთ რომ:

$$a = 2kv^2$$

შენიშვნა: ზოგადად გვაქვს ფორმულა ნებისმიერი $y(x)$ წირისთვის:

$$R = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}$$

132 (იროდოვი 1.44)

$\varphi(t)$-ის დროით გაწარმოებით მივიღებთ:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_z = 2a_0 t$$

ფიქსირებული ბრუნვის ღერძისათვის A წერტილის სიჩქარე:

$$v = \omega R = 2a_0 tR$$

საიდანაც:

$$R = \frac{v}{2a_0 t}$$

ტანგენციალური აჩქარება:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 2a_0 R = \frac{v}{t}$$

ნორმალური აჩქარება:

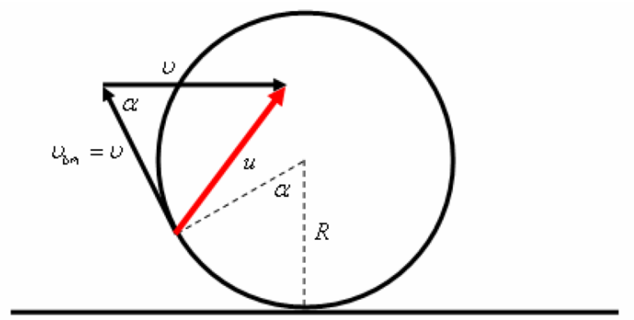
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{v/2at} = 2atv$$

შედეგად:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \frac{v}{t}\sqrt{1 - 4a^2t^4}$$

133 (ჩხაიძე კინემატიკა გვ 52 ამოცანა 11.6)

ცხადია, რომ გავლილი მანძილი არ იქნება დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორ მოძრაობს ცილინდრი. დავუშვათ, რომ ის თანაბრად მიგორავს. ცენტრის სიჩქარე იყოს $\vec{v}$. ამ სიჩქარით გადატანითად მოძრავ ათვლის სისტემაში ფერსოს წერტილი თანაბრად ბრუნავს R რადიუსიან წრეწირზე სიჩქარით, რომლის მოდულია v (რადგან არ ხდება გასრიალება) და მიმართულია წრეწირის მხების გასწვრივ. განვიხილოთ ფერსოს იმ წერტილის მოძრაობა, რომელიც თავდაპირველად ეხება ზედაპირს. იმ მომენტში როდესაც ცილინდრი მობრუნებულია α კუთხით, ფერსოს ამ წერტილის u სიჩქარეს მოცემულ მომენტში ვიპოვით სიჩქარეთა გარდაქმნის წესით (იხილეთ ნახაზი)



$$\vec{u} = \vec{v}_{ბრ} + \vec{v},\ \ u = 2v sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

ზედაპირთან ერთი შეხებიდან მეორე შეხებამდე T დროში ფერსოს წერტილის მიერ გავლილი მანძილი:

$$l = \int_0^T u dt = 2v \int_0^T 2v sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) dt$$

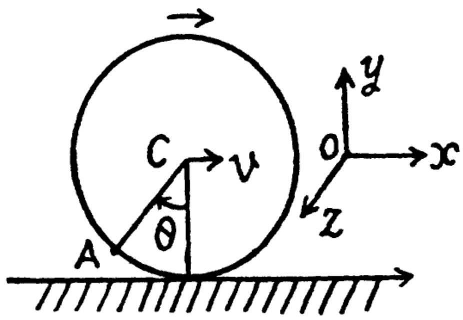
გავითვალისწინოთ რომ $dt = R d\alpha / v$, აგრეთვე გავითვალისწინოთ რომ α კუთხე იცვლება 0 დან 2π-მდე მაშინ:

$$l = 2v \int_0^{2\pi} 2 sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) R d\alpha = 8R$$

134 (იროდოვი 1.53)

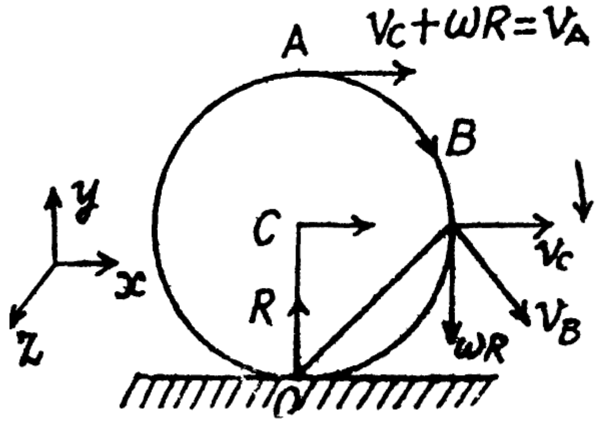
ა) სფეროს მოძრაობა შესაძლოა განხილული იყოს როგორც კომბინაცია მისი ცენტრის გადატანითი მოძრაობისა და ცენტრის გარშემო ბრუნვისა:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_C + \vec{v}_{AC} = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AC}$$



სადაც $\vec{r}_{AC}$, A წერტილის პოზიციაა ცენტრის მიმართ, არ გასრიალების პირობა გვაძლევს $v_C = \omega R$.

ჩვენს შემთხვევაში $v_C = at$ საიდანაც $\omega = at/R$, შედეგაც ცხადია რომ ფუძესთან



მდებარე O წერტილის სიჩქარე ნულის ტოლია. რაც შეეხება A წერტილს:

$$\overrightarrow{v_A} = \overrightarrow{v_C} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AC} = (v_C + \omega R)\,\vec{\imath} = 2at\,\vec{\imath}$$

(იგივე შედეგს მივიღებდით რომ შეგვემჩნია რომ ფუძესთან წერტილი წარმოადგენს მომენტალურ ბრუნვის წერტილს რომლის გარშემოც სხეული ბრუნავს ω კუთხური სიჩქარით ($v = \omega r$-ფორმულით)) რაც შეეხება B წერტილს:

$$\overrightarrow{v_B} = \overrightarrow{v_C} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{BC} = v_C\,\vec{\imath} - v_C\,\vec{\jmath}$$

საიდანაც $v_B = \sqrt{2}v_C = \sqrt{2}at$.

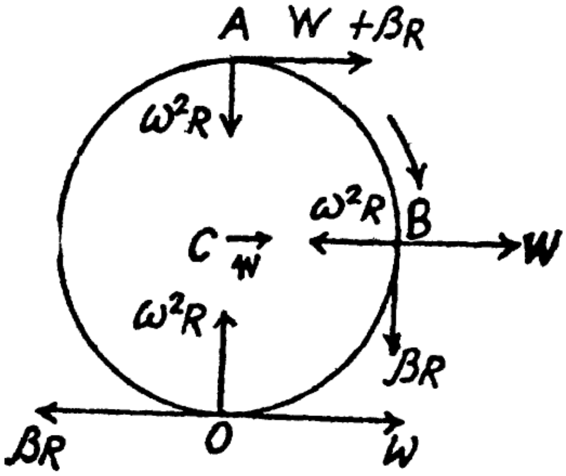
ბ) ფუძესთან მდებარე წერტილის აჩქარება:

$$\overrightarrow{a_o} = \overrightarrow{a_C} + \omega^2(-\overrightarrow{r_{OC}}) + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{OC}$$

აქ პირველი და ბოლო წევრი ერთმანეთს აბათილებენ შესაბამისად:

$$a_0 = \omega^2 R = \frac{a^2 t^2}{R}$$

და მიმართულია ცენტრისაკენ.



რაც შეეხება A წერტილს:

$$\overrightarrow{a_A} = \overrightarrow{a_C} + \omega^2(-\overrightarrow{r_{AC}}) + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{AC} = a_c\,\vec{\imath} - \omega^2 R\,\vec{\jmath} - \varepsilon R\,\vec{k} \times \vec{\jmath} = (a_c + \varepsilon R)\vec{\imath} - \frac{v_c^2}{R}\,\vec{\jmath}$$
$$= 2a\vec{\imath} - \frac{a^2 t^2}{R}\vec{\jmath}$$

საიდანაც:

$$a_A = \sqrt{4a^2 + \frac{a^4 t^4}{R^2}}$$

ანალოგიურა:

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_C} + \omega^2(-\overrightarrow{r_{BC}}) + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{BC} = \left(a - \frac{a^2 t^2}{R}\right)\vec{\imath} - a\vec{\jmath}$$

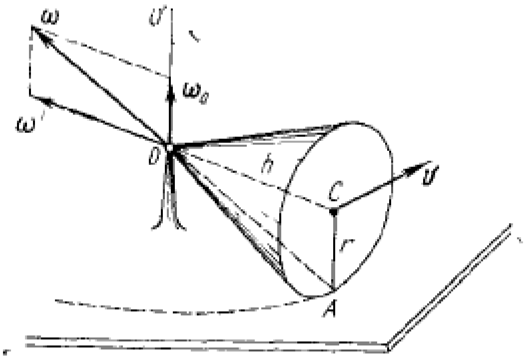
საიდანაც:

$$a_B = \sqrt{a^2 + \left(a - \frac{a^2 t^2}{R}\right)^2}$$

135 (იროდოვი მექანიკა 1.11)

კონუსის კუთხური სიჩქარე შეგვიძლია დავშალოთ ორ $\vec{\omega}'$ და $\vec{\omega}_0$ კომპონენტებად, აქ $\vec{\omega}'$ დაკავშირებულია კონუსის OC საკუთარი სიმეტრიის ღერძის გარშემო ბრუნვას ხოლო $\vec{\omega}_0$ კი დაკავშირებულია კონუსის წვეროს გარშემო OO' ღერძზე ბრუნვასთან.

ამ ვექტორთა მოდულების დათვლა საკმაოდ მარტივია:



$$\omega_0 = \frac{v}{h}, \qquad \omega' = \frac{v}{r}$$

ასე რომ ჯამური ბრუნვის კუთხური სიჩქარე $OO'C$ სიბრტყეშია და მიმართულია ვერტიკალის მიმართ:

$$\theta = arctg\left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right) = arctg\left(\frac{h}{r}\right)$$

კუთხით, ხოლო მისი მოდული:

$$\omega = v\sqrt{\frac{1}{h^2} + \frac{1}{r^2}}$$