მიხეილ გაბესკირია, თეიმურაზ კალატოზი, ნიკოლოზ ჩხაიძე

ფიზიკა

IX კლასი

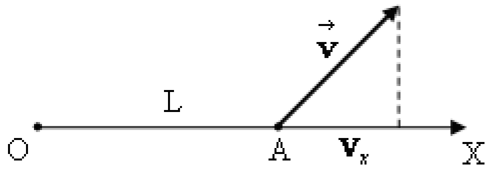
დამატებითი მასალა ფიზიკა-მათემატიკური პროფილის სკოლებისათვის

2018 წელი

1. ორ მოძრავ ნივთიერ წერტილს შორის მანძილის ცვლილების სიჩქარე

მოძრავ ნივთიერ წერტილსა და უძრავ წერტილს შორის მანძილის ცვლილების მყისი სიჩქარე უძრავი წერტილიდან ნივთიერი წერტილისკენ მიმართულ ღერძზე ნივთიერი წერტილის სიჩქარის გეგმილის ტოლია (ნახ. 1.1).

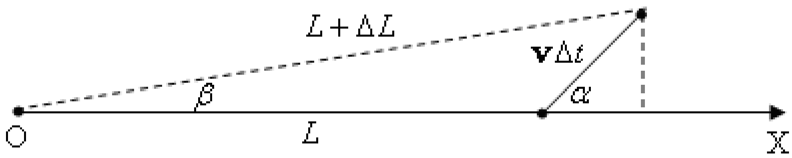
$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \mathrm{v}_x$$



ნახ. 1.1

O უძრავი წერტილია, A – მოძრავი ნივთიერი წერტილი, ხოლო L – OA მანძილი.

დავამტკიცოთ ეს. ძალიან მცირე Δt დროის შუალედში სხეული (ნივთიერი წერტილი) გაივლის ძალიან მცირე $\mathrm{v}\Delta t$ მანძილს სიჩქარის მიმართულებით და მისი დაშორება უძრავი წერტილიდან გახდება $L+\Delta L$. სიტუაცია გამოსახულია ნახ. 1.2-ზე.



ნახ. 1.2

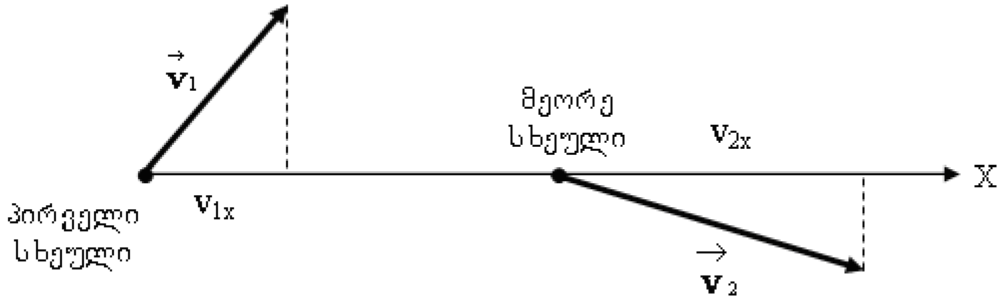
ნახატიდან ვხედავთ, რომ $(L+\Delta L)\cos\beta = L + \mathrm{v}\Delta t\cos\alpha$. რადგან სხეულის მიერ გავლილი მანძილი ძალიან მცირეა, ამიტომ β კუთხეც ძალიან მცირეა და $\cos\beta = 1$. ამის გათვალისწინებით მიიღება $\frac{\Delta L}{\Delta t} = \mathrm{v}\cos\alpha = \mathrm{v}_x$. სწორედ ამის დამტკიცება გვსურდა.

თუ ეს სიჩქარე დადებითი ნიშნისაა, მაშინ ნივთიერი წერტილი შორდება უძრავ წერტილს, ხოლო თუ უარყოფითი ნიშნისაა, მაშინ უახლოვდება.

ახლა განვიხილოთ ორი მოძრავი ნივთიერი წერტილი. გარკვეულ მომენტში მათი სიჩქარეები იყოს $\vec{\mathrm{v}}_1$ და $\vec{\mathrm{v}}_2$. გვაინტერესებს მათ შორის მანძილის ცვლილების სიჩქარე ამ მომენტში. გადავიდეთ ათვლის სისტემაში, რომელშიც პირველი სხეული უძრავია. ამ ათვლის სისტემაში მეორე სხეულის სიჩქარეა $\vec{\mathrm{v}} = \vec{\mathrm{v}}_2 - \vec{\mathrm{v}}_1$. ამოცანა დავიყვანეთ წინა შემთხვევაზე, საიდანაც ვასკვნით, რომ **ორ მოძრავ ნივთიერ წერტილს შორის მანძილის ცვლილების მყისი სიჩქარე ტოლია პირველიდან მეორისკენ მიმართულ ღერძზე მეორე სხეულის სიჩქარის გეგმილს გამოკლებული პირველი სხეულის სიჩქარის გეგმილი** (ნახ. 1.3):

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = v_{2x} - v_{1x}$$

სადაც L სხეულებს შორის მანძილია.



ნახ. 1.3

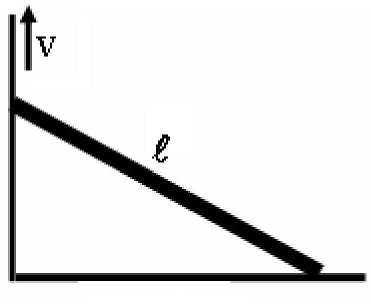
თუ სხეულებს შორის მანძილი არ იცვლება, მაშინ $\frac{\Delta L}{\Delta t} = 0$ და, მაშასადამე, $v_{2x} = v_{1x}$.

ამოხსენით ამოცანები:

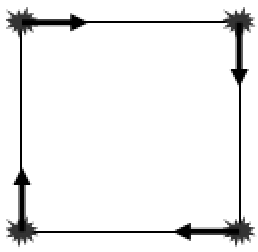
1.1. λ სიგრძის ღერო დევს იატაკზე კედლის მართობულად და ერთი ბოლოთი ეხება მას. ამ ბოლოს v სიჩქარით ვამოძრავებთ კედლის გასწვრივ ვერტიკალურად ზევით (ნახ. 1.4). იპოვეთ: ა) მეორე ბოლოს სიჩქარე იმ მომენტში, როდესაც ღერო α კუთხეს ადგენს იატაკთან; ბ) როგორაა დროზე დამოკიდებული ამ ბოლოს სიჩქარე.

1.2. ოთხი ხოჭო ყოველ მომენტში v სიჩქარით მიხოხავს თავისი მეზობლისკენ. საწყის მომენტში ისინი იმყოფებიან a გვერდიანი კვადრატის წვეროებში (ნახ. 1.5). რა დროის შემდეგ აღმოჩნდებიან ხოჭოები ერთ წერტილში? რა მანძილს გაივლის თითოეული ხოჭო შეხვედრამდე? a გაცილებით მეტია ხოჭოების ზომებთან შედარებით.

1.3. სამი ხოჭო ყოველ მომენტში v სიჩქარით მიხოხავს თავისი მეზობლისკენ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. საწყის მომენტში ისინი იმყოფებიან a გვერდიანი წესიერი სამკუთხედის წვეროებში. რა დროის შემდეგ აღმოჩნდებიან ხოჭოები ერთ წერტილში? რა მანძილს გაივლის თითოეული ხოჭო შეხვედრამდე? a გაცილებით მეტია ხოჭოების ზომებთან შედარებით.



ნახ. 1.4



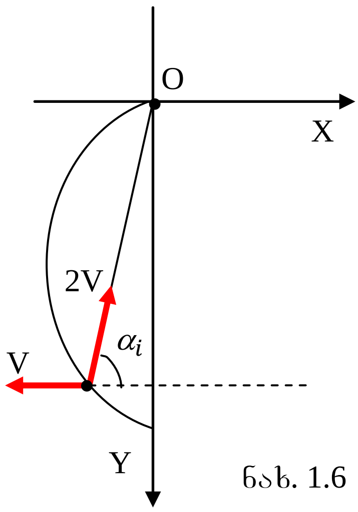
ნახ. 1.5

1.4. მელია გარბის v სიჩქარით წრფივად და თანაბრად. მას 2v სიჩქარით მისდევს მწევარი, რომელიც ყოველთვის მელიასკენ გარბის. საწყის მომენტში მათი სიჩქარეების ვექტორებს შორის მართი კუთხეა. ნახ. 1.6-ზე ნაჩვენებია მწევრის მოძრაობის ტრაექტორია მელიასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. ტრაექტორიაზე მოძრაობის სრული t დრო დავყოთ ძალიან მცირე $\Delta t = t / n$ დროის შუალედებად (აქ n ძალიან დიდი ნატურალური რიცხვია, რაც მეტი, მით უკეთესი). ტრაექტორიაც შესაბამისად დაიყოფა n ცალ ძალიან მცირე სიგრძის (თითქმის წერტილოვან) უბნად. ნახატზე ნაჩვენებია i-ური უბანი, რომელზე მოძრაობისას მელიის და მწევარის სიჩქარეებს შორის კუთხეა α_i. იპოვეთ: ა) სიჩქარე, რომლითაც მწევარი უახლოვდება მელიას i-ურ უბანზე მოძრაობისას; ბ) ჯამი $\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i$, სადაც Δx_i არის მცირე Δt დროში x კოორდინატის ცვლილება; გ) Δx_i ; დ) ტრაექტორიის მხებსა და Y ღერძს შორის საწყისი კუთხე.

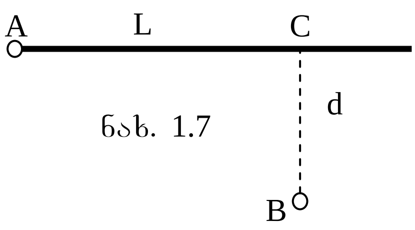
1.5. მელია გარბის v სიჩქარით წრფივად და თანაბრად. მას 2v სიჩქარით მისდევს მწევარი, რომელიც ყოველთვის მელიასკენ გარბის. საწყის მომენტში მათ შორის მანძილია d, ხოლო სიჩქარეების ვექტორებს შორის მართი კუთხეა. რა დროში დაეწევა მწევარი მელიას?

1.6. გემი მიცურავს ზღვაში v სიჩქარით წრფივად და თანაბრად. მას ისეთივე v სიჩქარით მისდევს მეორე გემი, რომელიც ყოველთვის პირველი გემისკენ მიცურავს. საწყის მომენტში მათ შორის მანძილია d, ხოლო სიჩქარეების ვექტორებს შორის მართი კუთხეა. რა მანძილი იქნება გემებს შორის დიდი დროის შემდეგ?

1.7. გზატკეცილზე მდებარე *A* პუნქტიდან (ნახ. 1.7) საჭიროა ავტომანქანით უმცირეს დროში მოვხვდეთ *B* პუნქტში, რომელიც მინდორში მდებარეობს და გზატკეცილიდან *d* მანძილითაა დაშორებული. ცნობილია, რომ ავტომანქანის სიჩქარე მინდორში $\eta-$ჯერ ნაკლებია, ვიდრე გზატკეცილზე. *C* წერტილიდან რა მანძილზე უნდა გადავუხვიოთ გზატკეცილიდან? $AC = \lambda$.



ნახ. 1.6



ნახ. 1.7

2. წრეწირზე არათანაბარი მოძრაობა

წრეწირზე არათანაბარი მოძრაობის აღსაწერად გამოიყენება მყისი წირითი და კუთხური სიჩქარეები. მყისი წირითი სიჩქარის მოდულია $\upsilon = \frac{\Delta\lambda}{\Delta t}$, სადაც $\Delta\lambda$ არის Δt მცირე დროში გავლილი რკალის სიგრძე. მყისი კუთხური სიჩქარეა $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, სადაც $\Delta\varphi$ არის Δt მცირე დროში სხეულისადმი გავლებული რადიუსის მობრუნების კუთხე. დრო იმდენად მცირეა, რომ ამ დროში მოძრაობას ვერ ვასხვავებთ თანაბარი მოძრაობისაგან. მყის წირით და კუთხურ სიჩქარეებს შორის იგივე კავშირია, როგორიც იყო თანაბარი მოძრაობის დროს: $\upsilon = \omega r$, სადაც r წრეწირის რადიუსია.

წრეწირზე არათანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში მყისი აჩქარების ვექტორი შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ორი ვექტორის ჯამის სახით, რომელთაგან ერთი მიმართულია ცენტრისაკენ, ხოლო მეორე მხების გასწვრივ. აქედან პირველი ცენტრისკენული აჩქარებაა, რომელიც დაკავშირებულია სიჩქარის მიმართულების შეცვლასთან. მისი მოდულის გამოსათვლელი ფორმულები იგივეა, რაც იყო თანაბარი მოძრაობის დროს. მეორე მხები ანუ ტანგენციალური აჩქარებაა, რომელიც დაკავშირებულია სიჩქარის მოდულის შეცვლასთან. მისი გეგმილი სიჩქარის მიმართულებაზე განისაზღვრება ფორმულით $a_\tau = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, სადაც $\Delta\upsilon$ არის წირითი სიჩქარის მოდულის ცვლილება Δt მცირე დროში. იყენებენ აგრეთვე კუთხურ აჩქარებას: $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, სადაც $\Delta\omega$ არის კუთხური სიჩქარის ცვლილება Δt მცირე დროში. კუთხური აჩქარების ერთეულია 1 რად/წმ^2. მხები აჩქარება მარტივად უკავშირდება კუთხურ აჩქარებას: $a_\tau = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\Delta(\omega r)}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = r\,\varepsilon$. ფორმულების შედარებით ვასკვნით, რომ წრფივი მოძრაობისა და წრეწირზე მოძრაობის მახასიათებლებს შორის არის შემდეგი ანალოგია:

წრფივი მოძრაობა	წრეწირზე მოძრაობა
კოორდინატის ცვლილება	მობრუნების კუთხე
სიჩქარე	კუთხური სიჩქარე
აჩქარება	კუთხური აჩქარება

ამ ანალოგიის გამოყენებით ადვილად დავწერთ მუდმივი კუთხური აჩქარებით წრეწირზე მოძრაობის ფორმულებს.

ამოხსენით ამოცანები:

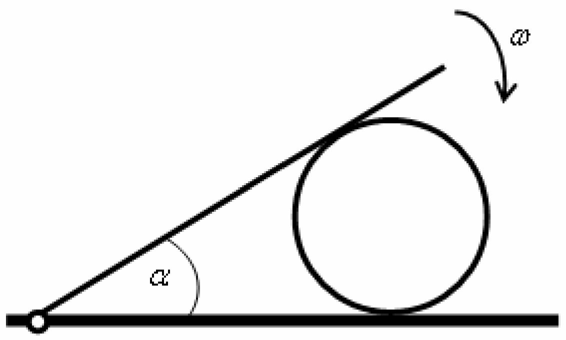
2.1. ნივთიერი წერტილი მუდმივი კუთხური აჩქარებით იწყებს წრეწირზე მოძრაობას და პირველ 2 წუთში 3600 ბრუნს ასრულებს. განსაზღვრეთ კუთხური აჩქარება.
2.2. წრეწირზე მოძრავი ნივთიერი წერტილი მუდმივი კუთხური აჩქარებით მუხრუჭდება. საწყის მომენტში მისი კუთხური სიჩქარეა 2π რად/წმ. გაჩერებამდე მან 10 ბრუნი შეასრულა. განსაზღვრეთ კუთხური აჩქარება.

2.3. თავდაპირველად უძრავმა ნივთიერმა წერტილმა მუდმივი კუთხური აჩქარებით დაიწყო მოძრაობა 1 მ რადიუსის წრეწირზე. მოძრაობის დაწყებიდან 10 წამის შემდეგ მისი სიჩქარე 100 მ/წმ გახდა. განსაზღვრეთ ამ სხეულის სიჩქარე, ცენტრისკენული აჩქარება, ტანგენციალური აჩქარება და სრული აჩქარება მოძრაობის დაწყებიდან 15 წამის შემდეგ.
2.4. თავდაპირველად უძრავმა ნივთიერმა წერტილმა მუდმივი კუთხური აჩქარებით დაიწყო მოძრაობა წრეწირზე. განსაზღვრეთ სხეულის სიჩქარესა და აჩქარებას შორის კუთხე ერთი ბრუნის ბოლოს.

რთული ამოცანების ამოხსნის ნიმუშები:

ამოცანა 2.5

ღერო, რომლის ერთი ბოლო სახსრულად არის დამაგრებული ჰორიზონტალურ ზედაპირზე, ებჯინება ცილინდრს (ნახ. 2.1). ღეროს კუთხური სიჩქარეა ω. ცილინდრი არ სრიალებს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. განსაზღვრეთ ცილინდრის კუთხური სიჩქარის დამოკიდებულება ღეროსა და ზედაპირს შორის α კუთხეზე.



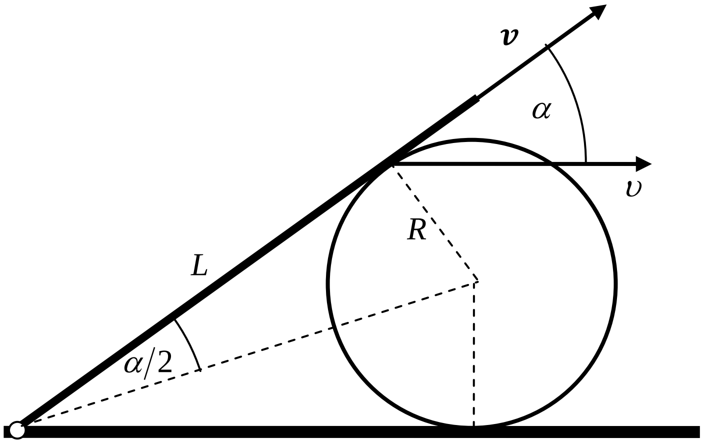
ნახ. 2.1

ამოხსნა:

ამ ამოცანის ამოხსნისათვის უნდა გვესმოდეს, რომ თუ ორი სხეული მოძრაობისას ერთმანეთს ეხება, მაშინ შემხები წერტილების სიჩქარეების გეგმილები საერთო მხები ზედაპირის მართობულ ღერძზე ერთმანეთის ტოლია. ამასთან, თუ სხეულები არ სრიალებს ერთმანეთზე, მაშინ ერთმანეთის ტოლია შემხები წერტილების სიჩქარეების გეგმილები საერთო მხებ ღერძზეც.

რადგანაც ცილინდრი არ სრიალებს უძრავ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე, ამიტომ ამ ზედაპირთან ცილინდრის შემხები წერტილები უძრავია. ამ ფაქტისა და სიჩქარეთა გარდაქმნის წესის გამოყენებით ვასკვნით, რომ ცილინდრის ღერძის სიჩქარე ჰორიზონტალური ზედაპირის მიმართ და ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის წერტილების ბრუნვის სიჩქარე ღერძის მიმართ მოდულებით ერთმანეთის ტოლია: $\upsilon = \Omega R$, სადაც Ω ცილინდრის ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა, ხოლო R – ცილინდრის რადიუსი. რადგანაც ღერო ეხება ცილინდრს, ამიტომ მათი შემხები წერტილების სიჩქარეებს ტოლი გეგმილები აქვს ღეროს მართობულ ღერძზე. ღეროსათვის ეს გეგმილია ωL, სადაც L სახსრიდან ცილინდრთან ღეროს შეხების წერტილამდე მანძილია (ნახ. 2.2). ღეროსთან ცილინდრის შემხები წერტილის სიჩქარეა ღერძის სიჩქარისა და ღერძის გარშემო ცილინდრის ბრუნვის სიჩქარის ვექტორული ჯამი. ეს სიჩქარეები, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, მოდულით ერთმანეთის ტოლია. მისი გეგმილი ღეროს მართობულ ღერძზე არის (ნახ. 2.2)

$$\upsilon\sin\alpha = \Omega R\sin\alpha = \Omega L\, tg\frac{\alpha}{2}\sin\alpha = \Omega L\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = 2\Omega L\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

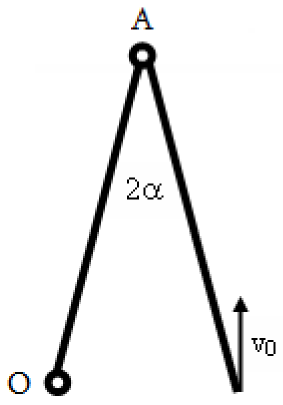


ნახ. 2.2

ამრიგად, $\omega L = 2\Omega L\sin^2\frac{\alpha}{2}$, საიდანაც $\Omega = \dfrac{\omega}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$.

ამოცანა 2.6

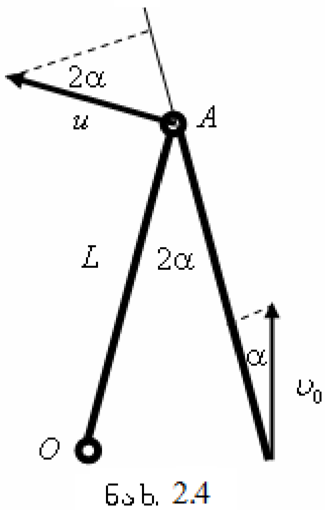
L სიგრძის ორი ღერო სახსრულადაა შეერთებული A წერტილში (ნახ. 2.3). ერთი ღეროს თავისუფალი ბოლო სახსრულად დაამაგრეს O წერტილში, ხოლო მეორე ღეროს თავისუფალი ბოლო თანაბრად და წრფივად იწყებს მოძრაობას $\vec{\upsilon}_0$ სიჩქარით. საწყის მომენტში სიჩქარის ვექტორი ღეროებს შორის 2α კუთხის ბისექტრისის პარალელურია. განსაზღვრეთ ღეროების შემაერთებელი A სახსრის აჩქარების მოდული და მიმართულება საწყის მომენტში.



ნახ. 2.3

ამოხსნა:

ღეროების შემაერთებელი A სახსარი მოძრაობს წრეწირზე, რომლის ცენტრია მარცხენა ღეროს სახსრულად დამაგრებული O ბოლო და რადიუსია L. A სახსრის სიჩქარე იყოს $\vec{u}$. ცხადია, ის მიმართულია მარცხენა ღეროს მართობულად (ნახ. 2.4). მარჯვენა ღეროს სიგრძის უცვლელობის გამო მისი ბოლოების სიჩქარეებს უნდა ჰქონდეს ტოლი გეგმილები ამ ღეროს გასწვრივ ღერძზე: $u\sin 2\alpha = \upsilon_0\cos\alpha$, საიდანაც $u = \dfrac{\upsilon_0}{2\sin\alpha}$. A სახსრის ცენტრისკენული აჩქარება ანუ მისი აჩქარების გეგმილი მარცხენა ღეროს გასწვრივ ღერძზე იქნება



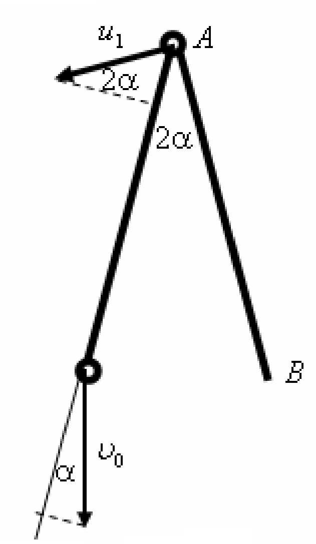
ნახ. 2.4

$$a_{OA} = \frac{u^2}{L} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\sin^2\alpha}.$$

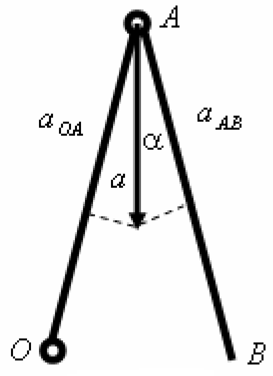
ახლა განვიხილოთ სიტუაცია ათვლის სისტემაში, რომელიც მოძრაობს $\vec{\upsilon}_0$ სიჩქარით დედამიწის მიმართ. ამ ათვლის სისტემაში უძრავია მარჯვენა ღეროს თავისუფალი B ბოლო, O წერტილი მოძრაობს ქვევით მიმართული υ_0 სიჩქარით, ხოლო A წერტილი მოძრაობს წრეწირზე, რომლის ცენტრია B წერტილი და რადიუსია L. ამ ათვლის სისტემაში A წერტილის სიჩქარე იყოს $\vec{u}_1$ (ნახ. 2.5). მარცხენა ღეროს სიგრძის უცვლელობის გამო მისი ბოლოების სიჩქარეებს უნდა ჰქონდეს ტოლი გეგმილები ამ ღეროს გასწვრივ ღერძზე: $u_1 \sin 2\alpha = \upsilon_0 \cos\alpha$, საიდანაც $u_1 = \frac{\upsilon_0}{2\sin\alpha}$. A სახსრის ცენტრისკენული აჩქარება ანუ მისი აჩქარების გეგმილი მარჯვენა ღეროს გასწვრივ მიმართულ ღერძზე იქნება $a_{AB} = \frac{u_1^2}{L} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\sin^2\alpha}$. რადგან ახალი ათვლის სისტემა დედამიწის მიმართ მოძრაობს გადატანითად წრფივად და თანაბრად, ამიტომ დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში აჩქარება და მისი გეგმილი რაიმე ღერძზე იგივეა, რაც ახალ ათვლის სისტემაში.

ამრიგად, ჩვენ ვიპოვეთ აჩქარების გეგმილები ღეროების გასწვრივ ღერძებზე. ისინი ერთმანეთის ტოლია. მაშასადამე, აჩქარება მიმართულია ღეროებს შორის კუთხის ბისექტრისის გასწვრივ და მისი მოდული, ნახ. 2.6-ის მიხედვით, არის

$$a = \frac{a_{AB}}{\cos\alpha} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\cos\alpha\sin^2\alpha}.$$



ნახ. 2.5



ნახ. 2.6

3. წერტილის რადიუს-ვექტორი. სხეულთა სისტემის მასათა ცენტრი. ნივთიერ წერტილთა სისტემის მასათა ცენტრის რადიუს-ვექტორი

წერტილის მდებარეობა წრფეზე განისაზღვრება ერთი რიცხვით (ერთი კოორდინატით), სიბრტყეზე – ორი რიცხვით (ორი კოორდინატით), ხოლო სივრცეში – სამი რიცხვით (სამი კოორდინატით). თქვენთვის კარგადაა ცნობილი მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა ანუ დეკარტეს კოორდინატთა სისტემა და შესაბამისი კოორდინატები. სივრცეში ეს კოორდინატებია x – აბსცისა, y – ორდინატა და z – აპლიკატა.

წერტილის მდებარეობა შეგვიძლია ცალსახად განვსაზღვროთ ერთი ვექტორითაც, რომლის სათავეა კოორდინატთა სათავე და ბოლოა მოცემული წერტილი. ამ ვექტორს წერტილის რადიუს-ვექტორი ($\vec{r}$ ან $\vec{R}$) ეწოდება. რადიუს-ვექტორის გეგმილები წერტილის კოორდინატებს ემთხვევა. ადვილი დასანახია, რომ ნივთიერი წერტილის გადაადგილება მისი რადიუს-ვექტორის ცვლილების ტოლია: $\vec{S} = \vec{r} - \vec{r}_0 \equiv \Delta\vec{r}$. ნივთიერი წერტილის მყისი სიჩქარე ტოლი იქნება მცირე დროის შუალედში რადიუს-ვექტორის მცირე ცვლილების შეფარდების ამ დროის შუალედთან: $\vec{\upsilon} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$,ხოლო მყისი აჩქარება $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

განვიხილოთ n ცალი ნივთიერი წერტილის სისტემა. $\vec{F}_{ij}$ $(i \neq j)$ იყოს i $(1 \le i \le n)$ ნომერ სხეულზე j $(1 \le j \le n)$ ნომერი სხეულიდან მოქმედი ძალა. $\vec{F}_i$ იყოს i $(1 \le i \le n)$ ნომერ სხეულზე მოქმედი გარეშე ძალა. ჩავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი თითოეული სხეულისათვის

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \cdots + \vec{F}_{1(n-1)} + \vec{F}_{1n}$$

$$m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \cdots + \vec{F}_{2(n-1)} + \vec{F}_{2n}$$

$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$m_n\vec{a}_n = \vec{F}_n + \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \cdots + \vec{F}_{n(n-2)} + \vec{F}_{n(n-1)}$$

სადაც $m_1, m_2, \cdots, m_n$ სხეულთა მასებია, ხოლო $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \cdots, \vec{a}_n$ სისტემის შემადგენელ ნივთიერ წერტილთა აჩქარებებია.

გავუტოლოთ ამ განტოლებების მარჯვენა და მარცხენა მხარეების ჯამი ერთმანეთს და გავითვალისწინოთ, რომ, ნიუტონის მესამე კანონის თანახმად, შიგა ძალების ჯამი ნულის ტოლია $\vec{F}_{ij} + \vec{F}_{ji} = 0$ $(i \neq j)$, მაშინ მივიღებთ .

$$m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \cdots + m_n\vec{a}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

ანუ

$$(m_1 + m_2 + \cdots + m_n)\frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \cdots + m_n\vec{a}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n \qquad (1)$$

$\vec{r_1}, \vec{r_2}, \dots, \vec{r_n}$ -ით აღვნიშნოთ სისტემის შემადგენელ ნივთიერ წერტილთა რადიუს-ვექტორები, ხოლო $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \dots, \vec{v_n}$ და $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \dots, \vec{a_n}$ –ით, შესაბამისად, მათი სიჩქარეები და აჩქარებები. განვიხილოთ წერტილი, რომლის რადიუს-ვექტორი განისაზღვრება ფორმულით

$$\vec{r_c} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + \cdots + m_n\vec{r_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} \quad (2)$$

ამ წერტილის სიჩქარე, ცხადია, ტოლი იქნება

$$\vec{v_c} = \frac{\Delta\vec{r_c}}{\Delta t} = \frac{m_1\frac{\Delta\vec{r_1}}{\Delta t} + m_2\frac{\Delta\vec{r_2}}{\Delta t} + \cdots + m_n\frac{\Delta\vec{r_n}}{\Delta t}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} + \cdots + m_n\vec{v_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n},$$

ხოლო აჩქარება -

$$\vec{a_c} = \frac{\Delta\vec{v_c}}{\Delta t} = \frac{m_1\frac{\Delta\vec{v_1}}{\Delta t} + m_2\frac{\Delta\vec{v_2}}{\Delta t} + \cdots + m_n\frac{\Delta\vec{v_n}}{\Delta t}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{m_1\vec{a_1} + m_2\vec{a_2} + \cdots + m_n\vec{a_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} \quad (3)$$

თუ შევადარებთ (1) და (3) ფორმულებს, დავინახავთ, რომ

$$\vec{a_c} = \frac{\vec{F_1} + \vec{F_2} + \cdots + \vec{F_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n},$$

ანუ (2) ფორმულით განსაზღვრული წერტილის აჩქარება ისეთია, თითქოს ამ წერტილშია თავმოყრილი სისტემის მთელი მასა და ამავე წერტილზეა მოდებული ყველა გარეშე ძალა. ამ წერტილს სისტემის მასათა ცენტრი ეწოდება.

ერთგვაროვანი სიმეტრიული სხეულის მასათა ცენტრი მისი შუა წერტილია.

თუ სხეული ძალიან დიდი ზომის არ არის, მაშინ მის ფარგლებში დედამიწის გრავიტაციული ველი ერთგვაროვანია და ამ პირობებში სხეულის სიმძიმის ცენტრი დაემთხვევა მასათა ცენტრს.

თუ სხეულთა სისტემაზე მოქმედი გარეშე ძალების ჯამი ნულის ტოლია, მაშინ სისტემის მასათა ცენტრი ან უძრავია, ან წრფივად და თანაბრად მოძრაობს.

$\vec{\upsilon}_c = \dfrac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \cdots + m_n\vec{\upsilon}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$ ფორმულიდან გამომდინარეობს , რომ

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \Lambda + m_n\vec{\upsilon}_n = (m_1 + m_2 + \Lambda\ m_n)\vec{\upsilon}_c$$

ანუ **ნივთიერ წერტილთა სისტემის იმპულსი სისტემის მასისა და მასათა ცენტრის სიჩქარის ნამრავლის ტოლია.**

ამოცანების ამოხსნის ნიმუშები:

ამოცანა **3.1**

ერთ წრფეზე არამდებარე სამი ნივთიერი წერტილი P_1, P_2 და **P_3, რომელთა მასებია შესაბამისად m_1, m_2** და **m_3, ურთიერთქმედებს ერთმანეთთან მხოლოდ გრავიტაციული ძალებით. სხეულთა აღნიშნული სისტემა ბრუნავს როგორც მყარი სხეული (ე.ი. $P_1P_2P_3$ სამკუთხედის ზომები უცვლელია) $P_1P_2P_3$ სიბრტყის მართობულად მასათა ცენტრში გამავალი ღერძის გარშემო. რა პირობებს აკმაყოფილებს ω კუთხური სიჩქარე და ნივთიერ წერტილებს შორის $P_1P_2=R_{12}$, $P_2P_3=R_{23}$** და **$P_1P_3=R_{13}$** მანძილები?

ამოხსნა:

დავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი პირველი სხეულისათვის მასათა ცენტრთან დაკავშირებულ ინერციულ ათვლის სისტემაში:

$$\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13}=m_1\vec{a}_1 \qquad (1)$$

სადაც $\vec{F}_{12}=\dfrac{Gm_1m_2}{R_{12}^3}\vec{R}_{12}$ არის პირველ სხეულზე მეორედან მოქმედი გრავიტაციული ძალა, $\vec{F}_{13}=\dfrac{Gm_1m_3}{R_{13}^3}\vec{R}_{13}$ არის პირველ სხეულზე მესამედან მოქმედი გრავიტაციული ძალა, ხოლო $\vec{a}_1=\omega^2\vec{R}_{1c}$ პირველი სხეულის აჩქარებაა. აქ $\vec{R}_{12}$ პირველი წერტილის მეორესთან შემაერთებელი ვექტორია, $\vec{R}_{13}$ პირველი წერტილის მესამესთან შემაერთებელი ვექტორია, ხოლო $\vec{R}_{1c}$ პირველი წერტილის სამივე სხეულის მასათა ცენტრთან შემაერთებელი ვექტორია. (1) ფორმულაში ამ გამოსახულებების შეტანით მიიღება

$$\frac{Gm_2}{R_{12}^3}\vec{R}_{12}+\frac{Gm_3}{R_{13}^3}\vec{R}_{13}=\omega^2\vec{R}_{1c} \qquad (2)$$

მასათა ცენტრის რადიუს-ვექტორის განმსაზღვრელი ფორმულის თანახმად

$$\vec{R}_{1c}=\frac{m_2\vec{R}_{12}+m_3\vec{R}_{13}}{m_1+m_2+m_3} \qquad (3)$$

(3) გამოსახულების შეტანით (2) ფორმულაში მიიღება

$$m_2\vec{R}_{12}\left(\frac{G}{R_{12}^3}-\frac{\omega^2}{m_1+m_2+m_3}\right)+m_3\vec{R}_{13}\left(\frac{G}{R_{13}^3}-\frac{\omega^2}{m_1+m_2+m_3}\right)=0 \qquad (4)$$

რადგანაც ნივთიერი წერტილები ერთ წრფეზე არ მდებარეობს, ამიტომ $\vec{R}_{12}$ და $\vec{R}_{13}$ ვექტორები არ არის არც ერთი და იმავე მიმართულების და არც ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულების ვექტორები. ამის გამო (4) ტოლობიდან გამომდინარეობს, რომ

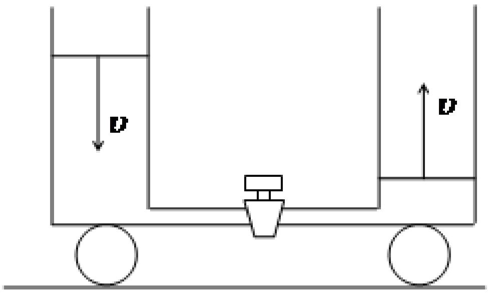
$$R_{12}=R_{13}=\sqrt[3]{\frac{G(m_1+m_2+m_3)}{\omega^2}} \qquad (5)$$

ადვილი მისახვედრია, რომ თუ გამოვიყენებთ ნიუტონის მეორე კანონს მეორე ან მესამე სხეულისათვის, მივიღებთ, რომ

$$R_{12}=R_{13}=R_{23}=\sqrt[3]{\frac{G(m_1+m_2+m_3)}{\omega^2}} \qquad (*)$$

ამოცანა 3.2

ურიკაზე მოთავსებულია ონკანიანი წვრილი მილით ერთმანეთთან შეერთებული ორი ვერტიკალური ცილინდრული ჭურჭელი. მათ ღერძებს შორის მანძილია ℓ. თითოეული ჭურჭლის შიგა განივკვეთის ფართობია S. ერთ-ერთ ჭურჭელში ასხია ρ სიმკვრივის სითხე. სისტემის მასაა m. თავდაპირველად ურიკა უძრავია. ონკანი გახსნეს. განსაზღვრეთ ურიკის სიჩქარე იმ მომენტში, როდესაც სითხის დონეების გადაადგილების სიჩქარეა v (ნახ. 3.1).



ნახ. 3.1

ამოხსნა:

ამოცანის ამოხსნისას გამოვიყენოთ ის ფაქტი, რომ ჰორიზონტალური მიმართულებით სისტემაზე ძალა არ მოქმედებს, რის გამოც, სითხისა და ურიკის ამოძრავების შემდეგ, სისტემის მასათა ცენტრი ჰორიზონტალური მიმართულებით არ ამოძრავდება დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. მივმართოთ X ღერძი მარჯვნივ. ურიკის საძებნი სიჩქარის გეგმილი ამ ღერძზე იყოს u. მცირე Δt დროში მარცხენა ჭურჭლიდან $\rho S \upsilon \Delta t$ მასის სითხე გადავა მარჯვენა ჭურჭელში. მისი მასათა ცენტრის კოორდინატი ურიკის მიმართ შეიცვლება ℓ-ით, ხოლო დედამიწის მიმართ $(\ell+u\Delta t)$-ით. დანარჩენი სითხე ურიკასთან ერთად დედამიწის მიმართ გადაადგილდება $u\Delta t$-ით. ამრიგად, სისტემის ერთი, $m_1 = \rho S \upsilon \Delta t$ მასის ნაწილის მასათა ცენტრის კოორდინატის ცვლილებაა $\Delta x_1 = \ell + u\Delta t$, ხოლო მეორე, $m_2 = m - \rho S \upsilon \Delta t$ მასის ნაწილის მასათა ცენტრის კოორდინატის ცვლილებაა $\Delta x_2 = u\,\Delta t$. სისტემის მასათა ცენტრის x კოორდინატის ცვლილება ნულის ტოლია, $\Delta x_c = 0$.

გვაქვს ფორმულა $x_c = \dfrac{m_1\, x_1 + m_2\, x_2}{m}$, საიდანაც $\Delta x_c = \dfrac{m_1\,\Delta x_1 + m_2\,\Delta x_2}{m}$. ამაში ზემოთ მოყვანილი მნიშვნელობების ჩასმით მიიღება

$$\rho S v \Delta t\,(\ell + u\Delta t) + (m - \rho S v \Delta t) u \Delta t = 0$$

საიდანაც

$$u = -\frac{\rho S \ell v}{m}$$

მინუს ნიშანი გვეუბნება, რომ ურიკა სითხის გადადინების მიმართულების საწინააღმდეგოდ ამოძრავდა.

ამოხსენით ამოცანები:

3.3. გლუვ იატაკზე დგას ჭურჭელი, რომელშიც ρ_0 სიმკვრივის წყალი ასხია. წყლის მოცულობაა V_0. ჭურჭლის ფსკერზე იმყოფება V მოცულობისა და ρ სიმკვრივის ხოჭო (ნახ. 3.2). გარკვეულ მომენტში ხოჭომ ფსკერზე ცოცვა დაიწყო ჭურჭლის მიმართ u სიჩქარით. აჩვენეთ, რომ ჭურჭლის სისტემაში წყლის იმპულსი არის $\rho_0 V u$.

3.4. გლუვ იატაკზე დგას ჭურჭელი, რომელშიც ρ_0 სიმკვრივის წყალი ასხია. წყლის მოცულობაა V_0. ჭურჭლის ფსკერზე იმყოფება V მოცულობისა და ρ სიმკვრივის ხოჭო (ნახ. 3.2). გარკვეულ მომენტში ხოჭომ ფსკერზე ცოცვა დაიწყო ჭურჭლის მიმართ u სიჩქარით. განსაზღვრეთ, რა სიჩქარით ამოძრავდა ჭურჭელი იატაკის მიმართ. ჭურჭლის მასაა m. ჩათვალეთ, რომ ხოჭოს მოძრაობისას წყლის დონე ჰორიზონტალური რჩება.

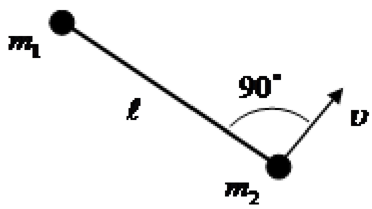
3.5. უძრავ საყრდენზე მოთავსებულია ჭურჭელი, რომელშიც ასხია ρ სიმკვრივის წყალი. წყალში ვერტიკალურად ზევით a აჩქარებით მოძრაობს V მოცულობის ჰაერის ბუშტულა. ჭურჭლის მასა წყალთან ერთად არის m. განსაზღვრეთ ჭურჭლის წნევის ძალა საყრდენზე.

3.6. R მანძილით დაშორებული ორი ვარსკვლავი, რომელთა მასების ჯამია M, ბრუნავს ერთმანეთის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის პერიოდი.

3.7. m_1 და m_2 მასის ორი ნივთიერი წერტილი ერთმანეთთან შეერთებულია λ სიგრძის დაჭიმული ძაფით და მოძრაობს გლუვ ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე. გარკვეულ მომენტში აღმოჩნდა, რომ პირველი სხეული უძრავია, ხოლო მეორის სიჩქარე, რომლის მოდულია v, მიმართულია ძაფის მართობულად (ნახ. 3.3). განსაზღვრეთ ძაფის დაჭიმულობის ძალა.

3.8. პლუტონის თანამგზავრ ხარონის მასა 8-ჯერ ნაკლებია პლუტონის მასაზე. ისინი წრიულ ორბიტაზე მოძრაობენ საერთო მასათა ცენტრის გარშემო ისე, რომ "სულ ერთმანეთს უყურებენ", ანუ სისტემა ბრუნავს როგორც ერთიანი მყარი სხეული. პლუტონისა და მისი თანამგზავრის ცენტრებს შორის მანძილია R = 19640 კმ, ხარონის რადიუსია r = 593 კმ. განსაზღვრეთ ხარონის პლუტონთან უახლოეს და უშორეს წერტილებში თავისუფალი ვარდნის აჩქარებათა ფარდობითი განსხვავება.

ნახ. 3.2



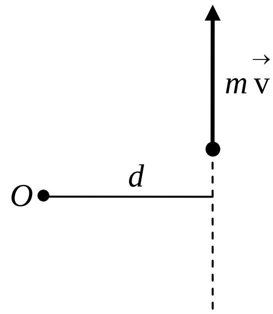
ნახ. 3.3

4. იმპულსის მომენტი. იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონი. ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის კინეტიკური ენერგია

ჯერ განვმარტოთ ღერძის მიმართ ძალის მომენტის ცნება. სხეულზე ან ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მომენტი ღერძის მიმართ ითვლება ნულის ტოლად, თუ ძალა ღერძის პარალელურია. თუ ძალა ღერძის მართობულ

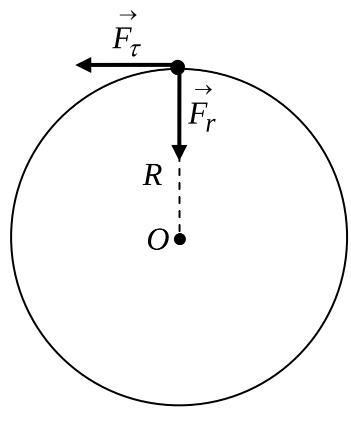
სიბრტყეში მოქმედებს, მაშინ მისი მომენტი ღერძის მიმართ ძალის მოდულისა და მხარის ნამრავლის ტოლია, სადაც ძალის მხარი ეწოდება მანძილს ღერძიდან ძალის მოქმედების წრფემდე. თუ ორი ძალა ცდილობს სხეულის მობრუნებას ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით, მაშინ მათ მომენტებს ნიშნით განასხვავებენ.

ახლა განვმარტოთ ღერძის მიმართ იმპულსის მომენტის ცნება. ნივთიერი წერტილის იმპულსის მომენტი ღერძის მიმართ ითვლება ნულის ტოლად, თუ იმპულსი ღერძის პარალელურია. თუ იმპულსი ღერძის მართობულია, მაშინ მისი მომენტი ღერძის მიმართ იმპულსის მოდულისა და მხარის ნამრავლის ტოლია, სადაც იმპულსის მხარი ეწოდება მანძილს ღერძიდან იმპულსის გასწვრივ წრფემდე. ნახ. 4.1–ზე გამოსახულია ნივთიერი წერტილის იმპულსი და მისი d მხარი O ღერძის მიმართ (ღერძი ფურცლის მართობულია). იმპულსის მომენტი აღვნიშნოთ L ასოთი, ხოლო მისი მხარი d ასოთი, მაშინ გვაქვს $L = m\mathrm{v}d$.



ნახ. 4.1

ნივთიერ წერტილთა სისტემის იმპულსის მომენტი ღერძის მიმართ ტოლია ნივთიერ წერტილთა იმპულსის მომენტების ჯამის. ამასთან, თუ ორი ნივთიერი წერტილიდან ღერძისადმი გავლებული მართობები ერთი მიმართულებით ბრუნავს, მაშინ მათი იმპულსის მომენტები ერთი ნიშნის უნდა იყოს, ხოლო თუ საწინააღმდეგოდ ბრუნავს, მაშინ – საწინააღმდეგო ნიშნის.



ნახ. 4.2

განვიხილოთ უძრავი ღერძის გარშემო წრეწირზე მოძრავი ნივთიერი წერტილი. ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი წარმოვადგინოთ რადიუსის გასწვრივ მოქმედი $\vec{F}_r$ და მხების გასწვრივ მოქმედი $\vec{F}_\tau$ ძალების ჯამის სახით (ნახ. 4.2).

ცხადია, მხები ძალა სხეულს ანიჭებს $\vec{a}_\tau$ მხებ აჩქარებას. ნიუტონის II კანონის თანახმად, $F_\tau = ma_\tau = \dfrac{\Delta(m\mathrm{v})}{\Delta t}$. აქ Δt დროის ძალიან მცირე შუალედია. თუ ტოლობის ორივე მხარეს წრეწირის R რადიუსზე გავამრავლებთ, მივიღებთ $F_\tau R = \dfrac{\Delta(m\mathrm{v}\mathrm{R})}{\Delta t}$. რადიუსი არის როგორც მხები ძალის მხარი, ასევე იმპულსის მხარი, ამიტომ $F_\tau R = M$ ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალების მომენტია უძრავი ღერძის მიმართ (რადიუსის გასწვრივი ძალის მომენტი ნულის ტოლია), ხოლო $m\mathrm{v}R = L$ იმპულსის მომენტია იმავე ღერძის მიმართ. ამრიგად, გვაქვს

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

მიღებული განტოლება მართებულია ნებისმიერ ტრაექტორიაზე მოძრავი ნივთიერი წერტილისათვის, აგრეთვე ნივთიერ წერტილთა სისტემისათვის. ამ უკანასკნელ შემთხვევაში M იქნება სისტემაზე მოქმედი გარე ძალების მომენტების ჯამი უძრავი ღერძის მიმართ, ხოლო L – სისტემის იმპულსი იმავე ღერძის მიმართ.

მიღებულ განტოლებას მომენტების განტოლებას უწოდებენ. სიტყვებით ის ასე გამოითქმის: ნივთიერ წერტილთა სისტემაზე ან ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალების მომენტი უძრავი ღერძის მიმართ ტოლია მცირე დროის შუალედში ღერძის მიმართ იმპულსის მომენტის ცვლილების შეფარდებისა დროის ამ შუალედთან.

მომენტების განტოლება მართებულია აგრეთვე მასათა ცენტრში გამავალი გადატანითად მოძრავი ღერძის მიმართ, რა სახისაც არ უნდა იყოს ეს მოძრაობა.

მომენტების განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ, **თუ ნივთიერ წერტილთა სისტემაზე (ან ნივთიერ წერტილზე) მოქმედი ძალების მომენტი რომელიმე უძრავი ღერძის მიმართ ნულის ტოლია, მაშინ ამ ღერძის მიმართ სისტემის (ან ნივთიერი წერტილის) იმპულსის მომენტი მუდმივია. ეს არის იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონი.**

მივიღოთ უძრავი ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის იმპულსის მომენტის ფორმულა. მყარი სხეულის მოძრაობის განხილვისას უგულებელყოფენ მის დეფორმაციას ანუ მის წერტილებს შორის მანძილის ცვლილებას. მყარი სხეულის ასეთ მოდელს **აბსოლუტურად მყარი სხეული** ეწოდება. დავყოთ მყარი სხეული ისეთ მცირე ელემენტებად, რომ თითოეული მათგანი ნივთიერ წერტილად მივიჩნიოთ. ელემენტების მასები იყოს Δm_i. ისინი მოძრაობენ უძრავი ბრუნვის ღერძის გარშემო r_i რადიუსების წრეწირებზე. ყველა ელემენტისათვის საერთოა ω კუთხური სიჩქარე. მათი წირითი სიჩქარეების მოდულებია $\mathrm{v}_i = \omega r_i$. განმარტების თანახმად,

$$L = \sum \Delta m_i \,\mathrm{v}_i\, r_i = \sum \Delta m_i\, \omega r_i^2 = \omega \sum \Delta m_i\, r_i^2$$

$I = \sum \Delta m_i\, r_i^2$ სიდიდე დამოკიდებულია ღერძზე, სხეულის ფორმაზე და ზომებზე, სხეულში მასის განაწილების ხასიათზე. მას ღერძის მიმართ **ინერციის მომენტი** ეწოდება. ამრიგად, **უძრავი ღერძის გარშემო ბრუნავი მყარი სხეულის იმპულსის მომენტი მისი ინერციის მომენტისა და კუთხური სიჩქარის ნამრავლის ტოლია:**

$$L = I\,\omega$$

თუ ამას ჩავსვამთ მომენტების განტოლებაში და გავითვალისწინებთ, რომ მყარი სხეულის ბრუნვისას მისი ინერციის მომენტი უცვლელია, მივიღებთ განტოლებას

$$M = I\,\frac{\Delta \omega}{\Delta t} = I\,\varepsilon$$

აქ $\varepsilon = \dfrac{\Delta \omega}{\Delta t}$ კუთხური აჩქარებაა. მიღებულ განტოლებას მყარი სხეულის ბრუნვის დინამიკის ძირითად განტოლებას უწოდებენ. ეს განტოლება მართებულია აგრეთვე მყარი სხეულის ბრუნვისას მასათა ცენტრში გამავალი გადატანითად მოძრავი ღერძის გარშემო. როგორც ვხედავთ, მყარი სხეულის ბრუნვის დინამიკაში ძალის როლს ასრულებს ძალის მომენტი, მასის როლს – ინერციის მომენტი, ხოლო აჩქარების როლს – კუთხური აჩქარება.

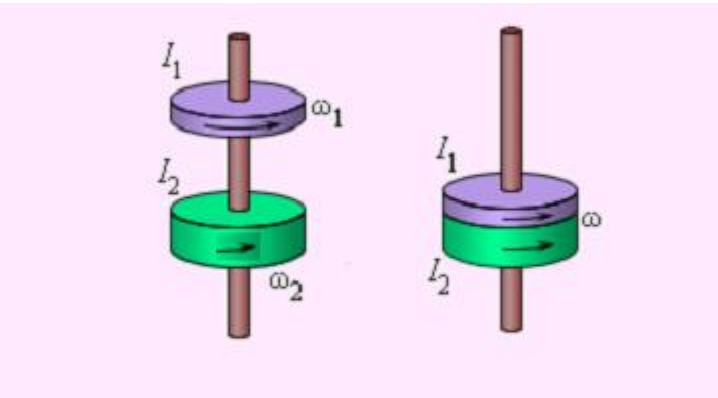
რაც შეეხება ინერციის მომენტს, ზოგიერთ შემთხვევაში მისი პოვნა მარტივია. მაგალითად, ადვილი დასანახია, რომ თხელკედლიანი R რადიუსის და m მასის ცილინდრის ინერციის მომენტი ცილინდრის ღერძის მიმართ არის $I = mR^2$.

R რადიუსის და m მასის ერთგვაროვანი ცილინდრის ინერციის მომენტი ცილინდრის ღერძის მიმართ არის $I = \frac{1}{2} mR^2$.

L სიგრძისა და m მასის ერთგვაროვანი ღეროს ინერციის მომენტი ღეროს მართობულად მასათა ცენტრში გამავალი ღერძის მიმართ არის $I = \frac{1}{12} mL^2$.

მყარი სხეულის I ინერციის მომენტი ნებისმიერი ღერძის მიმართ შეიძლება გამოვსახოთ ამ სხეულის I_C ინერციის მომენტით მოცემული ღერძის პარალელური და მასათა ცენტრში გამავალი ღერძის მიმართ შტაინერის თეორემის გამოყენებით: $I = I_C + md^2$, სადაც m სხეულის მასაა, ხოლო d ღერძებს შორის მანძილია.

იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონის საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ ერთ ღერძზე წამოცმული ორი მბრუნავი დისკოს აბსოლუტურად არადრეკადი დაჯახების მაგალითი (ნახ. 4.3):



ნახ. 4.3
ორი მბრუნავი დისკოს აბსოლუტურად არადრეკადი დაჯახება. იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონის თანახმად გვაქვს, რომ $I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = (I_1 + I_2)\omega$

მივიღოთ უძრავი ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის კინეტიკური ენერგიის ფორმულა. ისევე, როგორც წინა საკითხის განხილვისას, დავყოთ მყარი სხეული ისეთ მცირე ელემენტებად, რომ თითოეული მათგანი ნივთიერ წერტილად მივიჩნიოთ. ელემენტების მასები იყოს Δm_i. ისინი მოძრაობენ უძრავი ბრუნვის ღერძის გარშემო r_i რადიუსების წრეწირებზე. ყველა ელემენტისათვის საერთოა ω კუთხური სიჩქარე. მათი წირითი სიჩქარეების მოდულებია $v_i = \omega r_i$. განმარტების თანახმად, სხეულის კინეტიკური ენერგია იქნება

$$E_k = \sum_i \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{\Delta m_i (r_i \omega)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_i \Delta m_i r_i^2 = \frac{I\omega^2}{2}$$

განვიხილოთ მყარი სხეულის უფრო ზოგადი მოძრაობა – **ბრტყელი მოძრაობა. მყარი სხეულის ისეთ მოძრაობას, რომლის დროსაც მისი ყველა წერტილი გარკვეული უძრავი α სიბრტყის პარალელურ სიბრტყეებში მოძრაობს,**

ბრტყელი მოძრაობა ეწოდება. ამ შემთხვევაში, საზოგადოდ, მყარი სხეულის ელემენტების მოძრაობა არის ორი მოძრაობის ჯამი – მასათა ცენტრთან ერთად გადატანითი მოძრაობისა და მასათა ცენტრში გამავალი α სიბრტყის მართობული ღერძის გარშემო ბრუნვის. ელემენტების სიჩქარეებია $\vec{v}_i = \vec{v}_C + \vec{v}'_i$, სადაც $\vec{v}_C$ მასათა ცენტრის სიჩქარეა, ხოლო $\vec{v}'_i$ ელემენტების სიჩქარეებია მასათა ცენტრთან ერთად გადატანითად მოძრავი ათვლის სისტემის მიმართ.

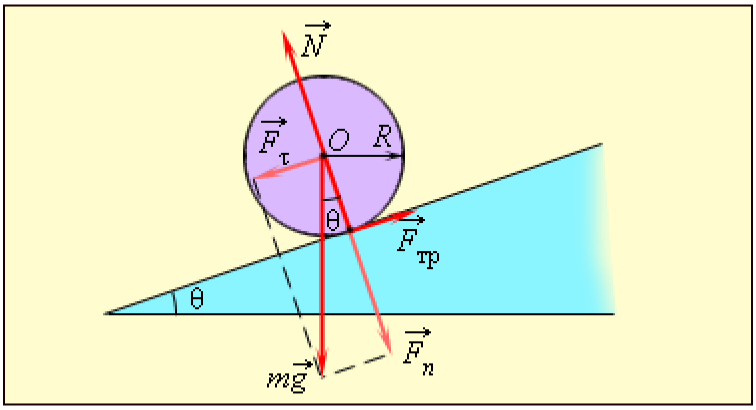
$$E_k = \sum_i \frac{\Delta m_i\, v_i^2}{2} = \sum_i \frac{\Delta m_i \left(\vec{v}_C + \vec{v}'_i\right)^2}{2} = \frac{v_C^2}{2}\sum_i \Delta m_i + \sum_i \frac{\Delta m_i\, v_i'^2}{2} + \vec{v}_C \cdot \sum_i \Delta m_i\, \vec{v}'_i$$

აქ $\sum_i \Delta m_i = m$ სხეულის მასაა, მეორე წევრი მასათა ცენტრში გამავალი ღერძის გარშემო სხეულის ბრუნვის ენერგიაა ანუ $\frac{I\omega^2}{2}$, ხოლო ბოლო წევრის მეორე ვექტორი სხეულის იმპულსია მასათა ცენტრთან ერთად გადატანითად მოძრავი ათვლის სისტემის მიმართ ანუ ნულოვანი ვექტორია. მაშასადამე, საბოლოოდ მიიღება, რომ $E_k = \frac{m v_C^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$.

ამოცანების ამოხსნის ნიმუში

ამოცანა 4.1

შევისწავლოთ სხეულის (რგოლი, ცილინდრი, ბურთულა) გორვა დახრილ სიბრტყეზე (ნახ. 4.4). უძრაობის და სრიალის ხახუნის კოეფიციენტები ერთმანეთის ტოლად მივიჩნიოთ.



ნახ. 4.4

ამოხსნა:

სხეულზე მოქმედებს ხახუნის, სიმძიმის და სიბრტყის რეაქციის ძალები. ხახუნის ძალას, თუ ეს შესაძლებელია, ექნება ზუსტად ისეთი მნიშვნელობა, რომ სხეული გორავდეს სრიალის გარეშე. ვნახოთ, რა პირობებში მოხდება ასე და რა იქნება ამ პირობებში სხეულის მასათა ცენტრის აჩქარება. გამოვიყენოთ მყარი სხეულის ბრუნვის დინამიკის ძირითადი განტოლება მასათა ცენტრში გამავალი O ღერძის მიმართ. მომენტი აქვს მხოლოდ უძრაობის ხახუნის ძალას.

$$I_C \varepsilon = F_{\text{ხახ}} R \qquad (1)$$

რადგან სხეული არ სრიალებს, ამიტომ $\text{v} = \omega R$ და, აქედან გამომდინარე, $a = \varepsilon R$. აქ v მასათა ცენტრის სიჩქარეა, ხოლო a – მისი აჩქარება. ამის გათვალისწინებით (1) ტოლობა შემდეგნაირად გადაიწერება

$$I_C \frac{a}{R} = F_{\text{ხახ}} R \qquad (2)$$

მასათა ცენტრის მოძრაობისათვის ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენებით მიიღება

$$ma = mg\sin\theta - F_{\text{ხახ}} \qquad (3)$$

$$N = mg\cos\theta \qquad (4)$$

(2) და (3) ფორმულების გამოყენებით ვიპოვით მასათა ცენტრის აჩქარებასა და ხახუნის ძალას:

$$a = \frac{mg\sin\theta}{\frac{I_C}{R^2} + m} \qquad (5)$$

$$F_{\text{ხახ}} = \frac{I_C mg\sin\theta}{I_C + mR^2} \qquad (6)$$

უძრაობის ხახუნის ძალა აკმაყოფილებს შემდეგ უტოლობას

$$F_{\text{ხახ}} \le \mu N \qquad (7)$$

სადაც μ ხახუნის კოეფიციენტია. (4), (6) და (7) ფორმულებიდან მიიღება სრიალის გარეშე გორვის პირობა

$$\mu \ge \frac{I_C tg\theta}{I_C + mR^2} \qquad (8)$$

ამრიგად, თუ შესრულებულია პირობა (8), მაშინ სხეული გორავს სრიალის გარეშე და მასათა ცენტრის აჩქარება განისაზღვრება ფორმულა (5)-ით.

იმ პირობებში, როდესაც

$$\mu < \frac{I_C tg\theta}{I_C + mR^2}, \qquad (9)$$

სხეული თან იგორებს, თან ისრიალებს. ამ შემთხვევაში სხეულზე მოქმედი ხახუნის ძალაა სრიალის ხახუნის ძალა $F_{\text{ხახ}} = \mu N = \mu mg\cos\theta$. ფორმულა (3)-ის გამოყენებით ვიპოვით მასათა ცენტრის აჩქარებას

$$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \qquad (10)$$

კუთხური აჩქარება კი განისაზღვრება ფორმულა (1)-ის საშუალებით

$$\varepsilon = \frac{\mu mgR\cos\theta}{I_C} \qquad (11)$$

ამოხსენით ამოცანები:

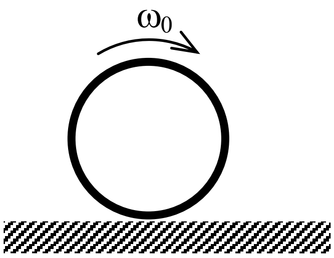
4.2. R რადიუსის ერთგვაროვანი თხელკედლიანი ღრუ ცილინდრი ω_0 კუთხური სიჩქარით დაატრიალეს ღერძის გარშემო და დადეს ჰორიზონტალურ მქისე ზედაპირზე (ნახ. 4.5). განსაზღვრეთ ცილინდრის კუთხური სიჩქარე და მისი ღერძის სიჩქარე ზედაპირზე სრიალის შეწყვეტის შემდეგ.

4.3. მქისე ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებულ R რადიუსის ერთგვაროვან თხელკედლიან ღრუ ცილინდრს მიანიჭეს ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ღერძის მართობული სიჩქარე, რომლის მოდულია v_0 (ნახ. 4.6). განსაზღვრეთ ცილინდრის კუთხური სიჩქარე და მისი ღერძის სიჩქარე ზედაპირზე სრიალის შეწყვეტის შემდეგ.

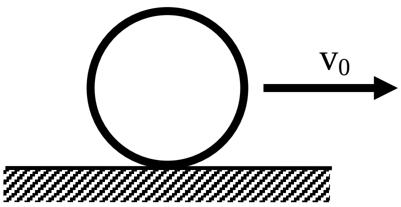
4.4. R რადიუსის ერთგვაროვანი სავსე ცილინდრი ω_0 კუთხური სიჩქარით დაატრიალეს ღერძის გარშემო და დადეს ჰორიზონტალურ მქისე ზედაპირზე (ნახ. 4.7). განსაზღვრეთ ცილინდრის კუთხური სიჩქარე და მისი ღერძის სიჩქარე ზედაპირზე სრიალის შეწყვეტის შემდეგ.

4.5. მქისე ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებულ R რადიუსის ერთგვაროვან სავსე ცილინდრს მიანიჭეს ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ღერძის მართობული სიჩქარე, რომლის მოდულია v_0 (ნახ. 4.8). განსაზღვრეთ ცილინდრის კუთხური სიჩქარე და მისი ღერძის სიჩქარე ზედაპირზე სრიალის შეწყვეტის შემდეგ.

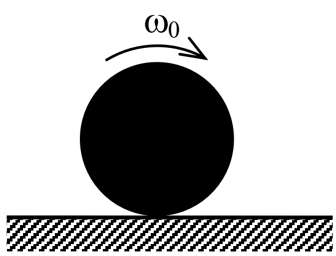
4.6. მქისე ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებული R რადიუსის ერთგვაროვანი თხელკედლიანი ღრუ ცილინდრი ω_0 კუთხური სიჩქარით დაატრიალეს ღერძის გარშემო და ერთდროულად ღერძს მიანიჭეს ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ღერძის მართობული სიჩქარე, რომლის მოდულია v_0 (ნახ. 4.9). განსაზღვრეთ ცილინდრის კუთხური სიჩქარე და მისი ღერძის სიჩქარე ზედაპირზე სრიალის შეწყვეტის შემდეგ. საითკენაა მიმართული ეს სიჩქარე?



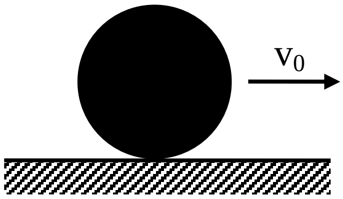
ნახ. 4.5



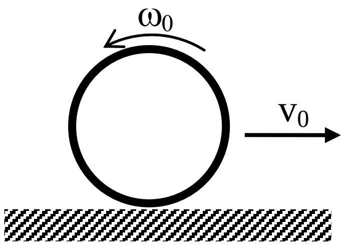
ნახ. 4.6



ნახ. 4.7



ნახ. 4.8



ნახ. 4.9

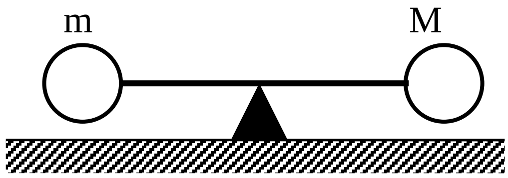
4.7. ღეროს ბოლოებში მიმაგრებულია m და M მასის $(M > m)$ ერთი ზომის ერთგვაროვანი ბურთულები. ღეროს მასა შეგვიძლია უგულებელვყოთ ბურთულების მასებთან შედარებით. ღერო შუა წერტილით ეყრდნობა საყრდენს.

საწყის მომენტში მას აკავებენ ჰორიზონტალურ მდებარეობაში (ნახ. 4.10). ღერო გაათავისუფლეს. განსაზღვრეთ ამ მომენტში საყრდენზე დაწოლის ძალა.

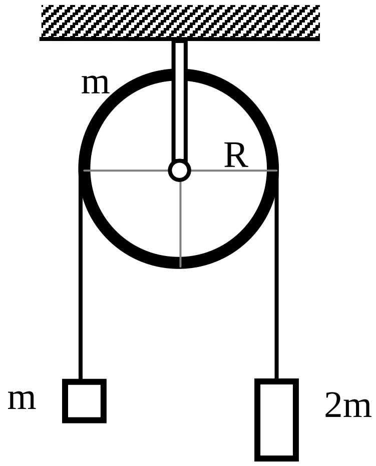
4.8. L სიგრძის ერთგვაროვანი ღერო ვერტიკალურად დგას გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. მცირე გადახრის შემდეგ მან ვარდნა დაიწყო. იპოვეთ ღეროს ზედა წერტილის სიჩქარე ზედაპირთან დაჯახების მომენტში.

4.9. m მასის და R რადიუსის ჭოჭონაქის მასა თანაბრადაა განაწილებული ფერსოზე. ჭოჭონაქზე გადადებული ზონრის ბოლოებზე დაკიდებულია m და $2m$ მასის სხეულები (ნახ. 4.11). ზონარსა და ჭოჭონაქს შორის ხახუნი იმდენად დიდია, რომ ზონარი არ სრიალებს ჭოჭონაქზე. იპოვეთ სხეულების აჩქარება, თუ ჭოჭონაქსა და მის ღერძს შორის ხახუნის ძალა შეგვიძლია უგულებელვყოთ.

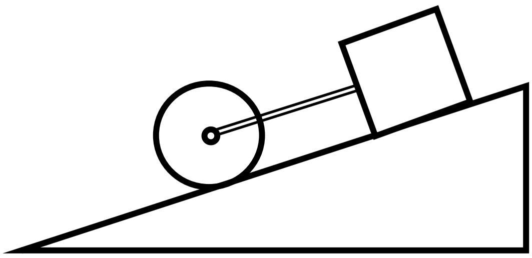
4.10. ჰორიზონტისადმი 30° კუთხით დახრილ სიბრტყეზე დევს 8 კგ მასის და 5 სმ რადიუსის ერთგვაროვანი ცილინდრი. მის ღერძთან თოკით მიბმულია 4 კგ მასის კუბი, რომელსაც თავდაპირველად აკავებენ დახრილ სიბრტყეზე (ნახ. 4.12). სხეულებსა და სიბრტყეს შორის ხახუნის კოეფიციენტია 0,6. განსაზღვრეთ, რა აჩქარებით ამოძრავდება კუბი და ცილინდრის ღერძი, თუ კუბს გავათავისუფლებთ. უგულებელყავით თოკის მასა, გორვის ხახუნი და ცილინდრის ხახუნი ღერძთან.



ნახ. 4.10



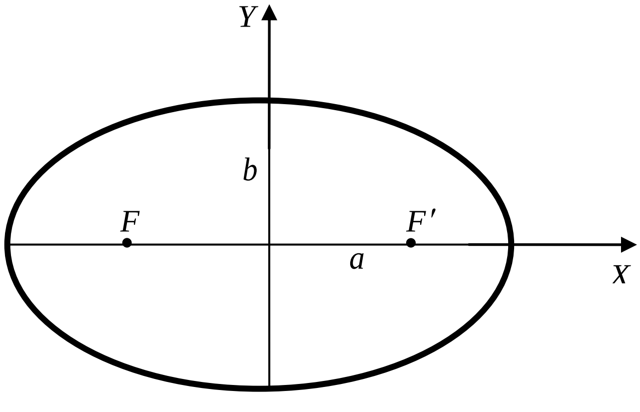
ნახ. 4.11


ნახ. 4.12

5. ელიფსი

გავეცნოთ მრუდს, რომელიც მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ფიზიკაში. სხვა რომ არაფერი ვთქვათ, ამ მრუდზე მოძრაობს ჩვენი მშობლიური დედამიწა მზის გარშემო. ეს მრუდია ელიფსი.

ელიფსი ეწოდება სიბრტყის წერტილთა გეომეტრიულ ადგილს, რომლების დაშორებათა ჯამი ამ სიბრტყის ორ მოცემულ წერტილამდე მოცემული რიცხვია (ის ამ ორ წერტილს შორის მანძილზე მეტია). ამ ორ წერტილს ელიფსის ფოკუსები ეწოდება. ნახ. 5.1-ზე გამოსახული ელიფსის ფოკუსებია F და F'. ფოკუსებზე გამავალ ქორდას ელიფსის დიდ ღერძი ეწოდება. ის ყველაზე გრძელი ქორდაა ელიფსში.



ნახ. 5.1

დიდი ღერძის შუა წერტილში გამავალ მის მართობულ ქორდას ელიფსის პატარა ღერძი ეწოდება. ის ცენტრზე გამავალ ქორდებს შორის ყველაზე მოკლეა.

თუ კოორდინატთა X ღერძი ემთხვევა ელიფსის დიდ ღერძს, ხოლო Y ღერძი – ელიფსის პატარა ღერძს (ნახ. 5.1), მაშინ ელიფსის განტოლებას შემდეგი სახე აქვს

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

სადაც a დიდი ნახევარღერძის სიგრძეა, ხოლო b – პატარა ნახევარღერძის.

ელიფსით შემოსაზღვრული ნაკვთის ფართობი განისაზღვრება ფორმულით

$$S=\pi ab$$

რაც უფრო ვიწროა ელიფსი ანუ რაც უფრო მეტია $\frac{a}{b}$ ფარდობა, მით უფრო ახლოსაა ფოკუსები დიდი ღერძის კიდურა წერტილებთან.

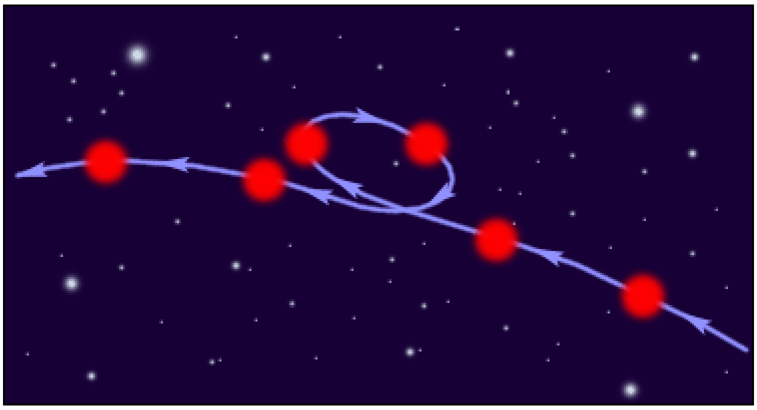
6. კეპლერის კანონები. მოძრაობა გრავიტაციის მოქმედებით

ატომებისა და ელემენტარული ნაწილაკების სამყაროში გრავიტაციული ძალები ბევრად ნაკლებია სხვა სახის ურთიერთქმედებებთან შედარებით. რთულია ჩვენს გარშემო მყოფ სხეულებს შორის გრავიტაციულ ურთიერთქმედებაზე დაკვირვება, მაშინაც კი, როდესაც მათი მასები მრავალი ათასი კილოგრამია. მაგრამ ”დიდი” ობიექტების ქცევას, როგორიცაა პლანეტები, კომეტები და ვარსკვლავები, სწორედ გრავიტაცია განსაზღვრავს. გრავიტაცია გვაკავებს ჩვენ დედამიწაზე.

გრავიტაცია მართავს მზის სისტემის პლანეტების მოძრაობას. მის გარეშე პლანეტები გაიფანტებოდა სხვადასხვა მიმართულებით.

პლანეტების მოძრაობის კანონზომიერება უძველესი დროიდან იპყრობდა ადამიანის ყურადღებას. პლანეტების მოძრაობის და მზის სისტემის აგებულების შესწავლამ მიგვიყვანა გრავიტაციის თეორიის შექმნამდე.

სამყაროს პირველი მოდელი (**გეოცენტრული სისტემა**) წამოაყენა ძველმა ბერძენმა მეცნიერმა **პტოლემემ**. ამ მოდელში სამყაროს ცენტრად განიხილებოდა დედამიწა, რომლის გარშემო მოძრაობდა პლანეტები და ვარსკვლავები. დედამიწაზე მყოფი დამკვირვებლის თვალსაზრისით პლანეტები მოძრაობს ძალზე რთულ ტრაექტორიებზე. პტოლემეს მოდელი დიდხანს ბატონობდა.

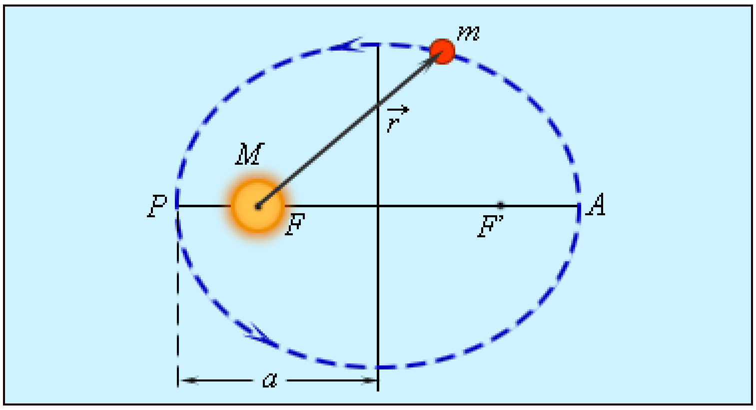


ნახ. 6.1. დედამიწიდან დაკვირვებული მარსის მოძრაობის პირობითი გამოსახულება უძრავი ვარსკვლავების ფონზე

XVI საუკუნის შუა ხანებში პოლონელმა ასტრონომმა **კოპერნიკმა** შემოიღო **ჰელიოცენტრული სისტემა**. ამ სისტემაში მზე განიხილება უძრავად და პლანეტები მოძრაობს მის გარშემო. კოპერნიკის სისტემაში პლანეტების ტრაექტორიები ბევრად მარტივია. კოპერნიკის სისტემის საფუძველზე გერმანელმა ასტრონომმა კეპლერმა, დანიელი ასტრონომის **ტიხო ბრაგეს** დაკვირვებების შედეგებზე დაყრდნობით, ჩამოაყალიბა მზის სისტემის პლანეტების მოძრაობის კანონები.

კეპლერის პირველი კანონი: პლანეტები მოძრაობს ელიფსებზე, რომელთა ერთ-ერთ ფოკუსში იმყოფება მზე.

ნახ. 6.2-ზე გამოსახულია პლანეტის ელიფსური ორბიტა. პლანეტის მასა ბევრად ნაკლებია მზის მასასთან შედარებით. ტრაექტორიის მზესთან უახლოეს P წერტილს **პერიჰელიუმი** ეწოდება, ხოლო უშორეს A წერტილს კი – **აფელიუმი**. მათ შორის მანძილი ელიფსის დიდი ღერძია.



ნახ. 6.2

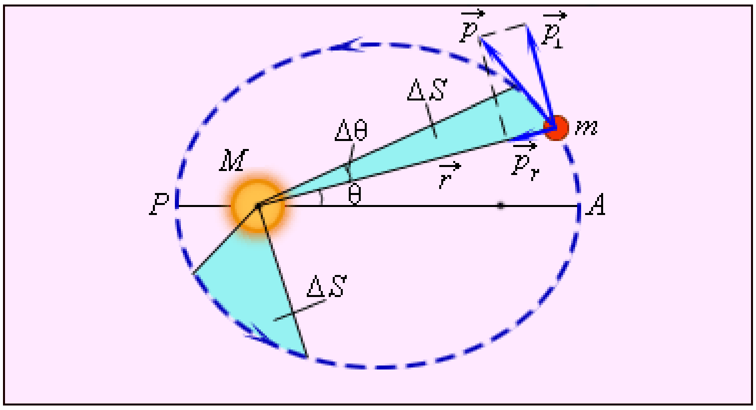
$m << M$ მასის პლანეტის ელიფსური ორბიტა.

a დიდი ნახევარღერძის სიგრძეა, F და F'

ორბიტის ფოკუსებია

მზის სისტემის თითქმის ყველა პლანეტის (პლუტონის გარდა) ორბიტა ახლოსაა წრეწირთან.

კეპლერის მეორე კანონი: პლანეტის რადიუს-ვექტორი დროის ტოლ შუალედებში ტოლ ფართობებს მოხვეტს.



ნახ. 6.3

ფართობების კანონი – კეპლერის მეორე კანონი

კეპლერის მეორე კანონი იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონის ეკვივალენტურია. ნახ. 6.3-ზე გამოსახულია პლანეტის $\vec{p}$ იმპულსი, აგრეთვე მისი $\vec{p}_r$ და $\vec{p}_\perp$ მდგენელები. $\Delta t \to 0$ უსასრულოდ მცირე დროში რადიუს-ვექტორის მიერ მოხვეტილი ფართობი $\upsilon_\perp \Delta t = \frac{p_\perp}{m}\Delta t$ ფუძის და r სიმაღლის მქონე სამკუთხედის ფართობის ტოლია:

$\Delta S = \frac{1}{2}\frac{p_\perp r}{m}\Delta t \quad (\Delta t \to 0)$ ანუ $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2}\frac{p_\perp r}{m} \quad (\Delta t \to 0)$, მაგრამ $p_\perp r = L$ მზის მიმართ იმპულსის მომენტის მოდულია, ამიტომ გვექნება

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{L}{2m} \quad (\Delta t \to 0)$$

რადგან პლანეტაზე მზიდან მოქმედი გრავიტაციული ძალის მომენტი მზის მიმართ ნულია, ამიტომ იმპულსის მომენტი მუდმივია. ამის გამო, ზედა ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ $\frac{\Delta S}{\Delta t} = const$. ეს კი კეპლერის მეორე კანონია.

$\frac{\Delta S}{\Delta t}$ სიდიდეს, რომელიც გვიჩვენებს ერთეულ დროში პლანეტის რადიუს-ვექტორის მიერ მოხვეტილ ფართობს, სექტორული სიჩქარე ეწოდება.

კეპლერის მესამე კანონი: პლანეტების გარშემოვლის პერიოდების კვადრატები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც მათი ორბიტების დიდი ნახევარღერძების კუბები.

$$\frac{T^2}{a^3} = const \quad \text{ანუ} \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

კეპლერის კანონები გამოდგება დედამიწის გარშემო მოძრავი თანამგზავრებისთვისაც.

კეპლერის კანონები შესაძლებელია გამოვიყვანოთ ნიუტონის კანონების გამოყენებით.

დიდი მასის სფერულად სიმეტრიული სხეულის (მას უძრავად მივიჩნევთ) გრავიტაციულ ველში ბევრად მცირე მასის ნივთიერი წერტილის მოძრაობისას ტრაექტორიის ფორმა დამოკიდებულია სისტემის სრულ მექანიკურ ენერგიაზე:

თუ სრული ენერგია უარყოფითია, მაშინ ტრაექტორია ელიფსია (ან წრეწირია, რომელიც ელიფსის კერძო სახეა).

თუ სრული ენერგია ნულია, მაშინ ტრაექტორია პარაბოლაა. სხეულის უსასრულობასთან მიახლოებისას სიჩქარე უახლოვდება ნულს.

თუ სრული ენერგია დადებითია, მაშინ ტრაექტორია ჰიპერბოლაა. სხეულის უსასრულობასთან მიახლოებისას სიჩქარე უახლოვდება ნულისგან განსხვავებულ მნიშვნელობას.

ცხადია, როდესაც სხეულის სიჩქარე მიმართულია დიდი მასის სხეულის ცენტრისკენ ან ცენტრიდან, მაშინ სხეული წრფის გასწვრივ მოძრაობს.

7. გრავიტაციული ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია

r მანძილით დაშორებული m_1 და m_2 მასის ნივთიერი წერტილების გრავიტაციული ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგიის ფორმულის მიღებას ინტეგრების ცოდნა სჭირდება. ჩვენ მოვიყვანთ შედეგს გამოყვანის გარეშე:

$$U = -\frac{G\,m_1\,m_2}{r} + C$$

სადაც C ნებისმიერი მუდმივაა. მისი კონკრეტული მნიშვნელობა დამოკიდებულია ნულოვანი დონის არჩევაზე. ჩვეულებრივ, ნულად თვლიან უსასრულოდ დაშორებული სხეულების პოტენციალურ ენერგიას. ამ შემთხვევაში $C = 0$ და $U = -\frac{G\,m_1\,m_2}{r}$.

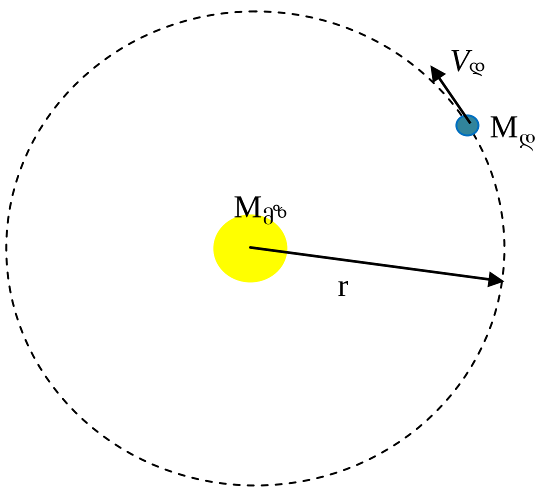
იმავე ფორმულით განისაზღვრება მასის განაწილებაში სფერული სიმეტრიის მქონე ორი სხეულის გრავიტაციული ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია, ამ შემთხვევაში r მათ ცენტრებს შორის მანძილია. იგივე ფორმულით შეიძლება განისაზღვროს მასის განაწილებაში სფერული სიმეტრიის მქონე სხეულისა და ნივთიერი წერტილის გრავიტაციული ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგიაც, ამ შემთხვევაში r ნივთიერ წერტილსა და სხეულის ცენტრს შორის მანძილია.

ამოცანების ამოხსნის ნიმუში

ამოცანა 7.1

განსაზღვრეთ III კოსმოსური სიჩქარე, ანუ რა მინიმალური სიჩქარე უნდა მივანიჭოთ სხეულს დედამიწის მიმართ, რომ ის გაექცეს მზეს.

ამოხსნა:



მზის გარშემო დედამიწის მოძრაობის ტრაექტორია განვიხილოთ როგორც $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$მ რადიუსის წრეწირი, მაშინ დედამიწის სიჩქარის მოდული (ორბიტალური სიჩქარე) გამოითვლება ფორმულით $V_დ = \sqrt{\frac{GM_{მზ}}{r}}$. თუ შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ $V_დ \approx 30$კმ/წმ.

განვიხილოთ სხეული, რომელმაც დაძლია დედამიწის მიზიდულობა, მაგრამ მზიდან პრაქტიკულად იმავე მანძილითაა დაშორებული, როგორითაც დედამიწა. ვიპოვოთ, მინიმუმ რა სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ამ სხეულს მზესთან დაკავშირებულ ინერციულ ათვლის სისტემაში, რომ დაძლიოს მზის მიზიდულობა. გამოვიყენოთ მექანიკური ენერგიის შენახვის კანონი:

$$\frac{-GM_{მზ}}{r} + \frac{V^2}{2} = 0 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2GM_{მზ}}{r}} \approx 42{,}3 \text{კმ/წმ} \qquad (1)$$

დედამიწიდან სხეულის გაქცევის პროცესი განვიხილოთ ათვლის სისტემაში, რომლის სათავე დედამიწის ცენტრია, ხოლო ღერძები მიმართულია შორეული ვარსკვლავებისაკენ. სხეულის გაქცევის პროცესში ამ ათვლის სისტემის სიჩქარე მზესთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ძალიან მცირედ იცვლება, ამიტომ ის შეგვიძლია ინერციულ ათვლის სისტემად მივიჩნიოთ. სხეულის მზესთან ურთიერთქმედების ენერგია ამ პროცესში შეგვიძლია უცვლელად მივიჩნიოთ.

დედამიწის მიზიდულობის დაძლევის შემდეგ სხეულის მინიმალური სიჩქარე დედამიწის მიმართ იქნება $v = V - V_{\oplus} \approx 12{,}3$ კმ/წმ (ამისათვის სხეული უნდა გავისროლოთ დედამიწის ორბიტალური სიჩქარის მიმართულებით). ენერგიის შენახვის კანონის თანახმად,

$$\frac{mv_{III}^2}{2} - \frac{GM_{\oplus}m}{r_{\oplus}} = \frac{mv^2}{2} \qquad (2)$$

სადაც $M_{\oplus}$ დედამიწის მასაა, ხოლო $r_{\oplus}$ - მისი რადიუსი. მე-(2) ფორმულიდან მიიღება, რომ $v_{III}^2 = v^2 + \frac{2GM_{\oplus}}{r_{\oplus}} = (V - V_{\oplus})^2 + 2v_I^2$, (3)

სადაც $v_I = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r_{\oplus}}} = 7{,}9$ კმ/წმ პირველი კოსმოსური სიჩქარეა. რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმა გვაძლევს $v_{III} \approx 16{,}7$ კმ/წმ.

ამოხსენით ამოცანები:

7.2. წარმოიდგინეთ, რომ დედამიწის დიამეტრის გასწვრივ გაყვანილია გვირაბი და m მასის სხეული უსაწყისო სიჩქარით იწყებს მასში ვარდნას. იპოვეთ: ა) დედამიწის მხრიდან სხეულის მიზიდვის ძალის დამოკიდებულება დედამიწის ცენტრამდე მანძილზე; ბ) რა სიჩქარით მიაღწევს სხეული დედამიწის ცენტრს. დედამიწის სიმკვრივეა ρ, ხოლო რადიუსი $-$ R.

7.3. განსაზღვრეთ II კოსმოსური სიჩქარე, ანუ რა მინიმალური სიჩქარე უნდა მივანიჭოთ სხეულს დედამიწის მიმართ, რომ ის გაექცეს მას.

7.4. რა მინიმალური სიჩქარე უნდა დავუმატოთ სხეულს, რომელიც მზის გარშემო დედამიწის ორბიტაზე მოძრაობს, რომ ის გაექცეს მზეს? სხეული დედამიწიდან იმდენად შორსაა, რომ მათი ურთიერთქმედება შეგვიძლია უგულებელვყოთ.

7.5. შეაფასეთ, რა დროში დავარდება დედამიწაზე მთვარე, თუ ეს უკანასკნელი უცებ გაჩერდება.

7.6. დედამიწის პოლუსიდან 11 კმ/წმ სიჩქარით ვერტიკალურად აისროლეს სხეული. ა) რა სიმაღლეს მიაღწევს ის? ბ) ასროლიდან რა დროის შემდეგ ჩამოვარდება უკან სხეული?

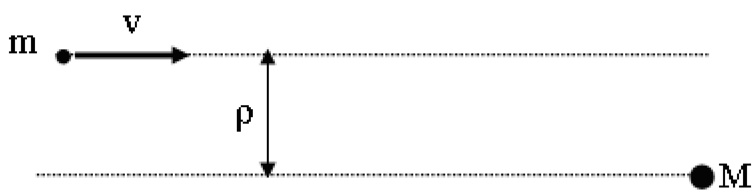
7.7. დედამიწის პოლუსიდან I კოსმოსური სიჩქარით ვერტიკალურად აისროლეს სხეული. ა) რა სიმაღლეს მიაღწევს ის? ბ) ასროლიდან რა დროის შემდეგ ჩამოვარდება უკან სხეული?

7.8. 1 ტ მასის თანამგზავრი გაშვებულია წრიულ ორბიტაზე დედამიწიდან 500 კმ სიმაღლეზე. ატმოსფეროს მხრიდან მასზე მოქმედებს წინააღმდეგობის ძალა. განსაზღვრეთ, რა სიმაღლეზე აღმოჩნდება თანამგზავრი ერთი თვის შემდეგ, თუ: ა) წინააღმდეგობის ძალაა $2{,}07\times10^{-3}$ ნ; ბ) დედამიწაზე მყოფი დამკვირვებლისთვის თანამგზავრის კუთხური აჩქარების მოდულია 3×10^{-13} რად/წმ^2.

7.9. პლანეტის მასაა M და რადიუსია R. მისი ზედაპირიდან h სიმაღლეზე წრიულ ორბიტაზე მოძრაობს თანამგზავრი. სიჩქარის მოდულის შეცვლით (მიმართულების შეუცვლელად) ის გადაიყვანეს ელიფსურ ორბიტაზე პლანეტის ზედაპირიდან h მინიმალური და H მაქსიმალური დაშორებით. განსაზღვრეთ: ა) რამდენით შეუცვლიათ სიჩქარის მოდული; ბ) რისი ტოლია ახალ ორბიტაზე თანამგზავრის ბრუნვის პერიოდი.

7.10. უძრავად დამაგრებული M მასის ნივთიერი წერტილის გრავიტაციულ ველში დიდი მანძილით დაშორებული წერტილიდან (ამ მანძილზე გრავიტაციული ურთიერთქმედება შეგვიძლია უგულებელვყოთ) υ სიჩქარით

მოძრაობს m მასის ნივთიერი წერტილი, რომლის სამიზნე პარამეტრია ρ (ნახ. 7.1). იპოვეთ უმცირესი მანძილი ნივთიერ წერტილებს შორის.



ნახ. 7.1

8. ფარდობითობის პრინციპი

ინერციის პრინციპის შესწავლისას თქვენ გაარკვიეთ, რომ თავისუფალი სხეული ერთნაირად – თანაბარწრფივად – მოძრაობს ათვლის ყველა ინერციული სისტემის მიმართ. მაშასადამე, ასეთი უმარტივესი მოძრაობის განხილვისას ინერციულ ათვლის სისტემებს შორის განსხვავება არ არსებობს, ისინი ტოლფასია. დავსვათ კითხვა: თუ არის ტოლფასი, ეკვივალენტური ინერციული ათვლის სისტემები რთული, აჩქარებული მოძრაობის განხილვისას?

პირველად ეს საკითხი გალილეიმ გამოიკვლია. ის ემყარებოდა დაკვირვებებსა და ცდებს და იყენებდა მის მიერვე აღმოჩენილ მეცნიერული კვლევის მეთოდს. იგი აანალიზებდა წარმოსახვით, იდეალიზებულ ცდებს. განზოგადების შედეგად გალილეი მივიდა დასკვნამდე, რომ ერთნაირ საწყის პირობებში სხეულის მოძრაობა ერთნაირად მიმდინარეობს ყველა ინერციულ ათვლის სისტემაში. მას არ მოუცია ფარდობითობის პრინციპის ფორმულირება, მაგრამ აღწერა მისი არსი.

წარმოვიდგინოთ, რომ ვიმყოფებით გემის კაიუტაში, რომლის სარკმელთა ფარდები ჩამოშვებულია და ვაკვირდებით სხვადასხვა მოძრაობას: თევზების ცურვას აკვარიუმში, პეპლების ფრენას, ვისვრით რაიმე სხეულს, ვხტებით ნებისმიერი მიმართულებით და სხვა. ასეთი დაკვირვებების საფუძველზე შეუძლებელია გავარკვიოთ, გემი უძრავია თუ თანაბარწრფივად მოძრაობს, ვიგრძნოთ გემის მოძრაობის მუდმივი სიჩქარე. ამით გალილეიმ უპასუხა თავისი დროის ერთ-ერთ რთულ კითხვას: თუ დედამიწა მზის გარშემო მოძრაობს, რატომ ვერ გრძნობენ ადამიანები ასეთ მოძრაობას? საქმე იმაშია, რომ დაკვირვების დროის განმავლობაში დედამიწა ორბიტის მონაკვეთზე პრაქტიკულად თანაბარწრფივად მოძრაობს, კარგი სიზუსტით არის ინერციული ათვლის სისტემა და ამიტომაც არ იგრძნობა მისი მოძრაობა.

ფარდობითობის პრინციპი, როგორც მექანიკის ერთ-ერთი ძირითადი დებულება, ნიუტონმა ჩამოაყალიბა. შემდგომში მას გალილეის ფარდობითობის პრინციპი ეწოდა. მოვიყვანოთ გალილეის ფარდობითობის პრინციპის შემდეგი ფორმულირება:

მექანიკის ყველა კანონს ერთნაირი სახე აქვს ათვლის ყველა ინერციული სისტემის მიმართ.

შეიძლება იმავე პრინციპის განსხვავებული ფორმულირება:

მექანიკური მოვლენები ერთნაირად მიმდინარეობს ყველა ინერციული ათვლის სისტემის მიმართ, თუ საწყისი პირობები ერთნაირია.

თუ საწყისი პირობები ერთნაირი არ არის, მაშინ მექნიკური მოვლენები ერთნაირად არ მიმდინარეობს ერთმანეთის მიმართ მოძრავ ათვლის სისტემებში. განვიხილოთ მაგალითი. დედამიწის მიმართ თანაბარწრფივად მოძრავი მატარებლის დამკვირვებლისათვის უსაწყისო სიჩქარით ხელიდან გაშვებული სხეული ვერტიკალურ წრფეზე ვარდება, ხოლო დედამიწაზე უძრავად მდგომი

დამკვირვებლისათვის იგივე სხეული პარაბოლაზე მოძრაობს. ეს განპირობებულია იმით, რომ განსხვავებულია საწყისი პირობები. თუ მატარებლის მიმართ საწყისი სიჩქარე ნულის ტოლია, დედამიწის მიმართ იგი ნულისაგან განსხვავდება – მატარებლის სიჩქარის ტოლია. თუ დედამიწის დამკვირვებელი გაიმეორებს მატარებლის დამკვირვებლის ცდას იმავე საწყის პირობებში, ზუსტად ისეთივე მოძრაობას დააკვირდება: უსაწყისო სიჩქარით ვარდნილი სხეული ვერტიკალურ წრფეზე ვარდება.

დავსვათ კითხვა: არის თუ არა გალილეის ფარდობითობის პრინციპი ფიზიკის ფუნდამენტური პრინციპი? არა, რადგან იგი მხოლოდ მექანიკურ მოძრაობას ეხება. ბუნებაში მექანიკური, ელექტრული, მაგნიტური, ოპტიკური და სხვა მოვლენები ერთმანეთთან ურთიერთკავშირში მიმდინარეობს. ეს ბუნების ერთიანობის გამოვლენაა. ფიზიკა, როგორც ფუნდამენტური საბუნებისმეტყველო მეცნიერება, აუცილებლად უნდა ასახავდეს ბუნების ერთიანობას. მეცნიერების განვითარების მთელი გამოცდილება, ყველა დაკვირვება და ექსპერიმენტი ადასტურებს, რომ ფარდობითობის პრინციპი მართებულია ყველა ფიზიკური, და არა მხოლოდ მექანიკური, მოვლენისათვის. იგი არის მთელი ფიზიკის ფუნდამენტური პრინციპი, რომელიც მის მთლიანობას ასახავს. ფარდობითობის პრინციპის უზოგადესი ფორმულირება ასეთია:

ფიზიკის ყველა კანონს ერთნაირი სახე აქვს ყველა ინერციული ათვლის სისტემის მიმართ.

თუ დავუბრუნდებით გემის ფარდაჩამოშვებულ კაიუტას, შეუძლებელია იქ ჩავატაროთ რაიმე ფიზიკური ცდა (არა მხოლოდ მექანიკური), რომლითაც აღმოვაჩენთ, რომ გემი თანაბარწრფივად მოძრაობს. საერთოდ უაზროა იმაზე საუბარი, თუ ერთმანეთის მიმართ მოძრავი ინერციული ათვლის სისტემებიდან სინამდვილეში რომელია უძრავი და რომელი - მოძრავი.

მთელ ფიზიკაზე ფარდობითობის პრინციპი პირველად პუანკარემ და აინშტაინმა განაზოგადეს მე-20 საუკუნის დასაწყისში.

ფიზიკური კანონის სახის ან ფიზიკური სიდიდის მნიშვნელობის უცვლელობის, ერთნაირობის თვისებას რაიმე გარდაქმნის მიმართ ინვარიანტობა ეწოდება. ფარდობითობის პრინციპის თანახმად, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ **ფიზიკის კანონები ინვარიანტულია ინერციული ათვლის სისტემის არჩევის მიმართ**.

ნიუტონის მექანიკის ძირითადი დაშვებები არის, რომ დრო ერთნაირად მიედინება ყველა ინერციული ათვლის სისტემის მიმართ და ორ სხეულს შორის მანძილი ერთნაირია ყველა ინერციული ათვლის სისტემის მიმართ – დრო და მანძილი აბსოლუტურია. აინშტაინმა გამოარკვია, რომ დრო და მანძილი ფარდობითია, მაგრამ ამის შემჩნევა შეიძლება მხოლოდ დიდი, სინათლის სიჩქარის მახლობელი სიჩქარეებისათვის. ნიუტონის მექანიკა შემოიფარგლება მცირე სიჩქარეებით (სინათლის სიჩქარესთან შედარებით). ამ შემთხვევებში დრო და მანძილი შეიძლება აბსოლუტურად მივიჩნიოთ. ამ დაშვებით მიიღება სიჩქარეთა გარდაქმნის თქვენთვის ცნობილი კანონი, რომლის თანახმადაც სხეულის სიჩქარე ფარდობითი სიდიდეა – დამოკიდებულია ინერციული ათვლის სისტემის შერჩევაზე. რაც შეეხება აჩქარებას, ის ინვარიანტულია, დამოკიდებული არაა ინერციული ათვლის სისტემის შერჩევაზე. რადგანაც მასა განისაზღვრება მასის ეტალონთან ურთიერთქმედებისას სხეულისა და ეტალონის აჩქარებათა შეფარდებით, ამიტომ მასაც ინვარიანტულია. ძალები მექანიკაში დამოკიდებულია მხოლოდ სხეულებს შორის მანძილებზე ან მათ ფარდობით სიჩქარეებზე. ორივე მათგანი ინვარიანტულია, ამიტომაც ნიუტონის მექანიკაში ინვარიანტულია ძალაც. ამის შედეგად გამოდის ინვარიანტული ნიუტონის მეორე და მესამე კანონები.

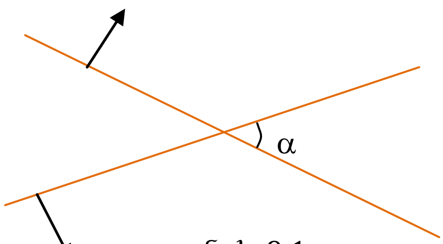
9. კინემატიკის ამოცანები

9.1. რა სიჩქარით მოძრაობს ღეროების გადაკვეთის წერტილი, თუ კუთხე ღეროებს შორის არის α და ღეროები მოძრაობს თავიანთი სიგრძის მართობულად, მოდულით მუდმივი v სიჩქარით? მოძრაობა ხდება ღეროებზე გამავალ სიბრტყეში (იხ. ნახ.).

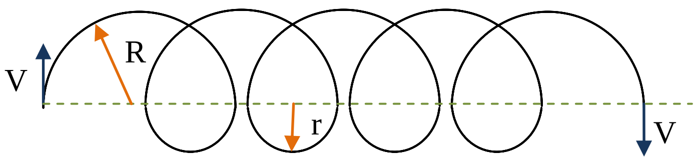
9.2. ორი დელფინი მიცურავს შემხვედრი მიმართულებით მოდულით ერთნაირი v სიჩქარით. პირველი დელფინი ყოველი T_0 დროის შემდეგ გამოსცემს ბგერას. რა T დროის ინტერვალით მიიღებს ბგერას მეორე დელფინი? ბგერის გავრცელების სიჩქარეა c.

9.3. სპორტსმენები გარბიან ერთ რიგად v სიჩქარით. სპორტსმენების კოლონის სიგრძეა L. მათ შესახვედრად მორბის მწვრთნელი $u<v$ სიჩქარით. ყოველი სპორტსმენი, მწვრთნელთან შეხვედრისთანავე, ბრუნდება და გამორბის უკან მოდულით იმავე v სიჩქარით. იპოვეთ კოლონის სიგრძე, როდესაც ყველა სპორტსმენი მოტრიალდება.

9.4. სხეული მოძრაობს V სიჩქარით ტრაექტორიაზე, რომელიც შედგება ერთ სიბრტყეში მდებარე დიდი და პატარა ნახევარწრეწირებისგან, როგორც ნაჩვენებია ნახატზე. იპოვეთ სხეულის საშუალო სიჩქარე დიდი დროს შემდეგ, თუ დიდი ნახევარწრეწირის რადიუსია R, პატარის კი – r.



ნახ. 9.1



ნახ .9.4

9.5. ზებგერითი თვითმფრინავი მიფრინავს ჰორიზონტალურად v სიჩქარით. ჰაერში ბგერის სიჩქარეა c ($v > c$). რას წარმოადგენს იმ არის საზღვარი, რომლის წერტილებშიც მოცემულ მომენტში ისმის თვითმფრინავის ხმა?

9.6. ავტომობილების კოლონა გადადის გზის დაზიანებულ უბანზე. ამ დროს ყოველი მათგანი მეყსეულად ამცირებს სიჩქარეს V_1-დან V_2-მდე. რისი ტოლი უნდა იყოს ავტომობილებს შორის მინიმალური დისტანცია, რომ ავარია თავიდან ავიცილოთ? თითოეული ავტომობილის სიგრძეა L.

9.7. სხეულმა L მანძილი გაიარა მუდმივი სიჩქარით, შემდეგ დაიწყო დამუხრუჭება მუდმივი a აჩქარებით და გაჩერდა. თავდაპირველი სიჩქარის რა მნიშვნელობისთვის იქნება აღწერილი მოძრაობის დრო მინიმალური?

9.8. უძრავ სხეულზე, რომელიც დევს გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე, მოქმედება დაიწყო ჰორიზონტალურად მიმართულმა მუდმივმა F ძალამ. t_0 დროის შემდეგ ძალამ მეყსეულად შეიცვალა მიმართულება $180°$–ით. იპოვეთ, მოძრაობის დაწყებიდან რა დროის შემდეგ დაუბრუნდება სხეული თავის საწყის მდებარეობას.

9.9. ერთი და იმავე ადგილიდან ვერტიკალურად ზევით ისვრიან ორ ბურთულას Δt დროის ინტერვალით. მეორე ბურთულას ასროლიდან რა დროის შემდეგ დაეჯახება ერთმანეთს ბურთულები? თითოეული ბურთულას საწყისი სიჩქარეა v ($v>g\Delta t/2$).

9.10. ბირთვი, რომელიც უძრავი სისტემის მიმართ მოძრაობს **v** სიჩქარით, იყოფა ორ ტოლ ნაწილად. **v** სიჩქარით მოძრავ სისტემაში ერთ-ერთი ნამტვრევის სიჩქარეა **u.** გამოსახეთ ამ ნამტვრევის სიჩქარე უძრავი სისტემის მიმართ ვექტორული დიაგრამის გამოყენებით. რა შესაძლო მიმართულებები შეიძლება ჰქონდეს ამ სიჩქარეს?

9.11. ბირთვი, რომელიც მოძრაობს $\vec{v}$ სიჩქარით, იყოფა ორ ტოლ ნაწილად. რა მაქსიმალური კუთხე შეიძლება იყოს დაშლის შედეგად მიღებული ნამტვრევების სიჩქარესა და $\vec{v}$ სიჩქარეს შორის, თუ იმ ათვლის სისტემაში, რომელშიც ბირთვი უძრავია, დაშლისას წარმოქმნილი ნამტვრევების სიჩქარეა $u < v$?

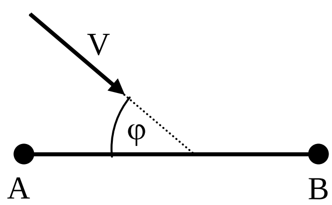
9.12. წყალქვეშა ნავი ეშვება ვერტიკალურად მუდმივი სიჩქარით. მისი ჰიდროლოკატორი გამოსცემს τ_0 ხანგრძლივობის მოკლე ბგერით იმპულსებს შვეულად ჰორიზონტალური ფსკერისაკენ. ნავზე მიღებული არეკლილი იმპულსების ხანგრძლივობა აღმოჩნდა τ -ს ტოლი. რისი ტოლია ნავის სიჩქარე? ბგერის სიჩქარე წყალში c-ს ტოლია.

9.13*. ნივთიერი წერტილი მოძრაობს X ღერძის გასწვრივ, მისი სიჩქარე კოორდინატის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია. საშუალო სიჩქარე (1მ, 2მ) მონაკვეთზე უდრის 1 მ/წმ. იპოვეთ საშულო სიჩქარე (2მ; 4მ) და (1მ: 4მ) მონაკვეთებზე.

9.14. სხეული 1,5 მ/წმ საწყისი სიჩქარით იწყებს ასრიალებას დახრილ სიბრტყეზე და 1 მ/წმ სიჩქარით უბრუნდება საწყის წერტილს. იპოვეთ საშუალო სიჩქარე, თუ ზემოთ და ქვემოთ სხეული მოძრაობს მუდმივი აჩქარებებით.

9.15. ფილიდან h სიმაღლეზე მყოფი სხეული იწყებს უსაწყისო სიჩქარით ვარდნას. ფილა მოძრაობს ვერტიკალურად ზემოთ მუდმივი u სიჩქარით. ჩათვალეთ დაჯახებები აბსოლუტურად დრეკადად და განსაზღვრეთ ყოველ ორ მომდევნო დაჯახებას შორის დრო.

9.16. ბიჭი, რომელიც იმყოფება A წერტილში, თოვლიან ამინდში გარბის სახლისაკენ, რომელიც B წერტილშია. თოვლის ფიფქების სიჩქარის მოდულია V, მიმართულება კი AB მონაკვეთზე გამავალი ვერტიკალური სიბრტყის პარალელურია და AB მონაკვეთთან ადგენს φ კუთხეს (იხ. ნახ.). რა სიჩქარით უნდა გაიქცეს შინისაკენ ბიჭი AB მონაკვეთის გასწვრივ, რომ მას რაც შეიძლება ნაკლებად დაუსველდეს თავი? (თავის ფორმა სფერულად ჩათვალეთ)



ნახ. 9.16

9.17. სხეული იწყებს მოძრაობას წრეწირზე მუდმივი კუთხური აჩქარებით. რამდენი ბრუნი ექნება გაკეთებული სხეულს იმ მომენტისათვის, როდესაც ცენტრისკენული აჩქარება გაუტოლდება ტანგენციალურს?

9.18. სხეული მოძრაობს წრეწირზე. მისი სიჩქარე დროის მიხედვით იცვლება კანონით $v = at$, სადაც a=0,5 მ/წმ^2 . იპოვეთ მისი სრული აჩქარება, როდესაც მოძრაობის დაწყებიდან გავლილი ექნება წრეწირის სიგრძის ერთი მეათედი ნაწილი.

9.19. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე სრიალის გარეშე მიგორავს თხელი რგოლი, იპოვეთ რგოლის წერტილების სიჩქარის დამოკიდებულება მათი მდებარეობის განმსაზღვრელ α კუთხეზე (იხ. ნახ.). რგოლის რადიუსია R, ცენტრის სიჩქარე v_0.

9.20. ვერტიკალურად მოთავსებულ ცილინდრული ფორმის ხრახნწირზე მუდმივი v სიჩქარით მოსრიალებს ბურთულა (იხ. ნახ.). იპოვეთ ბურთულას აჩქარება, თუ ხრახნწირის რადიუსია R, ხოლო ბიჯის სიგრძე – h.

9.21*. ბიჭი, რომლის სიჩქარე მდინარის სიჩქარეზე ორჯერ ნაკლებია, ცდილობს გადაცუროს მდინარე. რა კურსი უნდა აიღოს ბიჭმა ნაპირის მიმართ, რომ მდინარე გადაცუროს უმოკლესი გზით?

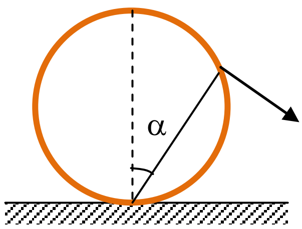
9.22. ჭურვებს ისვრიან ჰორიზონტისადმი 30° , 45° და 60° კუთხეებით. იპოვეთ ჭურვების ტრაექტორიის სიმრუდის რადიუსები უმაღლეს და საწყის წერტილებში. ყველა ჭურვის საწყისი სიჩქარე 600 მ/წმ-ის ტოლია.

9.23. მილის ნახვრეტიდან გამოდის წყლის ორი ჭავლი ერთნაირი v საწყისი სიჩქარით ჰორიზონტისადმი α და β კუთხეებით (იხ. ნახ.). ნახვრეტიდან ჰორიზონტის გასწვრივ რა მანძილზე გადაიკვეთება ისინი?

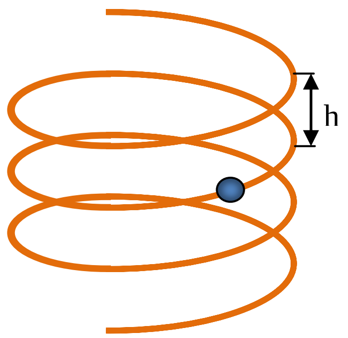
9.24*. სფერული ფორმის ორმოში დახტის პატარა ბურთულა, რომელიც ორმოს კედლებს დრეკადად ეჯახება მხოლოდ ორ წერტილში და ეს წერტილები განლაგებულია ერთ ჰორიზონტზე (იხ. ნახ.). ორ მომდევნო დაჯახებას შორის დროის შუალედი მარცხნიდან მარჯვნივ მოძრაობისას ყოველთვის არის T_1, ხოლო მარჯვნიდან მარცხნივ მოძრაობისას კი T_2 ($T_2 \neq T_1$). განსაზღვრეთ ორმოს სიმრუდის რადიუსი.

9.25*. ყუმბარმტყორცნიდან ესვრიან სამიზნეს, რომელიც მდებარეობს α კუთხით დახრილ ფერდობზე (იხ. ნახ.). ყუმბარმტყორცნიდან რა მანძილზე დაეცემა ყუმბარები, თუ მათი საწყისი სიჩქარეა v, ხოლო კუთხე ჰორიზონტსა და საწყის სიჩქარეს შორის არის β?

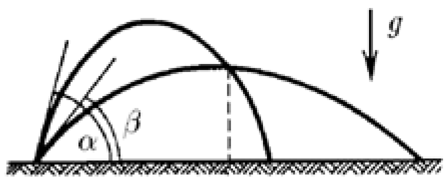
9.26. ზარბაზნიდან ნასროლი m მასის ყუმბარა გასროლის წერტილიდან L მანძილზე დაეცა. რა მანძილზე დაეცემა ყუმბარა, თუ ზარბაზნიდან გამოვარდნის მომენტში მას მიეწებება $5m$ მასის თავდაპირველად უძრავი სხეული?



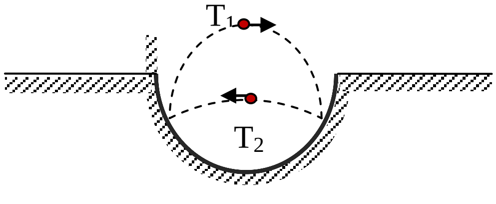
ნახ. 9.19



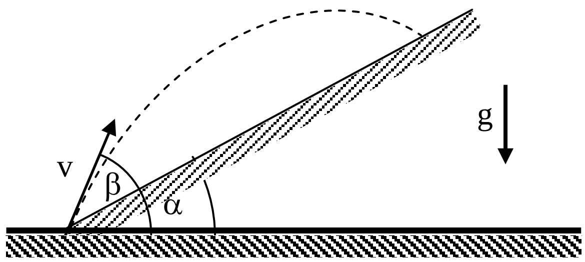
ნახ.9.20



ნახ. 9.23



ნახ.9.24



ნახ.9.25

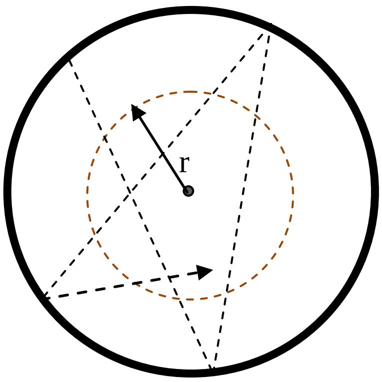
9.27*. ყუმბარმტყორცნიდან გამოტყორცნილი ყუმბარის სიჩქარეა V. იპოვეთ, რა დროის განმავლობაში უახლოვდება ყუმბარა გასროლის წერტილს, თუ ის გასროლილია ჰორიზონტისადმი α კუთხით.

9.28. ჰორიზონტალურად დამაგრებული გლუვკედლიანი R რადიუსიანი ცილინდრის შიგნით მოძრაობს მცირე ზომის ბურთულა ისე, რომ მინიმალური მანძილი ბურთულასა და ცილინდრის ღერძს შორის არის h (იხ. ნახ.). მოძრაობის დროის რა ნაწილშია ბურთულას დაშორება ცილინდრის ღერძიდან r-ზე ნაკლები (r>h)? დაჯახებები ჩათვალეთ აბსოლუტურად დრეკადად. სიმძიმის ძალას ნუ გაითვალისწინებთ.

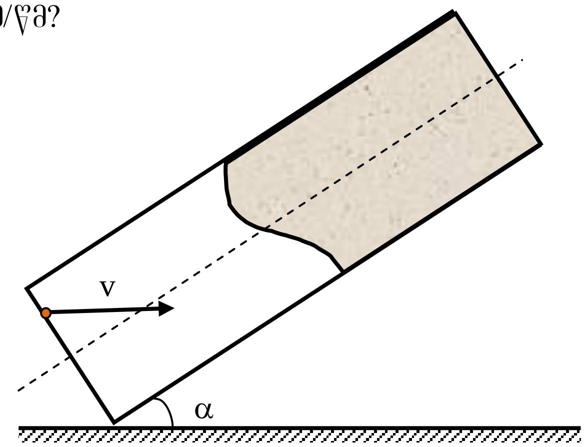
9.29*. L სიგრძის მილში, რომელიც დახრილია ჰორიზონტისადმი α კუთხით, v ჰორიზონტალური სიჩქარით შევარდა ბურთულა (იხ. ნახ.). ჩათვალეთ დაჯახებები დრეკადად და იპოვეთ მილში ბურთულას მოძრაობის დრო, თუ $v\cos\alpha < \sqrt{2gLsin\alpha}$.

9.30*. ბავშვი ციგიდან ისვრის გუნდას ჰორიზონტისადმი β=70° კუთხით და იმავდროულად იწყებს დაშვებას α=30° დახრილობის გორაკიდან უსაწყისო სიჩქარით (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ ხახუნის კოეფიციენტი ციგასა და გორაკს შორის, თუ ნასროლი გუნდა თვითონ ბავშვს ხვდება.

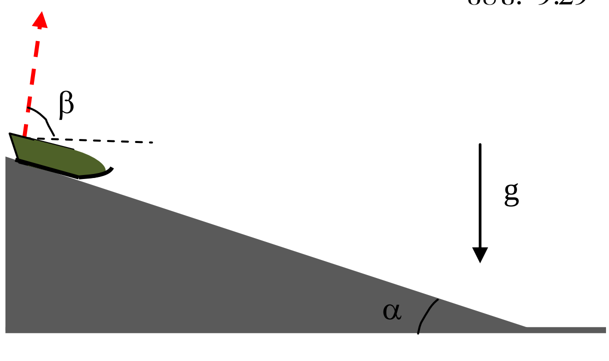
9.31*. მოსწავლე გარბის R=30 მ რადიუსიან წრეწირზე მოდულით მუდმივი u სიჩქარით. მეორე მოსწავლე, რომელიც მისდევს მას, თავდაპირველად იმყოფებოდა წრეწირის ცენტრში. დევნის პროცესში მეორე მოსწავლე ყოველთვის იმყოფება რადიუსზე, რომელიც აერთებს წრეწირის ცენტრსა და პირველ მოსწავლეს. რა დროის შემდეგ დაეწევა მეორე მოსწავლე პირველს, თუ მისი სიჩქარის მოდულია v=2u=6,28 მ/წმ?



ნახ. 9.28



ნახ. 9.29



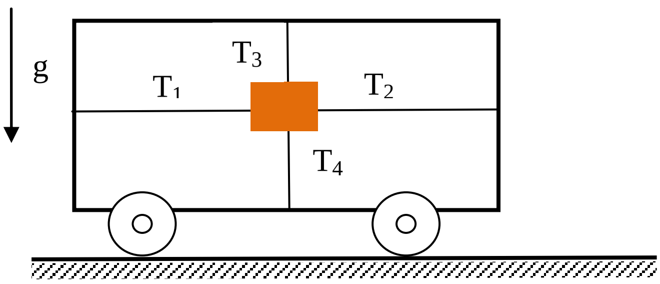
ნახ. 9.30

10. დინამიკის ამოცანები

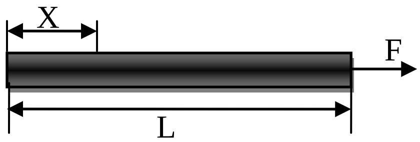
10.1. იპოვეთ, რა აჩქარებით მოძრაობს ვაგონი, რომლის ჭერზე, იატაკზე და გვერდებზე ოთხი თოკით (თოკები იმყოფება ერთ სიბრტყეში და ვაგონის კედლების მართობულია) მიბმულია ტვირთი (იხ. ნახ.). თოკების დაჭიმულობის ძალებია T_1, T_2, T_3 და T_4 ($T_1 < T_2$).

10.2. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებული L სიგრძის ერთგვაროვანი ღეროს ბოლოზე მისი სიგრძის გასწვრივ მოქმედებს F ძალა. განსაზღვრეთ ღეროს მეორე ბოლოდან X მანძილზე ღეროში აღძრული დრეკადობის ძალა (იხ. ნახ.).

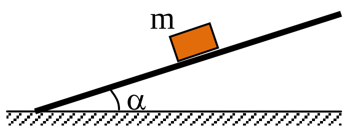
10.3. ჰორიზონტალურ ფიცარზე დევს m მასის სხეული. ერთ-ერთი ბოლოდან დაიწყეს ფიცრის აწევა. იპოვეთ სხეულზე მოქმედი ხახუნის ძალის α კუთხეზე დამოკიდებულება, თუ სხეულსა და ფიცარს შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ (იხ. ნახ.).



ნახ. 10.1



ნახ. 10.2



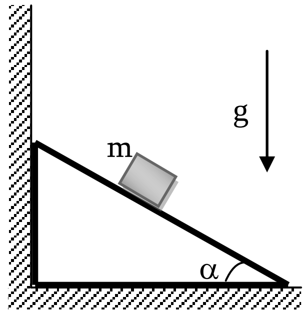
ნახ. 10.3

10.4. 1 ტ მასის მქონე ავტომობილის ძრავის მაქსიმალური სიმძლავრეა 50 კვტ. ოთხივე ბორბალი წამყვანია. ხახუნის კოეფიციენტი გზის საფარსა და ავტომობილის საბურავებს შორის არის 0,5. რა მინიმალური დრო სჭირდება ავტომობილის სიჩქარის გაზრდას ნულიდან 15 მ/წმ -მდე? ($g=10$ მ/წმ^2, ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით).

10.5. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებულ თავდაპირველად უძრავ სხეულზე მოქმედება დაიწყო მუდმივმა ჰორიზონტალურმა F ძალამ. Δt დროის შემდეგ ძალამ შეწყვიტა მოქმედება, ხოლო მოძრაობის დაწყებიდან $3\Delta t$ დროს შემდეგ სხეული გაჩერდა. იპოვეთ ხახუნის კოეფიციენტი სხეულსა და ზედაპირს შორის, თუ სხეულის მასა არის m.

10.6. ჰორიზონტალურ დისკს აბრუნებენ თავისი ღერძის გარშემო. კუთხური სიჩქარე დროის მიხედვით იცვლება $\omega=\varepsilon t$ კანონით, სადაც ε მუდმივია. კუთხური სიჩქარის რა მნიშვნელობისთვის გასრიალდება დისკზე ღერძიდან R მანძილზე მოთავსებული სხეული? დისკსა და სხეულს შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ.

10.7. რა ძალით აწვება სოლი ვერტიკალურ კედელს, თუ სოლზე დადეს m მასის სხეული (იხ. ნახ.)? ხახუნის კოეფიციენტი სოლსა და სხეულს შორის არის μ. ფუძესთან კუთხე α-ს ტოლია. იატაკსა და სოლს შორის ხახუნი უგულებელყავით.



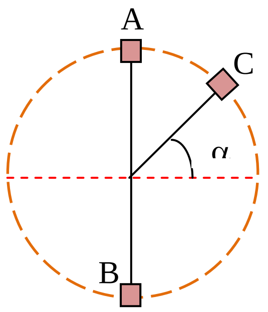
ნახ.10.7

10.8. უმასო ღეროზე დამაგრებულ მცირე ზომის სხეულს თანაბრად აბრუნებენ წრეწირზე ვერტიკალურ სიბრტყეში (იხ. ნახ.). A წერტილის გავლის მომენტში ღერო შეკუმშულია. ღეროს მხრიდან სხეულზე მოქმედი

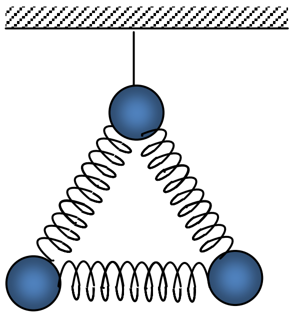
დრეკადობის ძალა A წერტილში 3-ჯერ განსხვავდება დრეკადობის ძალისაგან B წერტილში. გამოთვალეთ ამ სხეულის აჩქარება C წერტილში, თუ $\alpha=60^\circ$.

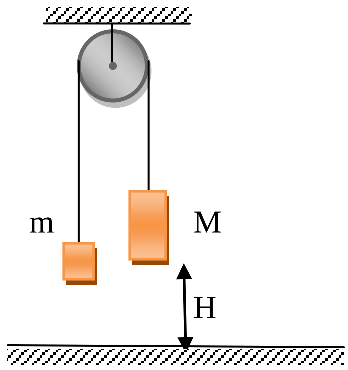
10.9. სისტემა, რომელიც შედგება ერთნაირი ზამბარებით შეერთებული სამი ერთნაირი ბურთულასაგან, ჩამოკიდებულია ძაფზე (იხ. ნახ.). ძაფს წვავენ. იპოვეთ ბურთულების აჩქარებები საწყის მომენტში ძაფის გადაწვის შემდეგ.

10.10. უძრავ ჭოჭონაქზე გადაკიდებულია უმასო გრძელი თოკი, რომლის ბოლოებზე მიბმულია m და M მასების სხეულები (m < M) (იხ. ნახ.). სისტემას აძლევენ თავისუფალი მოძრაობის საშუალებას. M მასის სხეული საწყის მომენტში დედამიწის ზედაპირიდან H სიმაღლეზე იმყოფება. იპოვეთ, რა სიჩქარით დაეცემა M მასის სხეული დედამიწაზე. ყოველგვარი წინააღმდეგობის ძალა უგულებელყავით.



ნახ.10.8


ნახ.10.9

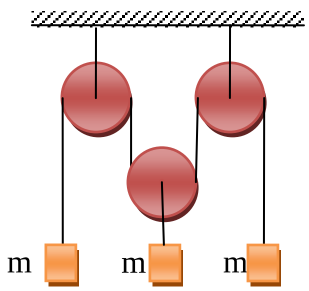


ნახ.10.10

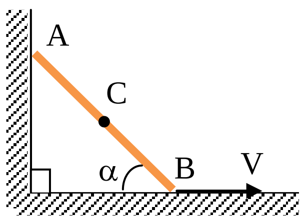
10.11. იპოვეთ, რა ძალით მოქმედებს ნახატზე გამოსახული ჭოჭონაქების სისტემა ჭერზე, თუ ჭოჭონაქები უმასოა, ხოლო თითოეული სხეულის მასაა m (იხ. ნახ.). ხახუნი უგულებელყავით. ძაფები უმასოა და უჭიმვადი.

10.12*. ღეროს ქვედა B წერტილი მოძრაობს მუდმივი V სიჩქარით, როგორც ნაჩვენებია ნახატზე, ხოლო ზედა A წერტილი მოსრიალებს კედელზე. იპოვეთ A წერტილის სიჩქარის α კუთხეზე დამოკიდებულება. აგრეთვე იპოვეთ ღეროს C შუა წერტილის აჩქარების α კუთხეზე დამოკიდებულება, თუ ძელაკის სიგრძე არის L.

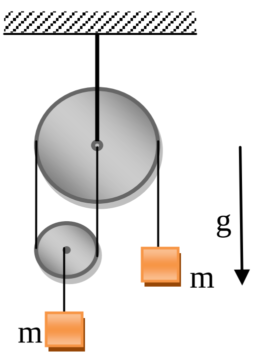
10.13. იპოვეთ, რა ძალით მოქმედებს ჭერზე ნახატზე გამოსახული უმასო ჭოჭონაქების სისტემა. თოკები უჭიმვადია და უმასო, ხოლო თითოეული სხეულის მასაა m.



ნახ.10.11



ნახ. 10.12



ნახ. 10.13

10.14*. L სიგრძის ერთგვაროვანი მავთული მოღუნეს მართი კუთხით და ჩამოკიდეს ჭერზე A და B წერტილებში. იგივე წერტილებში ჩამოკიდეს L სიგრძის ერთგვაროვანი თოკი (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ, რომლის სიმძიმის ცენტრია უფრო მაღლა.

10.15. გრძელი დახრილი სიბრტყის შუა წერტილში სხეულს მიანიჭეს დახრილი სიბრტყის გასწვრივ ზევით მიმართული v სიჩქარე. გარკვეული დროის შემდეგ მისი სიჩქარე ისევ v–ს ტოლი გახდა. იპოვეთ ეს დრო. ხახუნის კოეფიციენტი სხეულსა და სიბრტყეს შორის არის μ ($tg\alpha > \mu$).

10.16. დახრილ სიბრტყეზე მოსრიალებს ორი ერთნაირი სხეული, რომლებიც ერთმანეთთან უმასო თოკითაა გადაბმული. თოკის დაჭიმულობის ძალაა T. ერთ-ერთ სხეულსა და სიბრტყეს შორის ხახუნი არ არის. იპოვეთ ხახუნის ძალა დახრილ სიბრტყესა და მეორე სხეულს შორის.

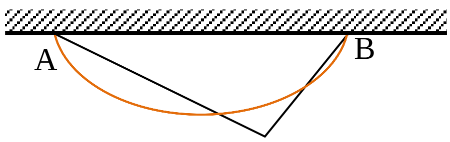
10.17. m მასის ჯაჭვი ჩამოკიდებულია ბოლოებით ჭერზე იმდაგვარად, რომ ბოლოები ჰორიზონტთან ადგენს α კუთხეს (იხ. ნახ.). იპოვეთ ჯაჭვის დაჭიმულობის ძალა ჩამოკიდების წერტილებში და შუა წერტილში.

10.18*. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს სოლი. სოლზე ხახუნის გარეშე სრიალს იწყებს m მასის ძელაკი (იხ. ნახ.). იპოვეთ სოლის მასა, თუ ძელაკი მოძრაობს ჰორიზონტისადმი β კუთხით. სოლის წვეროს კუთხე უდრის α–ს.

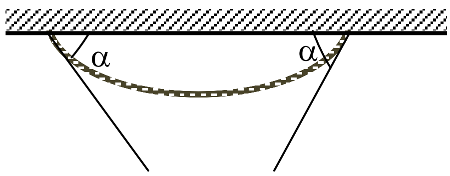
10.19. ნახატზე მოყვანილ სისტემაში ძაფები უჭიმვადი და უმასოა, ხოლო ჭოჭონაქები – უმასო. ხახუნი შეგვიძლია უგულებელვყოთ. თავდაპირველად ტვირთებს არ ვაძლევთ მოძრაობის საშუალებას. m მასის რა მნიშვნელობებისათვის დარჩება ერთ-ერთი ტვირთი უძრავი მას შემდეგაც, რაც ტვირთებს გავათავისუფლებთ? M მასა მოცემულად მიიჩნიეთ.

10.20. ვერტიკალაურად ზემოთ v_0 =10 მ/წმ სიჩქარით ასროლილი ბურთი დედამიწის ზედაპირს დაუბრუნდა σ=1/3 ნაწილით შემცირებული სიჩქარით. იპოვეთ ბურთის ფრენის დრო, თუ ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა სიჩქარის პროპორციულია $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$.

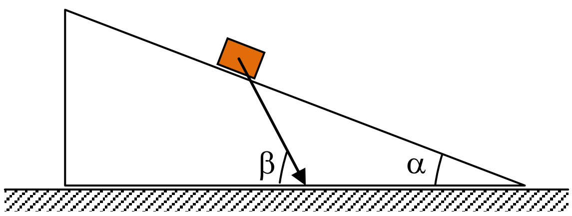
10.21. ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა, რომელიც მოქმედებს ველოსიპედისტზე, მისი სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია: $F=\alpha v^2$. ველოსიპედისტის მაქსიმალური სიჩქარე ჰორიზონტალურ გზაზე 20 მ/წმ–ია. იპოვეთ პროპორციულობის კოეფიციენტი α. ველოსიპედისტის მასა ველოსიპედთან ერთად არის 70 კგ. ხახუნის კოეფიციენტი ბორბლებსა და ზედაპირს შორის არის 0,4.



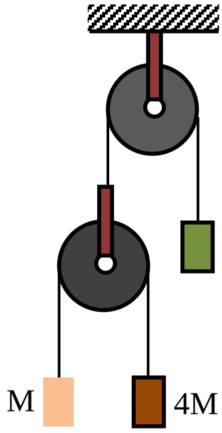
ნახ. 10.14



ნახ. 10.17



ნახ. 10.18



ნახ. 10.19

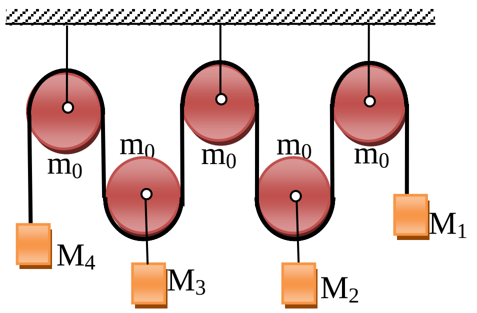
10.22. ნახატზე გამოსახული m_0= 1კგ მასის ჭოჭონაქებისაგან შემდგარი სისტემა წონასწორობაშია. იპოვეთ M_2, M_3 და M_4 მასები, თუ თოკები უმასოა და M_1=3კგ–ს. ხახუნი უგულებელყავით.

10.23*. დამაგრებული R რადიუსიანი გლუვი ცილინდრის ზედა წერტილში მიბმულია $L=\pi R/3$ სიგრძის ერთგვაროვანი თოკი (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ თოკის აჩქარება განთავისუფლების შემდეგ საწყის მომენტში.

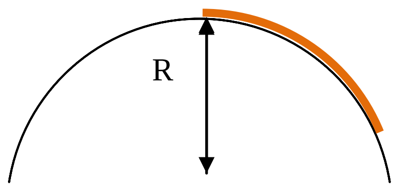
10.24*. ნახატზე გამოსახულ სისტემაში თოკები და ჭოჭონაქები უმასოა, ხოლო ტვირთების მასები ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ ჭოჭონაქების აჩქარებები. თოკები უჭიმვადია და მათი ჭოჭონაქზე გადაუდებელი ნაწილები ვერტიკალურია. ზედა ჭოჭონაქის ღერძი დამაგრებულია.

10.25. უმასო და L სიგრძის ორი თოკის საერთო ბოლოზე, რომლებიც ჩამოკიდებულია ჭერზე ერთ წერტილში, მიმაგრებულია M მასის სხეული (იხ. ნახ.). თოკებს შორის მოათავსეს d სიგრძის ღერო ისე, რომ მის ზევით თოკის ნაწილები L/3 სიგრძისაა ($d \ll L/3$). იპოვეთ ღეროში აღძრული დრეკადობის ძალა. ხახუნი უგულებელყავით.

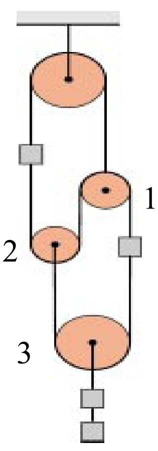
10.26. ორმაგ ვარსკვლავთა სისტემა შედგება მუდმივი მანძილით დაშორებული ორი ვარსკვლავისაგან, რომლებიც ბრუნავს მასათა ცენტრის გარშემო. კოსმონავტმა გადაწყვიტა, კოსმოსური ხომალდი გაიყვანოს ორბიტაზე იმდაგვარად, რომ ის ყოველთვის იმყოფებოდეს ვარსკვლავების შემაერთებელ მონაკვეთზე და ხომალდიდან ვარსკვლავებამდე მანძილი იყოს უცვლელი, ხოლო ორბიტაზე მოძრაობის დროს საწვავი არ იხარჯებოდეს. კოსმონავტმა შეძლო ასეთ ორბიტაზე ხომალდის გაყვანა. განსაზღვრეთ ვარსკლავების მასების შეფარდება M_1/M_2, თუ ხომალდიდან ვარსკვლავებამდე მანძილი შესაბამისად არის L_1 და L_2.



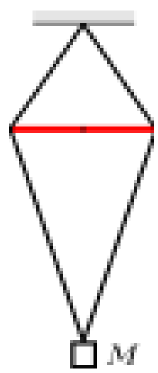
ნახ. 10.22



ნახ. 10.23

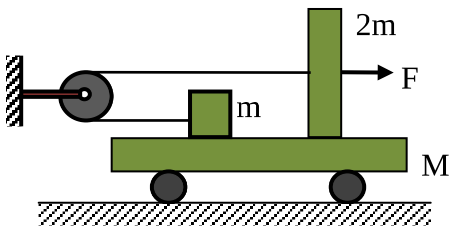


ნახ. 10.24

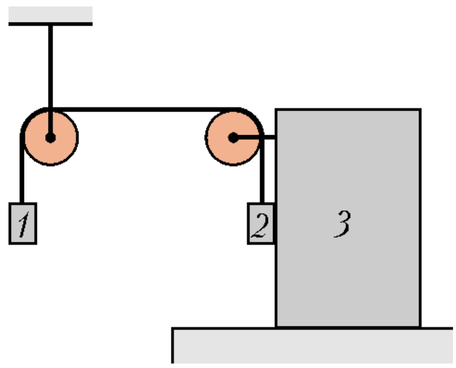


ნახ. 10.25

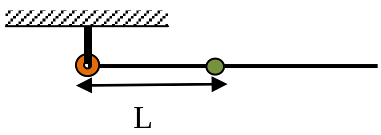
10.27*. განსაზღვრეთ ნახატზე გამოსახული ურიკის აჩქარება. ურიკა მოძრაობს გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. ურიკასა და სხეულებს შორის ხახუნის კოეფიციენტი არის μ.
10.28*. სისტემაში, რომელიც გამოსახულია ნახატზე, სამივე ტვირთის მასა ერთნაირია. ჭოჭონაქები და უჭიმვადი თოკები უმასოა. ტვირთი 3 მოძრაობს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე (გადაბრუნებას ადგილი არ აქვს). იპოვეთ სამივე ტვირთის აჩქარება. ხახუნი არ არის.
10.29. უმასო გლუვი ღერო, რომელსაც აკავებენ ჰორიზონტალურ მდებარეობაში, სახსრულად დამაგრებულია ჭერზე. ღეროზე ჩამოცმული მასიური ბურთულა ბრუნვის ღერძიდან დაშორებულია L მანძილით (იხ. ნახ.). ღეროს მისცეს თავისუფლად მოძრაობის საშუალება. იპოვეთ ღეროსა და ვერტიკალს შორის კუთხის დროზე დამოკიდებულება.
10.30. განსაზღვრეთ ნახატზე გამოსახულ სისტემაში ტვირთების აჩქარებები. თოკი უმასოა და მისი ნაწილები ყოველთვის ერთმანეთის პარალელურია, სიმძიმის და წინააღმდეგობის ძალებს ნუ გაითვალისწინებთ. ნახატზე მოცემული ყველა სიდიდე ცნობილია. ჭოჭონაქის მასა უმნიშვნელოა.
10.31. რა მანძილით დაიწევს მოძრავ ჭოჭონაქზე გადადებული თოკის ბოლო (A წერტილი), თუ მასზე მოქმედებას დაიწყებს F ძალა, სისტემის წონასწორობაში მოსვლის შემდეგ (იხ. ნახ.)? ხახუნი ძალიან მცირეა F ძალასთან შედარებით, მაგრამ საკმარისია რხევების სწრაფი მილევისათვის. თოკები ვერტიკალურია, ზამბარების მასები ბევრად ნაკლებია ჭოჭონაქის მასაზე და მათი სიხისტეა k.



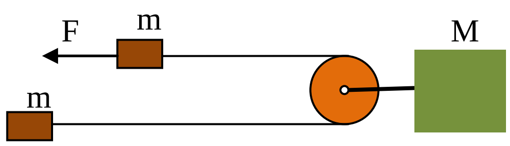
ნახ. 10.27



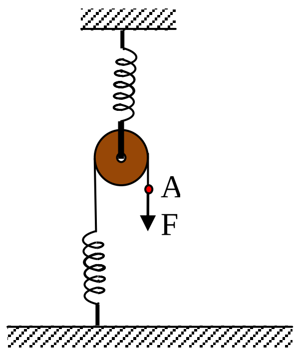
ნახ. 10.28



ნახ. 10.29



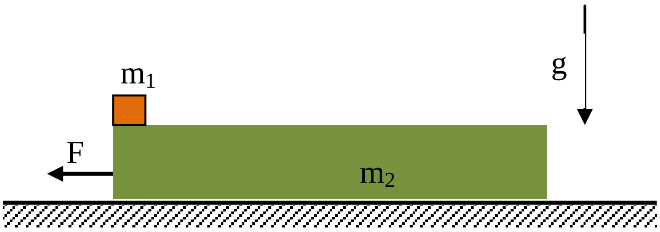
ნახ. 10.30



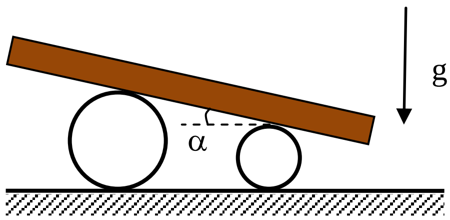
ნახ. 10.31

10.32. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს m_2 მასის ფილა. ფილას ზემოდან ადევს m_1 მასის სხეული (იხ. ნახ.). რა ჰორიზონტალური ძალა უნდა მოვდოთ ფილას, რომ სხეული გასრიალდეს მასზე? ხახუნის კოეფიციენტი ფილასა და სხეულს შორის არის μ.

10.33*. ორ სხვადასხვა ზომის ცილინდრზე დადეს მძიმე ფილა, რომელიც ჰორიზონტთან ადგენს α კუთხეს (იხ. ნახ.). იპოვეთ ფილის აჩქარება, თუ გასრიალებას ადგილი არ აქვს. ცილინდრების მასა მცირეა.
10.34*. დედამიწაზე საკმარისად დიდი სიმაღლიდან ვარდება მსუბუქი ბურთულა. რას უდრის მისი აჩქარება არეკვლის შემდეგ საწყის მომენტში, თუ დაჯახება აბსოლუტურად დრეკადია?



ნახ.10.32



ნახ.10.33

11. ამოცანები თანამგზავრებზე, კეპლერის კანონებზე

11.1. იპოვეთ დედამიწისთვის პირველი კოსმოსური სიჩქარე, აგრეთვე ამ სიჩქარით მოძრავი თანამგზავრის ბრუნვის პერიოდი.
11.2. იპოვეთ მზის მასა, თუ დედამიწის ორბიტის რადიუსი $1{,}5\cdot10^{8}$ კილომეტრია.
11.3. ცალ-ცალკე იპოვეთ გრავიტაციული ძალა, რომლითაც გიზიდავთ თქვენ მზე, დედამიწა და მთვარე.
11.4*. ახსენით, რატომ არის მთვარით გამოწვეული მიქცევა-მოქცევები უფრო ძლიერი, ვიდრე მზით გამოწვეული.
11.5. მარსის გარშემო ფობოსის ბრუნვის პერიოდი არის 7 საათი და 39 წუთი, ორბიტის რადიუსი კი - 9400 კილომეტრი. რამდენჯერ ნაკლებია მარსის მასა დედამიწის მასაზე?
11.6. იპოვეთ მზის გარშემო წრიულ ორბიტაზე მოძრავი ასტეროიდის კუთხური სიჩქარე, თუ მზის მასა არის M, ორბიტის რადიუსი კი - R.
11.7. ორმაგი სისტემის შემადგენელი ვარსკვლავების მასებია M_1 და M_2, ხოლო მათ შორის მანძილი უცვლელია და არის R. იპოვეთ ბრუნვის პერიოდი საერთო მასათა ცენტრის გარშემო.
11.8. თანამგზავრი, რომლის მასაა m_0, ბრუნავს m მასის პლანეტის გარშემო R რადიუსის წრიულ ორბიტაზე. რა იმპულსი უნდა მივანიჭოთ თანამგზავრს, რომ ორბიტის სიბრტყე მობრუნდეს α კუთხით? იმპულსის მინიჭება ხდება ძალიან სწრაფად.
11.9. რამდენი დღე-ღამე იქნება წელიწადში, თუ დედამიწა მზის გარშემო საწინააღმდეგო მიმართულებით დაიწყებს ბრუნვას?
11.10. დედამიწის გარშემო წრიულ ორბიტაზე v სიჩქარით მოძრავ თანამგზავრს რა მინიმალური სიჩქარე უნდა დავუმატოთ, რომ ის გაექცეს დედამიწის მიზიდულობას?
11.11. ორი მატარებელი მოძრაობს ეკვატორზე შემხვედრი მიმართულებით v=30 მ/წმ სიჩქარით. რამდენით განსხვავდება მათი ლიანდაგზე დაწოლის ძალები, თუ თითოეულის მასა არის m=1000 ტ?
11.12. წრიულ ორბიტაზე თანამგზავრის კინეტიკური ენერგია არის K. რას უდრის მისი პოტენციალური ენერგია?

11.13*. იპოვეთ თხელი R რადიუსიანი M მასის სფეროს გრავიტაციული ველის პოტენციალი და დაძაბულობა ცენტრიდან r მანძილზე.

11.14*. დედამიწის დიამეტრის გასწვრივ გაყვანილია გვირაბი. სხეულს უსაწყისო სიჩქარით აგდებენ ამ გვირაბში. იპოვეთ სხეულის სიჩქარე დედამიწის ცენტრში, აგრეთვე მეორე ბოლოში გასვლის დრო. დედამიწა ჩათვალეთ $\rho=5500$კგ/მ^3 სიმკვრივის და $R=6400$კმ რადიუსის ერთგვაროვან სხეულად. ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით.

11.15*. რა სიჩქარე უნდა მივანიჭოთ სხეულს ასტეროიდის ცენტრში, რომ ის წავიდეს უსასრულობაში? ასტეროიდი ჩათვალეთ m მასისა და R რადიუსის ერთგვაროვან ბირთვად, რომელშიც გაკეთებულია ხვრელი სხეულის გამოსასვლელად.

11.16*. თანამგზავრი მოძრაობს დედამიწის გარშემო ელიფსზე. გამოსახეთ პატარა ღერძის ბოლოებში თანამგზავრის V სიჩქარე დიდი ნახევარღერძის a სიგრძით, დედამიწის M მასით და G გრავიტაციული მუდმივათი.

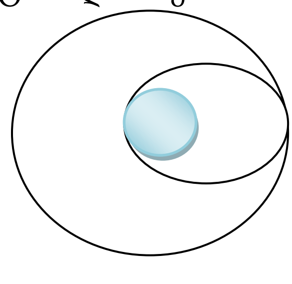
11.17*. მინიმალური სიჩქარე, რომელიც უნდა მივანიჭოთ სხეულს დედამიწის ზედაპირზე, რომ მან დატოვოს მზის სისტემა, ეწოდება მესამე კოსმოსური სიჩქარე. იპოვეთ ეს სიჩქარე დედამიწისა და სხეულის მოძრაობის განხილვით მზის ათვლის სისტემაში.

11.18. ხელოვნური თანამგზავრი მოძრაობს ეკვატორულ სიბრტყეში იმდაგვარად, რომ დედამიწის დამკვირვებლისთვის ის ერთსა და იმავე წერტილში იმყოფება. იპოვეთ, რამდენჯერ მეტია თანამგზავრის ორბიტის რადიუსი დედამიწის რადიუსზე.

11.19. ხელოვნური თანამგზავრი მოძრაობს ეკვატორულ სიბრტყეში წრიულ ორბიტაზე დედამიწის ბრუნვის მიმართულებით. რამდენჯერ მეტია თანამგზავრის ორბიტის რადიუსი დედამიწის რადიუსზე, თუ ის თავის გაშვების ადგილს გადაუვლის პერიოდულად T=48 სთ-ში?

11.20. იპოვეთ კომეტის მაქსიმალური დაშორება მზიდან, თუ მისი ბრუნვის პერიოდი მზის გარშემო უდრის T=76 წელს, მინიმალური მანძილი კომეტასა და მზეს შორის არის $R_{min}=10^6$ კმ, ხოლო დედამიწის ორბიტის რადიუსია $R_0=1{,}5\cdot10^8$ კმ.

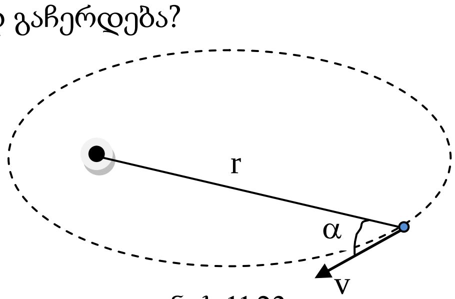
11.21. თანამგზავრი დედამიწის გარშემო მოძრაობს $R=3R_0$ რადიუსიან წრიულ ორბიტაზე. სამუხრუჭე მოწყობილობის მცირე დროით ჩართვის შემდეგ მისი სიჩქარე შემცირდა იმდაგვარად, რომ მან დაიწყო დედამიწის შემხებ ელიფსურ ორბიტაზე მოძრაობა (იხ. ნახ.). რა დროის შემდეგ დაეშვება თანამგზავრი დედამიწაზე? $R_0=6400$ კმ.



ნახ.11.21

11.22*. რა დროში დაეცემა დედამიწა მზეს, თუ ის უეცრად გაჩერდება?

11.23. კეპლერის მეორე კანონის თანახმად რადიუს-ვექტორი დროის ტოლ შუალედში ტოლ ფართობებს მოხვეტს. იპოვეთ პლანეტის გარშემო ელიფსურ ორბიტაზე მოძრავი თანამგზავრისთვის რადიუს-ვექტორის t დროში მოხვეტილი ფართობი. საწყის მომენტში თანამგზავრის სიჩქარეა v, კუთხე სიჩქარესა და რადიუს-ვექტორს შორის – α, ხოლო რადიუს-ვექტორის სიგრძე ამ მომენტში – r (იხ. ნახ.).



ნახ.11.23

11.24*. რა მინიმალური სიჩქარით უნდა გავუშვათ სხეული დედამიწის ზედაპირიდან, რომ ის დაეცეს მზეს?

12. ამოცანები ბრუნვის დინამიკაზე

12.1. მცირე ზომის სხეული მოძრაობს r რადიუსან წრეწირზე სიჩქარით, რომელიც წრფივად იზრდება დროის მიხედვით შემდეგი კანონით: $v=kt$. იპოვეთ სხეულის სრული აჩქარების დროზე დამოკიდებულება.

12. 2. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე m მასის რგოლს მიანიჭეს v სიჩქარე (იხ. ნახ.). ხახუნის კოეფიციენტი რგოლსა და ზედაპირს შორის არის μ. იპოვეთ, რა დროის შემდეგ დაიწყებს რგოლი სრიალის გარეშე გორვას.

12.3. ω კუთხური სიჩქარით მბრუნავი R რადიუსის რგოლი სიბრტყით დადეს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე (იხ. ნახ.). რა დროის შემდეგ გაჩერდება იგი, თუ ხახუნის კოეფიცენტი რგოლსა და ზედაპირს შორის არის μ?

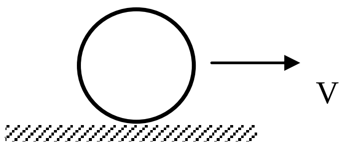
12.4. ω კუთხური სიჩქარით მბრუნავი R რადიუსის რგოლი სიბრტყით დადეს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. რამდენ ბრუნს გააკეთებს რგოლი გაჩერებამდე, თუ ხახუნის კოეფიცენტი რგოლსა და ზედაპირს შორის არის μ.

12.5. ერთგვაროვანი ღეროს ინერციის მომენტი O ღერძის მიმართ არის $I_o=mL^2/12$, სადაც m ღეროს მასაა, L კი - სიგრძე. იპოვეთ ინერციის მომენტი O_1 ღერძის მიმართ (იხ. ნახ.).

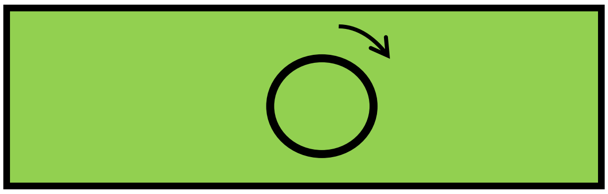
12.6. რგოლი, რომლის რადიუსია R, დააბრუნეს ω კუთხური სიჩქარით და დადეს კუთხეში, როგორც ნაჩვენებია ნახატზე. რამდენ ბრუნს გააკეთებს რგოლი გაჩერებამდე, თუ ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირებსა და რგოლს შორის არის μ.

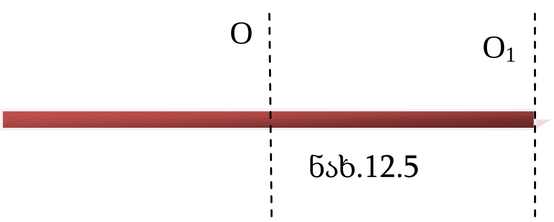
12.7. ერთგვაროვანი ცილინდრი, რომლის რადიუსია R, დააბრუნეს ω კუთხური სიჩქარით და დადეს კუთხეში, როგორც ნაჩვენებია ნახატზე. რამდენ ბრუნს გააკეთებს ცილინდრი სრულ გაჩერებამდე, თუ ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირებსა და ცილინდრს შორის არის μ. ასეთი ცილინდრის ინერციის მომენტი საკუთარი ღერძის მიმართ არის $I=mR^2/2$.

12.8. დახრილ სიბრტყეზე სრიალის გარეშე მოგორავს თხელკედლიანი ცილინდრი. ჰაერის წინააღმდეგობას ნუ გაითვალისწინებთ და იპოვეთ ცილინდრზე მოქმედი ხახუნის ძალა. დახრილობის კუთხეა α, ცილინდრის მასა კი - M.

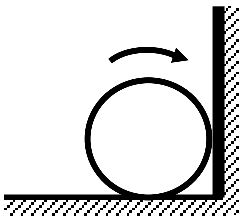


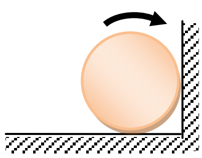
ნახ.12.2


ნახ.12.3



ნახ.12.5


ნახ.12.6


ნახ.12.7

12.9. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს M_1 მასის ძელაკი, რომელზეც მიმაგრებულია M_2 მასის თხელკედლიანი ცილინდრი. ცილინდრზე დახვეულია უმასო წვრილი ძაფი, რომლის თავისუფალ ბოლოს ეწევიან მუდმივი ჰორიზონტალური F ძალით (იხ. ნახ.). იპოვეთ ძელაკის აჩქარება და ცილინდრის კუთხური აჩქარება. ძაფი ცილინდრზე არ სრიალებს.

12.10. ერთგვაროვანი მძიმე თოკი, რომლის ბოლოები დამაგრებულია ერთ ვერტიკალზე, დახვეულია უმასო რგოლზე (იხ. ნახ.). რა აჩქარებით ვარდება რგოლი?

12.11. ერთგვაროვანი L სიგრძის ღერო გადახარეს რაღაც α_0 კუთხით და გაუშვეს ხელი (იხ. ნახ.). ხახუნი და ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით და იპოვეთ ღეროს ბოლო წერტილის სიჩქარის α კუთხეზე დამოკიდებულება.

12.12*. ერთგვაროვანი L სიგრძის ღერო, რომლის მასაა m, ჩამოკიდებულია ჭერზე სახსრულად ერთი ბოლოთი. ხახუნი და ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით და იპოვეთ მცირე რხევის პერიოდი. რხევის პერიოდი გამოითვლება ფორმულით

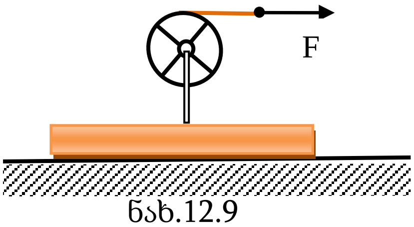
$T=2\pi[I/mgx]^{1/2}$, სადაც I არის ძელაკის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ, ხოლო x არის ძელაკის მასათა ცენტრიდან ბრუნვის ღერძამდე მანძილი.

12.13*. თხელი რგოლი, რომლის რადიუსია R, ჩამოკიდებულია ლურსმანზე. სრიალს ადგილი არ აქვს. იპოვეთ რგოლის სიბრტყეში მცირე რხევის პერიოდი. ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით.

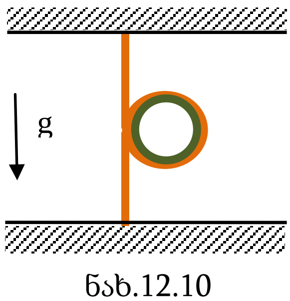
12.14*. R რადიუსიანი დისკი, რომლსაც გააჩნია R/2 რადიუსიანი ხვრელი, A წერტილით ჩამოკიდებულია ლურსმანზე (იხ. ნახ.). იპოვეთ დისკის მცირე რხევის პერიოდი თავის სიბრტყეში. სრიალს ადგილი არ აქვს.

12.15. ხელოვნური თანამგზავრი ბრუნავს დედამიწის გარშემო R რადიუსიან ორბიტაზე. იპოვეთ თანამგზავრის იმპულსის მომენტი დედამიწის ცენტრის მიმართ, თუ მისი მასაა m.

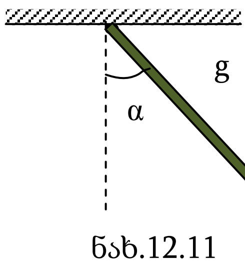
12.16. ცილინდრი, რომლის მასაა M და რადიუსი - R, უძრავად დევს გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე (იხ. ნახ.). მას ხვდება ჰორიზონტალურად V სიჩქარით მოძრავი m მასის ტყვია (m<<M) ცილინდრის ღერძიდან h სიმაღლეზე და რჩება შიგნით. იპოვეთ დაჯახების შემდეგ: ა) ცილინდრის ცენტრის სიჩქარე; ბ) ცილინდრის კუთხური სიჩქარე.



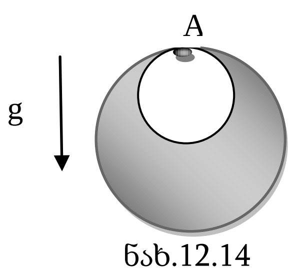
ნახ.12.9



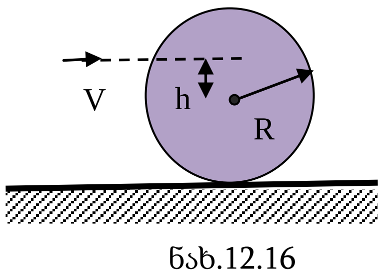
ნახ.12.10



ნახ.12.11



ნახ.12.14



ნახ.12.16

12.17. უძრავ ერთგვაროვან R რადიუსიან ჰორიზონტალურ დისკზე, რომელსაც შეუძლია მის ცენტრზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ხახუნის გარეშე ბრუნვა, ცენტრიდან r მანძილზე უძრავად დგას ადამიანი. ის იწყებს მოძრაობას r რადიუსიან წრეწირზე დისკის ცენტრის გარშემო დისკის მიმართ v სიჩქარით. რა კუთხური სიჩქარით დაიწყებს დისკი ბრუნვას? დისკის მასაა M, ადამიანის კი - m. დისკის რადიუსი გაცილებით მეტია ადამიანის სიმაღლეზე.

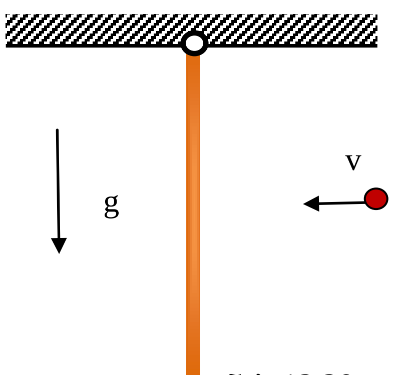
12.18. დისკზე, რომლის ინერციის მომენტია J და რომელიც ბრუნავს მის ცენტრზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ω კუთხური სიჩქარით, დგას m მასის ადამიანი ცენტრიდან დისკის R რადიუსის ტოლ მანძილზე. როგორ შეიცვლება დისკის კუთხური სიჩქარე, თუ ადამიანი გადავა დისკის ცენტრში? ადამიანის ზომები დისკის რადიუსთან შედარებით გაცილებით მცირეა.

12.19*. ბოლო 40 წლის განმავლობაში დედამიწაზე დღე-ღამის ხანგძლივობა გაიზარდა დაახლოებით $\Delta T=10^{-3}$წმ-ით. ზოგიერთი გეოფიზიკოსის აზრით ცვლილება გამოწვეულია ანტარქტიდაზე ყინულის დნობით. თუ ეს მოსაზრება სწორია, შეაფასეთ, რა მასის ყინული გამდნარა ბოლო 40 წელიწადში ანტარქტიდაზე.

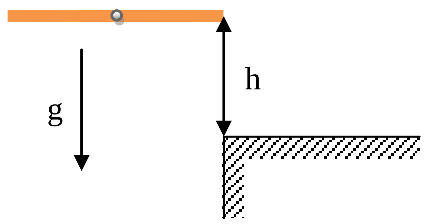
12.20*. L სიგრძისა და M მასის ერთგვაროვანი ღერო ჩამოკიდებულია ჭერზე სახსრულად ერთი ბოლოთი (იხ. ნახ.). ჰორიზონტალურად v სიჩქარით მოძრავი მცირე m მასის სხეული ეწებება ძელაკის შუა წერტილს. იპოვეთ ვერტიკალიდან ღეროს მაქსიმალური გადახრის კუთხე. ხახუნი უგულებელყავით.

12.21. ერთგვაროვანი ძელაკი, რომელიც იმყოფება ჰორიზონტალურ მდებარეობაში, h სიმაღლიდან უსაწყისო სიჩქარით იწყებს ვარდნას (იხ. ნახ.). მისი ერთ-ერთი ბოლო დაცემის მომენტში ეჯახება მასიური მყარი სხეულის კიდეს. იპოვეთ ძელაკის მასათა ცენტრის სიჩქარე დაჯახების შემდეგ საწყის მომენტში. დაჯახება დრეკადია.

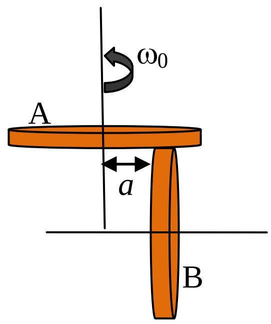
12.22. A დისკი, რომლის მასაა M_1 და რადიუსი r_1, დააბრუნეს ω_0 კუთხური სიჩქარით და მოიყვანეს კონტაქტში M_2 მასის და r_2 რადიუსის მქონე B დისკთან, რომლის ბრუნვის ღერძი მართობულია A დისკის ღერძის (იხ. ნახ.). შეხების წერტილიდან A დისკის ღერძამდე მანძილია *a*. იპოვეთ დისკების დამყარებული კუთხური სიჩქარეები. ღერძებში ხახუნი და გორვის ხახუნი უგულებელყავით.



ნახ.12.20



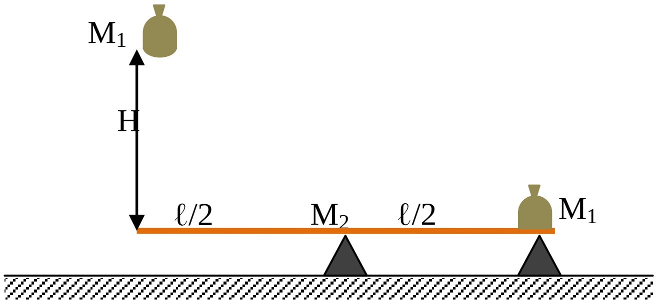
ნახ.12.21



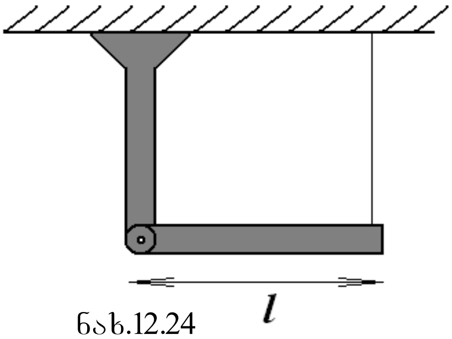
ნახ.12.22

12.23*. რა სიმაღლეზე შეიძლება ავისროლოთ M_1 მასის ქვიშიანი ტომარა M_2 მასის მქონე ფიცრის გამოყენებით (იხ. ნახ.), თუ ფიცრის მეორე ბოლოს ეცემა H სიმაღლიდან უსაწყისო სიჩქარით ვარდნილი ასეთივე M_1 მასის ტომარა? ფიცრის სიგრძეა ℓ. ტომრის ზომას ნუ გაითვალისწინებთ.

12.24*. ერთგვაროვანი მყარი ღეროს ერთი ბოლო იდეალური სახსრით მიმაგრებულია ვერტიკალურ სამაგრზე, ხოლო მეორე ბოლო ძაფითაა ჩამოკიდებული ჭერზე (იხ. ნახ.). ღერო ჰორიზონტალურია. გარკვეულ მომენტში ძაფს წვავენ. იპოვეთ სახსრის რეაქციის ძალის დამოკიდებულება ღეროსა და ჰორიზონტს შორის კუთხეზე. ღეროს მასაა m, ხოლო სიგრძე *l*.



ნახ.12.23



ნახ.12.24

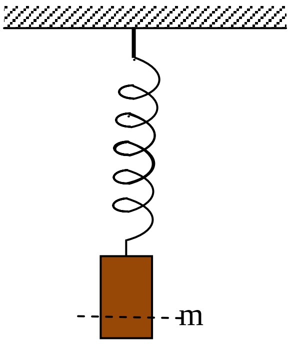
13. ამოცანები მუდმივობის კანონებზე

13.1. 1 კგ მასის ნივთიერი წერტილი თანაბრად მოძრაობს წრეწირზე 10 მ/წმ სიჩქარით. იპოვეთ იმპულსის ცვლილება პერიოდის ერთი მეოთხედის განმავლობაში.

13.2. ძაფზე გამობმული M მასის სხეული ბრუნავს ვერტიკალურ სიბრტყეში. განსაზღვრეთ, რამდენით მეტი იქნება ძაფის დაჭიმულობის ძალა ტრაექტორიის ქვედა წერტილში, ზედა წერტილთან შედარებით (ძაფის მეორე ბოლო უძრავია, ყველა სახის წინააღმდეგობა უგულებელყავით).

13.3. ლიფტის ჭერზე სახსრულად დამაგრებული უმასო L სიგრძის ღეროს მეორე ბოლოში დამაგრებულია m მასის მცირე ზომის ბურთულა. ძელაკი გადახარეს α კუთხით და გაუშვეს ხელი. წონასწორობის მდებარეობის გავლის მომენტში ლიფტი იწყებს ვერტიკალურად ზემოთ *a* აჩქარებით მოძრაობას. რა მაქსიმალური კუთხით გადაიხრება ძელაკი?

13.4. უძრავ ბირთვს ეჯახება ასეთივე მასის მოძრავი ბირთვი. იპოვეთ კუთხე ბირთვების მოძრაობის მიმართულებებს შორის დაჯახების შემდეგ, თუ დაჯახება დრეკადია და არაცენტრალური.



ნახ.13.6

13.5. v სიჩქარით მოძრავი m მასის ბირთვი ეჯახება M მასის უძრავ ბირთვს. იპოვეთ, როგორ არის დამოკიდებული ამ უკანასკნელისათვის გადაცემული ენერგია ბირთვების მასების შეფარდებაზე. დაჯახება ცენტრალურია და დრეკადი.

13.6. k სიხისტის ზამბარაზე ჩამოკიდებულ ტვირთს უსაწყისო სიჩქარით მოწყდა m მასის ნაწილი (იხ. ნახ.). რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ავა დარჩენილი ტვირთი?

13.7. 2 ტ მასის რაკეტა უძრავად არის გაჩერებული ჰაერში, გამოტყორცნის რა ქვევით აირს 1250 მ/წმ სიჩქარით. რა მასის აირი გამოიტყორცნება რაკეტიდან 1 წმ-ის განმავლობაში?

13.8*. M მასის მქონე ორი ვარსკვლავი ბრუნავს მასათა ცენტრის გარშემო წრიულ ორბიტაზე. გარკვეულ მომენტში ერთ-ერთი ვარსკვლავი ფეთქდება და წარმოიქმნება ზეახალი ვარსკვლავი. ამ დროს ვარსკვლავს შორდება ΔM მასის გარსი ამ ვარსკვლავთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში სფერულად

სიმეტრიულად. გამოტყორცნილი ნივთიერება მომენტალურად ტოვებს სისტემას. იპოვეთ, რა ΔM-ისთვის დაიშლება დარჩენილი სისტემა.

13.9. M მასის ავტომობილი იწყებს მოძრაობას. ხახუნის კოეფიციეტი ბორბლებსა და გზას შორის არის μ. იპოვეთ ავტომობილის სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება, თუ ძრავის სიმძლავრეა N და ავტომობილის ორივე ღერძი წამყვანია.

13.10. შვეულმფრენი, რომელიც „ჩამოკიდებულია" ჰაერში, u სიჩქარით ამოძრავებს ვერტიკალურად ქვემოთ ჰაერის ნაკადს თავისი პროპელერის მეშვეობით. იპოვეთ, რა სიმძლავრეს ავითარებს შვეულმფრენის ძრავა, თუ შვეულმფრენის მასაა m.

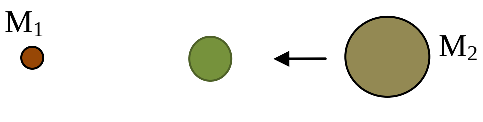
13.11. უძრავ M_1 მასის ბირთვსა და მისკენ მოძრავ M_2 მასის ბირთვს შორის მოთავსებულია მესამე უძრავი ბირთვი (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ, მესამე ბირთვის რა მასისთვის შეიძენს M_1 მასის მქონე ბირთვი მაქსიმალურ სიჩქარეს პირველი დაჯახებისას. დაჯახებები ცენტრალურია და დრეკადი.

13.12. h სიმაღლის სადგარზე დევს M მასის მცირე ზომის სფერო. v_0 სიჩქარით ჰორიზონტალურად მოძრავი m მასის ტყვია ზუსტად დიამეტრზე ხვრეტს მას (იხ. ნახ.). სადგარიდან რა s_0 მანძილზე დაეცემა ტყვია, თუ სფერო მიწაზე სადგარიდან s მანძილზე აღმოჩდა. ჰაერის წინააღმდეგობას ნუ გაითვალისწინებთ.

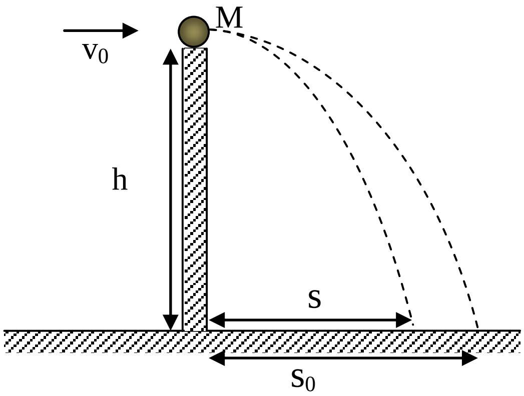
13.13*. ერთი მეტრი სიმაღლიდან უსაწყისო სიჩქარით ვარდნილი აგური ეცემა ჩოგბურთის ბურთს და ისევ თითქმის ერთ მეტრზე ადის. იპოვეთ, რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ახტება ჩოგბურთის ბურთი.

13.14. ორ სხეულს შორის მოთავსებულია k სიხისტის შეკუმშული ზამბარა (იხ. ნახ.). განთავისუფლების შემდეგ, როდესაც ზამბარა არადეფორმირებული გახდა, სხეულებს გავლილი ჰქონდა x_1 და x_2 მანძილები. განსაზღვრეთ სხეულების მაქსიმალური კინეტიკური ენერგიები.

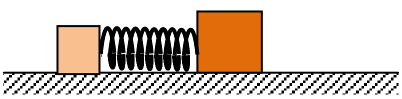
13.15. ავტომობილის განვითარებული სიმძლავრე დროის მიხედვით იზრდება წრფივად $N=\alpha t$. იპოვეთ სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება, თუ ბორბლები გორავს სრიალის გარეშე. ავტომობილის მასაა m. ოთხივე ბორბალი წამყვანია. ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით. რა პირობას უნდა აკმაყოფილებდეს ხახუნის კოეფიციენტი, რომ სრიალი არ ხდებოდეს?



ნახ. 13.11



ნახ.13.12


ნახ. 13.14

13.16. სამი ერთნაირი m მასის ბურთულა ერთმანეთთან შეერთებულია ერთნაირი k სიხისტის ზამბარებით. ბურთულებს ერთდროულად მიანიჭეს v სიჩქარე. როგორც ნაჩვენებია ნახატზე. იპოვეთ საწყისი მდებარეობიდან ბურთულების მაქსიმალური დაშორება.

13.17. პროტონი V სიჩქარით მოძრაობს დიდი მანძილით დაშორებული ჰელიუმის თავდაპირველად უძრავი ბირთვისაკენ. იპოვეთ ნაწილაკების სიჩქარე, როცა მათ შორის მანძილი იქნება მინიმალური.

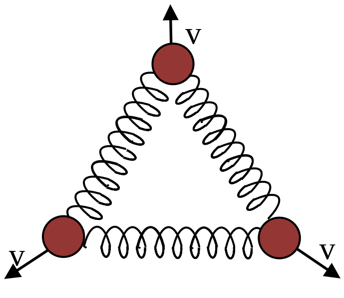
13.18. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებული ორი სხეული, რომელთა მასებია m_1 და m_2, ერთმანეთთან შეერთებულია არადეფორმირებული ზამბარით (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ, რა მინიმალური ძალა უნდა მოვდოთ m_1 მასის სხეულს, რომ m_2 მასის სხეული დაიძრას ადგილიდან. ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირსა და სხეულებს შორის არის μ.

13.19. ფქვილიანი ტომარა უსაწყისო სიჩქარით ჩამოსრიალდა H სიმაღლიდან ჰორიზონტისადმი α კუთხით დახრილი გლუვი სიბრტყით და მოხვდა ჰორიზონტალურ იატაკზე. დახრილი სიბრტყიდან იატაკზე გადასვლა არ არის მდოვრე. იატაკსა და ფქვილიან ტომარას შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ. განსაზღვრეთ, რა მანძილზე გასრიალდება ტომარა იატაკზე. ფქვილიანი ტომარას ზომები ბევრად ნაკლებია H –ზე.

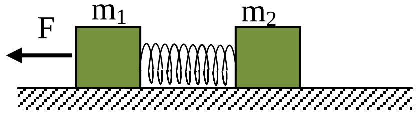
13.20. საკიდზე L=1,4 მ სიგრძის ძაფით ჩამოკიდებულ სხეულს მიანიჭეს V_0=7 მ/წმ სიჩქარე ჰორიზონტალური მიმართულებით (იხ. ნახ.). 1) საკიდის დონიდან სხეულის ასვლის რა სიმაღლეზე იქნება ძაფის დაჭიმულობა ნულის ტოლი?
2) განსაზღვრეთ საკიდის დონიდან სხეულის ასვლის მაქსიმალური სიმაღლე.

13.21. ყუმბარა ტრაექტორიის უმაღლეს წერტილში, ზარბაზნიდან ჰორიზონტის გასწვრივ L მანძილზე, გაიყო ორ ტოლ ნაწილად. ერთი ნაწილი იმავე ტრაექტორიით დაუბრუნდა გასროლის ადგილს. იპოვეთ, ზარბაზნიდან რა მანძილზე დაეცა მეორე ნაწილი.

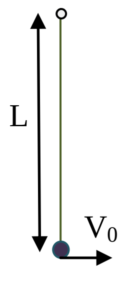
13.22. ოთახის კუთხეში ვერტიკალურად დგას ჰანტელი, რომელიც შედგება l სიგრძის მსუბუქი ღეროთი შეერთებული ორი ერთნაირი მასიური მცირე ზომის ბურთულასაგან (იხ. ნახ.). ზედა ბურთულას ბიძგით მიანიჭეს კედლიდან მიმართული ძალიან მცირე ჰორიზონტალური სიჩქარე, ქვედა ბურთულა ამ მომენტში უძრავია. განსაზღვრეთ კუთხე ღეროსა და ვერტიკალს შორის ქვედა ბურთულას კედლიდან მოწყვეტის მომენტში, აგრეთვე ზედა ბურთულას სიჩქარე ამ მომენტში და იატაკთან დაჯახების მომენტში. უგულებელყავით ხახუნი კედელთან და იატაკთან. თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა g.



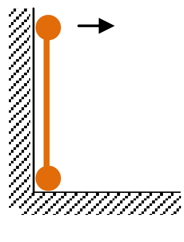
ნახ. 13.16



ნახ. 13.18



ნახ.13.20


ნახ.13.22

13.23. უმასო თოკებზე ჩამოკიდებულ m მასის ტვირთებს ესვრიან m მასის ტყვიას (იხ. ნახ.), რომელიც პირველ ტვირთს ხვრეტს, ხოლო მეორეში რჩება. იპოვეთ, რა სითბო გამოიყო პირველ ტვირთთან ურთიერთქმედებისას, თუ მეორესთან დაჯახებისას გამოიყო Q_2 სითბო. ტყვიის საწყისი სიჩქარეა v, ტყვიის ტვირთებთან ურთიერთქმედების დრო ძალიან მცირეა.

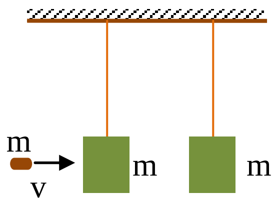
13.24*. თხელი მასიური რგოლი ჩამოცმულია ჰორიზონტალურად დამაგრებულ R რადიუსიან გრძელ ღეროზე (იხ. ნახ.). რგოლი მჭიდროდ ეხება ღეროს. როდესაც რგოლი დააბრუნეს ω კუთხური სიჩქარით ღეროს გარშემო, ის გაჩერდა t_0 დროში. შემდეგ რგოლი დააბრუნეს იმავე კუთხური სიჩქარით და მიანიჭეს V_0 სიჩქარე ღეროს გასწვრივ. იპოვეთ, რა მანძილს გაივლის რგოლის ცენტრი გაჩერებამდე.

13.25. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დამაგრებული გლუვი ზედაპირის მქონე ნახევარსფეროს ზედა წერტილიდან უსაწყისო სიჩქარით სრიალს იწყებს მცირე ზომის სხეული (იხ. ნახ.). იპოვეთ, რა სიმაღლეზე მოწყდება სფეროს სხეული, თუ სფეროს რადიუსია R.

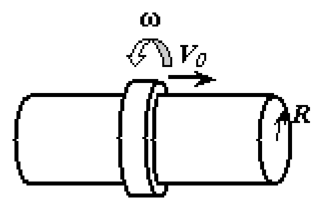
13.26. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ერთ წრფეზე ტოლი დაშორებებით განლაგებულია ერთნაირი m მასის ძელაკები. პირველ ძელაკს მოსდეს F ძალა (იხ. ნახ.). რისი ტოლია პირველი n ცალი ძელაკის მასათა ცენტრის აჩქარება $(n+1)$-ე ძელაკთან დაჯახებამდე ნებისმიერ მომენტში? მოძრაობა ერთი წრფის გასწვრივ ხდება და ყოველი დაჯახება აბსოლუტურად არადრეკადია.

13.27. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ერთ წრფეზე ტოლი დაშორებებით განლაგებულია ერთნაირი m მასის ძელაკები. პირველ ძელაკს მოსდეს F ძალა (იხ. ნახ. 13.26). განსაზღვრეთ მოძრავი ძელაკების სიჩქარე მათი მე-n დაჯახების წინ და უშუალოდ მის შემდეგ. განსაზღვრეთ სიჩქარის ზღვრული მნიშვნელობა უსასრულოდ დიდი n-ისთვის, თუ მეზობელ ძელაკებს შორის მანძილია l. მოძრაობა ერთი წრფის გასწვრივ ხდება და ყოველი დაჯახება აბსოლუტურად არადრეკადია.

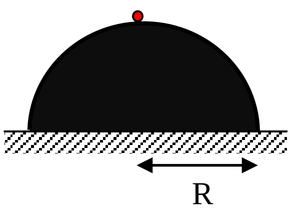
13.28*. რგოლებს ხახუნის გარეშე შეუძლია სრიალი ვერტიკალურად დამაგრებულ ღეროზე. საწყის მომენტში ყველა რგოლი მიწაზე დევს. რგოლებს რიგ–რიგობით, დროის τ ინტერვალით, ვერტიკალურად ზევით ანიჭებენ v სიჩქარეს ($v >> g\tau$). რგოლები დაჯახების შემდეგ ერთმანეთს ეწებება და მათ ისვრიან ზემოთ მანამ, სანამ შეწებებული რგოლები არ ჩამოვარდება დედამიწაზე. განსაზღვრეთ, რა დროის შემდეგ მოხდება ეს. რგოლების სისქე შეგიძლიათ უგულებელყოთ.



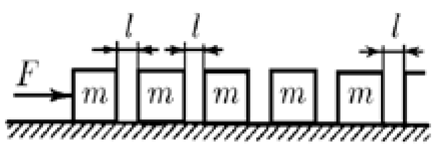
ნახ.13.23



ნახ. 13.24



ნახ. 13.25



ნახ. 13.26

14. ოპტიკის ამოცანები

14.1. ორ ბრტყელ სარკეს შორის კუთხე არის α. იპოვეთ, სარკეებს შორის მოთავსებული მნათი წერტილის რამდენი გამოსახულება მიიღება ასეთ სისტემაში, თუ ა) α=90°; ბ) α=120°; გ) α=60°; დ) α=80°.

14.2. ჩაზნექილ სფერულ სარკეს ეცემა მთავარი ოპტიკური ღერძის პარალელური და მისი მახლობელი ვიწრო სინათლის კონა (იხ. ნახ.). სფეროს ცენტრიდან რა მანძილზე გადაიკვეთება სინათლის სხივები ერთ წერტილში? სფეროს რადიუსია R.

14.3*. ნახატზე ნაჩვენებია იმ სურათის ნაწილი, რომელზეც იყო გამოსახული სინათლის S წერტილოვანი წყარო, ორი ბრტყელი M_1 და M_2 სარკე, რომლებიც ადგენდნენ ორწახნაგა φ კუთხეს და AOB არე, საიდანაც მოჩანდა წყაროს ორივე პირველი გამოსახულება. აგებით აღადგინეთ M_2 სარკის მდებარეობა, აგრეთვე იპოვეთ წერტილთა სიმრავლე, სადაც შეიძლება ყოფილიყო S წერტილოვანი წყარო. სარკეები ჩათვალეთ ნახევარსიბრტყეებად. რას უდრის φ კუთხე, თუ ∠AOB=30°-ს?

14.4. ნახატზე ნაჩვენებია სფერული სარკის მთავარი ოპტიკური ღერძი. ორი წერტილი შეესაბამება სინათლის წყაროს და მის გამოსახულებას. იპოვეთ სფერული სარკის ფოკუსი. განიხილეთ ყველა შესაძლო შემთხვევა.

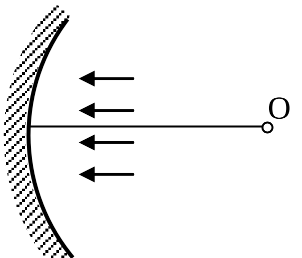
14.5. ნახატზე ნაჩვენებია სხივის სვლა შემკრებ ლინზაში. ააგეთ მეორე სხივის სვლა ლინზაში გავლის შემდეგ.

14.6. საგნის გამოსახულება თხელ ლინზაში მოთავსებულია მის ფოკალურ სიბრტყეში. რა სიმაღლისაა საგანი, თუ გამოსახულების სიმაღლე უდრის H= 0,7 სმ.

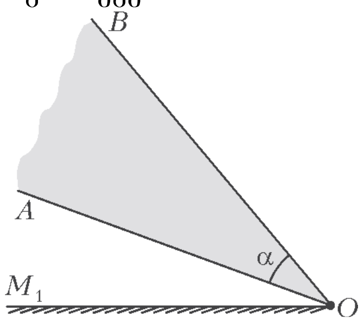
14.7. ლინზის მეშვეობით ვიღებთ საგნის ნამდვილ ორჯერ შემცირებულ გამოსახულებას. თუ საგანს 21 სმ-ით მივუახლოებთ ლინზას, მივიღებთ საგნის ნამდვილ ორჯერ გადიდებულ გამოსახულებას. იპოვეთ ლინზის ფოკუსური მანძილი.

14.8. ახლომხედველ ადამიანს შეუძლია ტექსტის წაკითხვა, თუ მისი დაშორება თვალებიდან არ აღემატება 18 სმ-ს. რა ოპტიკური ძალის მქონე სათვალე უნდა ატაროს ამ ადამიანმა?

14.9. ლინზის საშუალებით ეკრანზე მიიღეს საგნის 2-ჯერ გადიდებული მკაფიო გამოსახულება. მანძილი საგანსა და ეკრანს შორის 1,6-ჯერ გაზარდეს და იმავე ლინზით ეკრანზე ისევ მიიღეს საგნის მკაფიო გამოსახულება. განსაზღვრეთ, რისი ტოლია გადიდება ამ შემთხვევაში.

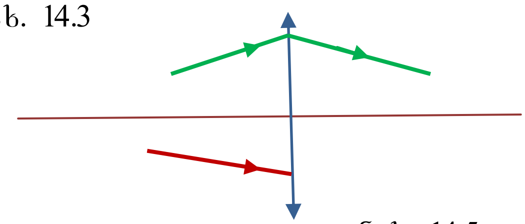


ნახ. 14.2



ნახ. 14.3


ნახ. 14.4


ნახ. 14.5

14.10. ორი ლინზა მჭიდროდაა მიდებულია ერთმანეთზე. იპოვეთ ასეთი სისტემის ოპტიკური ძალა, თუ ლინზების ოპტიკური ძალებია შესაბამისად D_1 და D_2.

14.11*. ნახატზე მოცემულია AB საგანი და მისი A_1B_1 გამოსახულება. აგებით იპოვეთ ლინზის ოპტიკური ცენტრი და ორიენტაცია. შემკრებია თუ გამბნევი ლინზა?

14.12. მონეტაზე დადეს $n=1,5$ გარდატეხის მაჩვენებლის მქონე გამჭვირვალე კუბი. შეიძლება თუ არა გვერდითი წახნაგიდან მონეტის დანახვა?

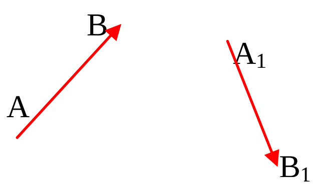
14.13*. ბუზი დაფრინავს r რადიუსის მქონე წრეწირზე მთავარ ოპტიკურ ღერძზე გამავალ სიბრტყეში მუდმივი v სიჩქარით (იხ. ნახ.). წრეწირის ცენტრი მდებარეობს შემკრები ლინზის მთავარ ოპტიკურ ღერძზე ლინზიდან $3F$ მანძილზე, სადაც F ლინზის ფოკუსური მანძილია. იპოვეთ ბუზის გამოსახულების სიჩქარის მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობა. ჩათვალეთ, რომ $r<<F$.

14.14. ჰორიზონტალურ ბრტყელ სარკეზე დევს თხელი ბრტყელ-ამოზნექილი ლინზა. ჭერზე, რომელიც სარკიდან h სიმაღლეზეა, მოძრაობს ბუზი მუდმივი v სიჩქარით (იხ. ნახ.). იპოვეთ სისტემაში „სარკე-ლინზა“ ბუზის გამოსახულების სიჩქარე იმ მომენტში, როდესაც ბუზი გადაკვეთს ლინზის მთავარ ოპტიკურ ღერძს. ლინზის ფოკუსური მანძილია F ($h > F$).

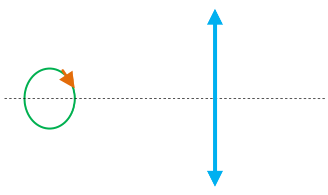
14.15. R რადიუსიან გამჭვირვალე ბირთვს ეცემა დიამეტრის გასწვრივი პარალელურ სხივთა ვიწრო კონა (იხ. ნახ.). ცენტრიდან რა მანძილზე გადაიკვეთება სინათლის სხივები ბირთვიდან გამოსვლის შემდეგ? ბირთვის გარდატეხის მაჩვენებელია $n=4/3$.

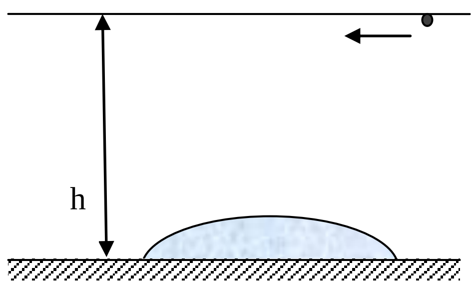
14.16. ადამიანი უყურებს თევზს, რომელიც იმყოფება წყლით სავსე 20სმ რადიუსის სფერულ აკვარიუმში დიამეტრალურად მოპირდაპირე წერტილში. წყლის გარდატეხის მაჩვენებელია 4/3. აკვარიუმი თხელკედლიანია. განსაზღვრეთ მანძილი თევზსა და იმ წერტილს შორის, სადაც ადამიანი ხედავს თევზის გამოსახულებას.

14.17*. სინათლის წერტილოვანი წყარო მუდმივი v_0 სიჩქარით მოძრაობს წრფეზე, რომელიც მცირე α კუთხეს ადგენს შემკრები ლინზის მთავარ ოპტიკურ ღერძთან. წყაროს ტრაექტორია მთავარ ოპტიკურ ღერძს ორმაგ ფოკუსში კვეთს (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ ამ ტრაექტორიაზე მოძრაობისას წყაროს მიმართ გამოსახულების მინიმალური ფარდობითი სიჩქარე.

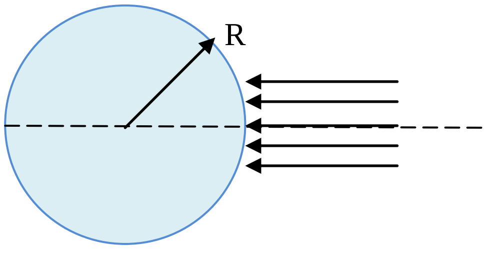


ნახ. 14.11

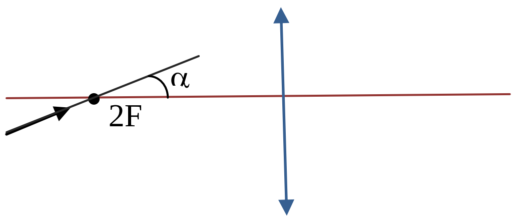

ნახ. 14.13



ნახ. 14.14



ნახ. 14.15



ნახ. 14.17

14.18*. აუზის კიდესთან დგას ადამიანი და აკვირდება ქვას ფსკერზე. აუზის სიღრმეა h=4 მ. წყლის ზედაპირიდან რა სიღრმეზე არის ქვის გამოსახულება, თუ ხედვის სხივი წყლის ზედაპირის ნორმალთან ადგენს α=60° კუთხეს? წყლის გარდატეხის მაჩვენებელია 1,33.

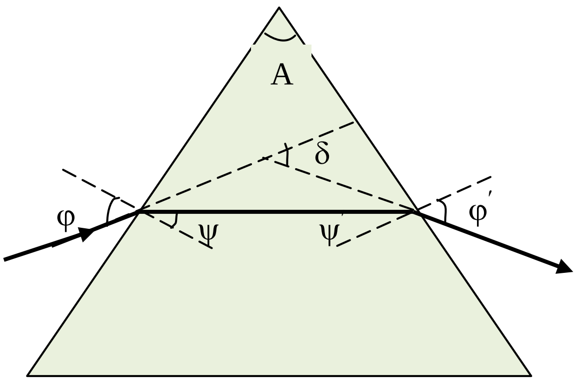
14.19*. დაამტკიცეთ, რომ თუ პრიზმის გარდამტეხი კუთხეა A, ხოლო სხივის გადახრის კუთხე - δ (იხ. ნახ.), მაშინ დაცემის φ და ψ′ კუთხეებსა და გარდატეხის φ′ და ψ კუთხეებს შორის კავშირი გამოისახება ფორმულით

$$\frac{n\cos\{(\psi-\psi')/2\}}{\cos\{(\varphi-\varphi')/2\}}=\frac{\sin\{(A+\delta)/2\}}{\sin(A/2)}\ .$$

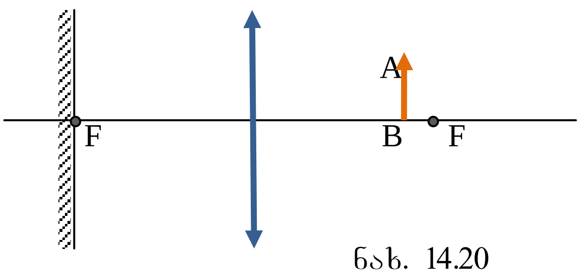
14.20. შემკრები ლინზის ფოკალურ სიბრტყეში მოთავსებულია ბრტყელი სარკე (იხ. ნახ.). ასეთ ოპტიკურ სისტემაში მიიღება ლინზასა და მეორე ფოკუსს შორის მთავარი ოპტიკური ღერძის მართობულად მოთავსებული AB საგნის ნამდვილი გამოსახულება. განსაზღვრეთ, რამდენჯერ შეიცვლება სისტემის გამადიდებლობა, თუ საგნის გადაადგილებით მანძილს ლინზასა და საგანს შორის ორჯერ შევამცირებთ.

14.21. ააგეთ შემკრებ ლინზაში AB საგნის გამოსახულება (იხ. ნახ.).

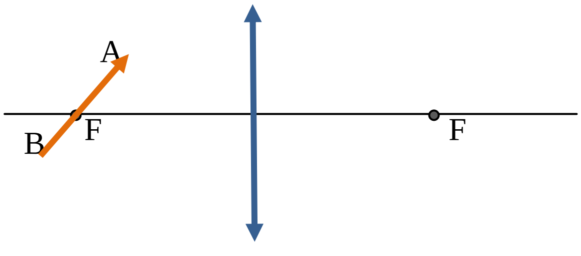
14.22*. წყალში, რომლის გარდატეხის მაჩვენებელია n, მოთავსებულია ბრტყელამოზნექილი H სისქის ლინზა (იხ. ნახ.). ლინზის ბრტყელი მხარე მოთავსებულია წყალში ჰორიზონტალურად. ამ სისტემას ვერტიკალურად ეცემა პარალელურ სხივთა კონა. წყალში L_1 და L_2 სიღრმეებზე ($L_2 > L_1$) მიიღება მკვეთრი გამოსახულება. იპოვეთ ლინზის ამოზნექილი ზედაპირის სიმრუდის რადიუსი. წყლიდან და ლინზიდან არეკვლებს ნუ გაითვალისწინებთ.



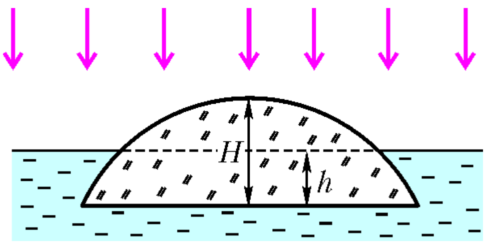
ნახ. 14.19



ნახ. 14.20



ნახ. 14.21



ნახ. 14.22

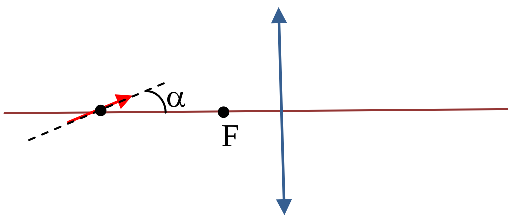
14.23. სინათლის წყარო, რომელიც მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით, შემკრები ლინზის მთავარ ოპტიკურ ღერძს კვეთს α= 60° –იანი კუთხით (იხ. ნახ.), ხოლო გამოსახულების სიჩქარე ამ მომენტში მთავარ ოპტიკურ ღერძთან ადგენს $\beta=30^0$ –იან კუთხეს. იპოვეთ, რა მანძილითაა დაშორებული საგნის ტრაექტორიის მთავარ ოპტიკურ ღერძთან გადაკვეთის წერტილი ლინზიდან, თუ ლინზის ფოკუსური მანძილი არის F=30 სმ.

14.24. ლინზაში მთავარ ოპტიკურ ღერძზე, ლინზიდან f მანძილზე, მიიღება მნათი წერტილის ნამდვილი გამოსახულება. თუ ლინზას ჩავწევთ h მანძილით (იხ. ნახ.), გამოსახულება დაიწევს H–ით. იპოვეთ მნათი წერტილიდან ლინზამდე მანძილი და ლინზის ფოკუსური მანძილი.

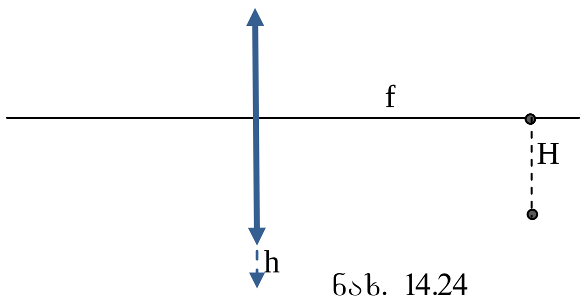
14.25. მინის ნახევარბირთვზე დაცემული სინათლის ვიწრო კონა იკრიბება ბირთვის ამოზნექილი ზედაპირიდან X მანძილზე (იხ. ნახ.). ბრტყელი ზედაპირიდან რა მანძილზე შეიკრიბება სინათლის ვიწრო კონა, თუ ის დაეცემა ნახევარბირთვს საწინააღმდეგო მიმართულებით? მინის გარდატეხის მაჩვენებელია n.

14.26*. ნახატზე მოცემულია *a* საგანი, მისი *b* ნამდვილი გამოსახულება და შემკრები ლინზა. ცნობილია, რომ ლინზის მეორე მხარეს იყო ბრტყელი სარკე, რომელიც ნახატზე წაშლილია. აგებით აღადგინეთ სარკის მდებარეობა და იპოვეთ ლინზის ფოკუსები.

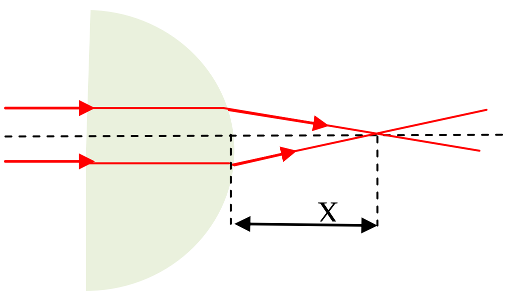
14.27*. შემკრები ლინზით იღებენ სინათლის წყაროს ნამდვილ გამოსახულებას. სინათლის წყარო არის მცირე ზომის მონაკვეთი, რომელიც მართობულია ლინზის მთავარი ოპტიკური ღერძის. რისი ტოლი იქნება ლინზის გამადიდებლობა, თუ მონაკვეთს მოვაბრუნებთ ისე, რომ ლინზის მთავარ ოპტიკურ ღერძთან ადგენდეს 45° კუთხეს? მობრუნებამდე გამადიდებლობა იყო Γ=0,1.



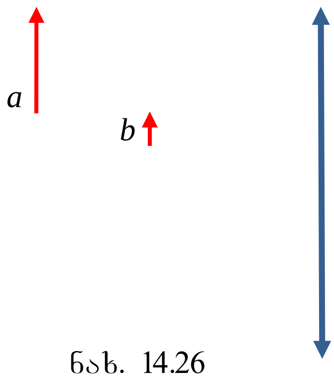
ნახ. 14.23



ნახ. 14.24



ნახ. 14.25



ნახ. 14.26

15. სხვადასხვა

15.1. ადამიანი მეტროს ესკალატორზე ჩამორბის ისე, რომ ყველა შეხვედრილ საფეხურს აბიჯებს ფეხს. პირველად ჩამორბენისას მან 50 საფეხურს დააბიჯა ფეხი. მეორედ, როდესაც ის იმავე მიმართულებით 3-ჯერ სწრაფად მირბოდა, - 75 საფეხურს. იპოვეთ, რამდენ საფეხურს დააბიჯებდა ის ფეხს უძრავ ესკალატორზე ჩამორბენისას.

15.2 ზებგერითი თვითმფრინავი მიფრინავს ჰორიზონტალურად 4 კმ სიმაღლეზე. დედამიწაზე მყოფმა დამკვირვებელმა თვითმფრინავის ხმა გაიგონა მის თავზე გადაფრენის მომენტიდან 10 წამის შემდეგ. რისი ტოლი ყოფილა თვითმფრინავის სიჩქარე, თუ ჰაერში ბგერის სიჩქარეა 330 მ/წმ?

15.3. ზებგერითი თვითმფრინავი ჰორიზონტალურად მიფრინავს. ორი მიკროფონი მოთავსებულია ერთ ვერტიკალზე ერთმანეთისაგან L მანძილზე. ქვედა მიკროფონმა თვითმფრინავის ხმა მიიღო Δt დროით უფრო გვიან, ვიდრე ზედა მიკროფონმა. ჰაერში ბგერის სიჩქარეა c. განსაზღვრეთ თვითმფრინავის სიჩქარე.

15.4. მდინარის სიგანე 50 მეტრია, დინების სიჩქარე – 2 მ/წმ, ხოლო ნავის სიჩქარე წყლის მიმართ – 1 მ/წმ. რა მიმართულებით უნდა გაცუროს ნავმა წყალთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში, რომ მდინარის გადაცურვისას უმცირესი მანძილი გაიაროს ნაპირთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში? რისი ტოლია ეს მანძილი? რა დრო დასჭირდება ამ შემთხვევაში მდინარის გადაცურვას? საერთოდ რა უმცირეს დროში შეუძლია ამ ნავს მოცემული მდინარის გადაცურვა? რა მიმართულებით უნდა გაცუროს ნავმა წყალთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ამ შემთხვევაში?

15.5. შეუძლია თუ არა მოცურავეს, რომელიც მდინარისპირა A წერტილში იმყოფება, მიაღწიოს მოპირდაპირე ნაპირის C წერტილს? AC მონაკვეთი დინების მიმართულებასთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. მდინარის დინების სიჩქარეა 2 მ/წმ, ხოლო მოცურავის სიჩქარე წყლის მიმართ – 1,2 მ/წმ.

15.6. სწორ შარაგზაზე 60 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს ავტობუსი. ადამიანი იმყოფება შარაგზიდან 40 მ და ავტობუსიდან 600 მ მანძილზე. რა უმცირესი სიჩქარით უნდა იაროს ადამიანმა, რომ მიუსწროს ავტობუსს? როგორი უნდა იყოს მისი მოძრაობის მიმართულება ამ შემთხვევაში?

15.7. სწორ გზაზე V_1 სიჩქარით მოძრაობს მანქანა. ადამიანი გზიდან L მანძილზე იმყოფება. ადამიანმა მოძრაობა დაიწყო იმ მომენტში, როდესაც მანქანამ ადამიანთან უახლოეს წერტილში ჩაიარა. რა მინიმალურ მანძილზე შეუძლია ადამიანს მანქანასთან მიახლოვება ამის შემდეგ და როგორ უნდა მოძრაობდეს იგი, თუ მისი სიჩქარეა V_2 (რა თქმა უნდა, $V_2 < V_1$)?

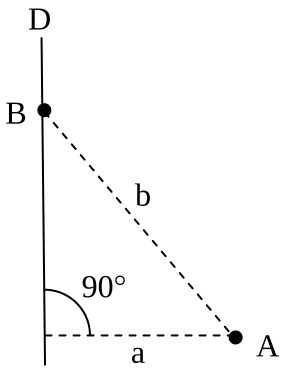
15.8. გვაქვს v სიჩქარით მოძრავი ერთნაირი ატომბირთვების ნაკადი. ატომბირთვები თავისთავად იყოფა ორ ერთნაირ ნაწილაკად. ნაკადის მიმართულებით მოძრავი ნაწილაკის სიჩქარეა 3v. განსაზღვრეთ იმ ნაწილაკის სიჩქარე, რომლებიც მოძრაობს ნაკადის მართობულად. იმ ათვლის სისტემაში, რომელშიც ატომბირთვი უძრავია, ნებისმიერი მიმართულებით გატყორცნილი ნაწილაკის სიჩქარე ერთნაირია.

15.9. წვიმს. უქარო ამინდია. განსაზღვრეთ, რამდენჯერ შეიცვლება თავდაპირველად უძრავ სფერული ფორმის სხეულზე გარკვეულ დროში მოხვედრილი წვიმის წყლის მოცულობა, თუ სხეული ამოძრავდება u სიჩქარით ჰორიზონტალური მიმართულებით. ჩათვალეთ, რომ წვიმის წვეთები ერთნაირია, სივრცეში განაწილებულია ერთგვაროვნად და მათი სიჩქარეა v.

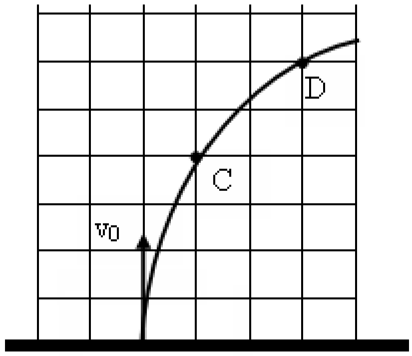
15.10. მინდვრის A პუნქტიდან გამოსულმა მანქანამ უნდა მიაღწიოს CD გზაზე მდებარე B პუნქტს რამდენადაც შეიძლება სწრაფად (იხ. ნახ.). მინდორში მოძრაობის სიჩქარეა V_1, ხოლო გზაზე მოძრაობისა კი - V_2 ($V_1 < V_2$). საწყისი

მანძილი მანქანიდან გზამდე a-ს ტოლია, ხოლო B პუნქტამდე – b-ს. როგორ უნდა მოძრაობდეს მანქანა?

15.11. ნახატზე ნაჩვენებია ნავის ტრაექტორია, რომელსაც ისე უბიძგეს ნაპირიდან, რომ მისი v_0=1,0 მ/წმ საწყისი სიჩქარე ნაპირთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ნაპირის მართობულად აღმოჩნდა მიმართული. 1 წმ-ის შემდეგ ნავი C წერტილში აღმოჩნდა, ხოლო 2 წმ-ის შემდეგ - D წერტილში. განსაზღვრეთ მდინარის დინების სიჩქარე.



ნახ. 15.10



ნახ. 15.11

15.12. მდინარის ნაპირიდან L=60 მ მანძილზე წყალში დაყენებულია ბოძი. წყლის დინების სიჩქარე ნაპირთან ნულის ტოლია და ამ ნაპირიდან დაშორების პროპორციულად იზრდება ისე, რომ ბოძთან აღწევს u_0=2 მ/წმ-ს. ამ ნაპირის იმ წერტილიდან, რომელიც ბოძის მოპირდაპირეა, ბოძთან უნდა მივიდეს მოტორიანი ნავი. ის წყლის მიმართ ავითარებს u_0–ის ტოლ სიჩქარეს. როგორი უნდა იყოს თავიდან ნავის ორიენტაცია (ნავის ცხვირის მიმართულება), რომ ის ბოძს მიადგეს ორიენტაციის შემდგომი კორექტირების გარეშე? რა დრო დასჭირდება ამ მგზავრობას?

15.13. რა მინიმალური სიჩქარით შეიძლება იყოს გასროლილი ქვა დედამიწის ზედაპირიდან, თუ მან გადაუფრინა R რადიუსის სფერულ შენობას ისე, რომ შეეხო მის უმაღლეს წერტილს?

15.14. იპოვეთ ჰორიზონტისადმი α კუთხით (ჰორიზონტს ზემოთ) v_0 სიჩქარით გასროლილი სხეულის ტრაექტორიის სიმრუდის რადიუსი: ა) მაქსიმალურ სიმაღლეზე; ბ) საწყის წერტილში; გ) წერტილში, სადაც სხეული იმყოფება გასროლიდან t დროის შემდეგ.

15.15. ჰორიზონტისადმი α კუთხით V_0 სიჩქარით გასროლილი ქვა მოძრაობს გარკვეულ ტრაექტორიაზე (ქვის მოძრაობაზე ჰაერის გავლენა უმნიშვნელოა). იმავე ტრაექტორიაზე V_0 სიჩქარით თანაბრად მიფრინავს კოღო. განსაზღვრეთ კოღოს აჩქარება ქვის მაქსიმალური აწევის სიმაღლის ნახევარ სიმაღლეზე.

15.16. საკმაოდ დიდ სიმაღლეზე მდებარე წერტილიდან მოდულით ტოლი სიჩქარეებით რამდენიმე ბურთულა ერთდროულად გაისროლეს სხვადასხვა მიმართულებით ჰორიზონტისადმი სხვადასხვა კუთხით. რა ზედაპირზე განლაგდება ბურთულები მოძრაობის პროცესში? ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით.

15.17. დედამიწაზე დამაგრებული შლანგიდან, რომლის შიდა განივკვეთის ფართობია S, ჰორიზონტისადმი α კუთხით v სიჩქარით ასხამს წყალი. განსაზღვრეთ წყლის იმ ნაწილის მასა, რომელიც ჰაერში მოძრაობს. წყლის სიმკვრივეა ρ.

15.18. R რადიუსის ბორბალი თანაბრად მიგორავს სრიალის გარეშე ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. ბორბლის წერტილს რადიუსის სიმაღლეზე წყდება ტალახის წვეთი. რა სიჩქარეებით შეიძლება მოძრაობდეს ბორბალი, თუ წვეთი ჰაერში მოძრაობის შემდეგ ბორბლის იმავე წერტილს ხვდება (იხ. ნახ.)? ჰაერის წინააღმდეგობა არ გაითვალისწინოთ.

15.19. მაგნიტოფონის ლენტს ახვევენ სავსე ბობინიდან ცარიელზე. მიმღები ბობინის ω კუთხური სიჩქარე მუდმივია, ლენტის სისქეა h, ცარიელი ბობინის რადიუსია R. რისი ტოლია ლენტის სიჩქარე გადახვევის დაწყებიდან t დროის შემდეგ?

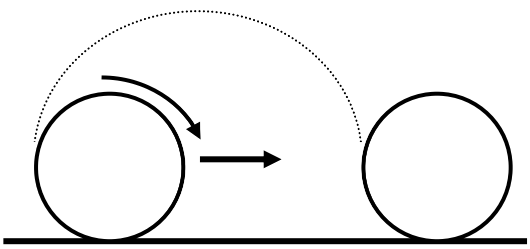
15.20. მჭიდროდ დახვეულ ქაღალდის ცილინდრულ რულონს შლიან ისე, რომ ქაღალდის ბოლოს v სიჩქარე მუდმივია (იხ. ნახ.). საწყის მომენტში რულონის რადიუსია *R*. ქაღალდის სისქეა d. რისი ტოლი იქნება რულონის კუთხური სიჩქარე *t* დროის შემდეგ?

15.21. მაგნიტოფონზე ჩანაწერის მოსმენისას შენიშნეს, რომ დახვეული ფირის რადიუსი 20 წუთში ორჯერ შემცირდა. რამდენ წუთში შემცირდება ის კიდევ ორჯერ? ჩათვალეთ, რომ ფირის მოძრაობის წირითი სიჩქარე მუდმივია.

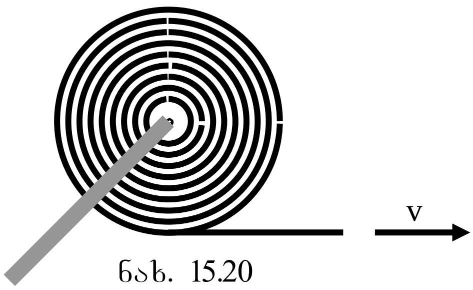
15.22. *L* სიგრძის ოთხი წვრილი ღეროს ბოლოები ერთმანეთთან სახსრულად შეაერთეს და გააკეთეს რომბი (იხ. ნახ.). *A* სახსარი უძრავია, ხოლო *B* სახსარს რომბის დიაგონალის გასწვრივ მუდმივი *a* აჩქარებით ამოძრავებენ. საწყის მომენტში *A* და *B* სახსრები ერთმანეთთან ახლოსაა და *B*-ს სიჩქარე ნულის ტოლია. რა აჩქარება ექნება *C* სახსარს დროის იმ მომენტში, როდესაც *ACB* კუთხე 2α-ს ტოლი გახდება?

15.23. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოსრიალე სხეულის მიერ t_1 დროის შუალედში გავლილი მანძილი s_1–ის ტოლი აღმოჩნდა. რისი ტოლი იქნება მომდევნო t_2 დროის შუალედში მის მიერ გავლილი s_2 მანძილი? ზედაპირზე სხეულის სრიალის ხახუნის კოეფიციენტია μ. წევის ძალა სხეულზე არ მოქმედებს.

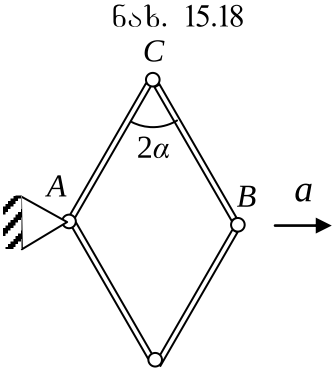
15.24. ფილას აქვს *H* სიმაღლის საფეხური, რომელზეც მიყრდნობილია $R>H$ რადიუსის ერთგვაროვანი ცილინდრი (იხ. ნახ.). იპოვეთ ფილის მაქსიმალური ჰორიზონტალური აჩქარება, რომლის დროსაც ცილინდრი ჯერ კიდევ არ ადის საფეხურზე. ხახუნი უგულებელყავით.



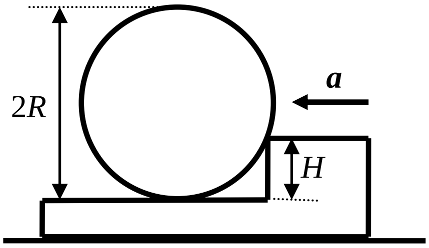
ნახ. 15.18



ნახ. 15.20

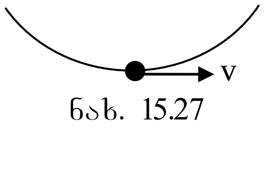


ნახ. 15.22

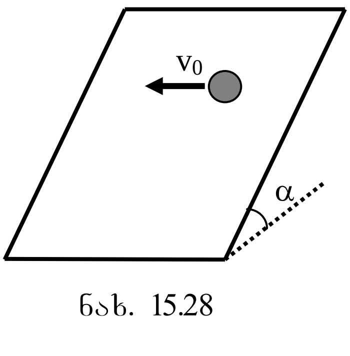


ნახ. 15.24

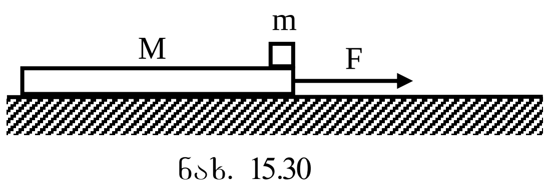
15.25. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს m მასის ძელაკი. ხახუნის კოეფიციენტია μ. განსაზღვრეთ, რა მინიმალური ძალით შეგვიძლია ძელაკის თანაბარი სრიალი ზედაპირზე.
15.26. v_0 საწყისი სიჩქარით ვერტიკალურად ზევით ასროლილი სხეული ასროლის წერტილში დაბრუნდა t დროის შემდეგ. ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა სიჩქარის პირდაპირპროპორციულია. იპოვეთ სხეულის სიჩქარე ასროლის წერტილში დაბრუნებისას.
15.27. გლუვი მავთული მოღუნულია ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ისე, რომ აქვს $y=kx^2$ პარაბოლის ფორმა (იხ. ნახ.). მავთულის გასწვრივ მოდულით მუდმივი v სიჩქრით მისრიალებს m მასის მძივის მარცვალი. იპოვეთ, რა ძალით აწვება მარცვალი მავთულს პარაბოლის წვეროს გავლისას.
15.28. ჰორიზონტისადმი α კუთხით დახრილ სიბრტყეზე მოთავსებულია მონეტა. მონეტასა და სიბრტყეს შორის ხახუნის კოეფიციენტია $\mu=tg\alpha$. მონეტას მიანიჭეს ჰორიზონტალურად მიმართული v_0 სიჩქარე (იხ. ნახ.). იპოვეთ მონეტის მოძრაობის დამყარებული სიჩქარე.
15.29. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებულია M მასის ძელაკი, მის ზედა წახნაგზე დევს ქაღალდის დიდი ფურცელი, ხოლო ფურცელზე $m<M$ მასის ძელაკი. ფურცელს ეწევიან ჰორიზონტალურად მიმართული F ძალით. ქაღალდსა და თითოეულ ძელაკს შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ. განსაზღვრეთ თითოეული ძელაკის აჩქარება. ფურცლის მასა ბევრად ნაკლებია ძელაკების მასებთან შედარებით.
15.30. გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს M მასის ფილა. მასზე კიდეში დევს m მასის ძელაკი (იხ. ნახ.). იპოვეთ ფილაზე ჰორიზონტალურად მოქმედი მაქსიმალური F_0 ძალა, რომლის დროსაც ძელაკი ჯერ კიდევ არ მისრიალებს ფილაზე. რა დროში ჩამოსრიალდება ძელაკი ფილიდან, თუ ფილაზე მოქმედი ჰორიზონტალურად მიმართული F ძალა მეტია F_0-ზე? ფილის სიგრძეა L. ძელაკსა და ფილას შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ.
15.31. M მასისა და L სიგრძის ფიცარი, რომლის მარცხენა კიდეში მოთავსებულია m მასის პატარა ძელაკი, მისრიალებს გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მარჯვნივ v სიჩქარით და დრეკადად ეჯახება კედელს (იხ. ნახ.). რისი ტოლი უნდა იყოს ფიცარსა და ძელაკს შორის ხახუნის კოეფიციენტის მინიმალური მნიშვნელობა, რომ ძელაკი ფიცრიდან არ ჩამოვარდეს კედლიდან არეკვლის შემდეგ? რისი ტოლი იქნება ამ შემთხვევაში ფიცრის საბოლოო სიჩქარე? თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა g.



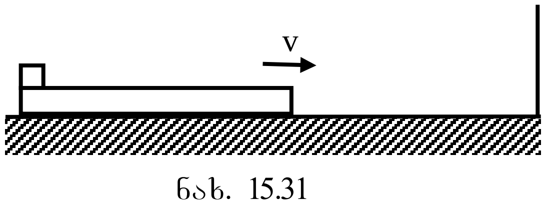
ნახ. 15.27



ნახ. 15.28

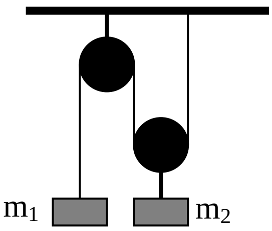


ნახ. 15.30

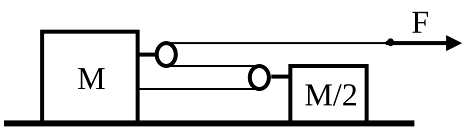


ნახ. 15.31

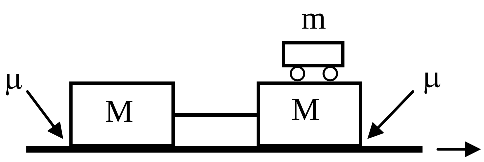
15.32. იპოვეთ ნახატზე მოყვანილ სისტემაში საწონების აჩქარებები და თოკის დაჭიმულობის ძალა. საწონების მასებია m_1 და m_2. თოკის და ჭოჭონაქის მასები, აგრეთვე ხახუნი ჭოჭონაქების ღერძებთან უგულებელყავით.
15.33. M და M/2 მასების სხეულების სისტემა, რომლებზეც მიმაგრებულია ჭოჭონაქები, მოძრაობს გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე F ძალის მოქმედებით (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ, რა აჩქარებით მოძრაობს ძაფის ის წერტილი, რომელზეც მოდებულია ძალა. ძაფის და ჭოჭონაქების მასები უგულებელყავით.
15.34. ჰორიზონტალურ საყრდენზე მოთავსებულია მსუბუქი უჭიმვადი ძაფით შეერთებული ორი ერთნაირი დიდი ძელაკი (იხ. ნახ.). თითოეული მათგანის მასაა M. ძელაკებსა და საყრდენს შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ. ძაფი არაა მოშვებული. მარჯვენა ძელაკის ზედა გლუვ ზედაპირზე იმყოფება m მასის ურიკა. საყრდენი აამოძრავეს ჰორიზონტალური მიმართულებით ძაფის პარალელურად მარჯვნივ დიდი სიჩქარით. იპოვეთ ძაფის დაჭიმულობის ძალა ძელაკიდან ურიკის ჩამოვარდნამდე.
15.35. კედლის B წერტილში დამაგრებულ უჭიმვად ძაფზე მიბმული A ძელაკი დევს სოლის ზედაპირზე, რომლის ჰორიზონტისადმი დახრის კუთხეა α. სოლი კედელზეა მიბჯენილი. ძაფი სიბრტყის პარალელურია (იხ. ნახ.). სოლი მუდმივი a აჩქარებით იწყებს მოძრაობას კედლის მართობული მიმართულებით. მოდულით რა აჩქარებით და რა მიმართულებით მოძრაობს ამ დროს ძელაკი?
15.36. ნახატზე გამოსახულ სისტემაში ჭოჭონაქებს ამოძრავებენ ვერტიკალურად მიმართული აჩქარებებით, ძაფები ვერტიკალურია და დაჭიმულია. განსაზღვრეთ, რა ძალებით მოქმედებენ ჭოჭონაქებზე. ძაფების და ჭოჭონაქების მასები, აგრეთვე ხახუნი ჭოჭონაქების ღერძებთან უგულებელყავით სიმცირის გამო. ძაფები უჭიმვადია.
15.37. ნახატზე გამოსახულ სისტემაში ყველა ჭოჭონაქი უმასოა, ხოლო ძაფები - უმასო და უჭიმვადი. ყველა ძაფის ჭოჭონაქზე გადაუდებელი ნაწილები ვერტიკალურია. სხეულების მასები ერთნაირია. განსაზღვრეთ მოძრავი ჭოჭონაქების აჩქარებები.



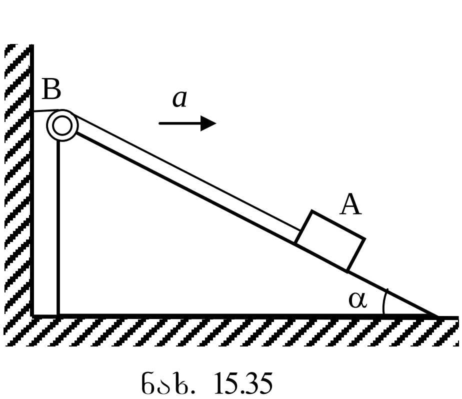
ნახ. 15.32



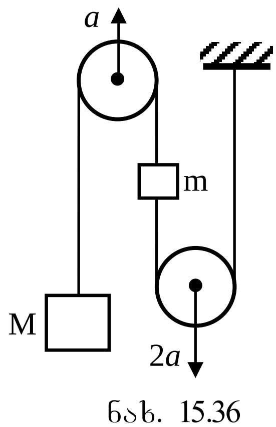
ნახ. 15.33



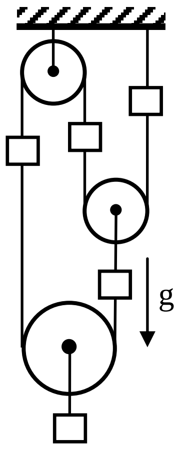
ნახ. 15.34



ნახ. 15.35



ნახ. 15.36



ნახ. 15.37

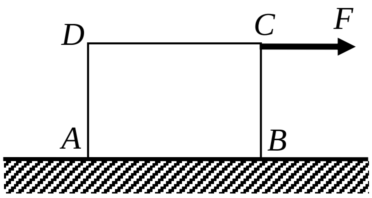
15.38. m მასის თხელი ერთგვაროვანი ღერო დევს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. ღეროსა და ზედაპირს შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ. ღეროს ბოლოში მოსდეს ღეროს მართობული მცირე ჰორიზონტალური ძალა, რომელსაც თანდათან ზრდიან. იპოვეთ ამ ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობა, რომლისთვისაც ღერო ჯერ კიდევ უძრავია.

15.39. 400 გ მასის ერთგვაროვან *ABCD* ძელაკზე სიგანის შუა წერტილში მოქმედებს *AB* წიბოს პარალელურად მიმართული F=4 ნ ძალა (იხ. ნახ.). ძელაკსა და ზედაპირს შორის ხახუნის კოეფიციენტია 0,5. განსაზღვრეთ ხახუნის ძალა და საყრდენის რეაქციის ძალა (მოდული და მოქმედების წრფის მდებარეობა). AB=20 სმ; BC=10 სმ.

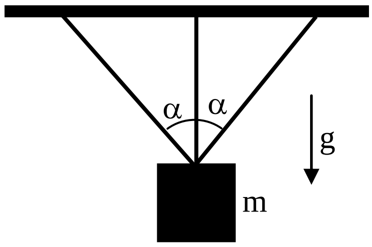
15.40. m მასის ტვირთი ჩამოკიდებულია ერთნაირი სიხისტის მქონე უმნიშვნელო მასის სამ ღეროზე. შუა ღერო ვერტიკალურია, დანარჩენი ორი კი მასთან α კუთხეს ქმნის (იხ. ნახ.). იპოვეთ თითოეულ ღეროში აღძრული დრეკადობის ძალა, თუ მათი დეფორმაციის დროს სრულდება ჰუკის კანონი. ღეროები ერთ სიბრტყეშია.

15.41. გრძელი, ერთგვაროვანი, მოქნილი ბაგირი ჭოჭონაქზეა გადადებული, ამასთან ბაგირის ნაწილი დევს მაგიდაზე და ნაწილი – იატაკზე (იხ. ნახ.). ხახუნი უმნიშვნელოა. ბაგირის განთავისუფლების შემდეგ ის მოძრაობას დაიწყებს. ბაგირის სიჩქარე ჯერ თანდათან გაიზრდება, ხოლო შემდეგ, თუ მაგიდაზე საკმარისი გორგალია, მოძრაობა თანაბარი გახდება. იპოვეთ ამ მოძრაობის სიჩქარე. მაგიდის სიმაღლეა h.

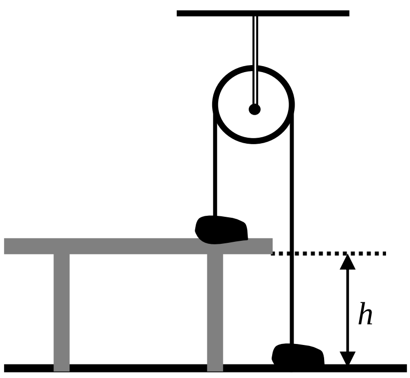
15.42. დედამიწის ჰორიზონტალური ზედაპირიდან გარკვეულ სიმაღლეზე დამაგრებულ მსუბუქ ჭოჭონაქზე გადადებულია მოქნილი თოკი (იხ. ნახ.). თოკის ბოლოები მიწაზე ქმნიან გროვებს, რომლებიც ხელს არ უშლის თოკის მოძრაობას. ერთ მხარეს თოკს მოეჭიდა M მასის ადამიანი, რომელიც ხელების სწრაფი მორიგეობითი გადატანით ითრევს თოკს ისე, რომ ცდილობს დედამიწის ზედაპირიდან ერთ სიმაღლეზე რჩებოდეს. თოკის გარკვეული სიჩქარით მოძრაობისას მან ეს მოახერხა. განსაზღვრეთ ეს სიჩქარე. თოკის ერთეული სიგრძის მასაა ρ, თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა g. ხახუნი ჭოჭონაქში არ გვაქვს.



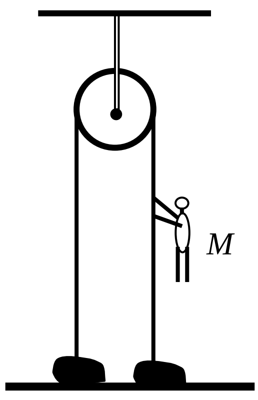
ნახ. 15.39



ნახ. 15.40

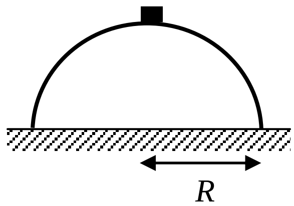


ნახ. 15.41



ნახ. 15.42

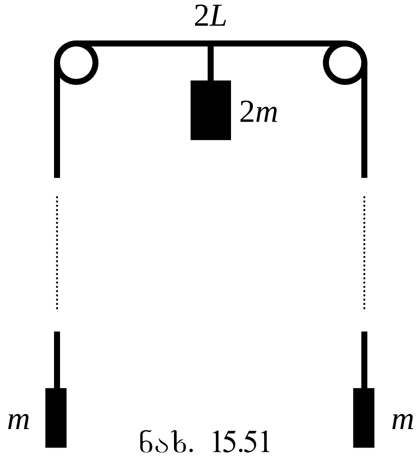
15.43. L სიგრძისა და m მასის კობრა დახვეულია გორგლად მიწაზე. მსხვერპლზე თავდასხმის წინ ის იწყებს ვერტიკალურად აღმართვას მუდმივი v სიჩქარით. რა ძალით აწვება კობრა აღმართვის პროცესში დედამიწის ზედაპირს? კობრა ჩათვალეთ ერთგვაროვნად და მთელ სიგრძეზე ერთი განივკვეთის მქონედ.
15.44. L სიგრძისა და m მასის ერთგვაროვანი, მოქნილი თოკი ერთი ბოლოთი ჰკიდია ძაფზე, ხოლო მეორე ბოლოთი ეხება ჰორიზონტალურ ზედაპირს. ძაფი გადაჭრეს და თოკმა ზედაპირზე დაფენა დაიწყო. გამოიკვლიეთ, როგორაა დამოკიდებული ზედაპირზე თოკის დაწოლის ძალა დაფენილი ნაწილის სიგრძეზე. ნაფენის სიმაღლე უგულებელყავით.
15.45. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებულ M მასის ძელაკს ეჯახება ჰორიზონტალურად მოძრავ ნაწილაკთა S განივკვეთის ფართობის ნაკადი. ნაკადის სიმკვრივეა ρ, ნაწილაკების სიჩქარეა v, ზედაპირთან ძელაკის ხახუნის კოეფიციენტია μ. იპოვეთ ძელაკის მოძრაობის დამყარებული სიჩქარე, თუ ნაწილაკების ძელაკთან დაჯახება დრეკადია. ნაწილაკების ერთმანეთთან დაჯახებები უგულებელყავით.
15.46. წყლის რეაქტიულ ძრავიანი კატერი ტბაში მოძრაობს. წყლის წინააღმდეგობის ძალაა $F=kv^2$, სადაც v კატერის სიჩქარეა წყლის მიმართ, ხოლო k ცნობილი კოეფიციენტია. ძრავიდან გამოტყორცნილი წყლის სიჩქარე კატერის მიმართ არის u. განსაზღვრეთ კატერის მოძრაობის დამყარებული სიჩქარე, თუ ძრავაში შესული წყლის ნაკადის განივკვეთის ფართობია S და წყლის სიმკვრივეა ρ.
15.47. მილში v სიჩქარით თანაბრად მიედინება წყალი. მილს აქვს ონკანი, რომელიც სწრაფად გადაკეტეს. განსაზღვრეთ წყლის წნევა ონკანზე. წყლის სიმკვრივეა ρ, ბგერის სიჩქარე წყალში არის c.
15.48. R რადიუსის გლუვი ზედაპირის მქონე ნახევარსფერო დამაგრებულია ჰორიზონტალურ ზედაპირზე. სფეროს წვეროზე მოთავსებულია მცირე ზომის ძელაკი (იხ. ნახ.).
ა) რისი ტოლია მაქსიმალური ჰორიზონტალური V_0 სიჩქარე, რომლის მინიჭებისას ძელაკი არ წყდება ზედაპირს თავიდანვე?
ბ) ჰორიზონტალური ზედაპირიდან რა სიმაღლეზე მოწყდება ძელაკი სფეროს, თუ ძელაკს მივანიჭებთ $2V_0/3$ ჰორიზონტალურ სიჩქარეს?



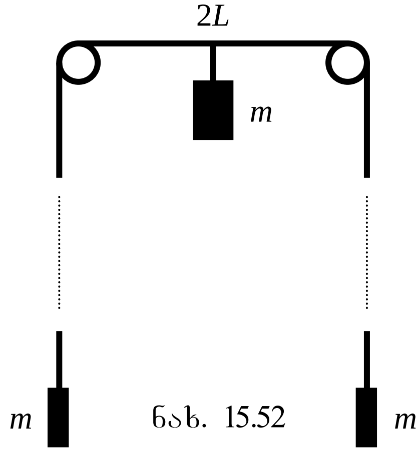
ნახ. 15.48

15.49. L სიგრძის ძაფზე დაკიდებული ბურთულა გადახარეს დაკიდების წერტილის სიმაღლეზე და ხელი გაუშვეს. განსაზღვრეთ: ა) კუთხე ძაფსა და ვერტიკალს შორის იმ მომენტში, როდესაც ძაფის დაჭიმულობის ძალა ბურთულაზე მოქმედი სიმძიმის ძალის ტოლია; ბ) ძაფსა და ვერტიკალს შორის რა კუთხის დროს არის მაქსიმალური ბურთულას სიჩქარის გეგმილი ვერტიკალურად ქვევით მიმართულ ღერძზე; გ) რისი ტოლია ბურთულას სიჩქარის მაქსიმალური გეგმილი ვერტიკალურად ქვევით მიმართულ ღერძზე.
15.50. ხიდზე დგას m მასის ბიჭი. რეზინის k სიხისტის და L სიგრძის ღვედის ერთი ბოლო მიმაგრებულია ბიჭის წელზე, ხოლო მეორე ბოლო - ხიდზე. ბიჭი დგამს ნაბიჯს და იწყებს უსაწყისო სიჩქარით ვარდნას. ხიდის სიმაღლე იმდენად დიდია, რომ ბიჭი ვერ აღწევს წყლამდე. იპოვეთ: ა) რა მანძილი გაიარა ბიჭმა პირველ მეყსეულ გაჩერებამდე; ბ) მაქსიმალური სიჩქარე ვარდნის პროცესში. ღვედის მასა და ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა უგულებელყავით. ღვედი ემორჩილება ჰუკის კანონს.

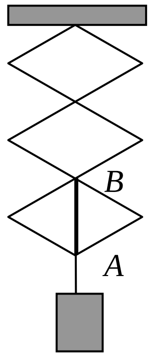
15.51. ერთმანეთისგან $2L$ მანძილით დაშორებულ ორ პატარა მსუბუქ ჭოჭონაქზე გადადებული გრძელი ძაფის ბოლოებზე მიბმულია ტვირთები (იხ. ნახ.). თითოეული ტვირთის მასაა m. ჭოჭონაქებს შორის შუაში ძაფზე მიამაგრეს $2m$ მასის ტვირთი, ხელი გაუშვეს და სისტემა ამოძრავდა. განსაზღვრეთ დიდი დროის შემდეგ ტვირთების სიჩქარეები.
15.52. ნახატზე გამოსახული სისტემა საწყის მომენტში უძრავია. განსაზღვრეთ შუა ტვირთის მაქსიმალური დაშორება საწყისი მდებარეობიდან.
15.53. საკიდი შედგება სახსრულად შეერთებული ერთგვაროვანი ღეროებისაგან, რომელთა მასა მხედველობაში არ მიიღება. ტვირთის მასა არის m. განსაზღვრეთ AB ძაფში აღძრული დაჭიმულობის ძალა (იხ. ნახ.).



ნახ. 15.51

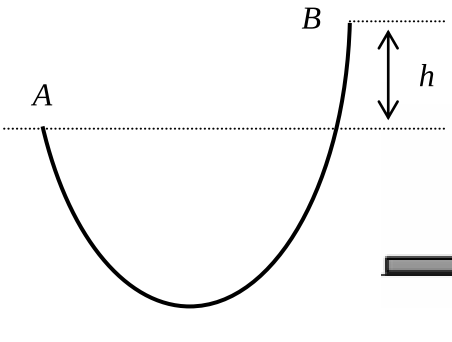


ნახ. 15.52



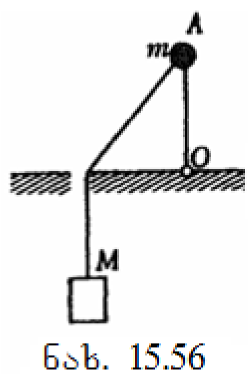
ნახ. 15.53

15.54. m მასისა და L სიგრძის ერთგვაროვანი უჭიმვადი თოკი ბოლოებით დაკიდებულია A და B წერტილებში, რომელთა შორის სიმაღლეთა სხვაობაა h (იხ. ნახ.). A წერტილში თოკის დაჭიმვის ძალაა T_A. განსაზღვრეთ თოკის დაჭიმვის ძალა B წერტილში.
15.55. ჰორიზონტალურ გლუვ მილს აქვს R რადიუსიანი მარყუჟი (იხ. ნახ.). რა მინიმალური სიჩქარით უნდა მოძრაობდეს მილის ჰორიზონტალურ ნაწილში $L>2\pi R$ სიგრძის ერთგვაროვანი თოკი, რომ მან გაიაროს მარყუჟი? მარყუჟის რადიუსი ბევრად მეტია მილის რადიუსზე.
15.56. L სიგრძის უმასო OA ღეროს, რომლის ბოლოში მიმაგრებულია m მასის ტვირთი, შეუძლია ბრუნვა მაგიდის ზედაპირის O წერტილის გარშემო (იხ. ნახ.). M მასის მეორე ტვირთი პირველ ტვირთთან მიმაგრებულია უჭიმვადი ძაფით, რომელიც გატარებულია O წერტილიდან $L/2$ დაშორებით მაგიდაში არსებულ მცირე ხვრელში. საწყის მომენტში ღერო ვერტიკალურ მდებარეობაშია და ათავისუფლებენ საწყისი სიჩქარის მინიჭების გარეშე. განსაზღვრეთ m მასის ტვირთის სიჩქარე უშუალოდ მაგიდასთან დაჯახების წინ. ხახუნი უგულებელყავით.



ნახ. 15.54

ნახ. 15.55



ნახ. 15.56

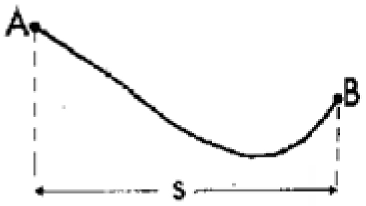
15.57. h სიღრმისა და S ფუძის ფართობის მქონე ჭა ნახევრამდეა წყლით შევსებული. ტუმბოს R რადიუსიანი მილით ამოაქვს წყალი დედამიწის ზედაპირზე t დროში. ჩათვალეთ, რომ მილიდან წყალი ერთი სიჩქარით ისხმება და იპოვეთ ტუმბოს საშუალო სიმძლავრე. წყლის სიმკვრივეა ρ.

15.58. თავდაპირველად უძრავი მოთხილამურე A წერტილიდან იწყებს სრიალს. ის სრიალებს მობრუნებების და დამუხრუჭების გარეშე ჯოხების დაუხმარებლად. ხახუნის კოეფიციენტია μ. მოთხილამურის სიჩქარე B წერტილში ნულის ტოლი აღმოჩნდა, მისი ჰორიზონტალური წანაცვლება კი s-ის ტოლი (იხ. ნახ.). განსაზღვრეთ სიმაღლეთა სხვაობა A და B წერტილებს შორის. მოთხილამურის სიჩქარე იმდენად მცირეა, რომ შეგვიძლია უგულებელვყოთ ტრაექტორიის სიმრუდით გამოწვეული დამატებითი წნევა თოვლზე. ასევე შეგვიძლია არ გავითვალისწინოთ ჰაერის წინააღმდეგობა.

15.59. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებულია M მასის ფილა. მასთან L სიგრძის ღვედით მიბმულია m მასის ძაღლი (m < M) (იხ. ნახ.). ღვედის სიგრძე ბევრად მეტია ძაღლის ზომებთან შედარებით. ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირსა და ფილას შორის, აგრეთვე ზედაპირსა და ძაღლის თათებს შორის არის μ. რა მაქსიმალურ მანძილზე შეძლებს ძაღლი ფილის გაწევას, თუ ის უკან დაიხევს ფილამდე და შემდეგ გაიქცევა? ჩათვალეთ, რომ ღვედი პრაქტიკულად უჭიმვადია და ღვედის ბიძგით გაწევისას ძაღლისა და ფილის ურთიერთქმედება აბსოლუტურად არადრეკადია.

15.60. ორმოს აქვს R რადიუსის ნახევარსფეროს ფორმა. მისი კედლები გლუვია. ორმოს ძირიდან $h_0<R$ სიმაღლეზე მოთავსებული ძალიან პატარა სხეული უსაწყისო სიჩქარით იწყებს ჩასრიალებას. ორმოს ქვედა წერტილიდან არაუმეტეს $d \ll h_0$ მანძილით დაშორებული წერტილებით შექმნილი არე მქისეა. სხეულსა და მქისე არეს შორის ხახუნის კოეფიციენტია μ. რა h_1 სიმაღლეზე ავა სხეული ორმოს ქვედა წერტილის პირველად გავლის შემდეგ? რა h_n სიმაღლეზე ავა სხეული ორმოს ქვედა წერტილის n – ჯერ გავლის შემდეგ (სანამ ჯერ კიდევ $h_n \gg d$)?

15.61. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოძრაობს სიბრტყით დადებული m მასისა და R რადიუსის თხელი ერთგვაროვანი დისკი. დისკის ცენტრის სიჩქარეა v, ხოლო მასათა ცენტრში გამავალი წარმოსახვითი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა ω. ხახუნის კოეფიციენტი დისკსა და ზედაპირს შორის არის μ. შეაფასეთ დისკზე მოქმედი ხახუნის ძალა, თუ $v \ll \omega R$.

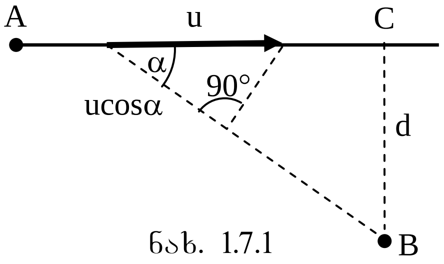


ნახ. 15.58

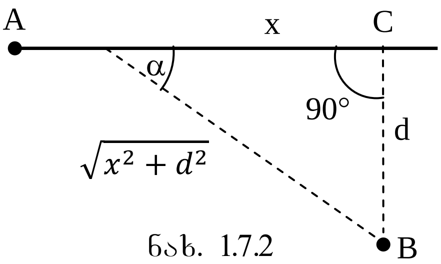

ნახ. 15.59

პასუხები, მითითებები, ამოხსნები

1.1. $u=v\,tg\alpha$, $u(t)=v^2t/(\ell^2-v^2t^2)^{1/2}$.
1.2. $t=a/v$, $L=a$.
1.3. $t=2a/3v$, $L=2a/3$.
1.4. ა) $2v-v\cos\alpha_i$; ბ) 0; გ) $(2v\cos\alpha_i-v)\Delta t$; დ) $tg\beta=2$.
1.5. $t=2d/3v$.
1.6. $d/2$.
1.7. მინდორში ავტომანქანის მოძრაობის სიჩქარე იყოს $\vec{v}$, ხოლო გზატკეცილზე მოძრაობის სიჩქარე იყოს $\vec{u}$. პირობის თანახმად, $u=\eta v$. გზატკეცილზე მოძრაობისას ავტომანქანის მიახლოების სიჩქარეა $u\cos\alpha$, სადაც α კუთხეა გზატკეცილსა და B პუნქტთან ავტომანქანის შემაერთებელ მონაკვეთს შორის (იხ. ნახ. 1.7.1). ავტომანქანას გზატკეცილით მოძრაობა აწყობს მანამ, სანამ $u\cos\alpha>v$, ანუ $\cos\alpha>1/\eta$. თუ თავიდანვე $\cos\alpha\le1/\eta$, ანუ $\frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}}\le\frac{1}{\eta}$, მაშინ ავტომანქანამ გზატკეცილიდან თავიდანვე უნდა გადაუხვიოს ე.ი. C წერტილიდან L მანძილზე. თუ $\frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}}>\frac{1}{\eta}$, მაშინ ავტომანქანამ გზატკეცილიდან უნდა გადაუხვიოს C წერტილიდან ისეთ x მანძილზე, რომლის დროსაც $\cos\alpha=1/\eta$, ანუ $\frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}}=\frac{1}{\eta}$, საიდანაც $x=\frac{d}{\sqrt{\eta^2-1}}$ (იხ. ნახ. 1.7.2).



ნახ. 1.7.1



ნახ. 1.7.2

2.1. $\varepsilon\approx3{,}14$ რად/წმ².
2.2. $\varepsilon\approx0{,}314$ რად/წმ².
2.3. $v=150$ მ/წმ, $a_ც=2{,}25\cdot10^4$ მ/წმ², $a_ტ=10$ მ/წმ², $a\approx2{,}25\cdot10^4$ მ/წმ².
2.4. $tg\alpha=a_ც/a_ტ=4\pi$.
3.4. $v_1=u(\rho V-\rho_0V)/(m+\rho_0V_0+\rho V)$.
3.5. $F=mg-\rho Va$.
3.6. $2\pi R^{3/2}/(GM)^{1/2}$.
3.7. $F=m_1m_2v^2/\ell(m_1+m_2)$.
3.8. $4\cdot10^{-5}$.
4.2. $\omega=\omega_0/2$, $v=R\omega_0/2$.
4.3. $\omega=v_0/2R$, $v=v_0/2$.
4.4. $\omega=\omega_0/3$, $v=R\,\omega_0/3$.
4.5. $\omega=2v_0/3R$, $v=2v_0/3$.
4.6. თუ $(R\omega_0)<v_0$, მაშინ $\omega=(v_0-R\,\omega_0)/2R$, ბრუნვის მიმართულება იცვლება საპირისპიროთი და რგოლი მიგორავს მარჯვნივ $v=(v_0-R\,\omega_0)/2$ სიჩქარით;
თუ $(R\,\omega_0)>v_0$, მაშინ $\omega=(R\,\omega_0-v_0)/2R$, ბრუნვის მიმართულება არ იცვლება და რგოლი მიგორავს მარცხნივ $v=(R\,\omega_0-v_0)/2$ სიჩქარით.
4.7. $N=4mMg/(M+m)$.
4.8. $v=(3gL)^{1/2}$.
4.9. $a=g/4$.
4.10. $a\approx2{,}4$ მ/წმ².

7.2. ა) $F(x)=\frac{4\pi G\rho m x}{3}$, სადაც x სხეულიდან ცენტრამდე მანძილია; ბ) $V=R\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}=\sqrt{gR}$.

7.3. $v\approx 11{,}2$ კმ/წმ.

7.4. ≈ 12 კმ/წმ.

7.5. ≈ 5 დღე–ღამე.

7.6. $h_{max}\approx 30R_{დედ}$. $t=T_1 \approx 3{,}5$ დღე-ღამე. **მითითება:** გამოიყენეთ $R\approx(h_{max}+R_{დედ})$–სიმაღლეზე მბრუნავი თანამგზავრისთვის $4\pi^2 R^3/GM=T^2$ და კეპლერის მესამე კანონი $T_1/T=[R/2R]^{3/2}$.

7.7. ა) $H\approx R_{დედ}\approx 6400$კმ; ბ) $t=(\pi+2)(R_{დედ}/g)^{1/2}=4000$ წმ.

მითითება: გამოიყენეთ კეპლერის მეორე კანონი.

7.8. ა) 490 კმ; ბ) 497კმ.

7.9. ა) $\Delta v=[2GM(R+H)/[(2R+H+h)(R+h)]]^{1/2}-GM/(R+h)^{1/2}$;

ბ) $T=\pi(2R+H+h)[(2R+H+h)/2GM]^{1/2}$.

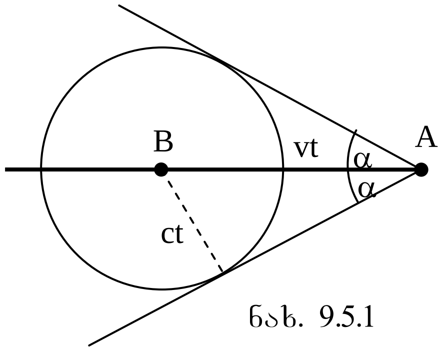
7.10. $r_{min}=[\rho^2+G^2M^2/v^4]^{1/2}-GM/v^2$.

9.1. $u=v/\sin(\alpha/2)$.

9.2. $T=T_0(c-v)/(c+v)$.

9.3. $L'=L(v-u)/(v+u)$.

9.4. $\frac{2V(R-r)}{\pi(R+r)}$.



ნახ. 9.5.1

9.5. ვთქვათ, მოცემულ მომენტში თვითმფრინავი იმყოფება ტრაექტორიის A წერტილში (იხ. ნახ. 9.5.1). t დროის წინ ის იქნებოდა ტრაექტორიის რომელიღაც B წერტილში. ცხადია, რომ AB=vt. ხანამ თვითმფრინავი მიფრინდა A წერტილამდე, ბგერა B წერტილიდან გავრცელდა ct მანძილზე და მიაღწია ct რადიუსიან სფეროს. გავავლოთ A წერტილიდან ამ სფეროს მხებები. მივიღებთ კონუსის გვერდით ზედაპირს, რომლის მსახველები ტრაექტორიასთან ქმნის α კუთხეს. ნახატიდან ჩანს, რომ $\sin\alpha=\frac{ct}{vt}=\frac{c}{v}$. რადგანაც α კუთხე არ აღმოჩნდა t–ზე დამოკიდებული, ვასკვნით, რომ აღნიშნული კონუსის გვერდითი ზედაპირი არის ყველა იმ სფეროს მხები, სადამდეც მოცემულ მომენტში მიაღწია ხმამ სხვადასხვა წერტილიდან. ადვილი მისახვედრია, რომ კონუსის გვერდითი ზედაპირის წერტილში მოცემულ მომენტში ისმის მხოლოდ იმ ერთადერთი სფეროს ცენტრიდან გამოცემული ხმა, რომელიც ეხება კონუსის გვერდით ზედაპირს მოცემულ წერტილში. შიგა წერტილში ისმის ამ წერტილში გამავალი და კონუსის გვერდითი ზედაპირის მხები ორი სფეროს ცენტრიდან გამოცემული ხმა. გარე წერტილებში ხმა არ ისმის. ამრიგად, საძებნი საზღვარია იმ კონუსის გვერდითი ზედაპირი, რომლის მსახველების ტრაექტორიასთან შექმნილი კუთხე განისაზღვრება ტოლობით $\sin\alpha=\frac{c}{v}$. უნდა აღინიშნოს, რომ პირველად მოსული ხმა ძლიერია, შემდეგ კი სუსტი, ვინაიდან პირველად მოსული ხმა გამოწვეულია დარტყმითი ტალღის ფრონტით, სადაც ჰაერის წნევა ძალიან დიდია.

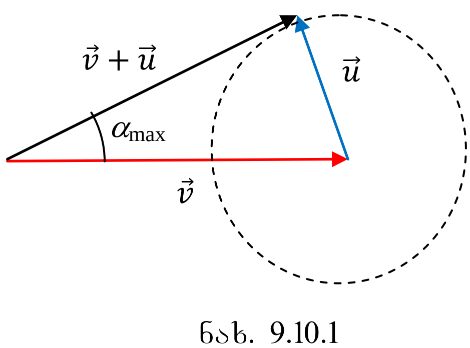
9.6. $x=L\left(\frac{V_1}{V_2}-1\right)$.

9.7. $\sqrt{La}$.

9.8. $t=(2+\sqrt{2})t_0$.

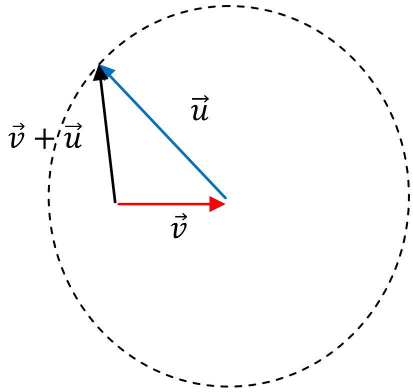
9.9. $t=v/g-\Delta t/2$.

9.10. როდესაც u<v, მაშინ სიტუაცია გამოსახულია ნახ. 9.10.1-ზე. კუთხე შეიძლება



ნახ. 9.10.1

იცვლებოდეს 0-დან $arcsin\frac{u}{v}$–მდე; როდესაც u>v, მაშინ სიტუაცია გამოსახულია ნახ. 9.10.2-ზე. კუთხე შეიძლება იცვლებოდეს 0-დან π–მდე.



ნახ. 9.10.2

9.11. sinα=u/v .

9.12. v=$c\frac{\tau_0-\tau}{\tau_0+\tau}$.

9.13. 4 მ/წმ ; 2 მ/წმ.

9.14. 0,6 მ/წმ .

9.15. t = $2(u^2/g^2 + 2h/g)^{1/2}$.

9.16. v = V/ cosφ.

9.17. 1/4π.

9.18. $a_{სრული} = a[1 + 4\pi^2/25]^{1/2}$ = 0,8 მ/წმ^2.

9.19. v(α) = $2v_0$ cos α.

9.20. $a = 4\pi^2Rv^2/(4\pi^2R^2 + h^2)$.

9.21. დინების საწინააღმდეგო მიმართულებისადმი 60° კუთხით.

9.22. 27,5 და 42,4 კმ; 18,3 და 52 კმ; 9,2 და 73,4 კმ.

9.23. $L = \frac{2v^2}{g(tg\alpha+tg\beta)}$.

9.24. $R = \frac{gT_1 T_2}{2\sqrt{2}}$.

9.25. $L = \frac{2v^2\cos^2\beta}{g\cos\alpha}(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha)$.

9.26. L/36.

9.27. $\frac{V}{g}\sqrt{9\sin^2\alpha - 8}$, როდესაც $\sin\alpha > \sqrt{\frac{8}{9}}$; 0, როცა $\sin\alpha \le \sqrt{\frac{8}{9}}$.

9.28. $\frac{\Delta t}{t} = \sqrt{(r^2 - h^2)/(R^2 - h^2)}$.

9.29. 2vctgα/g.

9.30. μ= – ctg(α+ β)=0,18..

9.31. t=πR/6u=5 წმ.

10.1. $a = \frac{T_2-T_1}{T_3-T_4}g$.

10.2. $T = F\,\frac{X}{L}$.

10.3. $F_{ხახ}=mg\sin\alpha$, როდესაც $tg\alpha\le\mu$; $F_{ხახ}==\mu mg\cos\alpha$., როდესაც $tg\alpha>\mu$.

10.4. 3,25 წმ.

10.5. μ= F/3mg.

10.6. $\omega_1 = 0$, თუ $\varepsilon > \mu g/R$; და $\omega_1 = (\frac{\mu^2 g^2}{R^2} - \varepsilon^2)^{1/4}$ თუ $\varepsilon < \mu g/R$.

10.7. F=mgcosα(sinα-μcosα), როცა μ<tgα; F=0, როცა μ≥tgα.

10.8. a = g/2.

10.9. ზედა ბურთულასი 3g, ქვედების - 0.

10.10. v= $[2(M-m)gH/(m+M)]^{1/2}$.

10.11. 8mg/3.

10.12. V_A=Vctgα , $a_C=V^2/2L\sin^3\alpha$.

10.13. 9mg/5.

10.14. მავთულის. **მითითება:** თუ თოკს მივცემთ მავთულის ფორმას, ხელის გაშვების შემდეგ თოკის სიმძიმის ცენტრმა უნდა დაიწიოს.

10.15. t= $2v\sin\alpha/g(\sin^2\alpha - \mu^2\cos^2\alpha)$.

10.16. F=2T.

10.17. $T_1= T_2$= mg/2sinα, T = mg/2tgα.

10.18. $M=m\cdot tg\alpha/(tg\beta-tg\alpha)$.
10.19. m მასის სხეული უძრავი იქნება, თუ $m=16M/5$; M მასის სხეული უძრავი იქნება, თუ $m=16M/11$, 4M მასის სხეული უძრავი ვერ იქნება m მასის ვერცერთი მნიშვნელობისათვის.
10.20. $\frac{(2-\sigma)v_0}{g}=1{,}7$წმ.
10.21. $\alpha\approx 0{,}7$ კგ/მ.
10.22. $M_2= M_3 =5$კგ $M_4= 3$კგ.
10.23. $a=3g/2\pi$.
10.24. $a_1=0{,}6g$ მიმართულია ზევით; $a_2=g$ მიმართულია ზევით; $a_3=0{,}2g$ მიმართულია ქვევით.
10.25. $F= 9dMg/8L$.
10.26. $\frac{M_1}{M_2}=\frac{[(L_1+L_2)^3-L_2^3]L_1^2}{[(L_1+L_2)^3-L_1^3]L_2^2}$.
10.27. როცა $F\leq 2\mu mg$, მოძრაობა არ გვაქვს; როცა $2\mu mg < F< 3\mu mg(1+m/M)$, მაშინ $a=\frac{F-2\mu mg}{M+3m}$; უფრო მეტ ძალაზე სრიალებს ორივე სხეული და ურიკის აჩქარება იქნება $\mu mg/M$.
10.28. პირველი სხეული მოძრაობს ქვევით მიმართული აჩქარებით, რომლის მოდულია $a_1=\frac{g}{5}$; მესამე სხეულის აჩქარება მიმართულია ჰორიზონტალურად მარცხნივ და მოდულით ტოლია $a_3=\frac{2}{5}g$; ვერტიკალურად ქვევით მიმართულ ღერძზე მეორე სხეულის აჩქარების გეგმილია $\frac{g}{5}$, ხოლო ჰორიზონტალურად მარცხნივ მიმართულ ღერძზე - $\frac{2}{5}g$. საბოლოოდ, მეორე სხეულის აჩქარების მოდულია $a_2=\frac{\sqrt{5}g}{5}$.
10.29. $\alpha=arcctg\frac{gt^2}{2L}$.
10.30. $a_M=\frac{F}{M+2m}$, $a_{m_1}=\frac{F(4m+M)}{2m(2m+M)}$, $a_{m_2}=\frac{FM}{2m(2m+M)}$.
10.31. $x=5F/k$.
10.32. $F>\mu(m_1+m_2)g$
10.33. $a=g\sin\frac{\alpha}{2}$. .
10.34. $a=2g$.
11.1. 7,9 კმ/წმ, 85 წთ.
11.2. $m\approx2\cdot10^{30}$ კგ.
11.5. $\approx 9{,}3$.
11.6. $\omega^2=GM/R^3$.
11.7. $T=2\pi[R^3/G(M_1+M_2)]^{1/2}$.
11.8. $p=2m_0\,(Gm/R)^{1/2}\,\sin(\alpha/2)$.
11.9. გაიზრდება ორი დღე-ღამით.
11.10. $\Delta V=(\sqrt{2}-1)V$.
11.11. $\Delta N\approx9\cdot10^3$ნ.
11.12. $U= -2K$.
11.13. $E=0$, $\phi=-GM/R$, როცა $r<R$; $E=Gm/r^2$, $\phi=-GM/r$, როცა $r\geq R$.
11.14. $v\approx7{,}9$ კმ/წმ, $t\approx42$წთ.
11.15. $v=[3Gm/R]^{1/2}$.
11.16. $V=\sqrt{GM/a}$.
11.17. $\approx16{,}7$ კმ/წმ.

11.18. ≈6,6-ჯერ.
11.19. თუ $\omega>\omega_0$, მაშინ $R/R_0\approx 5$; თუ $\omega<\omega_0$, მაშინ $R/R_0\approx 10,5$. აქ ω_0 დედამიწის ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა თავისი ღერძის გარშემო.
11.20. $R_{max}=2a-R_{min}=5\cdot 10^9$ კმ, აქ a ელიფსის დიდი ნახევარღერძია.
11.21. $t=T/2=\pi/R_0[(R+R_0)^3/8g]^{1/2}$.
11.22. ≈65 დღე-ღამე.
11.23. $\frac{vrtsin\alpha}{2}$.
11.24. ≈32კმ/წმ
12.1. $a=[k^2+k^4t^4/r^2]^{1/2}$.
12.2. $t=v/2\mu g$.
12.3. $t=\omega R/\mu g$.
12.4. $n=\omega^2 R/4\pi\mu g$.
12.5. $mL^2/3$.
12.6. $n=\omega^2R(1+\mu^2)/[4\pi g\mu(1+\mu)]$.
12.7. $n=\omega^2R(1+\mu^2)/[8\pi g\mu(1+\mu)]$.
12.8. $F=(Mgsin\alpha)/2$.
12.9. $a=F/(M_1+M_1)$, $\varepsilon=F/M_2R$.
12.10. $a=g/2$.
12.11. $v=[3gL(cos\alpha-cos\alpha_0)]^{1/2}$.
12.12. $T=2\pi(2L/3g)^{1/2}$.
12.13. $T=2\pi(2R/g)^{1/2}$.
12.14. $T=3\pi(5R/7g)^{1/2}$.
12.15. $(GMm^2R)^{1/2}$, სადაც M დედამიწის მასაა.
12.16. $u\approx mV/M$, $\omega=2mVh/(MR^2)$.
12.17. $\omega=2mvr/(MR^2+2mr^2)$.
12.18. $\Delta\omega=\omega mR^2/J$.
12.19. $m\approx 4\cdot 10^{16}$კგ.
12.20. $cos\alpha=1-3m^2v^2/[gL(4M+3m)(M+m)]$.
12.21. $v_c=\sqrt{gh/2}$.
12.22. $\omega_1=\frac{M_1r_1^2}{M_1r_1^2+M_2a^2}\omega_0$, $\omega_2=\frac{a}{r_2}\omega_1$.
12.23. $h=H[3M_1/(6M_1+M_2)]^2$.
12.24. $N_y=mg(\frac{3}{4}cos^2\alpha-\frac{3}{2}sin^2\alpha-1)$, $N_x=\frac{9}{4}mgcosa\,sin\alpha$, Y ღერძი მიმართულია ქვევით, ხოლო X ღერძი მარცხნივ.
13.1. $\Delta p = 14$ კგ·მ/წმ .
13.2. $\Delta T= 6$ Mg.
13.3. $cos\beta=(a+gcos\alpha)/(g+a)$.
13.4. $\alpha=\pi/2$.
13.5. $E=2mv^2k/(k+1)^2$, სადაც $k=M/m$.
13.6. $H= 2mg/k$.
13.7. 16კგ.
13.8. სისტემა ბმული რჩება ნებისმიერი ΔM–ის შემთხვევაში.
13.9. $v=\mu gt$, როცა $t<t_0$; $v=[N(2t-t_0)/M]^{1/2}$, როცა $t>t_0$. აქ $t_0=N/M\mu^2g^2$.
13.10. $N=mgu/2$.
13.11. $\sqrt{M_1M_2}$.
13.12. $S_0= v_0(2h/g)^{1/2}$- Ms/m.
13.13. ≈0,25 მ.

13.14. $K_1 = k(x_1 + x_2)\ x_1/2$; $K_2 = k(x_1 + x_2)\ x_2/2$.

13.15. $t\sqrt{\frac{\alpha}{m}}$.

13.16. $x=v(m/3k)^{1/2}$.

13.17. $V_1 = V_2 = 0{,}2V$.

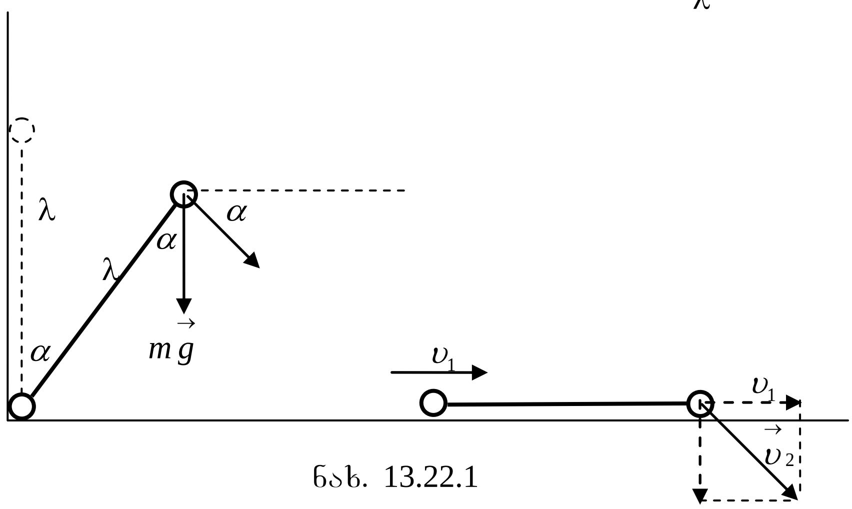
13.18. $F = \mu g(m_1 + m_2/2)$.

13.19. $L=0$, თუ $\mu \geq \text{ctg}\alpha$ და $L = H(cos\alpha - \mu sin\alpha)^2/\mu$, თუ $\mu < \text{ctg}\alpha$.

13.20. 1) $h_1 = L/2 = 0{,}7$ მ; 2) $h_2 = 1$ მ.

13.21. 4L.

13.22. ქვედა ბურთულა აწვება კედელს მანამდე, სანამ ღერო შეკუმშულია. ის კედელს შორდება მაშინ, როდესაც დაიწყება ღეროს გაჭიმვა. კედლიდან მოწყვეტის მომენტში ღეროს დრეკადობის ძალა ნულის ტოლია. ამ მომენტში ზედა ბურთულაზე მოქმედებს მხოლოდ სიმძიმის ძალა და ის ჯერ კიდევ წრეწირზე მოძრაობს. ჩავწეროთ მისთვის ნიუტონის მეორე კანონი ღეროს გასწვრივ ღერძზე გეგმილებით (იხ. ნახ. 13.22.1): $mg\cos\alpha = m\frac{\upsilon^2}{\lambda}$, საიდანაც $\upsilon^2 = g\lambda\cos\alpha$.



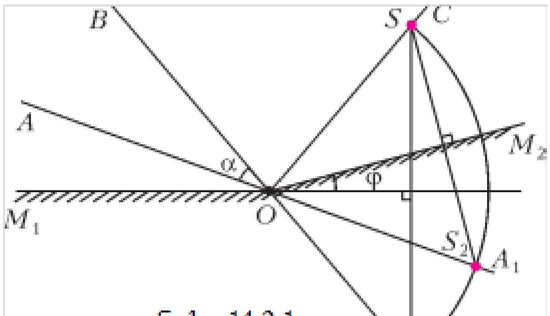
ნახ. 13.22.1

ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად $mg\lambda = mg\lambda\cos\alpha + \frac{m\upsilon^2}{2}$. ამ განტოლებებიდან მიიღება $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ და $\upsilon = \sqrt{\frac{2g\lambda}{3}}$. იატაკთან დაჯახების მომენტში ქვედა ბურთულას სიჩქარე ჰორიზონტალურადაა მიმართული. მისი მოდული იყოს υ_1. ზედა ბურთულას $\vec{\upsilon}_2$ სიჩქარე მიმართულია ჰორიზონტისადმი კუთხით. ღეროს სიგრძის უცვლელობის გამო ამ სიჩქარის ჰორიზონტალური გეგმილი υ_1–ის ტოლია. იატაკის სიგლუვის გამო მუდმივია ჰანტელის იმპულსის ჰორიზონტალური გეგმილი: $m\upsilon\cos\alpha = 2m\upsilon_1$, საიდანაც $\upsilon_1 = \frac{\upsilon\cos\alpha}{2} = \sqrt{\frac{2g\lambda}{27}}$.

ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად: $mg\lambda = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m\upsilon_2^2}{2}$. საბოლოოდ გვექნება $\upsilon_2 = \sqrt{2g\lambda - \upsilon_1^2} = \sqrt{\frac{52g\lambda}{27}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{13g\lambda}{3}}$.

13.23. $Q_1 = 2\sqrt{Q_2 m}(\text{v} - 2\sqrt{\frac{Q_2}{m}})$.

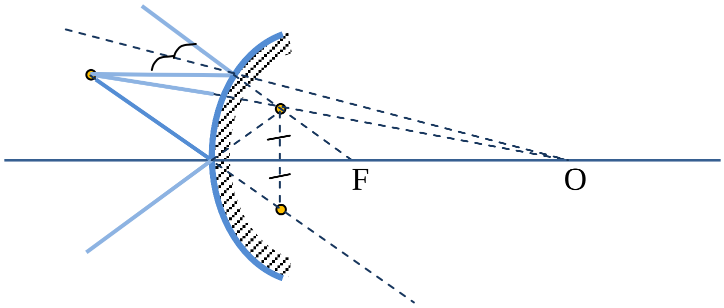
13.24. $x=V_0 t_0 [V_0^2+(\omega R)^2]^{1/2}/2\omega R$.
13.25. ჰორიზონტალური ზედაპირიდან $h=2R/3$-ზე.
13.26. F/mn.
13.27. $V_n = \sqrt{\frac{Fl(n+1)}{mn}}$, $U_n = \sqrt{\frac{Fln}{m(n+1)}}$, $\quad n \to \infty$: $V_n \to \sqrt{\frac{Fl}{m}}$.
13.28. $t = 3v/g$.
14.1. ა) 3; ბ) 2, თუ მნათი წერტილი სარკეებს შორის კუთხის ბისექტორზეა და 3 სხვა შემთხვევაში; გ) 5; დ) 5, თუ სარკეების გადაკვეთის წრფეზე და მნათ წერტილზე გამავალი სიბრტყე ერთ-ერთ სარკესთან 20°–ზე ნაკლებ კუთხეს ქმნის და 4 სხვა შემთხვევაში.
14.2. ≈R/2.
14.3. აგება ნაჩვენებია ნახატზე. სინათლის წყარო შეიძლება ყოფილიყო *OC* სხივზე. $\varphi=\alpha/2=15°$.



ნახ. 14.3.1

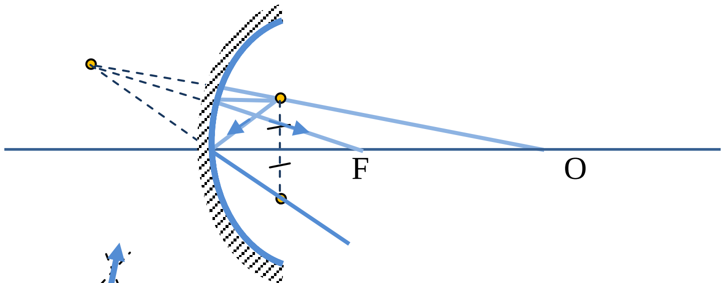
14.4.

ა) როცა სარკე ამოზნექილია



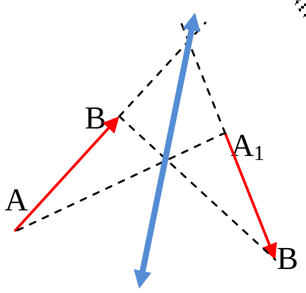
ნახ. 14.4.1

ბ) როცა სარკე ჩაზნექილია



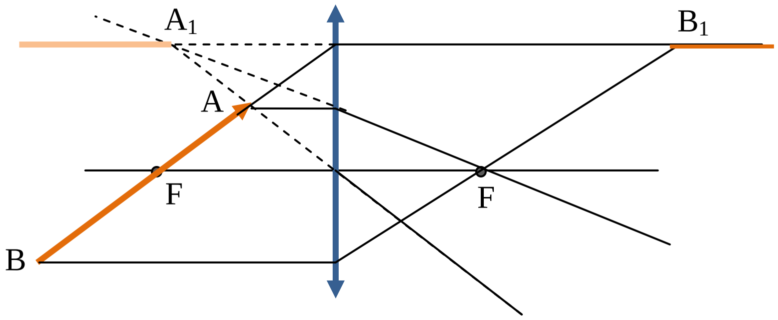
ნახ. 14.4.2

14.6. h=H/2=0,35 სმ.
14.7. *F* =14 სმ.
14.8. –5,6 დიოპტრი.
14.9. Γ_1 =5 , Γ_2 =1/5.
14.10. D_1 + D_2.
14.11. იხ. ნახ.
14.12. არა.



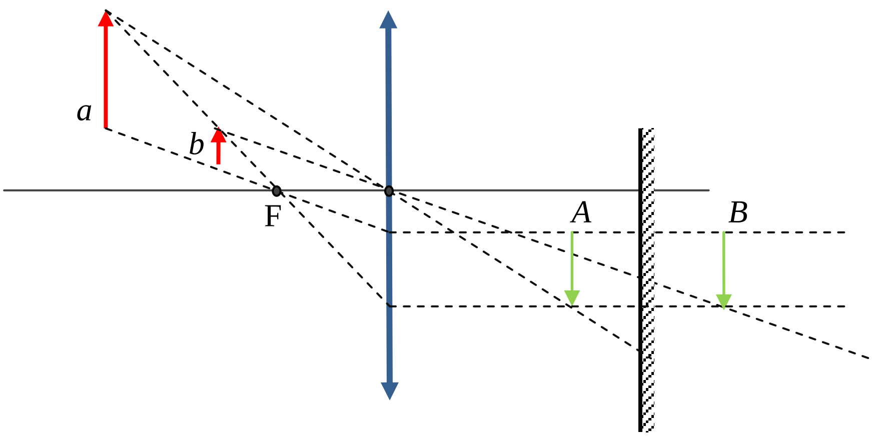
ნახ. 14.11.1

14.13. $v_{max}= v/2$, $v_{min}=v/4$.
14.14. u=vF/(2h–F).
14.15. x=2R.
14.16. $x = R =$ 20 სმ.
14.17. $v_{min}= v_0 \sin2\alpha$.
14.18. $h_1= h\cos^3\alpha/n\cos^3\beta$, სადაც $\cos\beta=(n^2 - \sin^2\alpha)^{1/2}/n$. ჩასმა გვაძლევს h_1=86 სმ.
14.20. არ შეიცვლება.
14.21. A_1 და B_1 არის საგნის A და B წერტილების გამოსახულება



ნახ. 14.21.1

14.22. $\frac{L_1L_2(n-1)}{n(L_2-L_1)}$.
14.23. d=40 სმ ან d=20 სმ.
14.24. $d = \frac{fh}{H-h}$, $F = \frac{fh}{H}$.
14.25. X/n.
14.26. იხ. ნახ.



ნახ. 14.26.1

14.27. $\frac{\Gamma}{\sqrt{2}} = 1/14$.
15.1. $n = \frac{2n_1 \cdot n_2}{3n_1 - n_2} = 100$.
15.2. $v = \frac{ch}{\sqrt{h^2-c^2t^2}}$ =584 მ/წმ.
15.3. $V = \frac{cl}{\sqrt{l^2-\Delta t^2c^2}}$.
15.4. 60° კუთხით დინების საწინააღმდეგო მიმართულებისადმი; 100 მ; ≈58 წმ; მისი სიჩქარე ნაპირის მართობულად უნდა იყოს მიმართული; 50 წმ.
15.5. ვერ მიაღწევს.

15.6. 4 კმ/სთ სიჩქარით უნდა იმოძრაოს საწყის მომენტში ადამიანისა და ავტობუსის შემაერთებელი მონაკვეთის მართობული მიმართულებით.

15.7. ადამიანმა უნდა იმოძრაოს თავისი მაქსიმალური სიჩქარით გზის მართობისადმი $\alpha = \arcsin(V_2/V_1)$ კუთხით მანქანის მოძრაობის მხარეს. $d_{min} = LV_1/\sqrt{V_1^2 - V_2^2}$. **მითითება:** განიხილეთ ადამიანის მოძრაობა მანქანის მიმართ.

15.8. $\sqrt{3}$v.

15.9. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{v^2+u^2}}{v}$.

15.10. თუ $V_2\sqrt{b^2 - a^2}/b \leq V_1$, მაშინ მანქანა უნდა წავიდეს პირდაპირ B წერტილისაკენ; თუ $V_2\sqrt{b^2 - a^2}/b > V_1$, მაშინ მანქანა უნდა წავიდეს გზის იმ წერტილისაკენ, რომელიც B წერტილს დაშორებულია $d = \sqrt{b^2 - a^2} - \frac{aV_1}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$ მანძილით C წერტილის მიმართულებით. **მითითება:** თუ გზის გარკვეულ მონაკვეთზე მოძრაობისას მანქანა საწყის წერტილს უფრო სწრაფად შორდება, ვიდრე მინდორზე მოძრაობისას, მაშინ მანქანას აწყობს მინდორზე მოძრაობის ნაცვლად გზის ამ მონაკვეთზე მოძრაობა.

15.11. 0,5 მ/წმ.

15.12. დინების საწინააღმდეგო მიმართულებისადმი 60°-იანი კუთხით; 35 წმ.

15.13. $v_{0min} = \sqrt{5gR}$

15.14. ა) $R_1 = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$ ბ) $R_2 = \frac{v_0^2}{a_{ც}} = \frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$ გ) $R_3 = \frac{[v_0^2\cos^2\alpha + (v_0\sin\alpha - gt)^2]^{3/2}}{gv_0\cos\alpha}$.

15.15. $a = g\cos\alpha\left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{2}\right)^{-3/2}$.

15.16. სფეროზე, რომლის რადიუსი თანაბრად იზრდება, ხოლო ცენტრი ვარდება უსაწყისო სიჩქარით თავისუფალი ვარდნის აჩქარებით.

15.17. $m = 2\rho S v^2 \sin\alpha/g$.

15.18. $v = \sqrt{n\pi Rg}$, სადაც n ნატურალური რიცხვია.

15.19. $v = \omega\left(R + \frac{\omega ht}{2\pi}\right)$. **მითითება:** t დროში მიმღები ბობინის ბრუნვათა რიცხვია $\omega t/2\pi$.

15.20. $\omega = v\left(R^2 - \frac{dvt}{\pi}\right)^{-1/2}$. **მითითება:** t დროში რულონის განივკვეთის ფართობი მცირდება dvt სიდიდით.

15.21. 5 წთ-ში.

15.22. $a_C = a\sqrt{1 + 6\sin^2\alpha - 3\sin^4\alpha}/2\cos^3\alpha$. **მითითება:** ადვილი საპოვნელია C სახსრის აჩქარების გეგმილი ჰორიზონტალურ ღერძზე. ღეროს სიგრძის უცვლელობის პირობით ადვილად ვიპოვით C სახსრის სიჩქარეს და მის ცენტრისკენულ აჩქარებას, ანუ აჩქარების გეგმილს CA ღერძზე. ამ ორი გეგმილის გამოყენებით ვიპოვით სრულ აჩქარებას.

15.23. $s_2 = 0$, როდესაც $s_1 \leq \frac{\mu g t_1^2}{2}$.

$$s_2 = \frac{\left(2s_1 - \mu g t_1^2\right)^2}{8\mu g t_1^2}, \text{ როდესაც } \frac{\mu g t_1^2}{2} < s_1 \leq \frac{\mu g t_1\left(t_1 + 2t_2\right)}{2}.$$

$$s_2 = \frac{t_2\left[2s_1 - \mu g t_1\left(t_1 + t_2\right)\right]}{2t_1}, \text{ როდესაც } s_1 > \frac{\mu g t_1\left(t_1 + 2t_2\right)}{2}.$$

15.24. $a = \frac{g\sqrt{H(2R-H)}}{R-H}$

15.25. $\frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$

15.26. $\upsilon = gt - \upsilon_0$

15.27. $F=2mkv^2$.

15.28. $v_0/2$.

15.29. 1) თუ $F>2\mu mg$, მაშინ ქვედა ძელაკის აჩქარებაა $a_1 = \frac{\mu mg}{M}$, ხოლო ზედა ძელაკის აჩქარებაა $a_2 = \frac{\mu mg}{m} = \mu g$;

2) თუ $\frac{\mu m(M+m)g}{M} < F \le 2\mu mg$, მაშინ $a_1 = \frac{\mu mg}{M}$ და $a_2 = \frac{F-\mu mg}{m}$;

3) თუ $F \le \frac{\mu m(M+m)g}{M}$, მაშინ $a_1 = a_2 = \frac{F}{M+m}$.

15.30. $F_0=\mu(M+m)g$, $t = \sqrt{\frac{2LM}{F-\mu(M+m)g}}$.

15.31. $\mu = \frac{2v^2}{gL(1+m/M)}$, $v(M-m)/(M+m)$.

15.32. $a_{1x} = \frac{2(m_2-2m_1)}{m_2+4m_1}g$, $a_{2x} = \frac{2m_1-m_2}{m_2+4m_1}g$, $T = \frac{3m_1m_2g}{m_2+4m_1}$ (X ღერძი მიმართულია ვერტიკალურად ზევით).

15.33. 17F/M.

15.34. $\mu mg/2$.

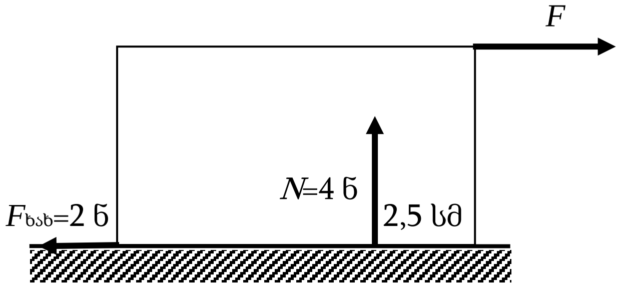
15.35. $2a\sin\frac{\alpha}{2}$ აჩქარებით ჰორიზონტისადმი $(90° - \frac{\alpha}{2})$ კუთხით.

15.36. ზედა ჭოჭონაქის ვერტიკალურად ზევით გამწევი ძალაა $2M(g+6a)$ ქვედა ჭოჭონაქის ვერტიკალურად ქვევით გამწევი ძალაა $[2m(4a-g)+ 2M(g+6a)]$.

15.37. ქვედა მოძრავი ჭოჭონაქის აჩქარება მიმართულია ზევით და მისი მოდულია g/37, ხოლო ზედა მოძრავი ჭოჭონაქის აჩქარება მიმართულია ქვევით და მისი მოდულია 2g/37.

15.38. $\mu mg(\sqrt{2}-1)$.

15.39. იხ. ნახ. 15.39.1.



ნახ. 15.39.1

15.40. შუა თოკის დაჭიმულობის ძალაა $mg/(1+2\cos^2\alpha)$, ხოლო კიდურა თოკების - $mg\cos\alpha/(1+2\cos^2\alpha)$.

15.41. $\sqrt{gh}$.

15.42. $\sqrt{MG/\rho}$.

15.43. $m\left(g+\frac{v^2}{L}\right)$.

15.44. $F_{დაწ}=3mgx/L$, როდესაც $x<L$ და $F_{დაწ}=mg$, როდესაც $x=L$. აქ x თოკის დაფენილი ნაწილის სიგრძეა.

15.45. $v_{დამყ} = v - \sqrt{\mu Mg/2\rho S}$.

15.46. $v_{დამყ} = \rho Su/(\rho S + k)$.

15.47. p=ρvc.

15.48. ა) $V_0 = \sqrt{gR}$ ბ) $h = \frac{22}{27}R$.

15.49. ა) $\cos\alpha_1=1/3$; ბ) $\cos\alpha_2 = \sqrt{3}/3$; გ) $\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}\sqrt{gL}$.

15.50. ა) $\frac{kL+mg+\sqrt{mg(mg+2kL)}}{k}$ ბ) $\sqrt{\frac{g(mg+2kL)}{k}}$

15.51. $\sqrt{gL}$.

15.52. 4L/3.

15.53. 3mg.

15.54. $T_B = T_A + \frac{mgh}{L}$.

15.55. $\sqrt{4\pi gR^2/L}$.

15.56. $\sqrt{gL\left[2 + \left(\sqrt{5} - 1\right)M/m\right]}$.

15.57. $N_{საშ} = \frac{\rho S h^2}{8t}\left(3g + \frac{S^2 h}{2\pi^2 R^4 t^2}\right)$.

15.58. μs.

15.59. $\frac{m^2L}{M^2-m^2}$.

15.60. $h_1 = Ah_0 - B$, სადაც $A = 1 - \frac{4\mu d}{R}$, ხოლო B=2μd;
$h_n = Ah_{n-1} - B = A^n h_0 - B\frac{1-A^n}{1-A}$.

15.61. $F=\mu mg v/\omega R$.