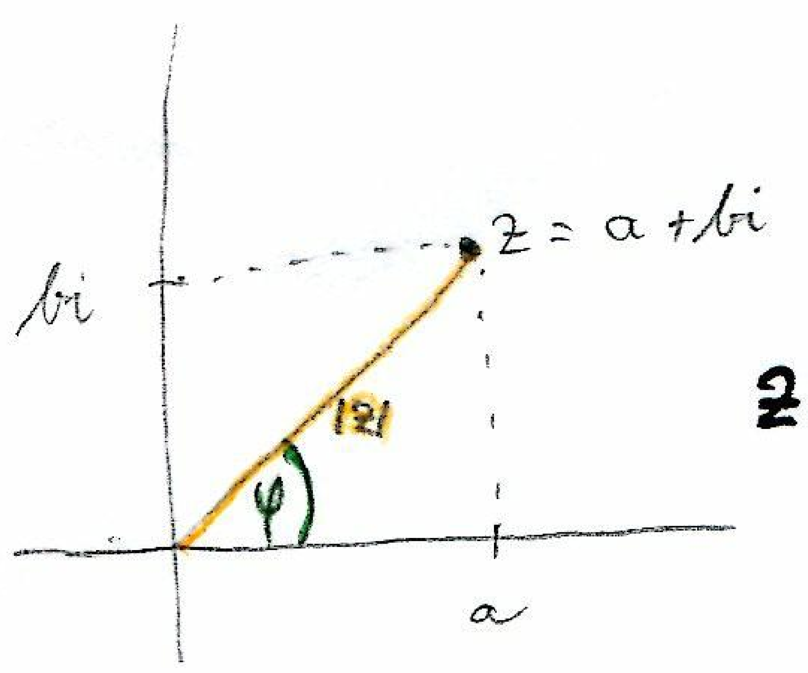
KOMPLEXNÍ ČÍSLA

POČETNÍ OPERACE V KOMPLEXNÍ ROVINĚ



$$z = a + bi = |z| \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)$$
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

číslo komplexně sdružené:

$z = a + bi$

$\bar{z} = a - bi$

číslo opačné:

$z = a + bi$

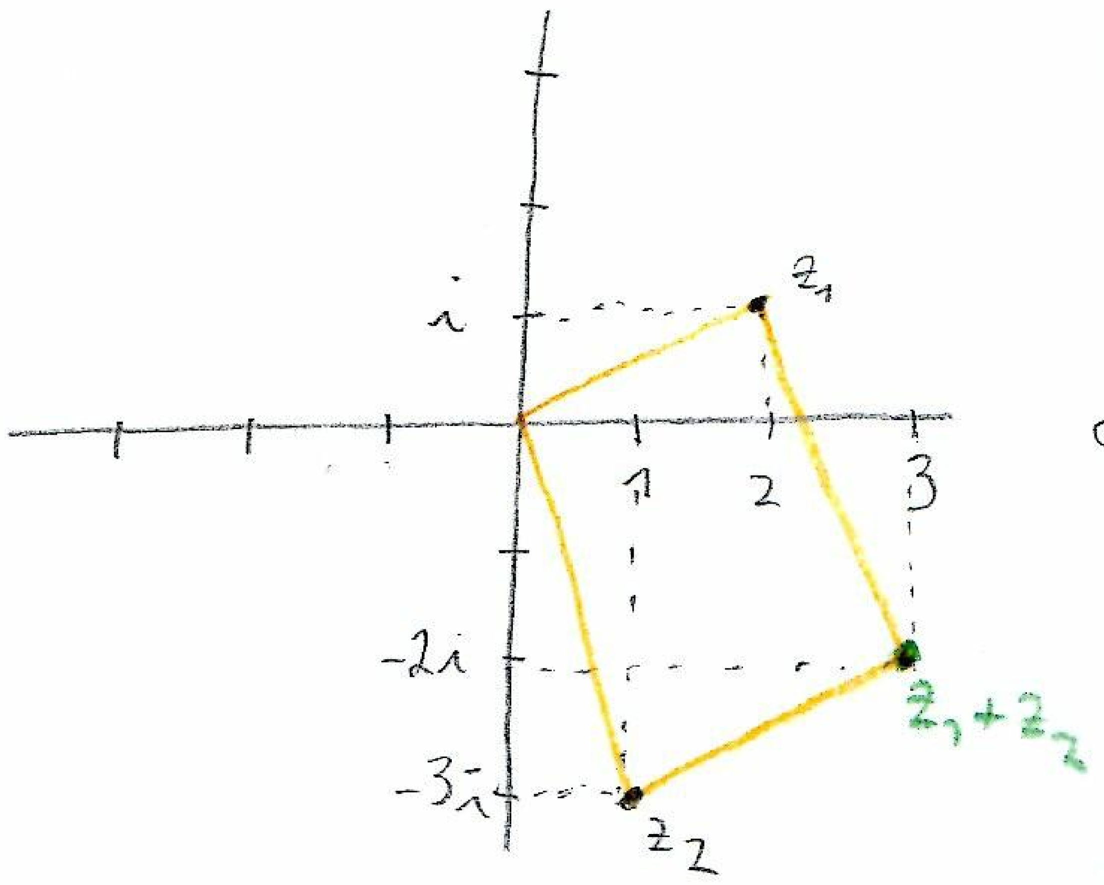
$-z = -a - bi$

sčítání

$z_1 = 2 + i$

$z_2 = 1 - 3i$

$z_1 + z_2 = 3 - 2i$



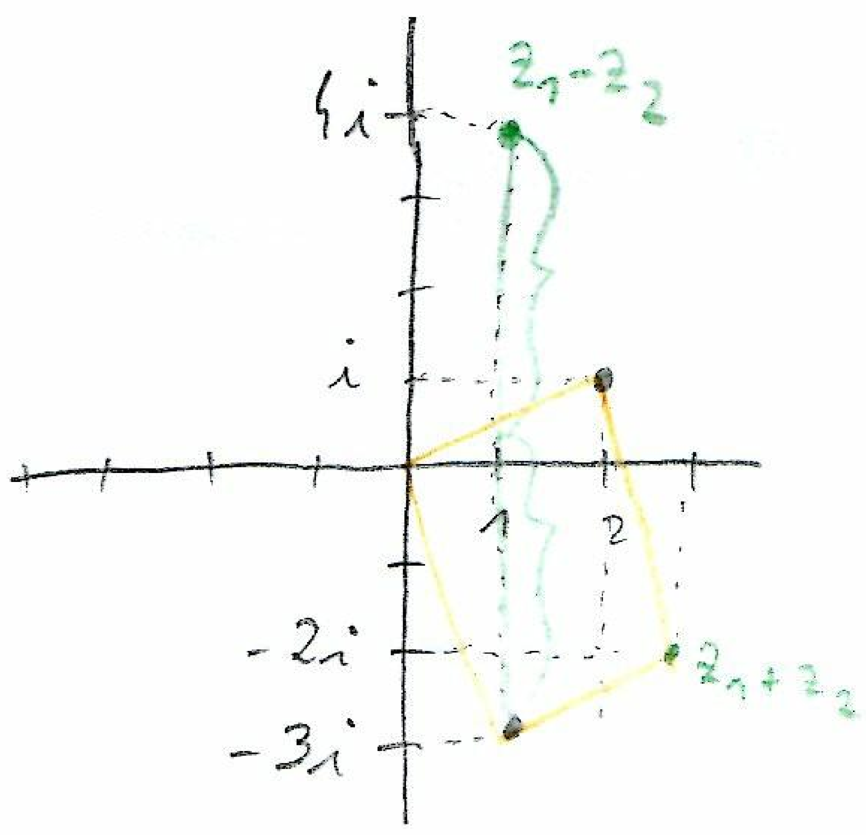
doplníme na lichoběžník

odčítání

$z_1 = 2 + i$

$z_2 = 1 - 3i$

$z_1 - z_2 = 1 + 4i$

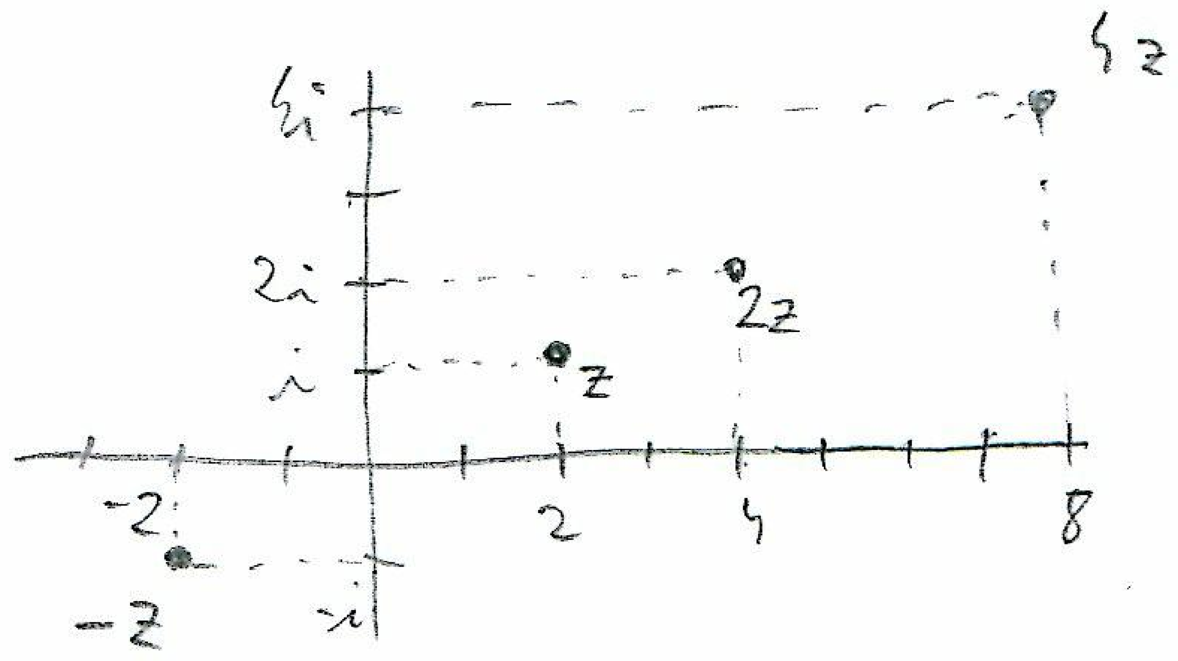


násobení

- reálným číslem:

$z = 2 + i$

$2 \cdot z = 4 + 2i$



$z = 3 + i$

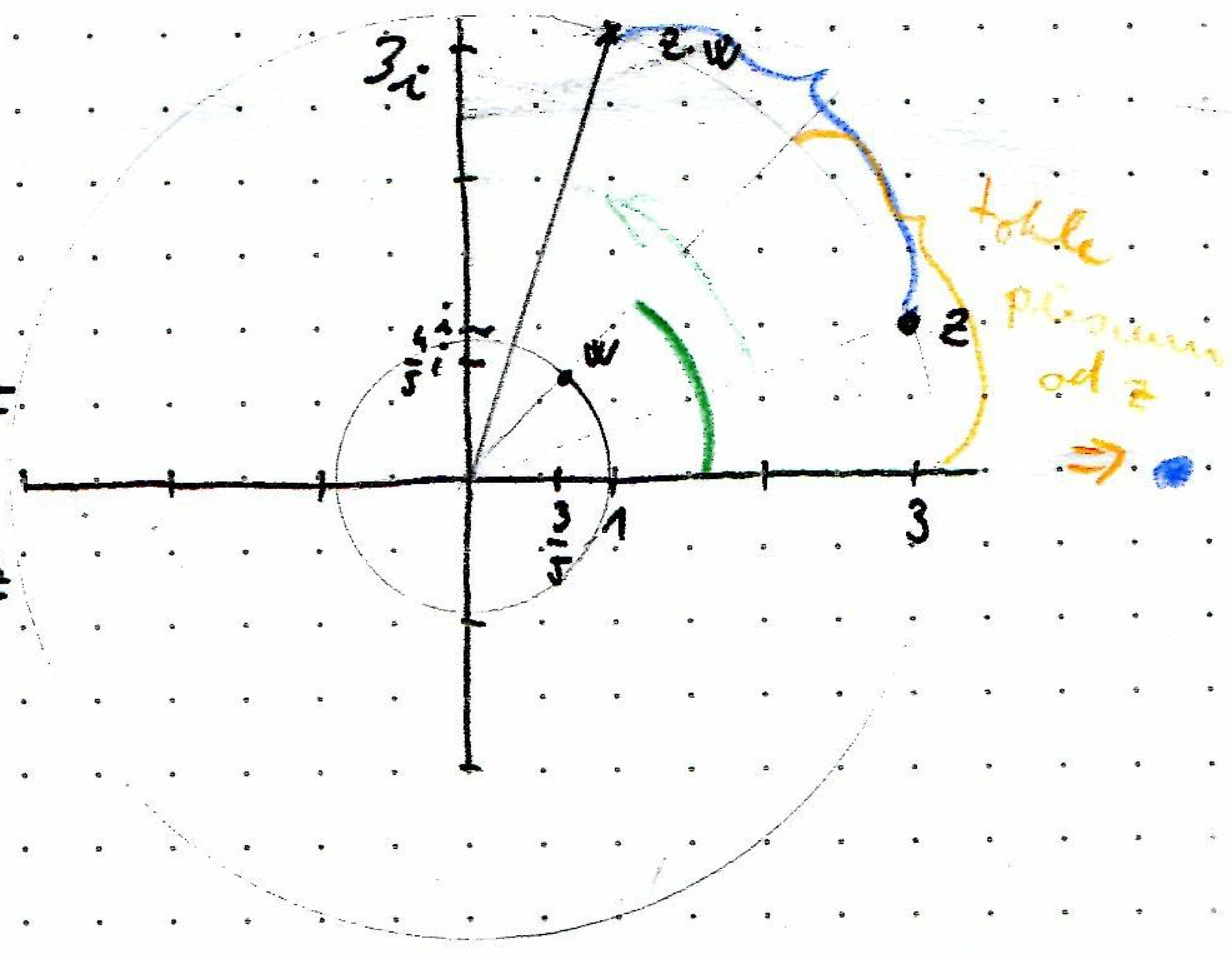
$w = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

$z \cdot w = (3 + i) \cdot (\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i) =$

$= \frac{9}{5} + \frac{12}{5}i + \frac{3}{5}i + \frac{4}{5}i^2 =$

$= \frac{9}{5} + \frac{15}{5}i - \frac{4}{5} =$

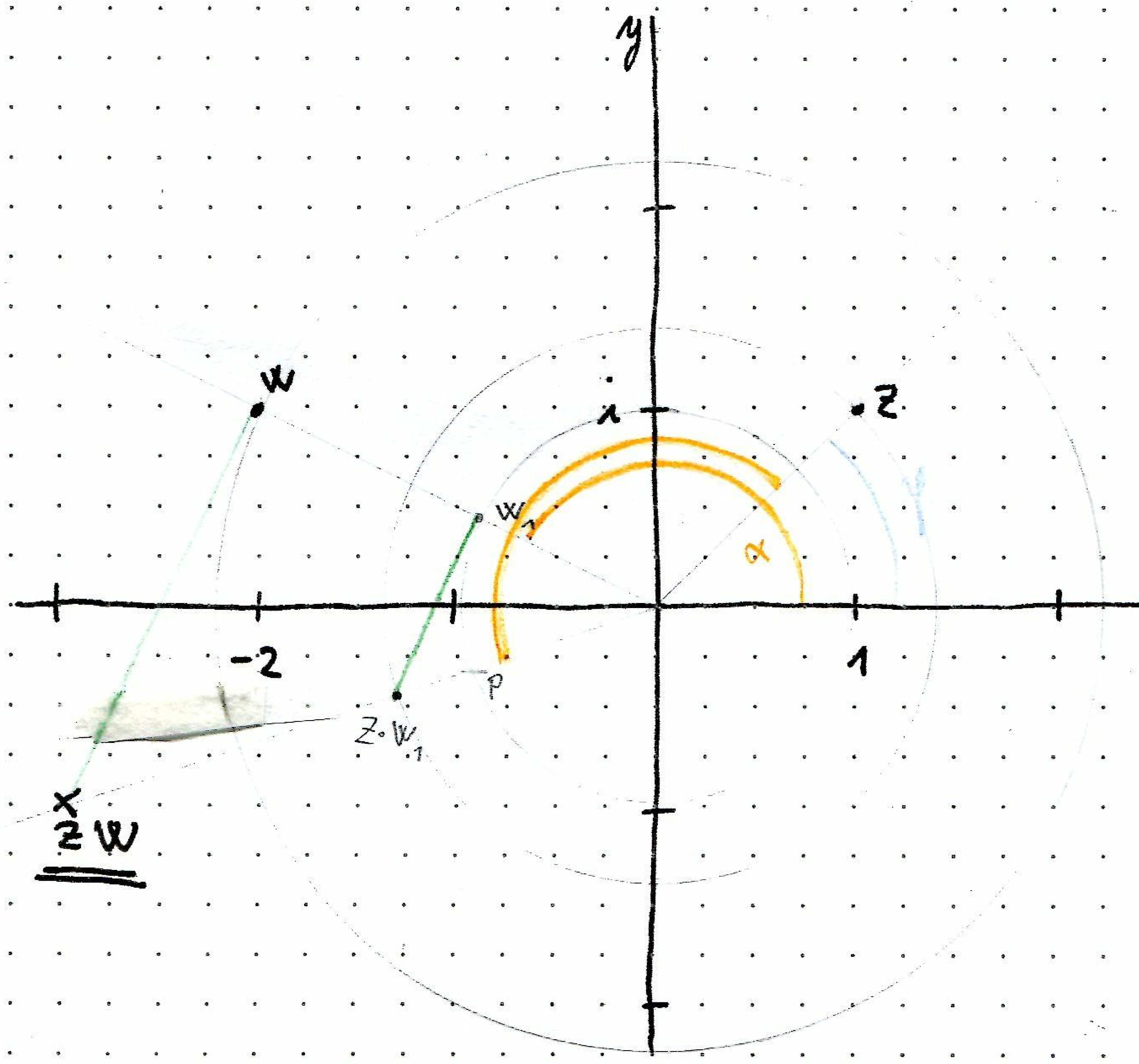
$= \underline{\underline{1 + 3i}}$



- komplexním číslem:

$z = 1 + i$

$w = -2 + i$



... jednotková kružnice - zw_1

... z - kružnice

... w - kružnice

- W_1 ← čára od středu k W na jedn. k.
- posunu ∡α tak, aby vycházel ze Z
- bod P - kam sahá úhel na jedn. k.
- ZW_1 - kam sahá úhel na Z-kružnici
- $|W_1 \; ZW_1|$
- rovnoběžka s $W_1 ZW_1$ z W
- ZW = průsečík s rovnoběžky s P ZW_1

$$z = |z| \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$$
$$w = |w| \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$$

Moivreova věta:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \forall \varphi \in \mathbb{R} : \quad (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)^n = \cos(n \cdot \varphi) + i \cdot \sin(n \cdot \varphi)$$

$$z = a + bi = |z| \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$$

$z = a + bi$

komplexní sdružené číslo: $\overline{z} = a - bi$

absolutní hodnota: $|z| = \sqrt{z \cdot \overline{z}}$

platí: $\overline{z + w} = \overline{z} + \overline{w}$

$\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$

$\overline{\left(\frac{z}{w}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{w}}$

dělení:

$z = a_1 + b_1 \cdot i$

$w = a_2 + b_2 i$

$$\frac{z}{w} = \frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} =$$

$$= \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i)}{a_2^2 + b_2^2}$$

GONIOMETRICKÝ TVAR

UMOCŇOVÁNÍ A ODMOCŇOVÁNÍ:

Moivreova věta: $(\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)^n = \cos(n \cdot \varphi) + i \cdot \sin(n \cdot \varphi)$

$z = |z| \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)$

$z^n = |z|^n \cdot (\cos(n \cdot \varphi) + i \cdot \sin(n \cdot \varphi))$

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{z} \cdot \left(\cos\frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \cdot \sin\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)$

NÁSOBENÍ A DĚLENÍ:

$a = |a| \cdot (\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$

$b = |b| \cdot (\cos\beta + i \cdot \sin\beta)$

$a \cdot b = |a \cdot b| \cdot (\cos(\alpha + \beta) + i \cdot \sin(\alpha + \beta))$

$\frac{a}{b} = \left|\frac{a}{b}\right| \cdot (\cos(\alpha - \beta) + i \cdot \sin(\alpha - \beta))$