Lokální a globální extrémy

$f(x): y = x^5 - 10x^3 + 40x$

zderivuju

$f'(x) = 5x^4 - 30x^2 + 40$

hledám nulový bod ⇒ kořeny zderivované fce

$f'(x) = 0 \iff x = \pm 2;\ \pm\sqrt{2}$

a dosazuju opět do zderivované

	$(-\infty; -2)$	$(-2; -\sqrt{2})$	$(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$	$(\sqrt{2}; 2)$	$(2; \infty)$
$f'(x)$	+	−	+	−	+
f	↗	↘	↗	↘	↗

$\lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ⇒ glob. extrémy nejsou

Zjištění vrcholu funkce

$f: y = 3x^2 + 4x + 4$

$f'(x) = 6x + 4$

hledáme, kdy se to rovná nule

$6x + 4 = 0$

$x = -\frac{2}{3}$

tohle vezmu, dosadím do původní rovnice fce

$y = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 4$

$y = \frac{8}{3}$

$V\left(-\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$

Lokální maximum + minimum

$f: y = x^3 + 6x^2 - 15x + 2$

$f'(x) = 3x^2 + 12x - 15$

$3x^2 + 12x - 15 = 0$

$\rightarrow x_1 = 1;\ x_2 = -5$

body podezřelé z extrému, stacionární body

		-5	1	
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

$f''(x) = 6x + 12$

$6 \cdot 1 + 12 > 0 \Rightarrow$ minimum

$6 \cdot (-5) + 12 < 0 \rightarrow$ maximum

… dosadím 1 a −5 do původní fce →

$\rightarrow [1; -6]$ … min.

$\rightarrow [-5; 102]$ … max.

Konvexnost + konkávnost

$f: y = \frac{x}{1+x^2}$

$f'(x) = \frac{1 + x^2 - 2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1 - x^2}{(1+x^2)^2}$

$f''(x) = \frac{(1-x^2)' \cdot (1+x^2)^2 - (1-x^2) \cdot ((1+x^2)^2)'}{(1+x^2)^4} = \dots = \frac{-2x \cdot (3 - x^2)}{(1+x^2)^3}$

nulové body:

$-2x\,(3 - x^2) = 0$

$x_1 = 0;\ x_2 = \pm\sqrt{3}$

		$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
$f''(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
f	$\cap$	$\cup$	$\cap$	$\cup$

inflexní bod = kde se konvexnost mění na konkávnost nebo naopak

- kde není def. druhá derivace
- kde druhá derivace je nulová