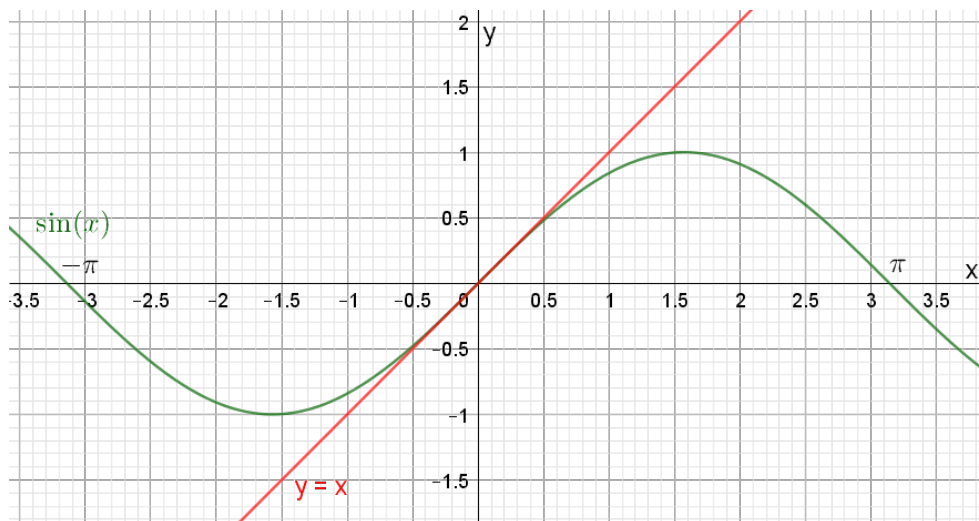


## Limity s goniometrickými funkcemi a mnohočleny

Pro výpočet limit s goniometrickými funkcemi a mnohočleny se využívá jedné základní limity, kterou nebudeme dokazovat?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Jakýsi náhled na platnost tohoto vztahu nám mohou dát grafy těchto funkcí v okolí nuly:



Hodnoty těchto funkcí jsou v okolí nuly téměř stejné. Podrobnější zdůvodnění najdete v učebnici.

Nyní se podíváme na využití této limity ve výpočtech:

**Příklad 1.** Vypočítejte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} =$$

*Řešení:* Rozepíšeme tangens pomocí sinu a kosinu a pak si výraz v limitě připravíme pro výpočet:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\cos x} =$$

Nyní limitu vypočítáme: První činitel podle uvedené limity je roven 1, druhý činitel pak je roven  $\frac{1}{\cos 0} = \frac{1}{1}$ , dohromady dostaneme:

$$= 1 \cdot \frac{1}{1} = 1$$

**Příklad 2.** Vypočítejte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 2x}{x} =$$

*Řešení:* Opět nemůžeme přímo dosadit. Rozepíšeme sinus dvojnásobného argumentu podle vzorce a výraz si připravíme pro dosazení:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \sin x \cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x} \cdot 2 \cos x =$$

Nyní po dosazení za prvního činitele dostaneme 1, druhý činitel vychází jako  $2 \cdot 1$ :

$$= 1 \cdot 2 = 2$$