

Analytická geometrie

Portál středoškolské matematiky

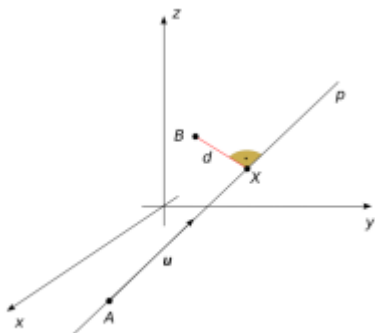
- [Úvod](#)
- [Témata](#)
- [Kontakty](#)

Vzdálenost

V rovině jsme počítali vzdálenost bodu od přímky a vzdálenost dvou přímek. V prostoru se naučíme řešit tytéž úlohy a navíc budeme počítat vzdálenost bodu od roviny a vzdálenost dvou rovin.

Vzdálenost bodu od přímky

Mějme zadánou přímku $p(A, u)$ a bod B . Hledáme vzdálenost d bodu B od přímky p viz obr. 4.10.



Obr. 4.10: Vzdálenost bodu od přímky

Najdeme takový bod X přímky p , pro který platí $(B - X)u = 0$. Že to musí platit je zřejmé z obrázku a je i vidět, že takový bod je jen jeden. Vzdálenost bodu B od přímky p je potom rovna $|XB|$.

Úmluva: Stejně jako v rovině budeme vzdálenost bodu B od přímky p značit $|Bp|$.

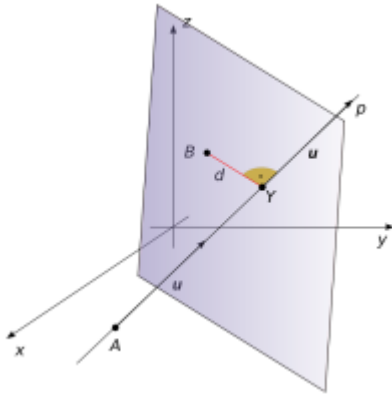
Příklad 4.9

Určete vzdálenost bodu B od přímky $p(A, u)$, je-li $A[3; 0; -1]$, $B[1; 2; 1]$ a $u = (-1; 0; 1)$.

Řešení

- Jak jsme si vysvětlili, hledáme nejprve bod $X[x; y; z]$, který bude ležet na přímce p a pro který platí, $(B - X)u = 0$. Protože bod X leží na přímce p , můžeme s využitím jejího parametrického vyjádření jeho souřadnice zapsat jako:
 $x = 3 - t$,
 $y = 0$,
 $z = -1 + t$,
pro nějakou hodnotu parametru t . Vyjádříme druhou podmínku, $(B - X)u = 0$:
 $(1 - 3 + t) \cdot (-1) + (2 - 0) \cdot 0 + (1 + 1 - t) \cdot 1 = 0$,
 $2 - t + 2 - t = 0$,
 $t = 2$.

- Zjistili jsme, že bod X má souřadnice $X[1; 0; 1]$. Vzdálenost d , bodu B od přímky p , je rovna $|d| = |Bp| = |XB| = \sqrt{0^2 + 2^2 + 0^2} = 2$.
- Celý příklad by se dal řešit ještě jinak. Bodem B můžeme vést rovinu kolmou na přímku p . Ta přímku p protne v nějakém bodě Y . Vzdálenost $|BY|$ je vzdálenost bodu B od přímky p .



Obr. 4.11: Řešení příkladu 4.9

- Normálový vektor roviny kolmé na přímku p je směrovým vektorem přímky p , tedy $u = (-1; 0; 1)$. Její obecná rovnice je $-x + z + d = 0$. Koeficient d určíme po dosazení souřadnic bodu B do této rovnice, $d = 0$. Hledáme bod Y , který je průsečíkem roviny $-x + z = 0$ a přímky p :
 $-(3 - t) + (-1 + t) = 0,$
 $-3 + t - 1 + t = 0,$
 $2t - 4 = 0,$
 $t = 2.$
- Bod Y má souřadnice $Y[1; 0; 1]$. Všimněte si, že body X a Y jsou ve skutečnosti jeden a tentýž bod:
 $|d| = |YB| = \sqrt{0^2 + 2^2 + 0^2} = 2.$

Vzdálenost bodu od roviny

Věta

Vzdálenost d bodu $P[p_1; p_2; p_3]$ od roviny $\delta: ax + by + cz + e = 0$ je vyjádřena vzorcem:

$$d = \frac{|ap_1 + bp_2 + cp_3 + e|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

[zobraz důkaz](#)

Úmluva: Vzdálenost bodu B od roviny ρ budeme značit $|B\rho|$.

Úloha

Spočítejte vzdálenost bodu $B[-6; 8; -7]$ od roviny $\rho: -7x - 4y + 9z + 9 = 0$.

Řešení

- Abychom spočetli vzdálenost bodu od roviny, stačí umět dosadit do vzorce pro její výpočet.

$$d = \frac{|ap_1 + bp_2 + cp_3 + e|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

- Dosadíme do vzorce a spočítáme d

$$d = |B\rho| = \frac{|(-7) \cdot (-6) + (-4) \cdot 8 + 9 \cdot (-7) + 9|}{\sqrt{(-7)^2 + (-4)^2 + 9^2}} = \frac{|-44|}{\sqrt{146}} \approx 3,64$$

- $d \approx 3,64$.

- [Titulní stránka](#)

- [!\[\]\(deab1c35b8bdbc17e1165ce3b654c399_img.jpg\) Úvod](#)

- [!\[\]\(e3f443b9578f18c0325a655158a32b0d_img.jpg\) Souřadnice](#)

- [!\[\]\(79169962419aac0df51c574c37c48bd2_img.jpg\) Vektory](#)

- [!\[\]\(e8035e854f06b75bb648601630a41bea_img.jpg\) Geometrie v rovině](#)

- [Úlohy I.](#)

- [!\[\]\(0c99009af15ad3378c58522433fbd236_img.jpg\) Geometrie v prostoru](#)

- [Parametrické vyjádření přímky](#)
- [Parametrické vyjádření roviny](#)
- [Obecná rovnice roviny](#)
- [Vzájemná poloha přímek a rovin](#)
- [Shrnutí vzájemných poloh objektů v prostoru](#)
- [Odchylka přímek a rovin](#)
- [Vzdálenost](#)

- [Úlohy II.](#)

- [!\[\]\(a2500e74cee5eee3c4a6336cbf9f9ec7_img.jpg\) Kuželosečky](#)

- [!\[\]\(c1f32534a493397209d2857ba81a6e9d_img.jpg\) Plochy v prostoru](#)

- [Úlohy III.](#)

- [!\[\]\(9052fe35e1366cdf22dce76c0178e5c7_img.jpg\) Testy](#)

- [Rejstřík](#)

- [Literatura](#)

Praze. Design by [Free CSS Templates](#).

Všechna práva vyhrazena. All rights reserved.