

# 24. INTEGRÁLNÍ POČET

## 1 Primitivní funkce

1. Definujte primitivní funkci.
2. Vypočítejte:

$$(a) \quad \int \left( 5x^2 - 4x + \frac{7}{x^2} \right) dx =$$

$$(b) \quad \int \frac{\sqrt{x^3} - 2x}{\sqrt{x}} dx =$$

$$(c) \quad \int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx =$$

$$(d) \quad \int \frac{a+3}{4 \sin^2 x} dx = \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$(e) \quad \int \frac{2^x + 3^x}{4^x} dx =$$

$$(f) \quad \int \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x+1} dx =$$

3. Najděte primitivní funkci k funkci  $f: y = 2 - 3x^2$ , jejíž graf prochází bodem  $[2; -4]$ .

## 2 Integrační metody

1. Vypočítejte:

$$(a) \quad \int \frac{x}{1+x^2} dx =$$

$$(b) \quad \int \frac{2}{x \ln x} dx =$$

$$(c) \quad \int 2x^2 \sqrt{1+x^3} dx =$$

$$(d) \quad \int 5e^{-x} dx =$$

2. Vypočítejte:

$$(a) \quad \int e^x \sin x dx =$$

$$(b) \quad \int x^2 e^x dx =$$

$$(c) \quad \int (x^2 + 1) \ln x dx =$$

$$(d) \quad \int x \ln^2 x dx =$$

### 3 Určitý integrál

1. Definujte určitý integrál.
2. Vypočítejte:

$$(a) \int_1^2 (6x^2 + 1) dx =$$

$$(b) \int_0^\pi \sin x dx =$$

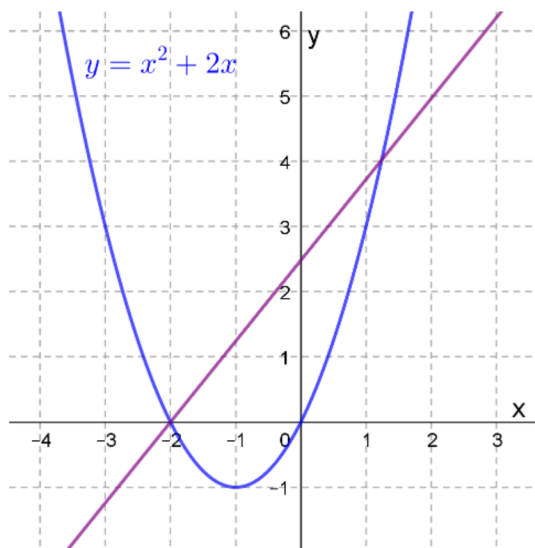
$$(c) \int_e^{e^2} \frac{2}{x} dx$$

$$(d) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx =$$

$$(e) \int_a^3 (x^2 - ax + 3) dx =$$

### 4 Obsah rovinného obrazce

1. Vypočtěte obsah plochy ohraničené parabolami  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = 4x - x^2$ .
2. Vypočtěte obsah plochy ohraničené křivkami  $y = \cos x$ ,  $y = 1 - \frac{2x}{\pi}$ .
3. Určete obsah plochy na obrázku:



### 5 Objem rotačního tělesa

1. Určete pomocí integrálního počtu objem rovnostranného rotačního válce s výškou  $v$ .
2. Odvoďte vzorec pro výpočet objemu rotačního kuželu.
3. Roura na zemní plyn o délce 5 metrů má vnější průměr 0,5 m a vnitřní průměr 0,45 m. Pomocí integrálního počtu odvoďte objem
  - (a) plynu, který se do roury vejde;
  - (b) materiálu, ze kterého je roura vyrobena.