

## 2. MNOŽINY

### 1 Zadání množiny, inkluze, rovnost

1. Vysvětlete pojem množiny a jejího prvku.
2. Určete všechny pomnožiny množiny:
  - (a)  $\{a; b\}$
  - (b)  $\{+; *; \square\}$
3. Zapište množiny charakteristickou vlastností a určete počty jejich prvků:
  - (a)  $\{3; 6; 9; \dots 333\}$
  - (b)  $\{1001; 1004; 1009; 1016; \dots 1196\}$
  - (c)  $\{42; 38; 34; \dots - 10\}$
  - (d)  $\{1; 21; 321; 4321 \dots\}$
4. Jsou dány následující množiny. Určete, které z nich jsou podmnožinami jiných a které z nich se rovnají:

$$\Omega = \{n \in \mathbb{N}; n \leq 12\}$$

$$K = \{n \in \Omega; 3|n\}$$

$$L = \{n \in \Omega; n \text{ není prvočíslo}\}$$

$$M = \{n \in \Omega; 2n + 1 \geq 30\}$$

$$N = \{n \in \Omega; 9|n\}$$

$$O = \{n \in \Omega; n \text{ je složené číslo}\}$$

$$P = \{n \in \Omega; n^2 - 7n - 18 = 0\}$$

5. Zapište pomocí intervalů nebo výčtů prvků a zakreslete je na číselnou osu:
  - (a)  $\{x \in \mathbb{R}; x \leq 4\}$
  - (b)  $\{x \in \mathbb{R}; |x| < 3\}$
  - (c)  $\{x \in \mathbb{Z}; |x - 3| \geq 5\}$

### 2 Operace s množinami

1. Zapište výčtem nebo charakteristickou vlastností:
  - (a) doplněk množiny všech přirozených čísel v množině celých čísel;
  - (b) průnik množiny všech jednociferných přirozených čísel a doplňku množiny celých čísel větších než 5 v množině reálných čísel.

2. Jsou dány množiny:

$$S = \{a; b; c; d\}$$

$$T = \{b; c; e\}$$

$$U = \{c; d; e; f\}$$

Určete:

(a)  $S \cap T$

(b)  $S \cup U$

(c)  $S \cup (U \cap T)$

(d)  $(S \cup U) \cap T$

3. Zapište následující množiny výčtem prvků:

(a)  $\mathbb{N} - \{1; 2; 3; 4\}$

(b)  $\mathbb{N} - \{n \in \mathbb{N}; n|6\}$

(c)  $\{x \in \mathbb{N}; n|400\} \cap \{y \in \mathbb{N}; 8|n\}$

(d)  $\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\}$

4. Zjednodušte zápisy:

(a)  $\langle -3; 4 \rangle \cap \langle 3; 8 \rangle =$

(b)  $\langle -3; 4 \rangle \cup \langle 3; 8 \rangle =$

(c)  $\langle -3; 4 \rangle - \langle 3; 8 \rangle =$

(d)  $\langle 5; 10 \rangle \cap \langle -2; -1 \rangle =$

(e)  $\langle 5; 10 \rangle - \langle 7; 10 \rangle =$

Které z výsledných množin jsou disjunktní?

5. Rozhodněte podmínky platnosti následujících vztahů:

(a)  $A \cup B = A$

(b)  $A \cap B = A$

(c)  $A - B = B - A$

(d)  $A'_B = \emptyset$

### 3 Vennovy diagramy a jejich užití

1. Zakreslete Vennův diagram pro množiny:

(a)  $A = \{4; 8; 12; 16\}, B = \{6; 9; 12; 15\}$

(b)  $U = \{n \in \mathbb{N}; n < 15\}, A = \{n \in U; 3|n\}, B = \{n \in U; 4|n\}, C = \{n \in U; n \text{ je dvojciferné}\}$

2. Mezi třiceti žáky jedné třídy proběhl výzkum o používání tabletů a slunečních hodin. Sluneční hodiny nepoužívá 12 žáků. Právě jeden z těchto přístrojů používá 8 žáků. Oba přístroje pak používá 13 žáků. Kolik žáků používá pouze sluneční hodiny? Kolik žáků používá tablety?

## 4 Kartézský součin, relace

1. Zapište výčtem prvků:
  - (a)  $\{2; 5; 6\} \times \{1; 3; 4; 9\}$ ;
  - (b)  $M^2$ , kde  $M = \{a; b; c\}$ ;
  - (c)  $\{a\} \times \{b; c\} \times \{c\}$ .
2. Zakreslete v souřadné soustavě následující množiny:
  - (a)  $\{2; 3; 4\} \times \{-1; 2; 3\}$ ;
  - (b)  $\mathbb{N}^2$ ;
  - (c)  $\mathbb{N} \times \mathbb{R}$ ;
  - (d)  $\mathbb{R} \times \mathbb{N}$ ;
  - (e)  $\langle -2; 4 \rangle \times \langle 1; 3 \rangle$ ;
  - (f)  $\langle 2; \infty \rangle \times \langle -3; \infty \rangle$ .
3. Zapište jako kartézský součin množin:
  - (a)  $\{[a; 3], [a; 4], [a; 5], [b; 3], [b; 4], [b; 5]\}$
  - (b)  $\{[\heartsuit; p], [*; p], [\square; p], [\triangle; p], [\heartsuit; s], [*; s], [\square; s], [\triangle; s]\}$
4. Vysvětlete pojem relace.
5. Určete, které z následujících množin jsou relacemi v množině  $(1; 5)^2$ :
  - (a)  $(3; 4) \times \langle 2; 3 \rangle$ ;
  - (b)  $\{2; 3; 4\} \times (4; 5)$ ;
  - (c)  $\langle 1; 2 \rangle \times \{3\}$ .

## 5 Zobrazení

1. Definujte zobrazení jako typ (binární) relace. Definujte reálnou funkci reálné proměnné jako zobrazení.
2. Určete, zda následující relace na  $A^2$ , kde  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ , jsou zobrazení:
  - (a)  $\{[1; 2], [2; 3], [3; 4], [4; 3]\}$ ;
  - (b)  $\{[0; 1], [0; 2], [0; 3], [0; 4], [0; 5], [0; 6]\}$ ;
  - (c)  $\{[x; y] \in A^2; x = 6 - y\}$ ;
  - (d)  $\{[x; y] \in A^2; y = x^2 - 1\}$ .
3. U následujících zobrazení určete definiční obory, obory hodnot a zda jsou prostá. Pokud jsou prostá, najděte k nim inverzní zobrazení:
  - (a)  $\{[a; d], [b; c], [c; b], [d; f], [e; e], [f; a]\}$ ;
  - (b)  $\{[1; t], [4; s], [3; r], [-1; 0]\}$ ;
  - (c)  $\{[x; y] \in \mathbb{N}; y = x^2\}$ ;
  - (d)  $\{[x; y] \in \mathbb{N}; x = y^2\}$ ;
  - (e)  $\{[x; y] \in \mathbb{R}; y = 2x - 3\}$ .
4. Napište složené zobrazení  $f \circ g$ , kde
$$f = \{[1; 4], [2; 2], [3; 6], [4; 3], [5; 1]\}$$
$$g = \{[1; 5], [2; 3], [3; 1], [4; 2], [6; 4]\}$$