

Okolí a přírůstky argumentu a funkce

$$x^3 - 8x^2 + x + 38 = 0$$

1. Vyjádřete množiny všech reálných x splňující podmínku jako okolí bodu – určete jejich střed a poloměr:

$$(a) \quad |x - 3| < \frac{2}{5};$$

$$(b) \quad |2x + 4| < 10;$$

$$(c) \quad |1 - 2x| < \sqrt{9}.$$

2. Zapište pomocí nerovnosti i pomocí intervalu δ -okolí bodu a :

$$(a) \quad a = 7, \delta = 0,45;$$

$$(b) \quad a = -\frac{7}{5}, \delta = \frac{3}{2};$$

$$(c) \quad a = \sqrt{50}, \delta = \sqrt{18}.$$

3. Vyjádřete přírůstek funkce f v bodě a :

$$(a) \quad f : y = 2x + 3, a \text{ obecné reálné číslo};$$

$$(b) \quad f : y = 2x + 3, a = 5;$$

$$(c) \quad f : y = \frac{3}{x-2}, a = 1.$$

Spojitosť v bodě a na intervalu

1. Z definice spojitosti dokažte, že:

$$(a) \quad \text{funkce } f : y = 3x + 5 \text{ je spojitá v bodě } 7;$$

$$(b) \quad \text{funkce } g : y = -4x + 7 \text{ je spojitá v bodě } 1.$$

2. Určete, zda funkce f je spojitá na intervalu I :

$$(a) \quad f : y = |x| + 1, I = (-1; 3);$$

$$(b) \quad f : y = x^{-2}, I = \langle 1; 2 \rangle;$$

$$(c) \quad f : y = x^{-2}, I = \langle -1; 1 \rangle.$$

má alespoň jedno řešení na intervalech $(-2; 0)$, $(1; 3)$ a $(6; 10)$.

4. S využitím vlastností spojitých funkcí řešte nerovnice:

$$(a) \quad x^2 - 7x + 10 < 0;$$

$$(b) \quad \frac{x^2 - 7x}{x + 2} \geq 0;$$

$$(c) \quad \frac{3}{x - 5} \leq 2.$$

Limita funkce

1. Dokažte z definice limity, že:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 3} 3x - 4 = 5;$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -2.$$

2. Vypočítejte:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow -3} 7x + 10;$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sqrt{x + 4}}{1 - \sqrt{9 - x}};$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 3 \sin x}{1 + \cos x};$$

$$(d) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(x + 9)}{\log(x + 99)}.$$

3. Vypočítejte:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2};$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (x - 1)^2}{x^2 + 4x};$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - x}{2 - \sqrt{x}};$$

$$(d) \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x - 3} - 2}{x - 7}.$$

4. Vypočítejte:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x};$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \sin x}{x};$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2};$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x^2 + x}.$

Určete asymptoty grafu funkce:

$$\begin{aligned} f_1 : y &= \frac{1}{x-3} \\ f_2 : y &= \frac{x^2 - 2x}{x} \\ f_3 : y &= \frac{1}{x^2 - 5} \\ f_4 : y &= \frac{x^2}{x + 10} \end{aligned}$$

5. Vypočítejte:

- (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x-2};$
- (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2 - x^2};$
- (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 + 5x^4)x^2}{(3x^2 + 1)^3}.$

6. Vypočítejte:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x+3}{x-1};$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x+3}{x-1};$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{1}{(x-3)^2};$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 3-} \frac{1}{(x-3)^2};$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0+} \ln x - \cotg x.$

7. Z grafu příslušné funkce odvoďte hodnotu limity:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x+3}{x-1};$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x+3}{x-1};$
- (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x;$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x};$
- (e) $\lim_{x \rightarrow \pi+} \tg x.$

Asymptoty